



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Współ w zespół z **Matematyką** **bez Granic**

Materiały edukacyjne
dla uczestnika Projektu

Suplement podręcznika I

Okiem matematyka

II klasa gimnazjum

Materiały edukacyjne dystrybuowane są bezpłatnie

Polskie Towarzystwo Matematyczne realizuje projekt "Współ w zespół z Matematyką bez Granic"
współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego



STOPKA REDAKCYJNA

Suplement podręcznika I „Okiem matematyka” dla klasy drugiej gimnazjum powstał w ramach realizowanego przez Polskie Towarzystwo Matematyczne projektu „Współ w zespół z Matematyką bez Granic” współfinansowanego ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego (umowa o dofinansowanie projektu w ramach Programu Operacyjnego Kapitał Ludzki nr UDA-POKL.03.03.04-00-165/09).

Suplement podręcznika I został opracowany przez Agnieszkę Tracewską - nauczyciela matematyki uczestniczącego w Projekcie pod kierunkiem Krystyny Białek - nauczyciela akademickiego Wydziału Matematyki Informatyki i Ekonometrii Uniwersytetu Zielonogórskiego, członka Polskiego Towarzystwa Matematycznego.

Redakcja:

Krystyna Białek, specjalista do spraw merytorycznych Projektu „Współ w zespół z Matematyką bez Granic”, WMliE, Uniwersytet Zielonogórski, Zielona Góra

Autor materiałów edukacyjnych:

Agnieszka Tracewska, Zespół Szkół nr 1, Nowe Miasteczko

Tłumaczenie:

Joanna Jaros, język francuski, Uniwersytet Zielonogórski, Zielona Góra

Elżbieta Jastrzębska, język hiszpański, Uniwersytet Zielonogórski, Zielona Góra

Jacek Kędziora, język włoski, Uniwersytet Zielonogórski, Zielona Góra

Barbara Mędryk, język niemiecki, Uniwersytet Zielonogórski, Zielona Góra

Joanna Skowronek-Kaziów, język angielski, Uniwersytet Zielonogórski, Zielona Góra

Doradztwo metodyczne i recenzja:

Krystyna Białek, Zielona Góra, Zakład Dydaktyki Matematyki i Teorii Liczb, WMliE, Uniwersytet Zielonogórski

Rysunki:

Tymoteusz Grabowski - uczeń Zespołu Szkół nr 1 w Nowym Miasteczku

Agnieszka Tracewska - Zespół Szkół nr 1 w Nowym Miasteczku

Zdjęcia:

Agnieszka Tracewska - Zespół Szkół nr 1 w Nowym Miasteczku

Beata Garbacz - Zespół Szkół nr 1 w Nowym Miasteczku

Projekt okładki:

Klara Keler



Spis treści

I. Wprowadzenie	4
II. Cele edukacyjne zajęć pozalekcyjnych z zakresu matematyki	6
III. Warunki organizacyjne zajęć w ramach Projektu.....	7
1. Adresaci zajęć pozalekcyjnych.....	7
2. Wymagania wstępne	7
3. Sylwetka uczestnika zajęć po drugim roku realizacji Projektu	7
4. Czas trwania zajęć w ramach realizacji Projektu	8
IV. Metody i formy uczenia się.....	8
V. Pakiety edukacyjne	9
Pakiet GN-1.1 „Liczbowy zawrót głowy”	10
Pakiet GN-1.2 „Świat w procentach”	28
Pakiet GN-1.3 „W Literlandii”	50
Bibliografia	69



I. Wprowadzenie

Materiały edukacyjne pod tytułem „**Okiem matematyka**” opracowano w ramach realizowanego przez Polskie Towarzystwo Matematyczne projektu „Współ w zespół z Matematyką bez Granic” współfinansowanego ze środków Unii Europejskiej, w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego.

Suplement podręcznika I „**Okiem matematyka**” stanowi dodatek do materiałów edukacyjnych adresowanych do uczniów drugiej klasy gimnazjum kontynuujących zajęcia pozalekcyjne z matematyki, w ramach Projektu, realizowanego w latach 2009 – 2012 w szkołach z województw: kujawsko-pomorskiego, lubuskiego i zachodniopomorskiego.

Projekt „Współ w zespół z Matematyką bez Granic” wpisuje się w ponadregionalny program rozwijania umiejętności uczniów w zakresie kompetencji kluczowych, ze szczególnym uwzględnieniem nauk matematyczno - przyrodniczych i języków obcych.

Celem projektu „Współ w zespół z Matematyką bez Granic” jest podnoszenie kompetencji kluczowych uczniów ze szkół podstawowych, gimnazjalnych i ponadgimnazjalnych w zakresie kształtowania umiejętności opisywania w języku matematyki otaczającego świata, stawiania hipotez i ich weryfikowania, rozwiązywania problemów w twórczy sposób, integracji zespołu klasowego, skutecznego porozumiewania się w różnych sytuacjach, efektywnego współdziałania w zespole oraz interdyscyplinarnego spojrzenia na otaczającą nas rzeczywistość z uwzględnieniem znajomości języków obcych.

Suplement podręcznika I „**Okiem matematyka**” zawiera trzy pakiety edukacyjne zgodne z podstawą programową kształcenia ogólnego z zakresu matematyki dla szkół podstawowych i gimnazjów. Materiały edukacyjne zawarte w podręczniku mają być źródłem do wzbogacenia treści zawartych w ramowym programie nauczania z zakresu matematyki realizowanych na zajęciach lekcyjnych w szkołach, z których pochodzą uczestnicy Projektu, rozszerzenia ich oraz przygotowaniem uczniów do udziału w konkursach przedmiotowych.

Podział materiału edukacyjnego na trzy bloki tematyczne został opracowany na podstawie programu nauczania „Matematyka z plusem” (numer dopuszczenia DPN 5002- 17/08) oraz podręcznika pod redakcją Małgorzaty Dobrowolskiej, Matematyka 1, dla klasy I, Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2010 zgodnie z podstawą programową kształcenia ogólnego dla gimnazjów i szkół ponadgimnazjalnych, których ukończenie umożliwia uzyskanie świadectwa dojrzałości po zdaniu egzaminu maturalnego.

Pakiety edukacyjne GN-1.1, GN-1.2 i GN-1.3 zawarte w suplemencie podręcznika są wzbogaceniem i pogłębieniem treści merytorycznych odpowiednich pakietów **G-1.1, G-1.2 i G-1.3** zawartych w podręczniku „**Polubić matematykę**”, opracowanego na potrzeby projektu „Współ w zespół z Matematyką bez Granic” adresowanego do uczniów pierwszej klasy gimnazjum.

Ze względu na harmonogram realizacji pakietów naprawczych ich treści wzbogacone są o wiedzę i umiejętności przewidziane programowo w klasie drugiej gimnazjum.



Pakiety edukacyjne zawarte w suplemencie podręcznika „**Okiem matematyka**” będą realizowane (zgodnie z terminarzem), w ramach planu naprawczego, na zajęciach pozalekcyjnych w klasach ze szkół, które dołączyły do Projektu w połowie roku szkolnego 2009/2010 lub zespoły klasowe uczestniczące w roku szkolnym 2009/2010 w Projekcie, które z różnych powodów nie zrealizowały pakietów G-1.1, G-1.2 i G-1.3 przeznaczone do realizacji w pierwszej klasie gimnazjum.

Materiały podane w każdym pakiecie edukacyjnym zaplanowano do realizacji na cztery godziny lekcyjne – zajęć pozalekcyjnych zwanych - „**Spotkaniami zespołów MbG**”.

Zajęcia te mogą być realizowane w następujący sposób: „Spotkanie 1 zespołów MbG” – 2 godziny lekcyjne, „Spotkanie 2 zespołów MbG” – 2 godziny lekcyjne.

„Spotkania zespołów MbG” (4 godziny lekcyjne) zawierają stałe elementy:

- zaplanowanie i podział zadań,
- realizację założonych planów,
- rozwiązanie zestawu zadań „Rozwiążmy razem” w tym jednego zadania w języku obcym,
- udokumentowanie pracy zespołów,
- podsumowanie i ocenę pracy zespołów.

Realizacja każdego pakietu edukacyjnego zostanie poprzedzona jedną godziną lekcyjną przygotowań kształtujących pożądane umiejętności (wskazane przez Autorów Pakietu) pod kierunkiem nauczyciela: spotkanie pierwsze – **ćwiczenia otwierające**. Kolejne 2 godziny zostaną poświęcone na rozwiązywanie zadań w wyodrębnionych zespołach – **rozwiążmy razem**, natomiast ostatnia godzina powinna stanowić – **ćwiczenia podsumowujące** - podsumowujące postępy uczniów - rozwiązania zestawów zadań „Rozwiążmy razem” w klasie drugiej gimnazjum.

Ćwiczenia otwierające odbywają się zgodnie z terminarzem obowiązującym w danym pakiecie i są przeprowadzane przez nauczycieli matematyki w danej klasie w siedzibie szkół, z których pochodzą uczestnicy Projektu.

Zadania z „Ćwiczeń otwierających” są treningiem do rozwiązywania zestawu „Rozwiążmy razem”.

Rozwiązane zadania przez zespoły uczniów z każdego zestawu zadań „Rozwiążmy razem” sprawdza nauczyciel matematyki uczestniczący w Projekcie i ocenia je według otrzymanego klucza w danym pakiecie. **Arkusze rozwiązań zestawu zadań „Rozwiążmy razem” stanowią każdorazowo załącznik do raportu z realizacji danego pakietu edukacyjnego.**

Pierwsze zadanie podawane jest w języku obcym (angielskim, francuskim, niemieckim, hiszpańskim i włoskim). Należy je przetłumaczyć, rozwiązać i rozwiązanie podać w wybranym języku obcym.

W rozwiązaniu zestawu zadań „Rozwiążmy razem” uczestniczy cała klasa (pracując w odpowiednio dobranych grupach). Czas na rozwiązanie zadań wynosi 90 minut.

Oceniana jest również strona graficzna i estetyka przedstawionych rozwiązań. Uczniowie mogą korzystać ze słowników językowych, przyborów geometrycznych, nożyczek, kredek i flamastrow.



Zakres współpracy z nauczycielami w zakresie realizacji pakietów edukacyjnych w ramach projektu „Współ w zespół z Matematyką bez Granic”:

- zaplanowanie terminów zajęć pozalekcyjnych,
- realizacja pakietów edukacyjnych zgodnie z wytycznymi Projektodawcy,
- przygotowanie raportu z realizacji każdego pakietu edukacyjnego:
 - podanie terminów, w których odbyły się zajęcia;
 - odnotowanie frekwencji;
 - uwagi dotyczące realizacji zajęć;
 - dane dotyczące zestawu „Rozwiążmy razem”;
- przesłanie raportu wraz z listą obecności uczniów na zajęciach oraz arkuszami rozwiązań zestawu „Rozwiążmy razem” na adres Punktu Konsultacyjnego Projektu,
- aktualizacja stanu osobowego zespołu klasowego,
- współdziałanie w zakresie monitoringu i ewaluacji dotyczącej realizacji Projektu.

II. Cele edukacyjne zajęć pozalekcyjnych z zakresu matematyki

Realizacja projektu „Współ w zespół z Matematyką bez Granic” - „**Okiem matematyka**” w roku szkolnym 2010/2011 zmierzać będzie do realizacji następujących celów ogólnych:

- Stwarzanie możliwości rozwoju uzdolnień ucznia.
- Rozwijanie umiejętności wnioskowania oraz stawiania i weryfikowania hipotez.
- Kształcenie umiejętności czytania tekstu matematycznego ze zrozumieniem oraz analizowania ich z wykorzystaniem pojęć i technik matematycznych.
- Wspomaganie i wzmocnienie procesu edukacyjnego, jakiego podlegają uczniowie szkół.
- Rozwijania umiejętności interpretowania danych.
- Kształtowanie umiejętności stosowania schematów, symboli literowych, rysunków i wykresów w sytuacjach związanych z życiem codziennym.
- Kształtowania wyobraźni przestrzennej.
- Wyrabianie umiejętności logicznego analizowania problemu.
- Dostrzegania analogii w działach matematyki.
- Umiejętne posługiwanie się językiem matematycznym.
- Wyrabianie umiejętności porozumiewania się i współpracy w zespole.
- Ćwiczenie umiejętności logicznej argumentacji.
- Doskonalenie posługiwania się językiem obcym.
- Uaktywnienie uczniów i zachęcanie do wysiłku umysłowego.

Cele szczegółowe każdego pakietu edukacyjnego umieszczone są przy poszczególnych pakietach.



III. Warunki organizacyjne zajęć w ramach Projektu

1. Adresaci zajęć pozalekcyjnych

Zgodnie z modyfikacją Projektu – zajęcia pozalekcyjne przeznaczone są dla uczniów drugiej klasy gimnazjum, którzy z różnych powodów nie zrealizowali pakietów edukacyjnych: G-1.1, G-1.2 i G-1.3 zawartych w podręczniku I „**Polubić matematykę**” adresowanych do uczniów klasy pierwszej gimnazjum oraz chcą utrwalić, poszerzyć wiedzę oraz rozwijać i udoskonalić swoje umiejętności w zakresie kompetencji kluczowych, ze szczególnym uwzględnieniem nauk matematyczno-przyrodniczych i języków obcych.

2. Wymagania wstępne

Uczeń kontynuujący realizację Projektu powinien:

- Znać podstawy przynajmniej jednego języka nowożytnego - czytać ze zrozumieniem, tłumaczyć wyrazy, budować proste zdania.
- Posługiwać się słownikiem wyrazów obcych.
- Wykonywać działania pamięciowe i pisemne na liczbach wymiernych.
- Obliczać potęgi o wykładniku naturalnym i całkowitym.
- Obliczać pierwiastki drugiego i trzeciego stopnia.
- Wykonywać obliczenia procentowe.
- Posiadać umiejętność odczytywania i analizy informacji przedstawionych w formie diagramu lub tabeli.
- Wykonywać działania na wyrażeniach algebraicznych.
- Zapisywać warunki zadania za pomocą równań i układów równań.
- Rozwiązywać równania stopnia pierwszego.
- Rozwiązywać układy równań z dwiema niewiadomymi.
- Znać i stosować podstawowe jednostki miar.
- Rozróżniać podstawowe figury geometryczne i obliczać ich pola i obwody.
- Obliczać pola powierzchni i objętości graniastosłupów i ostrosłupów.
- Rozwiązywać zadania tekstowe.

3. Sylwetka uczestnika zajęć po drugim roku realizacji Projektu

Zakładamy, że prowadzenie zajęć pozalekcyjnych z matematyki w roku szkolnym 2010/2011 w ramach Projektu pozwoli na:

- Aktywizację uczniów.
- Wychowanie postawy nieustępliwości i uporczywości w rozwiązywaniu zadań.
- Wychowanie umiejętności uzasadniania własnego stanowiska.
- Wychowanie umiejętności argumentowania i przekonywania innych.



- Wychowanie umiejętności pracy w zespole z uwzględnieniem ról zadaniowych.
- Wychowanie umiejętności zaplanowania i właściwego wykorzystania czasu na naukę.
- Lepsze poznanie uczniów i ich potrzeb w obrębie grupy zadaniowej.
- Pokazanie użyteczności matematyki w życiu codziennym.
- Wykorzystanie zdobytej wiedzy na sprawdzianie po gimnazjum.
- Uzyskanie pozytywnego stosunku do przedmiotu.

4. Czas trwania zajęć w ramach realizacji Projektu

Czas trwania zajęć uzależniony jest od organizacji roku szkolnego i składa się z trzech etapów. Każdy etap obejmuje jeden rok nauki szkolnej i polega na realizacji siedmiu pakietów edukacyjnych w wymiarze 28 godzin lekcyjnych (po 4 godziny na jeden pakiet).

IV. Metody i formy uczenia się

Nauczyciele prowadzący zajęcia w ramach Projektu powinni, podczas pracy z uczniami, występować w roli tutorów i przewodników w drodze nabywania umiejętności i wiedzy, dbając o to, aby proces realizacji Projektu był dostosowany do możliwości uczestników i jednocześnie przebiegał sprawnie. W uzgadnianiu wykonywania zadań dominować powinno dążenie do rzeczowego przekonywania się, kompromisów i osiągnięcia consensusu.

