



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Współ w zespół z **Matematyką** bez **Granic**

Materiały edukacyjne
dla uczestnika Projektu

Podręcznik II

Poznać matematykę

II klasa gimnazjum

Materiały edukacyjne dystrybuowane są bezpłatnie

Polskie Towarzystwo Matematyczne realizuje projekt "Współ w zespół z Matematyką bez Granic"
współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego



STOPKA REDAKCYJNA

Podręcznik „Poznać matematykę” dla klasy drugiej gimnazjum powstał w ramach realizowanego przez Polskie Towarzystwo Matematyczne projektu „Współ w zespół z Matematyką bez Granic” współfinansowanego ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego (umowa o dofinansowanie projektu w ramach Programu Operacyjnego Kapitał Ludzki nr UDA-POKL.03.03.04-00-165/09).

Podręcznik został opracowany przez zespół doświadczonych nauczycieli matematyki uczestniczących w projekcie pod kierunkiem Krystyny Białek - nauczyciela akademickiego Wydziału Matematyki Informatyki i Ekonometrii Uniwersytetu Zielonogórskiego w Zielonej Górze.

Redakcja:

Krystyna Białek, specjalista ds. obsługi merytorycznej projektu „Współ w zespół z Matematyką bez Granic”, WMiiE, Uniwersytet Zielonogórski, Zielona Góra

Autorzy materiałów edukacyjnych:

Małgorzata Bińkowska, Gimnazjum nr 2, Nowa Sól

Anna Sawińska – Stuła, Gimnazjum nr 2, Nowa Sól

Ewa Gawrońska – Kornobis, Gimnazjum nr 2, Nowa Sól

Lidia Staniszevska, Gimnazjum nr 2, Nowa Sól

Tłumaczenie:

Joanna Jaros, język francuski, Uniwersytet Zielonogórski, Zielona Góra

Elżbieta Jastrzębska, język hiszpański, Uniwersytet Zielonogórski, Zielona Góra

Jacek Kędziora, język włoski, Uniwersytet Zielonogórski, Zielona Góra

Barbara Mędryk, język niemiecki, Uniwersytet Zielonogórski, Zielona Góra

Joanna Skowronek-Kaziów, język angielski, Uniwersytet Zielonogórski, Zielona Góra

Doradztwo metodyczne:

Alicja Gandecka, SODiD, Zielona Góra

Recenzenci:

Anna Rybak, Zespół Szkół Ogólnokształcących, Żagań

Anna Laskowska, WMiiE Uniwersytet Zielonogórski, Zielona Góra

Projekt okładki:

Klara Keler



SPIS TREŚCI

I. Wprowadzenie	4
II. Cele edukacyjne zajęć pozalekcyjnych z zakresu matematyki	6
III. Warunki organizacyjne zajęć w ramach projektu.....	6
1. Adresaci zajęć pozalekcyjnych.....	6
2. Wymagania wstępne	6
3. Sylwetka uczestnika zajęć po drugim roku realizacji projektu	7
4. Czas trwania zajęć w ramach realizacji projektu	7
IV. Metody i formy uczenia się.....	8
V. PAKIETY EDUKACYJNE	9
Pakiet G-2.1 „Sen o potędze”	11
Pakiet G-2.2 „Matematyka na okrągło”	29
Pakiet G-2.3 „Na układy nie ma rady”	45
Pakiet G-2.4 „Związek pitagorejski”	65
Pakiet G-2.5 „Parkietaże”	85
Pakiet G-2.6 „Słupy graniaste”	103
Pakiet G-2.7 „Piramidy”	127
BIBLIOGRAFIA:	149



I. Wprowadzenie

Materiały edukacyjne pod tytułem „**Poznać matematykę**” opracowano w ramach realizowanego przez Polskie Towarzystwo Matematyczne projektu „Współ w zespół z Matematyką bez Granic” współfinansowanego ze środków Unii Europejskiej, w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego. Podręcznik „Poznać matematykę” stanowi część drugą materiałów edukacyjnych adresowanych do uczniów drugiej klasy gimnazjum kontynuujących zajęcia pozalekcyjne z matematyki w ramach Projektu, realizowanego w latach 2009 – 2012 w szkołach z województw: kujawsko-pomorskiego, lubuskiego i zachodniopomorskiego.

Projekt „Współ w zespół z Matematyką bez Granic” wpisuje się w ponadregionalny program rozwijania umiejętności uczniów w zakresie kompetencji kluczowych, ze szczególnym uwzględnieniem nauk matematyczno-przyrodniczych i języków obcych.