Wskazane jest, aby nauczyciele zachęcali uczestników danego zespołu do podejmowania różnych ról społecznych i zadaniowych w ramach pracy w grupie, np.: przewodniczących, sekretarzy, ekspertów (naukowych, organizacyjnych), kierowników prac, asystentów, prezenterów, reprezentantów itp., a także, aby inspirować młodzież do zamiany tych ról w zależności od wykonywanego zadania.

Wskazane jest także, opracowanie przez każdy zespół własnego logo oraz nazwy, które będą stałymi elementami znakowania materiałów i pogłębiania identyfikacji z grupą.

Główną formą pracy z uczniami jest praca w grupach. Można też zastosować takie metody jak: dyskusja, metoda ćwiczeniowa i burza mózgów. Zakładamy, że dzięki pracy w zespołach zadaniowych, uczniowie będą mieli możliwość rozwinąć abstrakcyjne myślenie i udoskonalić umiejętność twórczego rozwiązywania problemów. Szczególne korzyści z pracy w zespole mają uczniowie mniej zdolni. Taka forma zajęć, ma często decydujący wpływ na zmianę ich postawy wobec przedmiotu, zwiększa zainteresowanie zajęciami i niejednokrotnie pomaga osiągnąć lepsze wyniki w nauce. Dzięki czynnemu udziałowi w pracach i osiągnięciach zespołu zadaniowego, uczniowi nabiorą wiary we własne siły i chętniej uzupełnią braki wiedzy zdobytej na zajęciach lekcyjnych z zakresu matematyki i języków obcych.

W czasie indywidualnej pracy z podręcznikiem uczeń może skorzystać z następujących porad doskonalących umiejętność rozwiązywania zadań:



- Przeczytaj zadanie kilkakrotnie.
- Jeżeli zadanie dotyczy konkretnej sytuacji, postaraj się sobie tą sytuację wyobrazić. Możesz wykonać rysunek do zadania.
- Ustal, co jest niewiadomą w zadaniu i co wystarczy wiedzieć, by tą niewiadomą ustalić.
- Wyodrębnij dane z zadania i ustal, czego możesz się na podstawie tych danych dowiedzieć.
- Ułóż plan rozwiązania i wykonaj go.
- Sprawdź czy Twoje rozwiązanie jest poprawne.

V. Pakiety edukacyjne

Pakiet GN-1.1 „Liczbowy zawrót głowy”

Działania arytmetyczne w zbiorze liczb wymiernych.

Kolejność wykonywania działań.

Cechy podzielności liczb.

Wielokrotności liczb.

Prawa i własności działań.

Porównywanie i porządkowanie liczb.

Pakiet GN-1.2 „Świat w procentach”

Obliczanie procentu danej liczby.

Obliczanie, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba.

Obliczanie liczby na podstawie danego jej procentu.

Wykorzystanie obliczeń procentowych w praktyce.

Pakiet GN-1.3 „W Literlandii”

Zapisywanie treści matematycznych za pomocą wyrażeń algebraicznych.

Przekształcanie wyrażeń algebraicznych.

Przekształcanie wzorów.

Obliczanie wartości wyrażeń algebraicznych.

Rozwiązywanie równań i układów równań.

Obliczanie pól i obwodów figur płaskich.



Pakiet GN-1.1 „Liczbowy zawrót głowy”

I Treści merytoryczne:

- działania arytmetyczne w zbiorze liczb wymiernych,
- kolejność wykonywania działań,
- cechy podzielności liczb,
- wielokrotności liczb,
- prawa i własności działań,
- porównywanie i porządkowanie liczb.

II Cele szczegółowe:

- uczeń wykonuje działania na liczbach wymiernych,
- uczeń zna i stosuje kolejność wykonywania działań,
- uczeń stosuje w praktyce cechę podzielności przez 3,
- uczeń wykorzystuje w praktyce wielokrotności liczb,
- uczeń wykorzystuje układy równań do rozwiązywania prostych zadań tekstowych,
- uczeń rozwiązuje zadania praktyczne z zastosowaniem działań na liczbach wymiernych.

III Metody i formy pracy:

- praca w grupach,
- burza mózgów,
- meta – plan,
- mapa myśli.

IV Przebieg zajęć:

Spotkanie 1: „Ćwiczenia otwierające” (1 godzina lekcyjna)

1. Sprawy organizacyjne (sprawdzenie obecności).
2. Podział uczniów na zespoły zadaniowe (grupy 4 - 5 osobowe).
3. Wybór liderów, sekretarzy, asystentów poszczególnych grup (zespoły zadaniowe w innym składzie niż na poprzednich spotkaniach).
4. Praca w grupach: każdy zespół wymyśla dla siebie nazwę (związaną z matematyką, działaniami społecznymi, historycznymi lub współczesnymi postaciami świata odkryć, dokonań naukowych) oraz **logo** zespołu.
5. Przedstawienie nazw i logo przez poszczególne grupy.
6. Rozdanie każdej z grup zestawów ćwiczeń otwierających oraz materiałów potrzebnych do rozwiązywania zadań.



7.

8. Przedstawienie i porównanie rozwiązań zadań przez przedstawicieli grup.

9. Zebranie kart z rozwiązaniami.

10. Podsumowanie zajęć.

11. Zakończenie zajęć.

Uwaga: Rozwiązania poszczególnych zadań uczniowie powinni zapisywać na oddzielnych kartkach, podpisanych nazwą zespołu i oznakowanych poprzez logo. Materiały dla uczniów stanowi pierwsza strona dokumentu „Ćwiczenia otwierające”.

Bibliografia do zestawu ćwiczeń otwierających

- [1] Gładysiewicz M., Motylińska B., *Matematyka 1. Zeszyt ćwiczeń ucznia*, Operon, Gdynia 2007 (zadanie 3)
- [2] Russel K., Carter P., *Łamigłówki liczbowe*, GWO, Gdańsk 2006 (zadanie 1, zadanie 2)
- [3] Praca zbiorowa, *Matematyka 2001, klasa 6. – poradnik dla nauczyciela*, WSiP, Warszawa 1998 (zadanie 4)

Spotkanie 2: „Rozwiążmy razem” (2 godziny lekcyjne)

- 1. Uczniowie siadają we wcześniej ustalonych zespołach zadaniowych.
- 2. Nauczyciel rozdaje jeden egzemplarz zestawu zadań „Rozwiążmy razem”.
- 3. Uczniowie dokonują podziału, która grupa będzie rozwiązywała dane zadanie. Zestaw zadań uczniowie powinni pociąć i rozdzielić zadania do odpowiednich grup.
- 4. Każda grupa rozwiązuje zadania samodzielnie. Po rozwiązaniu zadania uczniowie redagują odpowiedź na karcie odpowiedzi (kartka formatu A4).
- 5. Jeżeli dany zespół zadaniowy zakończy pracę, to jej członkowie powinni przyłączyć się i pomóc w rozwiązywaniu zadań innym grupom.
- 6. Nauczyciel zbiera karty z rozwiązanymi zadaniami.
- 7. Zakończenie zajęć.

Bibliografia do zestawu rozwiążmy razem:

- [1] Bogusz L., Zarzycki P., Zieliński J., *Łamigłówki logiczne. Tom 1*, GWO, Gdańsk 2007 (zadanie 5)
- [2] Dobrowolska M., Jucewicz M., Karpiński M., Krzyżanowska M., *Matematyka 2. Zeszyt ćwiczeń-gimnazjum*, GWO, Gdańsk 2008 (zadanie 6)
- [3] Gładysiewicz M., Motylińska B., *Matematyka 1. Zeszyt ćwiczeń ucznia*, Operon, Gdynia 2007 (zadanie 1, zadanie 4)
- [4] Janowicz J., *Matematyka w gimnazjum. Zbiór zadań konkursowych*, GWO, Gdańsk 2005 (zadanie 7, zadanie 9)
- [5] Russel K., Carter P., *Łamigłówki liczbowe*, GWO, Gdańsk 2006 (zadanie 3, zadanie 8)
- [4] Praca zbiorowa. *Matematyka 2001, klasa 6. – poradnik dla nauczyciela*, WSiP, Warszawa 1998 (zadanie 2)
- [5] Prokopiuk W., *Matematyka w szkole, nr 24, marzec-kwiecień 2004, Domina dla klasy I gimnazjum* (zadanie 10)



Spotkanie 3. „Ćwiczenia podsumowujące” (1 godzina lekcyjna)

1. Nauczyciel rozdaje poprawione i wypunktowane karty pracy zespołom zadaniowym.
2. Liderzy poszczególnych grup prezentują rozwiązania zadań.
3. Nauczyciel ocenia pracę zespołów zadaniowych (pozytywne wzmocnienie).
4. Podsumowanie zajęć.

Uwaga: Karty odpowiedzi uczniów z zestawu „Rozwiążmy razem” będą stanowić załącznik do raportu z realizacji zajęć.



Spotkanie 1: Ćwiczenia otwierające „Liczbowy zawrót głowy”

Aufgabe 1. Katzen und Kanarienvögel (4 Punkte)

In einem Zooladen wurden nur Katzen und Kanarienvögel verkauft. Zum Kauf wurden insgesamt 72 Stück Katzen und Kanarienvögel, alle im perfekten Zustand, angeboten. Wenn sie insgesamt 200 Beine hatten, dann wie viele Katzen und wie viele Kanarienvögel waren dort?

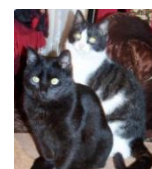


Exercise 1. Cats and Canaries (4 points)

Some zoological shop sells only cats and canaries. It were exposed in total 72 cats and canaries together, all in perfect condition. They had together 200 legs, so how many cats and how many canaries were there?

Esercizio 1. Gatti e canarini (4 punti)

Il negozio zoologico vendeva solo i gatti ed i canarini. Erano esposti in vendita in tot canarini, tutti in stato perfetto. Se hanno avuto in totale 200 gambe, allora quanti e quanti i canarini?



Exercice 1. Chats et canaris (4 points)

Dans une animalerie on ne vendait que des chats et des canaris. En tout, on a exposé à vendre 72 animaux, tous dans un excellent état. Combien de chats et combien de canaris y avait-il, s'ils avaient en tout 200 pattes?

Tarea 1. Gatos y canarios (4 puntos)

La tienda zoológica vendía solamente los gatos y los canarios. Pusieron en venta conjuntamente 72 gatos y canarios, todos en estado perfecto. Si tenían en total 200 piernas, ¿cuántos había gatos y cuántos canarios?

Zadanie 2. Kwadrat magiczny (4 punkty)

Wpisz brakujące liczby od 1 do 16 tak, aby powstał kwadrat magiczny, w którym suma liczb w każdym wierszu i w każdej kolumnie oraz na przekątnych jest równa 34.

		15	
5		10	

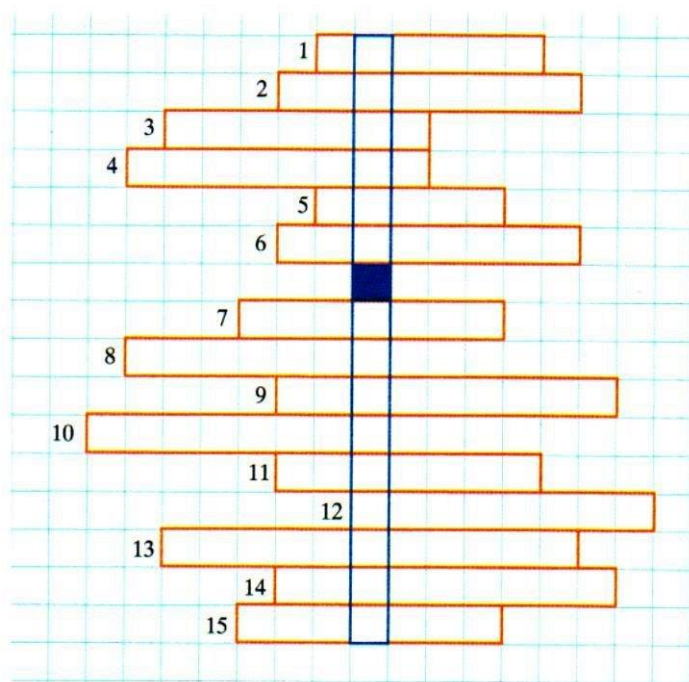




Zadanie 3. Krzyżówka pojęciówka (15 punktów)

Rozwiąż krzyżówkę:

1. Wynik dzielenia liczb.
2. Zajmuje drugie miejsce w dzieleniu; jest nią na przykład liczba 8 w działaniu $24:8=3$.
3. Wyniki odejmowania.
4. Liczba naturalna większa od jedności, podzielna tylko przez 1 i samą siebie.
5. Na przykład liczb całkowitych, dodatnich.
6. Liczby biorące udział w mnożeniu.
7. Wynik mnożenia liczb.
8. Zajmuje pierwsze miejsce w dzieleniu.
9. Dodawane do siebie liczby.
10. Od odjemnej odejmujemy.
11. Liczba naturalna większa od 1 mająca więcej niż dwa dzielniki.
12. Ułamek zwykły, w którym licznik jest mniejszy od mianownika, to ułamek ...
13. Dwie liczby nazywamy liczbami ..., jeżeli ich suma jest równa zero.
14. Inaczej zwane liczby całkowite dodatnie.
15. Zawsze pierwsza w odejmowaniu.





Zadanie 4. Pomieszane działanie (6 punktów)

Rozetnij umieszczone poniżej kartoniki i dokończ rozpoczęte działanie:

$$\left(2,25 - 1\frac{2}{5}\right) \cdot 2,5 + \frac{3}{4} =$$



$\cdot 2\frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \left(1\frac{25}{20} - 1\frac{8}{20}\right)$	$+ \frac{6}{8} = 2\frac{7}{8} = 2,875$
$\left(2\frac{1}{4} - 1\frac{2}{5}\right) \cdot 2\frac{5}{10}$	$= \frac{17}{8} + \frac{3}{4} = 2\frac{1}{8}$
$+ \frac{3}{4} = \left(2\frac{5}{20} - 1\frac{8}{20}\right)$	$\cdot \frac{5}{2} + \frac{3}{4} = \frac{17}{20} \cdot \frac{5}{2} + \frac{3}{4}$



Rozwiązania oraz schemat punktacji zestawu ćwiczeń otwierających „Liczbowy zawrót głowy”

Zadanie 1. Koty i kanarki (4 punkty)

Sklep zoologiczny sprzedawał tylko koty i kanarki. Wystawiono na sprzedaż łącznie 72 sztuki kotów i kanarków, wszystkie w doskonałym stanie. Jeżeli miały one w sumie 200 nóg, to ile było kotów, a ile kanarków?

Rozwiązanie:

Niech

x – liczba kotów

y – liczba kanarków

$$\begin{cases} x + y = 72 \\ 4x + 2y = 200 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 28 \\ y = 44 \end{cases}$$

Odpowiedzi w języku obcym:

Im Zooladen waren 44 Kanarienvögel.

There were 44 canaries in the shop.

Al negozio erano 44 canarini.

Il y avait 44 canaris dans ce magasin.

En la tienda había 44 canarios.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Poprawne przetłumaczenie zadania na język polski:	2
B	Poprawne rozwiązanie zadania w języku polskim.	1
C	Podanie odpowiedzi w wybranym języku obcym	1

Zadanie 2. Kwadrat magiczny (4 punkty)

Rozwiązanie:

Uzupełniony kwadrat magiczny:

4	14	15	1
9	7	6	12
5	11	10	8
16	2	3	13

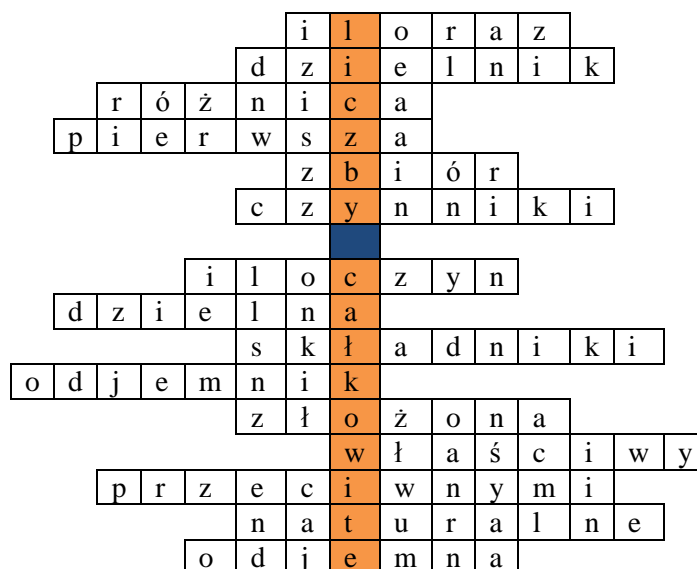


Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Za każde poprawne uzupełnienie wiersza w kwadracie przyznajemy 1 punkt	0-4

Zadanie 3. Krzyżówka pojęciówka (15 punktów)

Rozwiązanie:



Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Za każdą poprawnie udzieloną odpowiedź przyznajemy 1 punkt	0-15

Zadanie 4. Pomieszane działanie (6 punktów)

Rozwiązanie:

$$\left(2,25 - 1\frac{2}{5}\right) \cdot 2,5 + \frac{3}{4} = \left(2\frac{1}{4} - 1\frac{2}{5}\right) \cdot 2\frac{5}{10} + \frac{3}{4} = \left(2\frac{5}{20} - 1\frac{8}{20}\right) \cdot 2\frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \left(1\frac{25}{20} - 1\frac{8}{20}\right) \cdot \frac{5}{2} + \frac{3}{4} = \frac{17}{20} \cdot \frac{5}{2} + \frac{3}{4} = \frac{17}{8} + \frac{3}{4} = 2\frac{1}{8} + \frac{6}{8} = 2\frac{7}{8} = 2,875$$

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Za każdy poprawnie ułożony kartonik przyznajemy 1 punkt	0-6



Spotkanie 2: Rozwiążmy razem - „Liczbowy zawrót głowy”

Aufgabe 1. Reiche Nowaks? (6 Punkte)

Die Familie Nowak besteht aus vier Personen: Eltern und zwei Söhnen im Alter von 10 und 13 Jahre. Herr Nowak verdient 2100 Zloty und Frau Nowak 1250 Zloty. Im März bekam Herr Nowak eine Prämie von $\frac{1}{7}$ des Gehalts, und Frau Nowak eine Prämie von $\frac{1}{5}$ des Gehalts. Berechne, mit einer Genauigkeit auf 1 Zloty, das Einkommen für einen Familienmitglied im März.



Exercise 1. Reach Nowaks? (6 points)

Nowak family consists of 4 persons: parents and two sons which are 10 and 13 years old. Mr Nowak earns 2100 PLN and Mrs Nowak 1250 PLN. In March Mr Nowak got a premium equal to $\frac{1}{7}$ of his salary and Mrs Nowak a premium equal to $\frac{1}{5}$ of her salary. Calculate the income in March per one person of this family with 1 PLN accuracy.

Esercizio 1. Ricchi i signori Nowak? (6 punti)

La famiglia Nowak si compone di quattro persone: i genitori e due figli di 10 e 13 anni. Signor Nowak guadagna 2100 zloty, e signora Nowak 1250 zloty. In marzo signor Nowak ha ricevuto il premio del valore di 17 stipendi e signora Nowak di 15 stipendi. Calcola con precisione di 1 zloty il reddito per un membro della famiglia in marzo.

Exercice 1. Les Nowak riches? (6 points)

La famille Nowak se compose de quatre personnes : les parents et leurs deux fils de 10 et 13 ans. Monsieur Nowak gagne 2100 zł et madame Nowak 1250 zł. En mars, Monsieur Nowak a eu augmentation de 17 et Madame Nowak de 15. Calcule avec une précision de 1 zł, le revenu par personne en mars.

Tarea 1. ¿Los Nowak ricos? (6 puntos)

La familia de Nowak se compone de cuatro personas: los padres y dos hijos de 10 y 13 años. El señor Nowak gana 2100 zlotys, la señora Nowak 1250 zlotys. En el mes de marzo, el señor Nowak recibió la prima de valor de $\frac{1}{7}$ del salario y la señora Nowak la de valor de $\frac{1}{5}$ del salario. Calcula con la exactitud de 1 zł, la renta para un miembro de la familia en marzo.





Zadanie 2. Działanie po przejściu tornada (8 punktów)

Wytnij podane kartoniki i ułóż z nich działanie.



a. $\frac{1}{5} \times \frac{1}{5}$ $1\frac{1}{4} \times \frac{1}{5} =$ $(2\frac{2}{4} - 1\frac{1}{4}) \times \frac{1}{5} =$

$(2\frac{1}{2} - 1\frac{1}{4}) \times \frac{1}{5} =$ $= \frac{1}{4}$

b. $-3\frac{1}{5} = \frac{11}{12} + 5\frac{4}{5} =$ $2\frac{1}{4} - 3\frac{1}{5} =$ $\frac{55}{60} + 5\frac{48}{60} = 5\frac{103}{60} = 6\frac{43}{60}$

$(3\frac{1}{4} - 2\frac{1}{3}) + (4 \times$ $(3\frac{3}{12} - 2\frac{4}{12}) + (9$

Zadanie 3. Fotel i pantofle (3 punkty)

Jakim cyfrom odpowiadają litery w równaniu?

$$FO \cdot TEL = IPAN = TO \cdot FLE$$

W równaniu nie występuje zero.

Zadanie 4. Krzyżówka obliczeniówka (10 punktów)

POZIOMO:

A1 $(-7) \cdot 3,75 \cdot (-\frac{3}{42}) - (-17\frac{1}{8}) =$

A5 Odwrotność liczby $(-2\frac{1}{4}) : (-63)$

B3 Podwojony ilorz liczb 700 i 4

D1 Połowa iloczynu liczb 14 i 8

D5 Iloraz sumy liczb 17 i 19 przez ich różnicę

PIONOWO:

A1 Iloczyn liczb (-7) i (-4) zmniejszony o 10

A4 Liczba przeciwna do $4 + (-12) : (-2) \cdot (-6)$

C2 Podwojona różnica liczb 216 i 89

E1 Liczba przeciwna do iloczynu liczb (-4) i 16

E4 Odwrotność liczby $(-2\frac{1}{4}) : (-63)$



	A	B	C	D	E
1					
2					
3					
4					
5					

Zadanie 5. Pentominowe sumy (3 punkty)

Kamienie pentomina należy wyciąć i przestawić tak, aby suma cyfr w każdym wierszu wynosiła 60, a w każdej kolumnie – 36. Kamienie można dowolnie obracać i przekładać na drugą stronę. Na środku trzeciego wiersza powinna pojawić się liczba 1980.

3	6	9	4	6	9	2	9	9	6
6	5	5	2	8	6	9	8	2	2
6	7	5	1	9	8	0	3	8	9
5	9	9	4	6	8	8	9	7	8
8	1	6	5	7	5	9	7	6	4
5	9	3	8	2	5	8	8	2	7



Zadanie 6. Szyfrogram (6 punktów)

Po rozwiązaniu szyfrogramu otrzymasz nazwisko polskiego matematyka.

$$\left(-1\frac{1}{2}\right)^7 \cdot \left(-1\frac{1}{2}\right) : \left(-1\frac{1}{2}\right)^6 \rightarrow T$$

$$\frac{(-0,2)^3 \cdot (-0,2)^4 \cdot (-0,2)^5}{(-0,2)^8 \cdot (-0,2)^4} \rightarrow I$$

$$\frac{\left(\frac{1}{4}\right)^8 \cdot 8^4}{\left(\frac{1}{4}\right)^7 \cdot 8^3} \rightarrow L$$

$-2\frac{1}{4}$	1	$2\frac{1}{4}$	$\frac{1}{40}$	2	-1

$$\frac{5^8 \cdot (0,1)^7}{5^6 \cdot (0,1)^4} \rightarrow E$$

$$\frac{(-0,1)^7 \cdot (-0,1)^2}{(0,1)^5 \cdot (0,1)^4} \rightarrow O$$

$$\left(-1\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(-1\frac{1}{2}\right)^8 : \left(1\frac{1}{2}\right)^{11} \rightarrow W$$

Zadanie 7. Wystarczy czy nie wystarczy? – oto jest pytanie (3 punkty)

Trzy soczki i dwa batony kosztują 9,60 zł, trzy batony i dwa jogurty kosztują 8,70 zł, a trzy jogurty i dwa soczki kosztują 7,20 zł. Czy 20 zł wystarczy, aby kupić cztery soczki, cztery batony i cztery jogurty?

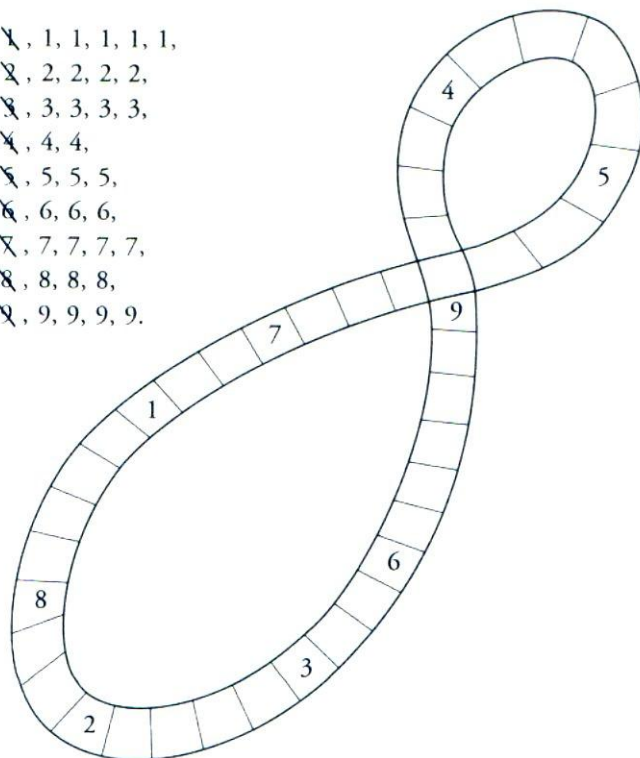




Zadanie 8. Potrójny tor przeszkód (2 punkty)

Wstaw w pola toru pozostałe liczby z listy w taki sposób, żeby suma dowolnych trzech kolejnych liczb na torze była podzielna przez 3.

- ✗, 1, 1, 1, 1, 1,
- ✗, 2, 2, 2, 2,
- ✗, 3, 3, 3, 3,
- ✗, 4, 4,
- ✗, 5, 5, 5,
- ✗, 6, 6, 6,
- ✗, 7, 7, 7, 7,
- ✗, 8, 8, 8,
- ✗, 9, 9, 9, 9.



Zadanie 9. Potrzebny hydraulik (4 punkty)

W pewnej łazience popsuły się dwa kran. Z jednego – nad umywalką – woda kapie co 1,5 sekundy, a z drugiego – nad wanną – co 1,8 sekundy. O godzinie 11:59 z obu kranów po raz pierwszy jednocześnie spadła kropla wody. Ile razy jeszcze do południa taka „zbieżność” się powtórzy?





Zadanie 10. Domino matematyczne (5 punktów)

Wytnij i ułóż kartoniki domina.

START	$3 \cdot \frac{2}{3}$	$(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}) \cdot 8$	$(-\frac{1}{3}) : \frac{2}{3}$
$-0,25 : \frac{1}{2}$	$(0,75 - \frac{1}{4}) : 2$	$\sqrt{\frac{1}{16}}$	$\frac{6^2 - 1}{5}$
$\sqrt{49}$	$(\frac{3}{4} - \frac{1}{3}) : \frac{1}{2}$	$2,6 - 1\frac{1}{2}$	$-\frac{1\frac{1}{2}}{\frac{4}{5} : \frac{2}{3}}$
$(-\frac{3}{4}) \cdot 1\frac{1}{3}$	$(-\frac{2}{3})^2 \cdot (-1)^3$	$-(1 - \frac{1}{3})^2$	$-0,3 - (-0,7)$
$(-\frac{4}{7}) \cdot (-0,2 - \frac{1}{2})$	$\frac{3}{5}$ liczby 75	$(-14 + 9,5) : (-0,1)$	$(16 - 6)^2$
$9^2 + 19$	$\frac{0,28}{2,1}$	$\frac{4}{5} - \frac{2}{3}$	$0,024 : 0,6$
$(1 - 0,8) \cdot 0,2$	$\frac{0,2 : 0,05}{1 - 0,75}$	$(\frac{4}{7} : (1 - \frac{6}{7}))^2$	META



Rozwiązania oraz schemat oceniania zestawu Rozwiążmy razem – „Liczbowy zawrót głowy”

Zadanie 1. Bogaci Nowakowie? (6 punktów)

Rodzina Nowaków składa się z czterech osób: rodziców i dwóch synów w wieku 10 i 13 lat. Pan Nowak zarabia 2100 zł, a pani Nowak 1250 zł. W marcu pan Nowak otrzymał premię o wartości $\frac{1}{7}$ pensji, a pani Nowak o $\frac{1}{5}$ pensji. Oblicz z dokładnością do 1 zł dochód na jednego członka rodziny Nowaków w marcu.

Rozwiązanie:

$$\frac{1}{7} \cdot 2100 = 300$$

$$2100 + 300 = 2400$$

$$\frac{1}{5} \cdot 1250 = 250$$

$$1250 + 250 = 1500$$

$$2400 + 1500 = 3900$$

$$3900 : 4 = 975$$

Odpowiedzi w języku obcym:

Das durchschnittliche Einkommen für einen Familienmitglied beträgt 975 pln.

The average income per a person in March was equal to 975 pln.

Il reddito medio per un membro della famiglia fa 975 pln.

Le revenu moyen par personne est de 975 pln.

La renta media por un miembro de la familia es 975 pln.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Poprawne przetłumaczenie zadania na język polski:	2
B	Poprawne rozwiązanie zadania w języku polskim.	2
C	Podanie odpowiedzi w wybranym języku obcym.	2

Zadanie 2. Działanie po przejściu tornada (8 punktów)

Rozwiązanie:

a) Prawidłowo ułożone kartoniki powinny utworzyć następujące działanie:

$$\left(2\frac{1}{2} - 1\frac{1}{4}\right) \cdot \frac{1}{5} = \left(2\frac{2}{4} - 1\frac{1}{4}\right) \cdot \frac{1}{5} = 1\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} = \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{4}$$

b) Prawidłowo ułożone kartoniki powinny utworzyć następujące działanie:

$$\begin{aligned} \left(3\frac{1}{4} - 2\frac{1}{3}\right) + \left(4 \cdot 2\frac{1}{4} - 3\frac{1}{5}\right) &= \left(3\frac{3}{12} - 2\frac{4}{12}\right) + \left(9 - 3\frac{1}{5}\right) = \frac{11}{12} + 5\frac{4}{5} = \frac{55}{60} + 5\frac{48}{60} \\ &= 5\frac{103}{60} = 6\frac{43}{60} \end{aligned}$$



Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Ułożenie kartoników w podpunkcie a. Poprawne ułożenie 2 kartoników Poprawne ułożenie 3 kartoników Poprawne ułożenie 4 kartoników Poprawne ułożenie 5 kartoników	0-4 1 2 3 4
B	Ułożenie kartoników w podpunkcie b. Poprawne ułożenie 2 kartoników Poprawne ułożenie 3 kartoników Poprawne ułożenie 4 kartoników Poprawne ułożenie 5 kartoników	0-4 1 2 3 4

Zadanie 3. Fotel i pantofle (3 punkty)

Rozwiązanie:

$$12 \cdot 483 = 5796 = 42 \cdot 138$$

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Prawidłowe uzupełnienie całego równania.	3

Zadanie 4. Krzyżówka obliczeniówka (10 punktów)

Rozwiązanie:

Poprawnie wypełniona krzyżówka:

	A	B	C	D	E
1	1	9		5	6
2	8		2		4
3		3	5	0	
4	3		4		2
5	2	8		1	8

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Za każdą prawidłowo wpisaną odpowiedź przyznajemy 1 punkt.	0-10



Zadanie 5. Pentominowe sumy (3 punkty)

Rozwiązanie:

Poprawnie ułożone kamienie:

5	9	3	3	8	7	9	5	2	9
8	1	6	8	2	4	8	6	9	8
5	5	9	1	9	8	0	8	7	8
8	7	2	9	5	9	7	6	2	5
6	9	8	6	6	2	9	5	7	2
4	5	6	9	6	6	3	6	9	2