Celem projektu „Współ w zespół z Matematyką bez Granic” jest podnoszenie kompetencji kluczowych uczniów ze szkół podstawowych, gimnazjalnych i ponadgimnazjalnych w zakresie kształtowania umiejętności opisywania w języku matematyki otaczającego świata, stawiania hipotez i ich weryfikowania, rozwiązywania problemów w twórczy sposób, integracji zespołu klasowego, skutecznego porozumiewania się w różnych sytuacjach, efektywnego współdziałania w zespole oraz interdyscyplinarnego spojrzenia na otaczającą nas rzeczywistość z uwzględnieniem znajomości języków obcych.

Podręcznik „Poznać matematykę” do drugiej klasy gimnazjum zawiera siedem pakietów edukacyjnych zgodnych z podstawą programową kształcenia ogólnego z zakresu matematyki dla szkół podstawowych i gimnazjów oraz standardów egzaminacyjnych. Materiały edukacyjne zawarte w podręczniku mają być źródłem do wzbogacenia treści zawartych w ramowym programie nauczania z zakresu matematyki realizowanych na zajęciach lekcyjnych w szkołach, z których pochodzą uczestnicy Projektu, rozszerzenia ich oraz przygotowaniem uczniów do udziału w konkursach przedmiotowych.

Zaproponowany przez Autorów Pakietów podział na siedem bloków tematycznych został opracowany na podstawie programu nauczania „Matematyka z plusem” (numer dopuszczenia DPN 5002- 17/08) oraz podręcznika pod redakcją Małgorzaty Dobrowolskiej, Matematyka 2, dla klasy II, Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2010 zgodnie z Podstawą programową kształcenia ogólnego dla gimnazjów i szkół ponadgimnazjalnych, których ukończenie umożliwia uzyskanie świadectwa dojrzałości po zdaniu egzaminu maturalnego.

Pakiety edukacyjne zawarte w Podręczniku II „**Poznać matematykę**” będą realizowane, na zajęciach pozalekcyjnych w szkołach, z których pochodzą uczestnicy Projektu, pod kierunkiem nauczyciela nauczającego matematyki w danej klasie.

Materiały podane w każdym pakiecie edukacyjnym zaplanowano do realizacji na cztery godziny lekcyjne – zajęć pozalekcyjnych zwanych - „**Spotkaniami zespołów MbG**”.

Zajęcia te będą realizowane w następujący sposób: „Spotkanie 1 zespołów MbG” – 1 godzina lekcyjna, „Spotkanie 2 zespołów MbG” – 2 godziny lekcyjne, „Spotkanie 3 MbG” – 1 godzina lekcyjna.

Każde „Spotkanie zespołów MbG” zawiera następujące stałe elementy:

- planowanie i podział zadań,
- realizacja założonych planów,
- rozwiązywanie zestawu zadań „rozwiążmy Razem”- rozwiązanie zestawu zadań konkursowych, w tym jednego zadania w języku obcym,



- udokumentowanie pracy zespołów,
- podsumowanie i ocena.

Realizacja każdego pakietu edukacyjnego zostanie poprzedzona jedną godziną lekcyjną przygotowań kształtujących pożądane umiejętności (wskazane przez Autorów Pakietów) pod kierunkiem nauczyciela: spotkanie pierwsze – **ćwiczenia otwierające**, spotkanie 2 i 3 – **rozwiążmy razem** oraz ostatnie – **ćwiczenia podsumowujące** - podsumowujące postępy uczniów - rozwiązania zestawów zadań „Rozwiążmy Razem” w klasie drugiej gimnazjum.

Ćwiczenia otwierające odbywają się zgodnie z terminarzem obowiązującym w danym pakiecie i są przeprowadzane przez nauczycieli matematyki w danej klasie w siedzibie szkół, z których pochodzą uczestnicy projektu.

Zadania z „Ćwiczeń otwierających” są treningiem do rozwiązywania zestawu „Rozwiążmy razem”.