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Poprawne ułożenie wszystkich kamieni pentomina.	3

Zadanie 6. Szyfrogram (6 punktów)

Rozwiązanie:

Poprawnie wypełniona tabelka:

$-2\frac{1}{4}$	1	$2\frac{1}{4}$	$\frac{1}{40}$	2	-1
W	I	T	E	L	O

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Za poprawne obliczenie wskazanych działań i wpisanie litery w odpowiednim miejscu w tabeli przyznajemy 1 punkt.	0-6

Zadanie 7. Wystarczy czy nie wystarczy? – oto jest pytanie (3 punkty)

Rozwiązanie:

Pięć soczków, pięć batonów i pięć jogurtów kosztuje 25,50 zł

Jeden soczek, jeden baton i jeden jogurt kosztuje $25,50 : 5 = 5,10$ zł

Cztery soczki, cztery batony i cztery jogurty kosztują $5,10 \cdot 4 = 20,40$ zł

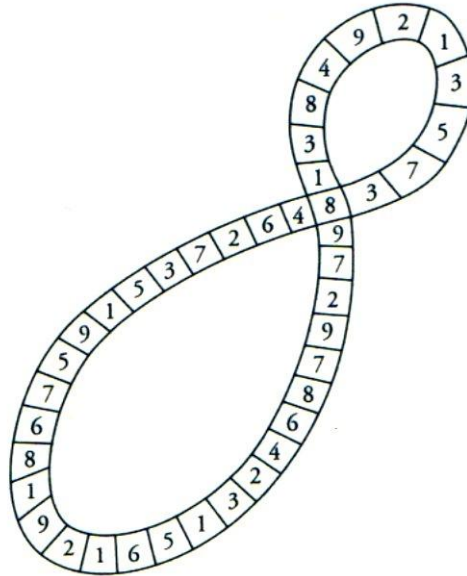
20 zł nie wystarczy na cztery soczki, cztery batony i cztery jogurty.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie kwoty zakupu pięciu soczków, pięciu batonów i pięciu jogurtów	1
B	Obliczenie kwoty zakupu jednego soczku, jednego batona i jednego jogurtu	1
C	Obliczenie kwoty zakupu czterech soczków, czterech batonów i czterech jogurtów	1

Zadanie 8. Potrójny tor przeszkód (2 punkty)

Rozwiązanie:



Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Poprawne wypełnienie całego toru przeszkód.	2

Zadanie 9. Potrzebny hydraulik (4 punkty)

Rozwiązanie:

Czas, który minie od godziny 11:59 do kolejnego kapnięcia z I kranu:

1,5s, 3s, 4,5s, 6s, 7,5s, 9s, ...

Czas, który minie od 11:59 do kolejnego kapnięcia z II kranu:

1,8s, 3,6s, 5,4s, 7,2s, 9s, ...

Zatem pierwsze „wspólne” kapnięcie nastąpi po 9 sekundach.

Do południa „wspólne” kapnięcia pojawią się o godzinie: 11:59:09, 11:59:18, 11:59:27, 11:59:36, 11:59:45, 11:59:54, a więc do godziny 12:00 taka czynność powtórzy się jeszcze 6 razy.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Ustalenie co ile sekund następuje „wspólne” kapnięcie.	2
B	Ustalenie ile razy taka czynność powtórzy się do południa.	2



Zadanie 10. Domino matematyczne (5 punktów)

Rozwiązanie:

START	$3 \cdot \frac{2}{3}$	$(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}) \cdot 8$	$(-\frac{1}{3}) : \frac{2}{3}$	$-0.25 : \frac{1}{2}$	$(0.75 - \frac{1}{4}) : 2$	$\sqrt{\frac{1}{16}}$	$\frac{6^2-1}{5}$	$\sqrt{49}$
								$(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}) : \frac{1}{4}$
								$2.6 - 1\frac{1}{2}$
$(1 - 0.8) \cdot 0.2$	$\frac{0.2 \cdot 0.05}{1 - 0.75}$	$(\frac{1}{3} : (1 - \frac{1}{6}))^2$	META					$\frac{-1}{2} : \frac{1}{4}$
$0.024 : 0.6$								$(-\frac{1}{2}) \cdot 1\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2} - 1$								$(-\frac{1}{3})^2 \cdot (-1)^3$
$\frac{17}{28}$	$61 + 19$	$z^2 (16 - 9z^2)$	$(11) : (-0.1)$	$(-14 + 9z) : (-0.1)$	$\frac{1}{3}$ liczby 75	$(-\frac{1}{2}) \cdot (-0.2 - \frac{1}{3})$	$-0.3 - (-0.7)$	$-(1 - \frac{1}{3})^2$

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Ułożenie domina: Poprawne ułożenie 3 klocków Poprawne ułożenie od 4 do 6 Poprawne ułożenie od 7 do 9 klocków Poprawne ułożenie od 10 do 12 klocków Poprawne ułożenie 13 lub 14 klocków	0-5 1 1 1 1 1



Pakiet GN-1.2 „Świat w procentach”

I Treści merytoryczne:

- obliczanie procentu danej liczby,
- obliczanie jakim procentem jednej liczby jest druga liczba,
- obliczanie liczby na podstawie danego jej procentu,
- wykorzystanie obliczeń procentowych w praktyce.

II Cele szczegółowe:

- uczeń zamienia liczby na procenty i procenty na liczby,
- uczeń oblicza procent liczby,
- uczeń ustala jakim procentem jednej liczby jest druga liczba,
- uczeń oblicza liczbę według danego jej procentu,
- uczeń odczytuje informacje podane za pomocą diagramu procentowego,
- uczeń zna pojęcie punktu procentowego,
- uczeń rozwiązuje praktyczne zadania z wykorzystaniem obliczeń procentowych.

III Metody i formy pracy:

- praca w grupach,
- burza mózgów,
- meta – plan,
- mapa myśli.

IV Przebieg zajęć:

Spotkanie 1: „Ćwiczenia otwierające” (1 godzina lekcyjna)

1. Sprawy organizacyjne (sprawdzenie obecności).
2. Podział uczniów na zespoły zadaniowe (grupy 4 - 5 osobowe).
3. Wybór liderów, sekretarzy, asystentów poszczególnych grup (zespoły zadaniowe w innym składzie niż na poprzednich spotkaniach).
4. Praca w grupach: każdy zespół wymyśla dla siebie nazwę (związaną z matematyką, działaniami społecznymi, historycznymi lub współczesnymi postaciami świata odkryć, dokonań naukowych) oraz **logo** zespołu.
5. Przedstawienie nazw i logo przez poszczególne grupy.
6. Rozdanie każdej z grup zestawów ćwiczeń otwierających oraz materiałów potrzebnych do rozwiązywania zadań.
7. Przedstawienie i porównanie rozwiązań zadań przez przedstawicieli grup.



8. Zebranie kart z rozwiązaniami.
9. Podsumowanie zajęć.
10. Zakończenie zajęć.

Uwaga: Rozwiązania poszczególnych zadań uczniowie powinni zapisywać na oddzielnych kartkach, podpisanych nazwą zespołu i oznakowanych poprzez logo. Materiały dla uczniów stanowi pierwsza strona dokumentu „Ćwiczenia otwierające”.

Bibliografia do zestawu ćwiczeń otwierających:

- [1] Braun M., Lech J., *Matematyka 1. Zbiór zadań – gimnazjum*, GWO (zadanie 1, zadanie 3, zadanie 4, zadanie 5)
- [2] Gładysiewicz M., Motylińska B., *Matematyka 1. Zeszyt ćwiczeń ucznia*, Operon, Gdynia 2007 (zadanie 2)

Spotkanie 2: „Rozwiążmy razem” (2 godziny lekcyjne)

1. Uczniowie siadają we wcześniej ustalonych zespołach zadaniowych.
2. Nauczyciel rozdaje jeden egzemplarz zestawu zadań „Rozwiążmy razem”.
3. Uczniowie dokonują podziału, która grupa będzie rozwiązywała dane zadanie. Zestaw zadań uczniowie powinni pociąć i rozdzielić zadania do odpowiednich grup.
4. Każda grupa rozwiązuje zadania samodzielnie. Po rozwiązaniu zadania uczniowie redagują odpowiedź na karcie odpowiedzi (kartka formatu A4).
5. Jeżeli dany zespół zadaniowy zakończy pracę, to jej członkowie powinni przyłączyć się i pomóc w rozwiązywaniu zadań innym grupom.
6. Nauczyciel zbiera karty z rozwiązanymi zadaniami.
7. Zakończenie zajęć.

Bibliografia do zestawu rozwiążmy razem:

- [1] Braun M., Lech J., *Matematyka 1. Zbiór zadań – gimnazjum*, GWO (zadanie 2, zadanie 7)
- [2] Dobrowolska M., Jucewicz M., Karpiński M., Krzyżanowska M., *Matematyka 1. Zeszyt ćwiczeń-gimnazjum*, GWO, Gdańsk 2008 (zadanie 5, zadanie 8)
- [3] Dobrowolska M., Karpiński M., Lech J., *Matematyka. Kalendarz gimnazjalisty*, GWO, Gdańsk 2007
- [4] Gładysiewicz M., Motylińska B., *Matematyka 1. Zeszyt ćwiczeń ucznia*, Operon, Gdynia 2007 (zadanie 3, zadanie 4)
- [5] Kilian S., *Rebusy matematyczne*, GWO, Gdańsk 2008 (zadanie 9)
- [6] Prokopiuk W., *Matematyka w szkole, nr 24, marzec-kwiecień 2004. Domina dla klasy I gimnazjum* (zadanie 10)
- [7] Praca zbiorowa. *Matematyka 6. Podręcznik dla klasy szóstej szkoły podstawowej*, GWO, Gdańsk 2009 (zadanie 2)

Spotkanie 3. „Ćwiczenia podsumowujące” (1 godzina lekcyjna)

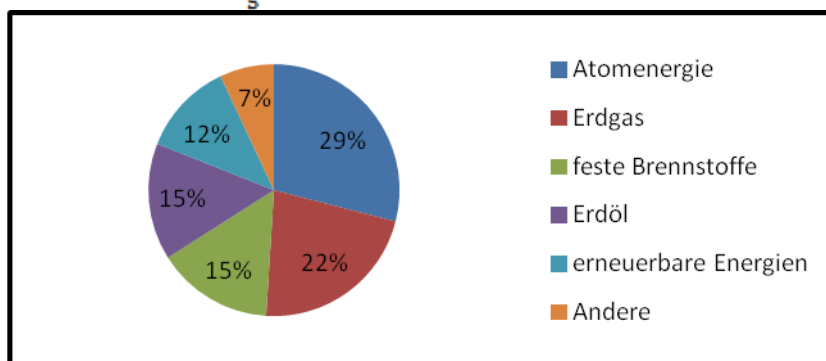
1. Nauczyciel rozdaje poprawione i wypunktowane karty pracy zespołom zadaniowym.
2. Liderzy poszczególnych grup prezentują rozwiązania zadań.
3. Nauczyciel ocenia pracę zespołów zadaniowych (pozytywne wzmocnienie).
4. Podsumowanie zajęć.

Uwaga: Karty odpowiedzi uczniów z zestawu „Rozwiążmy razem” będą stanowić załącznik do raportu z realizacji zajęć.

Spotkanie 1: Ćwiczenia otwierające „Świat w procentach”

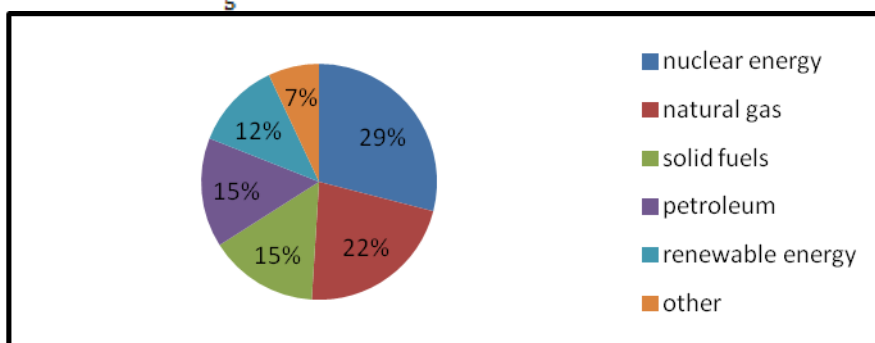
Aufgabe 1. Energiequellen (6 Punkte)

- Anhand des Diagramms gib an, welchen Energieteil wir aus Erdöl gewinnen.
- Welche Quellen liefern über $\frac{1}{5}$ der Energie?



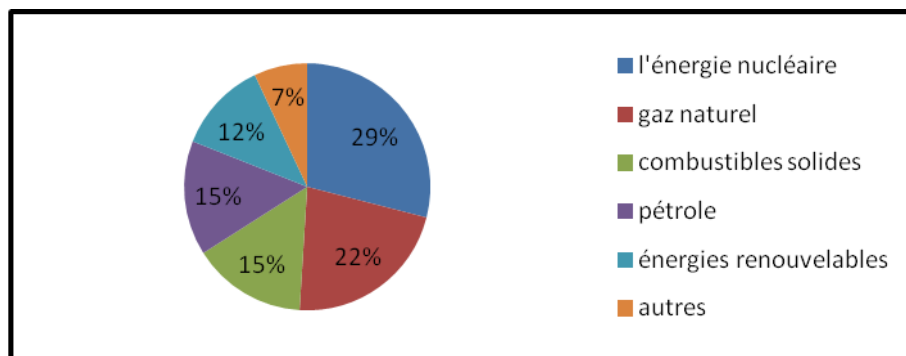
Exercise 1. Sources of Energy (6 points)

- Read from the diagrams: what part of energy do we take from petroleum?
- Which sources give over $\frac{1}{5}$ of energy?



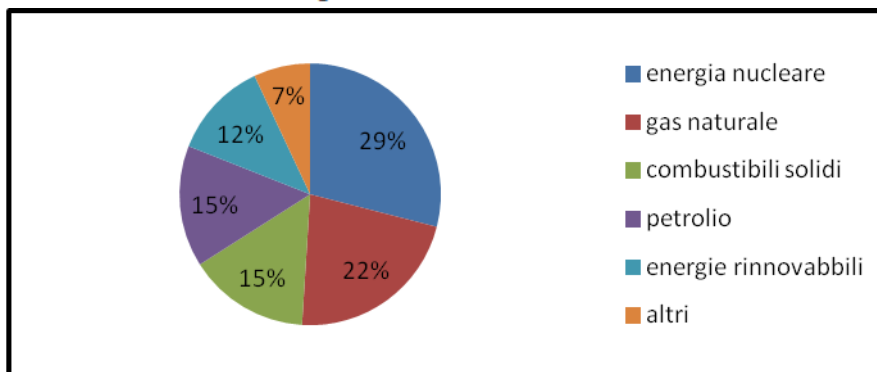
Exercice 1. Sources d'énergie (6 points)

- Interprète d'après le diagramme, quelle partie de l'énergie nous puisons du pétrole.
- Quelles sources amènent-elles plus de $\frac{1}{5}$ d'énergie?



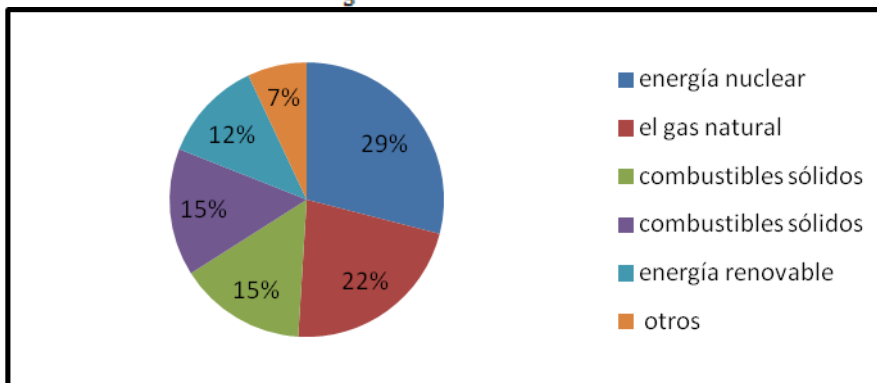
Esercizio 1. Le sorgenti di energia (6 punti)

- a) Leggi sal diagramma, quale parte di energia attingiamo dal petrolio.
b) Quali sorgenti forniscono più di $\frac{1}{5}$ dell' energia?



Tarea 1. Fuentes de energía (6 puntos)

- a) Lee del gráfico ¿cuál parte de energía sacamos del petróleo?
b) ¿Cuáles fuentes entregan más que $\frac{1}{5}$ de energía?





Zadanie 2. Procent wiedzy (5 punktów)

Jakie oceny ze sprawdzianu z matematyki otrzymali Bartek, Iwona, Jola, Sławek i Robert, jeżeli do zdobycia było 60 punktów?



Procent	Ocena
98% - 100%	celujący
87% - 97%	bardzo dobry
70% - 86%	dobry
50% - 69%	dostateczny
30% - 49%	dopuszczający
0% - 29%	niedostateczny

Imię	Punkty zdobyte na sprawdzianie	Obliczenia	Ocena
Bartek	25		
Iwona	58		
Jola	59		



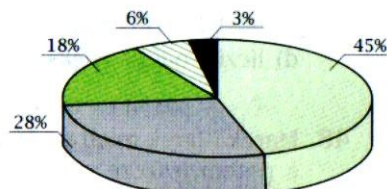
Sławek	32		
Robert	42		

Zadanie 3. Słoń przeciętniak (2 punkty)

Przeciętny słoń afrykański waży 5700 kg. Jego mózg waży 5 kg. Jaki procent masy słonia stanowi masa jego mózgu?

Zadanie 4. Dywidenda (5 punktów)

Spółka „Flaming” przeznaczyła 200 tysięcy złotych do podziału pomiędzy swoich udziałowców. Korzystając z diagramu, oblicz, ile pieniędzy otrzymał każdy z udziałowców.



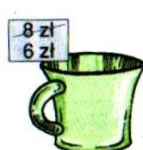
Zadanie 5. Licz czym prędzej, gdzie najwięcej (4 punkty)

Na rysunku poniżej podano ceny artykułów przed obniżką i po obniżce cen. Oblicz, którego z artykułów o najwięcej procent zmalała cena:

A. talerzyka



B. filiżanki



C. miski



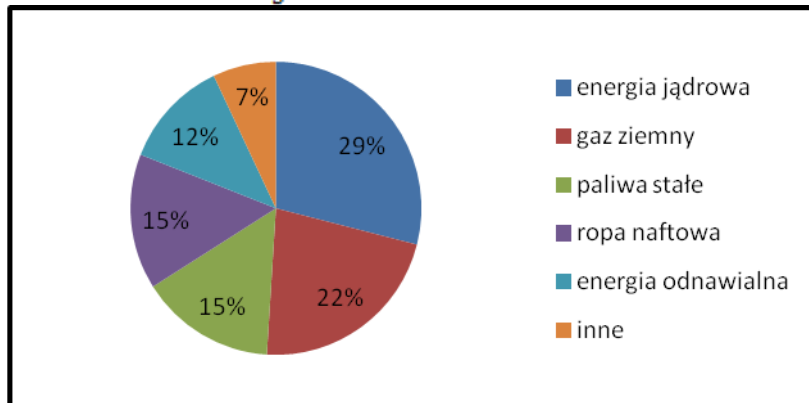
D. dzbanka



Rozwiązania oraz schemat punktacji zestawu ćwiczeń otwierających „Świat w procentach”

Zadanie 1. Źródła energii (6 punktów)

- Odczytaj z diagramu, jaką część energii czerpiemy z ropy naftowej.
- Które źródła dostarczają ponad $\frac{1}{5}$ energii?



Rozwiązanie:

- Z ropy naftowej czerpiemy 15% energii
- Ponad $\frac{1}{5}$ energii dostarczają energia jądrowa oraz gaz ziemny.

Odpowiedzi w języku obcym:

- Aus Erdöl gewinnen wir 15% der Energie
 - Über $\frac{1}{5}$ der Energie liefern Atomenergie und Erdgas
-
- From petroleum we take 15% of energy
 - Over $\frac{1}{5}$ of energy we get from nukes and natural gas
-
- Nous puisons 15% d'énergie du pétrole.
 - C'est l'énergie nucléaire et le gaz naturel qui amènent plus de $\frac{1}{5}$ d'énergie.
-
- Dal petrolio abbiamo 15% dell'energia
 - Più di $\frac{1}{5}$ dell'energia forniscono l'energia nucleare ed il gas naturale
-
- Del petróleo sacamos 15% de energía
 - Más que $\frac{1}{5}$ de energía entregan la energía nuclear y el gas natural



Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Poprawne przetłumaczenie zadania na język polski:	2
B	Podanie odpowiedzi, w wybranym języku obcym, do podpunktu a)	2
C	Podanie odpowiedzi, w wybranym języku obcym, do podpunktu b)	2



Zadanie 2. Procent wiedzy (5 punktów)

Rozwiązanie:

Imię	Punkty zdobyte na sprawdzianie	Obliczenia	Ocena
Bartek	25	$\frac{25}{60} \cdot 100\% = 41\frac{2}{3}\%$	Dopuszczający
Iwona	58	$\frac{58}{60} \cdot 100\% = 96\frac{2}{3}\%$	Bardzo dobry
Jola	59	$\frac{59}{60} \cdot 100\% = 98\frac{1}{3}\%$	Celujący
Sławek	32	$\frac{32}{60} \cdot 100\% = 53\frac{1}{3}\%$	Dostateczny
Robert	42	$\frac{42}{60} \cdot 100\% = 70\%$	Dobry

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Wykonanie obliczeń i ustalenie oceny Bartka	1
B	Wykonanie obliczeń i ustalenie oceny Iwony	1
C	Wykonanie obliczeń i ustalenie oceny Joli	1
D	Wykonanie obliczeń i ustalenie oceny Sławka	1
E	Wykonanie obliczeń i ustalenie oceny Roberta	1

Zadanie 3. Słoń przeciętniak (2 punkty)

Rozwiązanie:

$$\frac{5}{5700} \cdot 100\% = \frac{5}{57}\% \approx 0,09\%$$

Odpowiedź: Mózg przeciętnego słonia afrykańskiego stanowi około 0,09% masy jego ciała.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Poprawne wyznaczenie jakim procentem masy ciała słonia jest jego mózg i sformułowanie odpowiedzi.	2



Zadanie 4. Dywidenda (5 punktów)

Rozwiązanie:

Paweł Skowronek: $45\% \cdot 200000 = 0,45 \cdot 200000 = 900000\text{zł}$.

Joanna Bocian: $28\% \cdot 200000 = 0,28 \cdot 200000 = 56000\text{zł}$.

Anna Orzeł: $18\% \cdot 200000 = 0,18 \cdot 200000 = 36000\text{zł}$.

Wojciech Kruk: $6\% \cdot 200000 = 0,06 \cdot 200000 = 12000\text{zł}$.

Adam Sęp: $3\% \cdot 200000 = 0,03 \cdot 200000 = 6000\text{zł}$.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie kwoty jaką otrzyma Paweł Skowronek	1
B	Obliczenie kwoty jaką otrzyma Joanna Bocian	1
C	Obliczenie kwoty jaką otrzyma Anna Orzeł	1
D	Obliczenie kwoty jaką otrzyma Wojciech Kruk	1
E	Obliczenie kwoty jaką otrzyma Adam Sęp	1

Zadanie 5. Licz czym prędzej, gdzie najwięcej (4 punkty)

Rozwiązanie:

Wyznaczymy ceny artykułów gospodarstwa domowego po obniżce cen, tzn odpowiemy na pytanie, o ile procent obniżone zostały ceny poszczególnych przedmiotów:

Talerzyk: $\frac{2}{12} \cdot 100\% = 16\frac{2}{3}\%$

Filiżanka: $\frac{2}{8} \cdot 100\% = 25\%$

Miska: $\frac{3}{15} \cdot 100\% = 20\%$

Dzbanek: 22%

Odpowiedź: O najwięcej procent zmalała cena filiżanki.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Ustalenie o ile procent zmalała cena talerzyka.	1
B	Ustalenie o ile procent zmalała cena filiżanki.	1
C	Ustalenie o ile procent zmalała cena miski.	1
D	Sformułowanie poprawnej odpowiedzi Odpowiedzi: O najwięcej procent zmalała cena filiżanki.	1

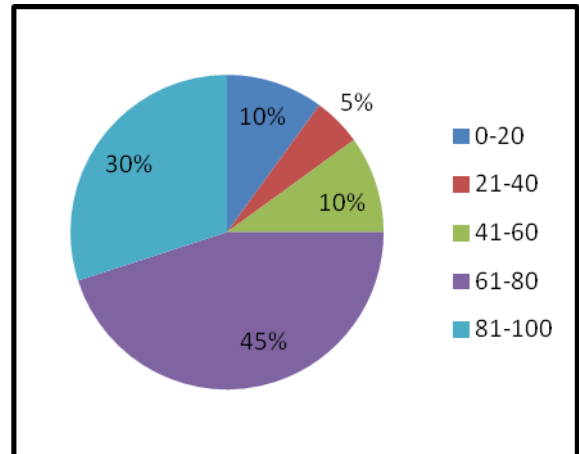


Spotkanie 2: Rozwiążmy razem - „Świat w procentach”

Aufgabe 1. Prüfung (6 Punkte)

Das Diagramm stellt die Ergebnisse einer Prüfung dar, die 120 Schüler von einer Schule geschrieben haben.

- Berechne, wie viel Prozent Schüler über 40 Punkte bekommen hat.
- Wie viele Schüler haben weniger als 21 Punkte bekommen?



Exercise 1. Exam (6 points)

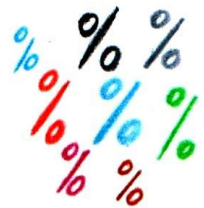
Diagram shows some exam's results of 120 pupils of some school.

- Calculate, how many percent of pupils got over 40 points?
- How many pupils got the number of points smaller than 21?

Exercise 1. Examen (6 points)

Le diagramme présente les résultats d'examen de 120 élèves d'une école.

- Calcule le pourcentage d'élèves qui ont eu plus de 40 points.
- Combien d'élèves ont eu moins de 21 points?



Esercizio 1. Esame (6 punti)

Il diagramma presenta i risultati dell'esame di 120 studenti di una certa scuola.

- Calcola, quanto per cento di studenti hanno avuto più di 40 punti.
- Quanti studenti hanno ottenuto meno di 21 punti?

Tarea 1. Examen (6 puntos)

El gráfico representa los resultados del examen de 120 alumnos de una escuela.

- Calcula ¿cuánto porcentaje de alumnos consiguieron más de 40 puntos?
- ¿Cuántos alumnos consiguieron menos de 21 puntos?



Zadanie 2. Zasyfrowana depesza (6 punktów)

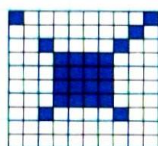
W zasyfrowanej depeszy litery zastąpiono znakami. Każdej literze odpowiada inny znak. Oblicz ile razy występują poszczególne znaki w podanym tekście. Posługując się szyfrem, odczytaj depeszę.

SZYFR	
A	16%
C, W, E	10%
N, O	8%
T, I	6%
Z, K, Y, D	4%
M, J, P, R, H	2%

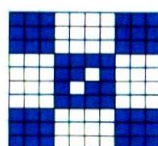


Zadanie 3. Mozaiki (3 punkty)

Jakie części figur zamalowano? Odpowiedź zapisz za pomocą ułamków i procentów.



ułamek procent



ułamek procent

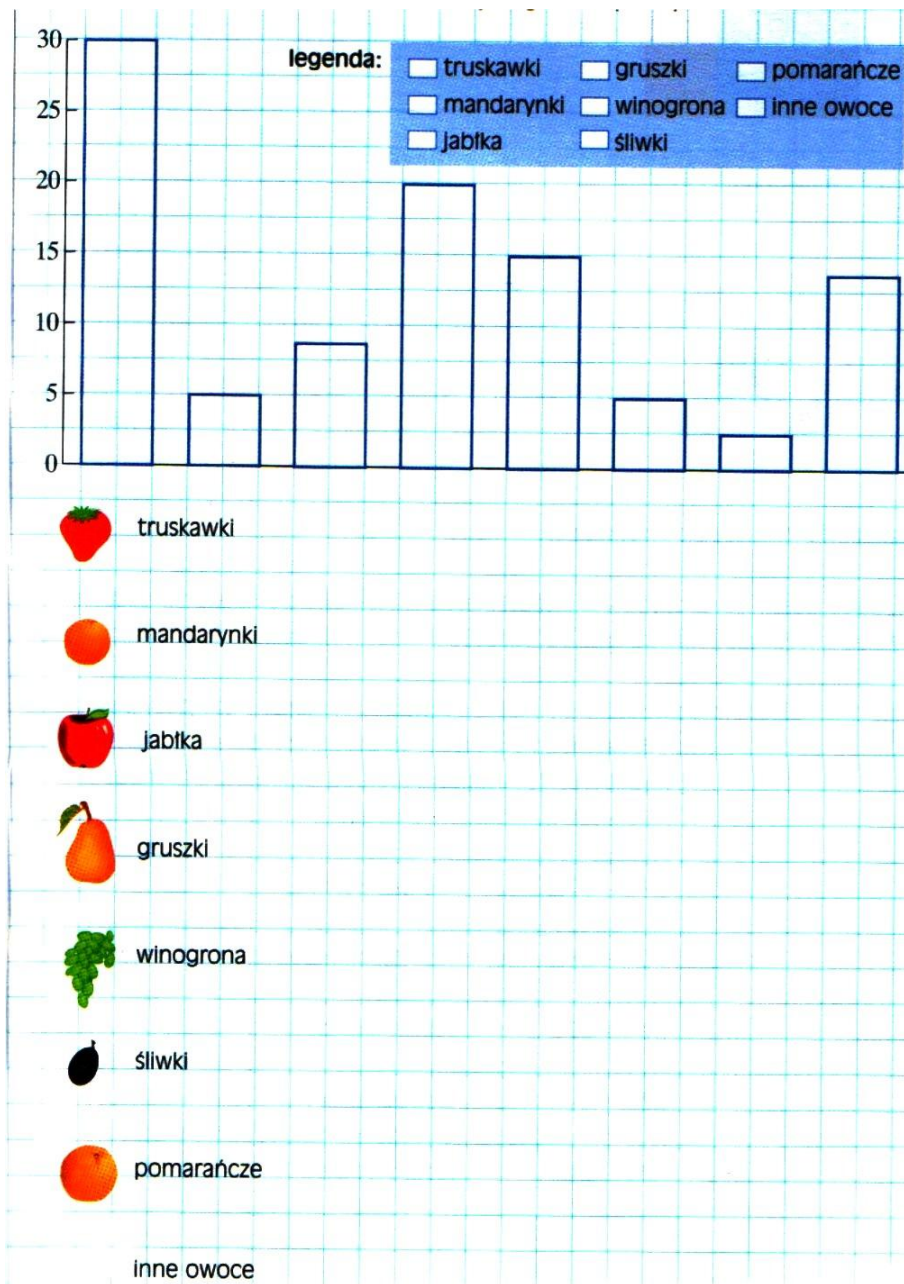


ułamek procent



Zadanie 4. Owocozerni gimnazjaliści (6 punktów)

Do pewnego gimnazjum uczęszcza 320 uczniów. Każdego z nich zapytano o ulubiony owoc. Okazało się, że 48 uczniów najbardziej lubi truskawki, 64 mandarynki, 96 jabłka, 16 gruszek, 8 winogrona, 44 śliwki, 28 pomarańcze i 16 inne owoce. Wykonaj obliczenia, a następnie uzupełnij i pokoloruj diagram słupkowy.





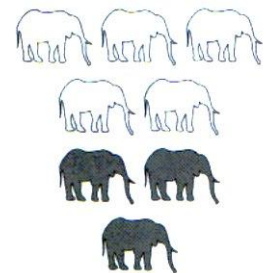
Zadanie 5. Uzupełnianka (6 punktów)

Uzupełnij:

- Kwota 15 zł stanowi% kwoty 150 zł.
- 20% masy 36 kg tokg.
- Gdy liczbę 60 zwiększono o 25%, to otrzymano.....
- Gdy liczbęzmniejszono o 90% to otrzymano 13.
- Kwota 200zł to o% więcej niż 160zł.
- W gimnazjum nr 52 jest 300 uczniów, a w gimnazjum nr 1 jest o 150% uczniów więcej, czyli w obu szkołach razem jest.....uczniów.