Rozwiązane zadania przez zespoły uczniów z każdego zestawu zadań „Rozwiążmy razem” sprawdza nauczyciel matematyki uczestniczący w projekcie i ocenia je według otrzymanego klucza w danym pakiecie. **Arkusze rozwiązań zestawu zadań „Rozwiążmy razem” stanowią każdorazowo załącznik do raportu z realizacji danego pakietu edukacyjnego.**

Pierwsze zadanie podawane jest w języku obcym (angielskim, francuskim, niemieckim, hiszpańskim i włoskim). Należy je przetłumaczyć, rozwiązać i rozwiązanie podać w wybranym języku obcym. Rozwiązanie to musi zawierać co najmniej piętnaście wyrazów.

W rozwiązaniu zestawu zadań „Rozwiążmy razem” uczestniczy cała klasa (pracując w odpowiednio dobranych grupach). Czas na rozwiązanie zadań wynosi 90 minut.

Oceniana jest również strona graficzna i estetyka przedstawionych rozwiązań. Uczniowie mogą korzystać ze słowników językowych, przyborów geometrycznych, nożyczek, kredek i flamastrów.

Zakres współpracy z nauczycielami w zakresie realizacji projektu Współ w zespół z Matematyką bez Granic:

- zaplanowanie terminów zajęć pozalekcyjnych,
- realizacja pakietów edukacyjnych zgodnie z wytycznymi Projektodawcy,
- przygotowanie raportu z realizacji każdego pakietu edukacyjnego:
 - podanie terminów, w których odbyły się zajęcia;
 - odnotowanie frekwencji;
 - uwagi dotyczące realizacji zajęć;
 - dane dotyczące zestawu „Rozwiążmy razem”.
- przesłanie raportu wraz z listą obecności uczniów na zajęciach oraz arkuszami rozwiązań zestawu „Rozwiążmy razem” na adres Biura Projektu,
- aktualizacja stanu osobowego zespołu klasowego,
- współdziałanie w zakresie monitoringu i ewaluacji dotyczącej realizacji Projektu.



II. Cele edukacyjne zajęć pozalekcyjnych z zakresu matematyki

Realizacja Projektu Współ w zespół z Matematyką bez Granic - „Poznać matematykę” w roku szkolnym 2010/2011 zmierzać będzie do realizacji następujących celów ogólnych:
Rozwijanie zainteresowań matematycznych uczniów.

- Rozwijanie umiejętności wnioskowania oraz stawiania i weryfikowania hipotez.
- Kształcenie umiejętności czytania tekstów matematycznych ze zrozumieniem oraz analizowanie ich z wykorzystaniem pojęć i technik matematycznych.
- Rozwijanie umiejętności interpretowania danych.
- Kształtowanie umiejętności stosowania schematów, symboli literowych, rysunków i wykresów w sytuacjach związanych z życiem codziennym.
- Kształtowanie wyobraźni przestrzennej.
- Wyrabianie umiejętności logicznego analizowania problemu.
- Dostrzegania prawidłowości matematycznych w otaczającym świecie.
- Dostrzegania analogii w działach matematyki.
- Umiejętne posługiwanie się językiem matematycznym.
- Wyrabianie umiejętności porozumiewania się i współpracy w zespole.
- Ćwiczenie umiejętności logicznej argumentacji.
- Doskonalenie posługiwania się językiem obcym.
- Uaktywnienie uczniów i zachęcanie do wysiłku umysłowego.

Cele szczegółowe każdego pakietu edukacyjnego umieszczone są przy poszczególnych pakietach.

III. Warunki organizacyjne zajęć w ramach projektu

1. Adresaci zajęć pozalekcyjnych

Zgodnie z założeniami projektu – zajęcia pozalekcyjne przeznaczone są dla uczniów drugiej klasy gimnazjum, którzy chcą utrwalić, poszerzyć wiedzę oraz rozwijać i udoskonalić swoje umiejętności w zakresie kompetencji kluczowych, ze szczególnym uwzględnieniem nauk matematyczno-przyrodniczych i języków obcych.

2. Wymagania wstępne

Uczeń uczestniczący w drugim roku realizacji projektu powinien:

- Znać podstawy przynajmniej jednego języka nowożytnego.
- Czytać ze zrozumieniem, tłumaczyć wyrazy i budować proste zdania.



- Biegłe posługiwać się słownikiem języka obcego.
- Wykonywać działania pamięciowe i pisemne na liczbach wymiernych.
- Wykonywać podstawowe obliczenia procentowe.
- Wykonywać działania na wyrażeniach algebraicznych.
- Zapisywać warunki zadania za pomocą równania.
- Rozwiązywać równania stopnia pierwszego.
- Znać i stosować podstawowe jednostki miar.
- Rozróżniać podstawowe figury geometryczne i obliczać ich miary.
- Obliczać pola powierzchni i objętości prostopadłościanów i sześcianów.
- Rozwiązywać zadania tekstowe.