Zadanie 6. Zrobić słonia na szaro (6 punktów)

- Jaki procent słoni przedstawionych na rysunku obok stanowią słonie białe?
- O ile procent więcej jest słoni białych niż szarych?
- O ile procent mniej jest słoni szarych niż białych?
- Jaki procent słoni białych należy zrobić na szaro, aby słoni białych było 50%
- O ile procent zwiększyłaby się wówczas liczba szarych słoni?
- Widoczne na rysunku słonie stanowią 40% całego stada. Reszta nie chciała pozować do portretu. Ile słoni nie chciało pozować?

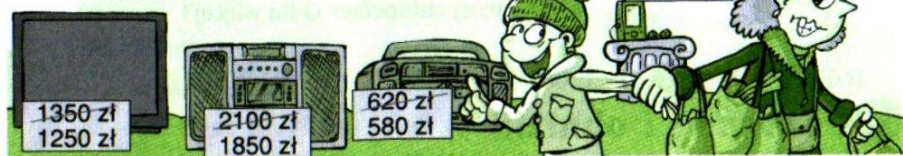


Zadanie 7. Oszustwo czy nie? (4 punkty)

Sprawdź, czy ceny obniżono zgodnie z ogłoszeniem.

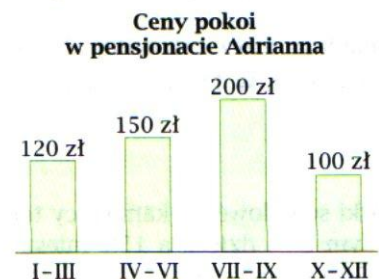


OBNIŻKA CEN OD 10% DO 30%



Zadanie 8. Pensjonat Adrianna (5 punktów)

W pensjonacie Adrianna wszystkie pokoje są jednakowe, ale cena wynajęcia pokoju zmienia się w ciągu roku. Korzystając z informacji przedstawionych na diagramie, uzupełnij poniższy tekst:

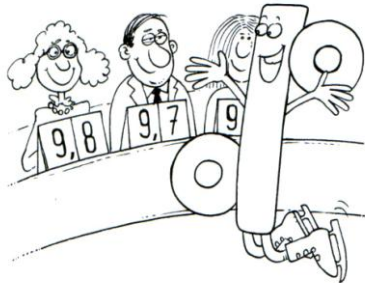


Cena wynajęcia pokoju w kwietniu jest ozł wyższa niż w marcu, czyli jest o% wyższa. W czerwcu pokoje są o% tańsze niż w lipcu. Największa obniżka cen pokoi – aż o% następuje na przełomie września i października, zatem ceny we wrześniu są o% wyższe niż w październiku.



Zadanie 9. Rebus (3 punkty)

Rozwiąż rebus matematyczny.



DZIAŁ: PROCENTY



HASŁO:

Zadanie 10. Domino matematyczne (5 punktów)

Wytnij i ułóż kartoniki domina.





START	$66\frac{2}{3}\%$	$\frac{2}{3}$	$2\frac{7}{20}$
235%	15% liczby 28	2,1% liczby 200	Liczba o 25% większa od 80
Liczba o 20% mniejsza od 125	Liczba, której 16% równe jest 80	500	Liczba, której 128% równe jest 560
437,5	20% liczby 40	400% liczby 2	O tyle procent liczba 42 jest większa od liczby 35
20%	Takim procen- tem godziny zegarowej jest godzina lekcyjna	75%	O tyle procent liczba 45 jest mniejsza od liczby 120
62,5%	Takim procen- tem 1 metra jest 1 centymetr	1%	 Taki procent fi- gury zamalowano
60%	 Taki procent kwadratu zamalowano	31,25%	META



Rozwiązania oraz schemat oceniania zestawu Rozwiążmy razem „Świat w procentach”

Zadanie 1. Egzamin (6 punktów)

Diagram przedstawia wyniki egzaminu 120 uczniów pewnej szkoły.

- Oblicz, ile procent uczniów zdobyło ponad 40 punktów.
- Ilu uczniów zdobyło mniej niż 21 punktów?

Rozwiązanie:

- Ponad 40 punktów uzyskało 85% uczniów.
- Mniej niż 21 punktów uzyskało 12 uczniów.

Opowiedzi w języku obcym:

- Über 40 Punkte haben 85% Schüler bekommen.
- Weniger als 21 Punkte haben 12 Schüler bekommen.

- 85% of pupils got over 40 points.
- 12 pupils got less than 21 points.

- 85% d' élèves ont eu plus de 40 points.
- 12 élèves ont eu moins de 21 points.

- 85% di studenti hanno avuto più di 40 punti.
- 12 studenti hanno ottenuto meno di 21 punti.

- Más de 40 puntos consiguieron 85% de alumnos.
- Menos de 21 puntos consiguieron 12 alumnos.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Poprawne przetłumaczenie zadania na język polski:	2
B	Podanie odpowiedzi w języku obcym do podpunktu a)	2
C	Podanie odpowiedzi w języku obcym do podpunktu b)	2



Zadanie 2. Zaszifrowana depesza (6 punktów)

Rozwiązanie:

$$16\% \cdot 50 = 8.$$

$$10\% \cdot 50 = 5.$$

$$8\% \cdot 50 = 4.$$

$$6\% \cdot 50 = 3.$$

$$4\% \cdot 50 = 2.$$

$$2\% \cdot 50 = 1.$$

HASŁO: CZEKAMY NA TWOJE
CIEKAWY ZADANIA
O PROCENTACH
WYDAWNICTWO

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie ile razy w tekście występują wskazane litery.	2
B	Poprawne ustalenie hasła	4

Zadanie 3. Mozaiki (3 punkty)

Rozwiązanie:

$$\frac{23}{100} = 23\%.$$

$$\frac{50}{100} = 50\%.$$

$$\frac{36}{100} = 36\%.$$

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Za każdą prawidłowo podaną parę - ułamek i procent – przyznajemy 1 punkt.	0-3



Zadanie 4. Owocozerni gimnazjaliści (6 punktów)

Rozwiązanie:

truskawki: $\frac{48}{320} \cdot 100\% = 15\%$,

mandarynki: $\frac{64}{320} \cdot 100\% = 20\%$,

jabłka: $\frac{96}{320} \cdot 100\% = 30\%$,

gruszki: $\frac{16}{320} \cdot 100\% = 5\%$,

winogrona: $\frac{8}{320} \cdot 100\% = 2,5\%$,

śliwki: $\frac{44}{320} \cdot 100\% = 13,75\%$,

pomarańcze: $\frac{28}{320} \cdot 100\% = 8,75\%$,

inne owoce: $\frac{16}{320} \cdot 100\% = 5\%$.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenia procentowe:	0-4
	Prawidłowe obliczenie procentów dla 2 owoców	1
	Prawidłowe obliczenie procentów dla 3-4 owoców	2
	Prawidłowe obliczenie procentów dla 5-6 owoców	3
	Prawidłowe obliczenie procentów dla 7 owoców	4
B	Prawidłowe uzupełnienie diagramu słupkowego	2

Zadanie 5. Uzupełnianka (6 punktów)

Rozwiązanie:

- Kwota 15 zł stanowi **10%** kwoty 150 zł.
- 20% masy 36 kg to **7,2** kg
- Gdy liczbę 60 zwiększono o 25%, to otrzymano **75**
- Gdy liczbę **130** zmniejszono o 90% to otrzymano 13.
- Kwota 200zł to o **25%** więcej niż 160 zł
- W gimnazjum nr 52 jest 300 uczniów, a w gimnazjum nr 1 jest o 150% uczniów więcej, czyli w obu szkołach razem jest **750** uczniów.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Przynajemy 1 punkt za każdą prawidłowo wpisaną liczbę.	0-6



Zadanie 6. Zrobić słonia na szaro (6 punktów)

Rozwiązanie:

- a) $\frac{5}{8} \cdot 100\% = 62,5\%$
 b) $\frac{2}{3} \cdot 100\% = 66\frac{2}{3}\%$
 c) $\frac{2}{5} \cdot 100\% = 40\%$
 d) O jednego słonia czyli 20%
 e) $\frac{1}{3} \cdot 100\% = 33\frac{1}{3}\%$
 f) 40% to 8 → 10% to 2 → 100% to 20
 Wszystkich słoni jest 20
 $20 - 8 = 12$
 Do zdjęcia nie chciało pozować 12 słoni.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Za poprawnie wykonany podpunkt przyznajemy 1 punkt	0-6

Zadanie 7. Oszustwo czy nie? (4 punkty)

Rozwiązanie:

Obliczamy o ile procent obniżone zostały ceny przedmiotów:

$$\frac{100}{1350} \cdot 100\% = 7\frac{11}{27}\%$$

$$\frac{250}{1850} \cdot 100\% = 13\frac{19}{37}\%$$

$$\frac{40}{620} \cdot 100\% = 6\frac{14}{31}\%$$

$$\frac{32,5}{120} \cdot 100\% = 27\frac{1}{12}\%$$

Odpowiedź: Cena telewizora i magnetofonu nie zostały obniżone z godnie z ogłoszeniem.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Za każde poprawne obliczenie o ile procent obniżono cenę towaru przyznajemy 1 punkt.	0-4



Zadanie 8. Pensjonat Adrianna (5 punktów)

Rozwiązanie:

Cena wynajęcia pokoju w kwietniu jest o 30 zł wyższa niż w marcu, czyli jest o 25% wyższa. W czerwcu pokoje są o 25% tańsze niż w lipcu. Największa obniżka cen pokoi – aż o 50% następuje na przełomie września i października, zatem ceny we wrześniu są o 100% wyższe niż w październiku.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Za każdą prawidłowo wpisana liczbę przyznajemy 1 punkt.	0-5

Zadanie 9. Rebus (3 punkty)

Rozwiązanie:

Hasło: PUNKTY PROCENTOWE



Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Podanie poprawnego hasła.	3



Zadanie 10. Domino matematyczne (5 punktów)

Rozwiązanie:

START	$66\frac{2}{3}\%$	$\frac{2}{3}$	$2\frac{7}{20}$	235%	15% liczby 28	2,1% liczby 200	Liczba o 25% większa od 80	Liczba o 20% mniejsza od 125
60%	 Taki procent kwadratu zamalowano	31,25%	META					Liczba, której 16% równe jest 80
 Taki procent figury zamalowano								500
%1								Liczba, której 128% równe jest 560
Takim procentem 1 metra jest	62,5%	O tyle procent liczba 45 jest mniejsza od liczby 120	75%	Takim procentem godziny zegarowej jest godzina lekcyjna	20%	O tyle procent liczba 42 jest większa od liczby 35	400% liczby 2	437,5
								20% liczby 40

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Ułożenie domina: Poprawne ułożenie 3 klocków Poprawne ułożenie od 4 do 6 klocków Poprawne ułożenie od 7 do 9 klocków Poprawne ułożenie od 10 do 12 klocków Poprawne ułożenie 13 lub 14 klocków	0-5 1 2 3 4 5



Pakiet GN-1.3 „W Literlandii”

I Treści merytoryczne:

- zapisywanie treści matematycznych za pomocą wyrażeń algebraicznych,
- przekształcanie wyrażeń algebraicznych,
- przekształcanie wzorów,
- obliczanie wartości wyrażeń algebraicznych,
- rozwiązywanie równań i układów równań,
- obliczanie pól i obwodów figur płaskich.

II Cele szczegółowe:

- uczeń zapisuje wyrażenie algebraiczne na podstawie jego słownego opisu,
- uczeń przedstawia pola i obwody różnych figur geometrycznych za pomocą wyrażenia algebraicznego,
- uczeń oblicza wartość wyrażenia algebraicznego,
- uczeń mnoży sumę algebraiczną przez jednomian,
- uczeń mnoży sumy algebraiczne,
- uczeń wykonuje redukcję wyrazów podobnych,
- uczeń wyłącza wspólny czynnik przed nawias,
- uczeń stosuje równania do rozwiązania zadań tekstowych,
- uczeń stosuje układ równań do rozwiązania zadań tekstowych,
- uczeń przekształca wzory.

III Metody i formy pracy:

- praca w grupach,
- burza mózgów,
- meta – plan,
- mapa myśli.

IV Przebieg zajęć:

Spotkanie 1: „Ćwiczenia otwierające” (1 godzina lekcyjna)

1. Sprawy organizacyjne (sprawdzenie obecności).
2. Podział uczniów na zespoły zadaniowe (grupy 4 - 5 osobowe).
3. Wybór liderów, sekretarzy, asystentów poszczególnych grup (zespoły zadaniowe w innym składzie niż na poprzednich spotkaniach).



4. Praca w grupach: każdy zespół wymyśla dla siebie nazwę (związaną z matematyką, działaniami społecznymi, historycznymi lub współczesnymi postaciami świata odkryć, dokonań naukowych) oraz **logo** zespołu.
5. Przedstawienie nazw i logo przez poszczególne grupy.
6. Rozdanie każdej z grup zestawów ćwiczeń otwierających oraz materiałów potrzebnych do rozwiązywania zadań.
7. Przedstawienie i porównanie rozwiązań zadań przez przedstawicieli grup.
8. Zebranie kart z rozwiązaniami.
9. Podsumowanie zajęć.
10. Zakończenie zajęć.

Uwaga: Rozwiązania poszczególnych zadań uczniowie powinni zapisywać na oddzielnych kartkach, podpisanych nazwą zespołu i oznakowanych poprzez logo. Materiały dla uczniów stanowi pierwsza strona dokumentu Ćwiczenia otwierające.

Bibliografia do zestawu ćwiczeń otwierających:

- [1] Bogusz L., Zarzycki P., Zieliński J., *Łamigłówki logiczne. Tom 2*, GWO, Gdańsk 2007 (zadanie 1)
- [2] Braun M., Lech J., *Matematyka 2. Zbiór zadań – gimnazjum*, GWO, Gdańsk 2009 (zadanie 5)
- [3] Gładysiewicz M., Motylińska B., *Matematyka 1. Zeszyt ćwiczeń ucznia*, Operon, Gdynia 2007 (zadanie 4)
- [4] Autorskie w oparciu o: *Matematyka 2001, klasa 2 GIMNAZJUM. – poradnik dla nauczyciela*, WSiP, Warszawa 2000 (zadanie 2)
- [5] Praca zbiorowa, *Matematyka 2001, klasa 2 GIMNAZJUM. – poradnik dla nauczyciela*, WSiP, Warszawa 2000 (zadanie 3)

Spotkanie 2: „Rozwiążmy razem” (2 godziny lekcyjne)

1. Uczniowie siadają we wcześniej ustalonych zespołach zadaniowych.
2. Nauczyciel rozdaje jeden egzemplarz zestawu zadań „Rozwiążmy razem”.
3. Uczniowie dokonują podziału, która grupa będzie rozwiązywała dane zadanie. Zestaw zadań uczniowie powinni pociąć i rozdzielić zadania do odpowiednich grup.
4. Każda grupa rozwiązuje zadania samodzielnie. Po rozwiązaniu zadania uczniowie redagują odpowiedź na karcie odpowiedzi (kartka formatu A4).
5. Jeżeli dany zespół zadaniowy zakończy pracę, to jej członkowie powinni przyłączyć się i pomóc w rozwiązywaniu zadań innym grupom.
6. Nauczyciel zbiera karty z rozwiązanymi zadaniami.
7. Zakończenie zajęć.