3. Sylwetka uczestnika zajęć po drugim roku realizacji projektu

Zakładamy, że prowadzenie zajęć pozalekcyjnych z matematyki w roku szkolnym 2010/2011 w ramach projektu pozwoli na:

- Aktywizację uczniów.
- Wykształcenie postawy nieustępliwości i uporu w rozwiązywaniu zadań.
- Wykształcenie u uczniów umiejętności przejrzystego przedstawiania rozumowania i uzasadniania odpowiedzi.
- Wykształcenie umiejętności uzasadniania własnego stanowiska, argumentowania i przekonywania innych.
- Wykształcenie umiejętności pracy w zespole.
- Ułatwienie podejmowania decyzji o przyjęciu różnych ról społecznych w grupie i ich zamianę w zależności od wykonywanego zadania.
- Uświadomienie beneficjentom o użyteczności matematyki w życiu codziennym.
- Właściwie zaplanowanie i wykorzystanie czasu na naukę.
- Zaspakajanie i rozwijanie wielu potrzeb edukacyjnych.
- Lepsze poznanie uczniów w obrębie grupy.
- Integrację zespołu klasowego.

4. Czas trwania zajęć w ramach realizacji projektu

Czas trwania zajęć uzależniony jest od organizacji roku szkolnego i składa się z trzech etapów. Każdy etap obejmuje jeden rok nauki szkolnej i polega na realizacji siedmiu pakietów edukacyjnych w wymiarze 28 godzin lekcyjnych (po 4 godziny na jeden pakiet).



IV. Metody i formy uczenia się

Nauczyciele prowadzący zajęcia w ramach Projektu powinni, podczas pracy z uczniami, występować w roli tutorów i przewodników w drodze nabywania umiejętności i wiedzy, dbając o to, by proces realizacji projektu dostosowany był do możliwości uczestników, a jednocześnie przebiegał sprawnie. W uzgadnianiu wykonywania zadań dominować powinno dążenie do rzeczowego przekonywania się, kompromisów i osiągnięcia consensusu.

Wskazane jest, aby nauczyciele zachęcali uczestników danego zespołu do podejmowania różnych ról społecznych i zadaniowych w ramach pracy w grupie np: przewodniczących, sekretarzy, ekspertów (naukowych, organizacyjnych), kierowników prac, asystentów, prezenterów, reprezentantów itd. a także, by inspirować młodzież do zamiany tych ról w zależności od wykonywanego zadania.

Wskazane jest także, opracowanie przez każdy zespół własnego logo oraz nazwy, które będą stałymi elementami znakowania materiałów i pogłębiania identyfikacji z grupą.

Główną formą pracy z uczniami jest praca w grupach. Można też zastosować takie metody jak dyskusja, metoda ćwiczeniowa i burza mózgów.

W czasie indywidualnej pracy z podręcznikiem uczeń może skorzystać z następujących porad doskonalących umiejętność rozwiązywania zadań.

W samodzielnym rozwiązaniu zadania przez ucznia mogą być pomocne następujące wskazówki:

- przeczytaj zadanie kilkakrotnie,
- jeżeli zadanie dotyczy konkretnej sytuacji, postaraj się sobie tą sytuację wyobrazić. Możesz wykonać rysunek do zadania,
- ustal, co jest niewiadomą w zadaniu i co wystarczy wiedzieć, by tę niewiadomą ustalić,
- wyodrębnij dane z zadania i ustal, czego możesz się na podstawie tych danych dowiedzieć,
- ułóż plan rozwiązania zadania i wykonaj go,
- sprawdź, czy Twoje rozwiązanie jest poprawne.



V. PAKIETY EDUKACYJNE

Pakiet G-2.1 „Sen o potęgze”

Pojęcie potęg i pierwiastków/

Własności działań na potęgach i pierwiastkach.

Szacowanie wartości pierwiastków i potęg.

Notacja wykładnicza.

Zastosowanie własności potęg i pierwiastków w sytuacjach praktycznych.

Pakiet G-2.2 „Matematyka na okrągło”

Długość okręgu.

Pole powierzchni koła.

Pole powierzchni pierścienia.

Długość łuku.

Pole wycinka koła.

Pakiet G-2.3 „Na układy nie ma rady”

Jednomiany i sumy algebraiczne.