Bibliografia do zestawu rozwiążmy razem:

- [1] Bogusz L., Zarzycki P., Zieliński J., *Łamigłówki logiczne. Tom 2*, GWO, Gdańsk 2007 (zadanie 1)
- [2] Braun M., Lech J., *Matematyka 2. Zbiór zadań – gimnazjum*, GWO, Gdańsk 2009 (zadanie 4)
- [3] Dobrowolska M., Jucewicz M., Karpiński M., Krzyżanowska M., *Matematyka 1. Zeszyt ćwiczeń-gimnazjum*, GWO, Gdańsk 2008 (zadanie 9)



-
- [4] Gładysiewicz M., Motylińska B., *Matematyka 1. Zeszyt ćwiczeń ucznia*, Operon, Gdynia 2007 (zadanie 5, zadanie 6, zadanie 7, zadanie 8)
- [5] Kmieciak A., *Matematyka w szkole, nr 24, marzec-kwiecień 2004.*, Gra „Odkryj obrazek” (zadanie 3)
- [6] Praca zbiorowa, *Matematyka 2001, klasa 2 GIMNAZJUM. – poradnik dla nauczyciela*, WSiP, Warszawa 2000 (zadanie 2)
- [7] Praca zbiorowa, *Matematyka 1. Podręcznik – gimnazjum*, GWO, Gdańsk 2009 (zadanie 10)

Spotkanie 3. „Ćwiczenia podsumowujące” (1 godzina lekcyjna)

1. Nauczyciel rozdaje poprawione i wypunktowane karty pracy zespołom zadaniowym.
2. Liderzy poszczególnych grup prezentują rozwiązania zadań.
3. Nauczyciel ocenia pracę zespołów zadaniowych (pozytywne wzmocnienie).
4. Podsumowanie zajęć

Uwaga: Karty odpowiedzi uczniów z zestawu „Rozwińmy razem” będą stanowić załącznik do raportu z realizacji zajęć.



Spotkanie 1: Ćwiczenia otwierające „W Literlandii”

Aufgabe 1. Geschwister (6 Punkte)

Ein Sohn meines Freundes sagt:

- Vor drei Jahren war ich siebenmal älter als meine Schwester, vor zwei Jahren war ich viermal älter als sie.

Wie alt sind jetzt der Sohn und die Tochter meines Freundes?



Exercise 1. Brothers and sisters (6 points)

Son of my friend says:

-Three years ago I was seven times older than my sister and two years ago I was four times older than my sister.

How old is a son and a daughter of my friend, now?

Esercizio 1. Fratelli e sorelle (6 punti)

Il figlio del mio amico dice:

- Tre anni fa ero sette volte più vecchio di mia sorella, due anni fa ero quattro volte più vecchio di lei.

Quanti anni ha adesso il figlio del mio amico e quanti sua figlia?

Exercice 1. Frères et soeurs (6 points)

Le fils de mon ami dit:

- Il y a trois ans, j'étais sept fois plus grand que ma soeur et il y a deux ans – quatre fois plus grand. Quel âge ont maintenant le fils et la fille de mon ami?

Tarea 1. Los hermanos (6 puntos)

El hijito de mi amigo dice:

-Hace tres años fui siete veces mayor de mi hermana, hace dos años fui cuatro veces mayor de ella. ¿Cuántos años tiene ahora el hijo de mi amigo y cuántos su hija?

Zadanie 2. Pasujące kartoniki (5 punktów)

Wytnij umieszczone poniżej kartoniki i połącz je w odpowiadające sobie pary.



$(5+x) \cdot (y+3)$	$2x+6y$	$(x+6) \cdot (x+6)$	$2 \cdot (x+3y)$	$(4x-5) \cdot 10$
$-3 \cdot (a+6)$	$40x-50$	$xy+5y+3x+15$	$(x+6)^2$	$-3a-18$



Zadanie 3. Fiki miki – jak połączyć kartoniki? (9 punktów)

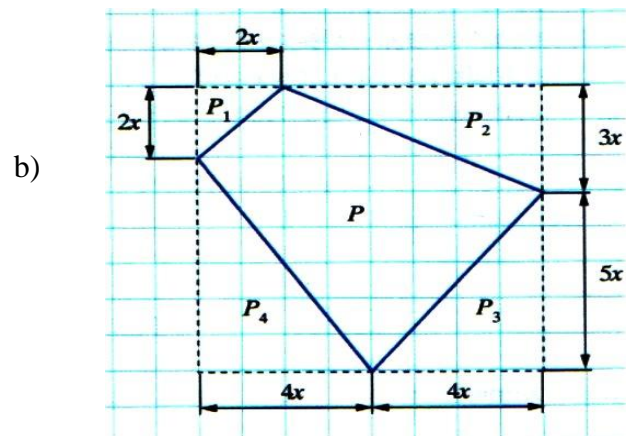
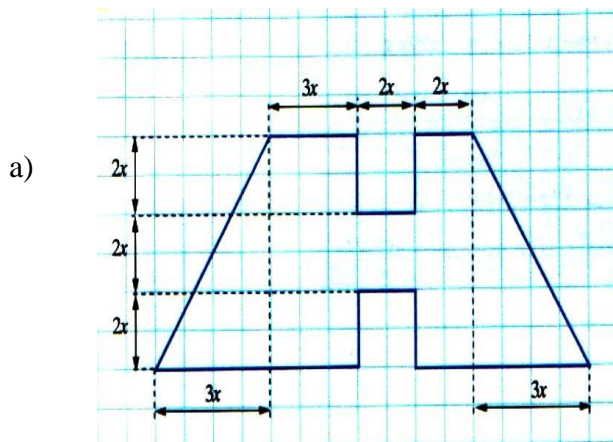
Rozetnij kartoniki i połącz w pary wyrażenie algebraiczne wraz z jego nazwą.



$3a + b$	Kwadrat liczby x
$2x - 2y$	Suma kwadratu liczby a i iloczynu liczby 2 przez kwadrat b
$3 \cdot (a + b)$	Różnica iloczynu liczby 2 przez x i iloczynu liczby 2 przez y
$a^2 + 2b^2$	Suma iloczynu liczby 3 przez a i liczby b
$(x + 25)^2$	Sześcian liczby b
$\frac{a + 5}{a - 5}$	Iloraz różnicy iloczynu liczby 2 przez x i liczby 3 przez sumę iloczynu liczby 2 przez y i liczby 3
$(2x - 3) : (2y + 3)$	Iloraz sumy liczb a i 5 przez ich różnicę
x^2	Kwadrat sumy liczb x i 25
b^3	Iloczyn liczby 3 przez sumę liczb a i b

Zadanie 4. Wielokąt inne niż zwykle (10 punktów)

Oblicz pole narysowanego wielokąta dla $x=2\text{cm}$.



Wskazówka: Aby obliczyć pole wielokąta P , należy od pola kwadratu odjąć pola trójkątów P_1, P_2, P_3, P_4



Zad.5. Czerwony Kapturek i wilk (3 punkty)

Zapisz wypowiedź Czerwonego Kapturka w postaci wyrażenia algebraicznego. Przekształć to wyrażenie do prostszej postaci. Jaką liczbę pomyślał wilk na początku?





Rozwiązania oraz schemat punktacji zestawu ćwiczeń otwierających „W Literlandii”

Zadanie 1. Rodzeństwo (6 punktów)

Synek mojego przyjaciela powiada:

-Trzy lata temu byłem siedem razy starszy od mojej siostry, dwa lata temu byłem od niej starszy czterokrotnie.

Ile lat ma teraz syn mojego przyjaciela i jego córka?

Rozwiązanie:

Niech x – wiek syna

y – wiek córki

$$\begin{cases} (x - 3) = 7 \cdot (y - 3) \\ (x - 2) = 4 \cdot (y - 2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 10 \\ y = 4 \end{cases}$$

Odpowiedzi w języku obcym:

Der Sohn von meinem Freund ist 10, und die Tochter 4 Jahre alt.

Son of my friend is 10 and his daughter is 4.

Il figlio del mio amico ha 10 anni e la figlia 4 anni.

Quel âge ont maintenant le fils et la fille de mon ami.

El hijo de mi amigo tiene 10 años y su hija 4 años.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Poprawne przetłumaczenie zadania na język polski.	2
B	Poprawne rozwiązanie zadania w języku polskim.	2
C	Podanie odpowiedzi w wybranym języku obcym	2

Zadanie 2. Pasujące kartoniki (5 punktów)

Rozwiązanie:

$(5+x) \cdot (y+3)$	$xy+5y+3x+15$
$2 \cdot (x+3y)$	$2x+6y$
$-3 \cdot (a+6)$	$-3a-18$
$(4x-5) \cdot 10$	$40x-50$
$(x+6) \cdot (x+6)$	$(x+6)^2$

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Za każdą prawidłowo ułożone pary kartoników przyznajemy 1 punkt.	0-5



Zadanie 3. Fiki miki – jak połączyć kartoniki? (9 punktów)

Rozwiązanie:

$3a + b$	Suma iloczynu liczby 3 przez a i liczby b
$2x - 2y$	Różnica iloczynu liczby 2 przez x i iloczynu liczby 2 przez y
$3 \cdot (a + b)$	Iloczyn liczby 3 przez sumę liczb a i b
$a^2 + 2b^2$	Suma kwadratu liczby a i iloczynu liczby 2 przez kwadrat b
$(x + 25)^2$	Kwadrat sumy liczb x i 25
$\frac{a+5}{a-5}$	Iloraz sumy liczb a i 5 przez ich różnicę
$(2x - 3) : (2y + 3)$	Iloraz różnicy iloczynu liczby 2 przez x i liczby 3 przez sumę iloczynu liczby 2 przez y i liczby 3
x^2	Kwadrat liczby x
b^3	Sześcian liczby b

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Za każdą prawidłowo ułożoną parę kartoników przyznajemy 1 punkt.	0-9

Zad.4. Wielokąty inne niż zwykle (10 punktów)

Rozwiązanie:

a) $P = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3x \cdot 6x + 3x \cdot 2x + 2x \cdot 2x + 2x \cdot 6x = 52x^2$
 $P = 52 \cdot 2^2 = 52 \cdot 4 = 208\text{cm}^2$

b) $P_1 = \frac{1}{2} \cdot 2x \cdot 2x = 2x^2$
 $P_2 = \frac{1}{2} \cdot 3x \cdot 6x = 9x^2$
 $P_3 = \frac{1}{2} \cdot 4x \cdot 5x = 10x^2$
 $P_4 = \frac{1}{2} \cdot 4x \cdot 6x = 12x^2$
 $P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 33x^2$
 $P = 64x^2 - 33x^2 = 31x^2$
 $P = 31 \cdot 2^2 = 31 \cdot 4 = 124\text{cm}^2$

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Przedstawienie pola figury z podpunktu a) za pomocą wyrażenia algebraicznego	3
B	Obliczenie pola figury z podpunktu a) dla $x=2\text{cm}$	1
C	Przyznajemy po 1 punkcie za zapisanie pola trójkąta P_1 , P_2 , P_3 , P_4 za pomocą wyrażenia algebraicznego	0-4
D	Ustalenie pola P figury z podpunktu b)	1
E	Obliczenie pola figury P dla $x=2\text{cm}$	1



Zadanie 5. Czerwony Kapturek i wilk (3 punkty)

Rozwiązanie:

$$x \cdot (x + 3) - x^2 = 36$$

$$x^2 + 3x - x^2 = 36$$

$$3x = 36$$

$$x = 12$$

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Ułożenie równania	1
B	Obliczenie liczby jaką pomyślał wilk.	2



Spotkanie 2: Rozwiążmy razem - „W Literlandii”



Aufgabe 1. Wer ist älter? (6 Punkte)

Roman ist zweimal so alt, wie Paweł wird, wenn Adam das gegenwärtige Alter von Roman erreicht. Wer von ihnen ist am ältesten und wer am jüngsten?

Exercise 1. Who is older? (6 points)

Peter's present age is two times greater than Paul's age in exactly this moment in which Adam will achieve the present Peter's age. Who is the oldest and who is the youngest?

Esercizio 1. Chi è più vecchio? (6 punti)

Roman ha due volte di anni, quanti avrà Paolo quando Adam avrà l'età attuale di Roman. Il quale di loro è il più vecchio e il più giovane?

Exercice 1. Qui est plus grand? (6 points)

Roman est deux fois plus âgé que Paul le jour où Adam atteindra l'âge présent de Roman. Qui est le plus âgé et qui est le plus jeune?

Tarea 1. ¿Quién es mayor? (6 puntos)

Román tiene dos veces tantos años como tendrá Pablo cuándo Adán llegue a la edad presente de Román. ¿Quién de ellos es el mayor y quién el mas joven?



Zadanie 2. Pasujące kartoniki (4 punkty)

Wytnij umieszczone poniżej kartoniki i połącz je w pasujące pary.

$6a^2 + 5a$	$-2(2x - 4)$
$(a + 3)(b + 1)$	$(a - b)(a - b)$
$22x - 11$	$8 - 4x$
$2(x - y)$	$ab + 3 + 3b + a$
$-8a - 8$	$7(x + 7y)$
$2x - 2y$	$49y + 7x$
$(a - b)^2$	$-8(a + 1)$
$(6a + 5)a$	$(2x - 1) \cdot 11$



Zadanie 3. Odkryj obrazek (7 punktów)

Opuść nawiasy i wykonaj redukcję wyrazów podobnych a następnie zamaluj pola, na których znajduje się wynik obliczeń.



Pola do zakrycia:

$2 \cdot (x + 1)$	$1 + x + 1$	$3 \cdot (x + 1)$
$y + (y + 1)$	$5y + 5 - (5 - 3y) + 2y$	$(x - 2) - 1$
$2 \cdot (x + 2)$	$2x + 7 - 2x$	$7 \cdot (x + 3) - 6 \cdot (x + 4)$
$-(1 - y)$	$x + 2(x + 1)$	$(x + 4) - 1$
$x - (x - 2)$	$3 \cdot (x - 1)$	$2 \cdot (y + 1) + (y - 1)$
$2 \cdot (y + 1) + 1$	$3 \cdot (y - 1) + 5$	$2x + y - x$
$x - (x - 6)$	$3x - 3 \cdot (x - 1)$	$x + 5y - x$
$1 + (2y - 4)$	$2 \cdot (y - 1) + y$	$2 \cdot (x - 2)$
$(y + 2) - 12$	$2 \cdot (y + 1) - y$	$5 \cdot (x + 7) - 5x$
$(x + 1) + 1$	$4 + y + 5 - y$	$2 \cdot (x - 1) + 2$
$y + (2y - 1)$	$2 \cdot (x - 2) - x$	$5 \cdot (x + 4) - (5x - 3)$
$2(x - 1)$	$y + 2y$	

$x - 1$	1	$3x - 2$	$x + 1$	$x - 2$	$2x + 1$	$x - y$	100
4	$3x - 1$	$y - 1$	$y + 1$	$x + 4$	$y + 2$	23	$3x + 1$
$y + 3$	$2x + 2$	2	$2x + 3$	$3y - 2$	9	$x + 3$	$2x - 4$
$2y + 8$	$2y + 1$	$2y + 3$	$3y - 1$	3	$x - 4$	$3y + 1$	35
10	$2x + 4$	6	$2x - 2$	$3y + 2$	3y	$x + y$	$2x$
$y - 3$	$2y + 2$	$2y - 3$	$x + 2$	$3x - 3$	$3x + 3$	5y	5
120x	$2x - 3$	11	10y	$3x + 2$	$x - 3$	8	$3x$
120y	$2y - 2$	$7x$	$7y$	7	$5x$	$4x$	90

Zadanie 4. Jak to zapisać? (5 punktów)

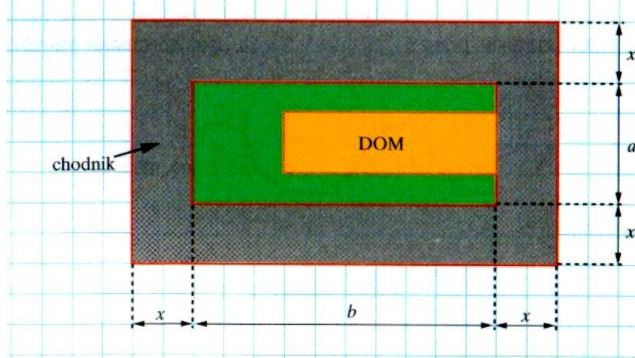
Zapisz podane informacje za pomocą wyrażeń algebraicznych.

- Liczbę 5 razy mniejszą od $a + 2$.
- Liczbę o s mniejszą od $2z^3$.
- Liczbę o 3 większą od połowy liczby x .
- Liczbę o 7 większą od różnicy liczb a i 2 .
- Liczbę 100 razy większą od sumy liczb k , l , m .



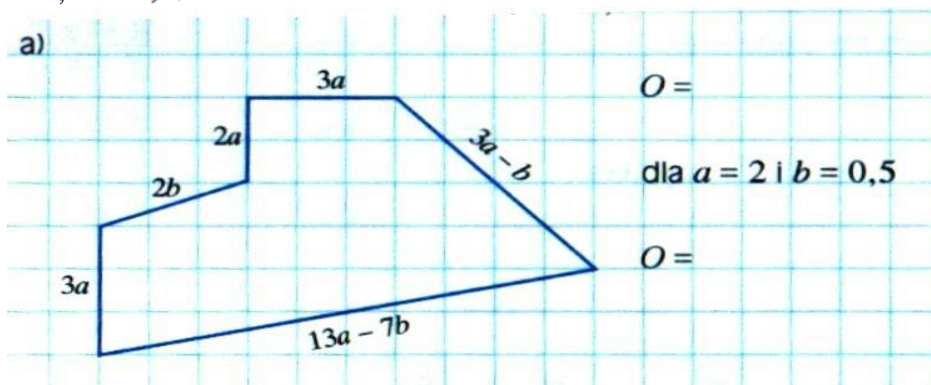
Zadanie 5. Algebraiczny chodnik (3 punkty)

Zapisz w postaci wyrażenia algebraicznego powierzchnie chodnika położonego wzdłuż ogrodzenia na działce z domem letniskowym zgodnie z przedstawionym rysunkiem:

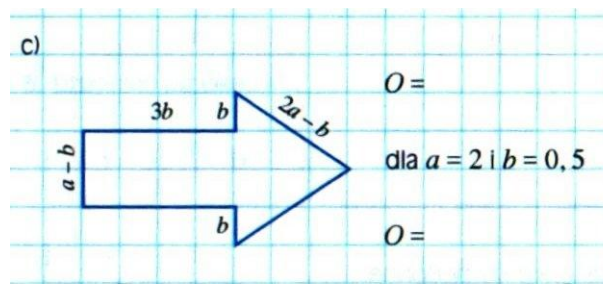
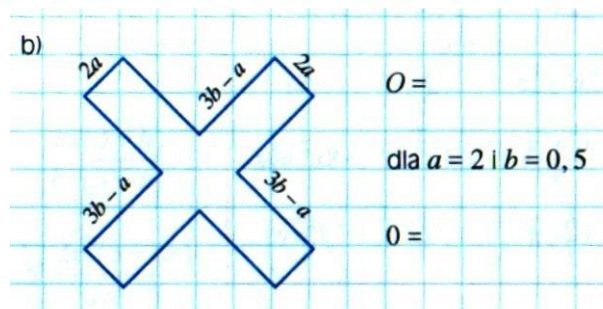


Zadanie 6. Od liter do liczb (9 punktów)

Przedstaw obwód każdej z figur w postaci sumy algebraicznej, zredukuj wyrazy podobne i oblicz obwód dla $a = 2$, $b = 0,5$.

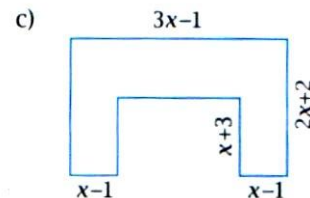
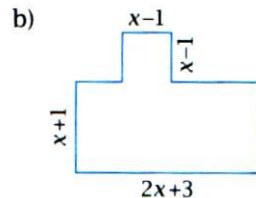
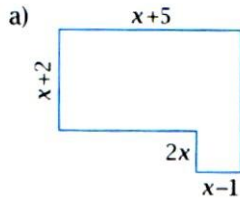


Handwritten numbers: 2, 2, 3 with various annotations in red and blue ink.



Zadanie 7 Pola duże i małe (6 punktów)

Zapisz w postaci sum algebraicznych wzory na pola narysowanych wielokątów.



Zadanie 8. Spójrz inaczej (3 punkty)

Wyłącz wspólny czynnik przed nawias.

- cukierek – cukier =
- 3jajka + kasza =
- 2drzewa – 3krzewy =
- 2ananasy + 3banany =
- tatarak + traktat – strata =
- 5klap + 3klaty + 1blat =



Zadanie 9. Zabawa w szkołę (3



punkty)

Sprawdź i popraw błędy:

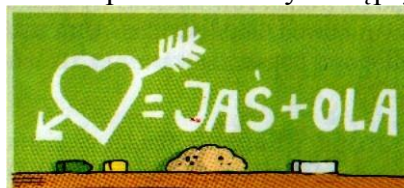
a) $(2x+y)(x-2y) - x(x+y) = 2x^2 - 4xy + xy - 2y^2 - x^2 + xy = x^2 - 2xy - 2y^2$

b) $(3a-2b)(a-b) + 2(a-b)(a-2b) = 3a^2 - 3ab - 2ab + 2b^2 + 2(a^2 - 2ab - ab + 2b^2) = 5a^2 - 10ab + 6b^2$

c) $(4k+1)(2k-1) - (k-1)(k-3) = 8k^2 - 4k + 2k - 1 - (k^2 + 3k - k + 3) = 7k^2 - 4k - 4$

Zadanie 10. Zakochany Jaś (4 punkty)

Przed lekcją matematyki ktoś napisał na tablicy następująca równość:



Nauczycielowi bardzo się spodobał ten wzór. Poprosił Jasia o wyznaczenie z tej równości J, a Olę o wyznaczenie A. Jakie wzory powinni otrzymać?



Rozwiązania oraz schemat oceniania zestawu

Rozwiążmy razem – „W Literlandii”

Zadanie 1. Kto starszy? (6 punktów)

Roman ma dwa razy tyle lat, ile będzie miał Paweł wtedy gdy Adam osiągnie obecny wiek Romana. Kto z nich jest najstarszy a kto najmłodszy?

Rozwiązanie:

Najstarszy jest Roman a najmłodszy Paweł.

Odpowiedzi w języku obcym:

Am ältesten ist Roman und am jüngsten Paweł.

The oldest is Peter and the youngest is Paul.

Il più vecchio è Roman e il più giovane - Paolo.

Roman est le plus âgé et Paul le plus jeune.

Román es mayor y Pablo es el más joven.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Poprawne przetłumaczenie zadania na język polski.	2
B	Uzasadnienie rozwiązania zadania w języku polskim.	2
C	Podanie odpowiedzi w wybranym języku obcym.	2

Zad.2. Pasujące kartoniki (4 punkty)

Rozwiązanie:

Prawidłowo połączone pary kartoników:

$(6a+5)a$	$6a^2+5a$
$(a+3) \cdot (b+1)$	$ab+3+3b+a$
$-2 \cdot (2x-4)$	$8-4x$
$(a-b) \cdot (a-b)$	$(a-b)^2$
$2 \cdot (x-y)$	$2x-2y$
$7 \cdot (x+7y)$	$49y+7$
$-8 \cdot (a+1)$	$-8a-8$
$(2x-1) \cdot 11$	$22x-11$

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Za każde prawidłowo ułożone dwie pary kartoników przyznajemy 1 punkt.	0-4



Zadanie 3. Odkryj obrazek (7 punktów)

Rozwiązanie:

Prawidłowo zamalowane pola tworzą przedstawiony poniżej układ:

$x-1$	1	$3x-2$	$x+1$	$x-2$	$2x+1$	$x-y$	100
4	$3x-1$			$x+4$			$3x+1$
$y+3$							
$2y+1$							
10							
$y-3$	$2y+2$						5
$120x$	$2x-3$	11				8	$3x$
$120y$	$2y-2$	$7x$	$7y$		$5x$	$4x$	90

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Prawidłowe zamalowanie od 4 pól	1
	Prawidłowe zamalowanie od 5 do 8 pól	2
	Prawidłowe zamalowanie od 9 do 12 pól	3
	Prawidłowe zamalowanie od 13 do 16 pól	4
	Prawidłowe zamalowanie od 17 do 20 pól	5
	Prawidłowe zamalowanie wszystkich od 21 do 24 pól	6
	Prawidłowe zamalowanie wszystkich 25 pól	7

Zadanie 4. Jak to zapisać? (5 punktów)

Rozwiązanie:

- $\frac{a+2}{5}$ lub $(a+2):5$,
- $2z^3 - s$,
- $\frac{3x}{2}$,
- $(a-b) + 7$,
- $(k+l+m) \cdot 100$.



Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Za każde prawidłowo zapisane wyrażenie algebraiczne przyznajemy 1 punkt.	0-5

Zadanie 5. Algebraiczny chodnik (3 punkty)

Rozwiązanie:

$$(2x + b) \cdot (2x + a) - a \cdot b = 4x^2 + 2ax + 2bx + ab - ab = 4x^2 + 2ax + 2bx$$

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Zapisanie pola chodnika za pomocą wyrażenia algebraicznego	1
B	Poprawne opuszczenie nawiasów	1
C	Redukcja wyrazów podobnych i zapis pola chodnika w najprostszej postaci.	1

Zadanie 6. Od liter do liczb (9 punktów)

Rozwiązanie:

a) $0 = 3a + 3a - b + 13a - 7b + 3a + 2b + 2a = 24a - 6b$

$$0 = 24 \cdot 2 - 6 \cdot 0,5 = 48 - 3 = 45$$

b) $0 = 4 \cdot 2a + 8 \cdot (3b - a) = 8a + 24b - 8a = 24b$

$$0 = 24 \cdot 0,5 = 12$$

c) $0 = 2 \cdot 3b + 2 \cdot b + 2 \cdot (2a - b) + a - b = 6b + 2b + 4a - 2b + a - b = 5a + 5b$

$$0 = 5^2 + 5 \cdot 0,5 = 10 + 2,5 = 12,5$$

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Zapisanie obwodu pierwszej figury za pomocą wyrażenia algebraicznego	1
B	Prawidłowe podstawienie wartości $a=2$ i $b=0,5$	1
C	Obliczenie obwodu pierwszej figury	1
D	Zapisanie obwodu drugiej figury za pomocą wyrażenia algebraicznego	1
E	Prawidłowe podstawienie wartości $a=2$ i $b=0,5$	1
F	Obliczenie obwodu drugiej figury	1
G	Zapisanie obwodu trzeciej figury za pomocą wyrażenia algebraicznego	1
H	Prawidłowe podstawienie wartości $a=2$ i $b=0,5$	1
I	Obliczenie obwodu trzeciej figury	1



Zadanie 7 Pola duże i małe (6 punktów)

Rozwiązanie:

- a) $(x + 2) \cdot (x + 5) + 2x \cdot (x - 1) = x^2 + 5x + 2x + 10 + 2x^2 - 2x = 3x^2 + 5x + 10$
 b) $(x + 1) \cdot (2x + 3) + (x - 1) \cdot (x - 1) = 2x^2 + 3x + 2x + 3 + x^2 - x - x + 1 = 3x^2 + 3x + 4$
 c) $(2x + 2) \cdot (3x - 1) - (x + 3) \cdot (x + 1) = 6x^2 - 2x + 6x - 2 - (x^2 + x + 3x + 3) = 5x^2 - 5$

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Zapisanie pola pierwszej figury za pomocą wyrażenia algebraicznego	1
B	Opuszczenie nawiasów i redukcja wyrazów podobnych.	1
C	Zapisanie pola drugiej figury za pomocą wyrażenia algebraicznego	1
D	Opuszczenie nawiasów i redukcja wyrazów podobnych.	1
E	Zapisanie pola trzeciej figury za pomocą wyrażenia algebraicznego	1
F	Opuszczenie nawiasów i redukcja wyrazów podobnych.	1

Zadanie 8. Spójrz inaczej (3 punkty)

Rozwiązanie:

- a) cukierek - cukier = ceikru(ek - 1),
 b) 3jajka + kasza = $a^2k(3j^2 + sz)$,
 c) 2drzewa - 3krzewy = $erwz(2ad - 3ky)$,
 d) 2ananasy + 3banany = $a^2n^2y(2as + 3b)$,
 e) tatarak + traktat - strata = $a^2rt^2(ak + kt - s)$,
 f) 5klap + 3klaty + 1blat = $al.(kp + kty + bt)$.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Za każde 2 poprawnie wykonane podpunkty przyznajemy 1 punkt	0-3



Zadanie 9. Zabawa w szkołę (3 punkty)

Rozwiązanie:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad (2x+y)(x-2y) - x(x+y) &= 2x^2 - 4xy + xy - 2y^2 - \underline{\underline{x^2}} \oplus xy = \\ &= x^2 - \underline{\underline{24}}xy - 2y^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad (3a-2b)(a-b) + 2(a-b)(a-2b) &= 3a^2 - 3ab - 2ab + 2b^2 + \\ + 2(a^2 - 2ab - ab + 2b^2) &= 5a^2 - \underline{\underline{10}}ab + 6b^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad (4k+1)(2k-1) - (k-1)(k-3) &= 8k^2 - 4k + 2k - 1 - (\underline{\underline{k^2}} \oplus 3k - k + 3) = \\ &= 7k^2 - \underline{\underline{4}}k - 4 \\ &\quad + 2k \end{aligned}$$

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Znalezienie błędu w podpunkcie a oraz konsekwentne poprawienie całego zapisu	1
B	Znalezienie błędu w podpunkcie b	1
C	Znalezienie błędu w podpunkcie c oraz konsekwentne poprawienie całego zapisu	1



Zadanie 10. Zakochany Jaś (4 punkty)

Rozwiązanie:

Wyprowadzenie ze wzoru literki J:

$$\heartsuit = JAŚ + OLA$$

$$JAŚ = \heartsuit - OLA$$

$$J = \frac{\heartsuit - OLA}{AŚ}$$

Wyprowadzenie ze wzoru literki A:

$$\heartsuit = JAŚ + OLA$$

$$\heartsuit = A(JŚ + OL)$$

$$A = \frac{\heartsuit}{JŚ + OL}$$

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Poprawne wyprowadzenie ze wzoru literki J	2
B	Poprawne wyprowadzenie ze wzoru literki A	2



Bibliografia

- [1] Bogusz L., Zarzycki P., Zieliński J., *Łamigłówki logiczne. Tom 1*, GWO, Gdańsk 2007
- [2] Bogusz L., Zarzycki P., Zieliński J., *Łamigłówki logiczne. Tom 2*, GWO, Gdańsk 2007
- [3] Braun M., Lech J., *Matematyka 1. Zbiór zadań – gimnazjum*, GWO
- [4] Braun M., Lech J., *Matematyka 2. Zbiór zadań – gimnazjum*, GWO, Gdańsk 2009
- [5] Dobrowolska M., Jucewicz M., Karpiński M., Krzyżanowska M., *Matematyka 1. Zeszyt ćwiczeń-gimnazjum*, GWO, Gdańsk 2008
- [6] Dobrowolska M., Jucewicz M., Karpiński M., Krzyżanowska M., *Matematyka 2. Zeszyt ćwiczeń-gimnazjum*, GWO, Gdańsk 2008
- [7] Dobrowolska M., Karpiński M., Lech J., *Matematyka. Kalendarz gimnazjalisty*, GWO, Gdańsk 2007
- [8] Gładysiewicz M., Motylińska B., *Matematyka 1. Zeszyt ćwiczeń ucznia*, Operon, Gdynia 2007
- [9] Janowicz J., *Matematyka w gimnazjum. Zbiór zadań konkursowych*, GWO, Gdańsk 2005
- [10] Kilian S., *Rebusy matematyczne*, GWO, Gdańsk 2008
- [11] Kmiecik A., *Matematyka w szkole, nr 24, marzec-kwiecień 2004., Gra „Odkryj obrazek”*
- [12] Prokopiuk W., *Matematyka w szkole, nr 24, marzec-kwiecień 2004, Domina dla klasy I gimnazjum*
- [13] Russel K., Carter P., *Łamigłówki liczbowe*, GWO, Gdańsk 2006
- [14] Autorskie w oparciu o: *Matematyka 2001, klasa 2 GIMNAZJUM. – poradnik dla nauczyciela*, WSiP, Warszawa 2000
- [15] Praca zbiorowa, *Matematyka 2001, klasa 2 GIMNAZJUM. – poradnik dla nauczyciela*, WSiP, Warszawa 2000
- [16] Praca zbiorowa, *Matematyka 2001, klasa 6. – poradnik dla nauczyciela*, WSiP, Warszawa 1998
- [17] Praca zbiorowa, *Matematyka 6. Podręcznik dla klasy szóstej szkoły podstawowej*, GWO, Gdańsk 2009
- [18] Praca zbiorowa, *Matematyka 1. Podręcznik – gimnazjum*, GWO, Gdańsk 2009