Mnożenie sum algebraicznych.

Rozwiązywanie równań i stopnia z jedną niewiadomą.

Rozwiązywanie układów równań.

Zastosowanie równań i układów równań do rozwiązywania zadań.

Pakiet G-2.4 „Związek pitagorejski”

Zastosowanie twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa

Twierdzenie Pitagorasa w układzie współrzędnych.

Przekątna kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego.

Trójkąty o kątach 90° , 45° , 45° oraz 30° , 60° , 90° .

Trójkąty prostokątne w zadaniach tekstowych.



Pakiet G-2.5 „Parkietaże”

Okrąg opisany na trójkącie.

Okrąg wpisany w trójkąt.

Wielokąty foremne.

Okręgi wpisane i opisane na wielokątach foremnych.

Wielokąty i okręgi w zadaniach praktycznych.

Pakiet G-2.6 „Słupy graniaste”

Pole powierzchni graniastosłupa.

Objętość graniastosłupa.

Odcinki i kąty w graniastosłupach.

Graniastosłupy w zadaniach z życia codziennego.

Przekroje graniastosłupów.

Pakiet G-2.7 Piramidy:

Pole powierzchni ostrosłupa.

Objętość ostrosłupa.

Długości odcinków w ostrosłupach.

Kąty w ostrosłupach.

Przekroje ostrosłupów.



Pakiet G-2.1 „Sen o potęgę”

I Treści merytoryczne:

- pojęcie potęg i pierwiastków;
- własności działań na potęgach i pierwiastkach;
- szacowanie wartości pierwiastków i potęg;
- notacja wykładnicza;
- zastosowanie własności potęg i pierwiastków w sytuacjach praktycznych.

II Cele szczegółowe:

- ćwiczenie rachunku pamięciowego;
- kształtowanie sprawności rachunkowej uczniów;
- wyrabianie umiejętności posługiwania się własnościami potęg i pierwiastków;
- wykorzystanie własności potęg i pierwiastków w sytuacjach praktycznych;
- kształcenie umiejętności szacowania wartości pierwiastków i potęg.

III Metody i formy pracy:

- praca w grupach;
- burza mózgów;
- meta – plan;
- mapa myśli.

IV Przebieg zajęć

Spotkanie 1: „Ćwiczenia otwierające” (1 godzina lekcyjna)

1. Sprawy organizacyjne (sprawdzenie obecności);
2. Podział uczniów na zespoły zadaniowe (grupy 4 - 5 osobowe). Wybór liderów, sekretarzy, asystentów poszczególnych grup (zespoły zadaniowe w innym składzie niż na poprzednich spotkaniach);
3. Praca w grupach: każdy zespół wymyśla dla siebie nazwę (związaną z matematyką, działaniami społecznymi, historycznymi lub współczesnymi postaciami świata odkryć, dokonań naukowych) oraz logo zespołu;
4. Przedstawienie nazw i logo przez poszczególne grupy;
5. Rozdanie każdej z grup zestawów ćwiczeń otwierających oraz materiałów potrzebnych do rozwiązywania zadań;
6. Przedstawienie i porównanie rozwiązań zadań przez przedstawicieli grup;
7. Zebranie kart z rozwiązaniami;

8. Podsumowanie zajęć.;
9. Zakończenie zajęć.

Uwaga: Rozwiązania poszczególnych zadań uczniowie powinni zapisywać na oddzielnych kartkach, podpisanych nazwą zespołu i oznakowanych poprzez logo. Materiały dla uczniów stanowi pierwsza strona dokumentu Ćwiczenia otwierające.

Bibliografia do ćwiczeń otwierających

- [1] Braun M. Lech J., *Zbiór zadań dla gimnazjum- Matematyka 2*, GWO, Gdańsk 2000 (zad.2)
- [2] Dobrowolska M. w zespole, *Kalendarz gimnazjalisty*, GWO, Gdańsk 2007(zad.3, zad.4)
- [3] Vohland U., *Łamigłówki i zagadki liczbowe*, Wydawnictwo Jedność, Kielce 2004 (zad.1)

Spotkanie 2: „Rozwiążmy razem” (2 godziny lekcyjne)

1. Uczniowie siadają we wcześniej ustalonych zespołach zadaniowych.
2. Nauczyciel rozdaje przygotowane karty z zadaniami. Każda grupa losuje po dwa- trzy zadania do rozwiązania (w zależności od ilości grup) z zestawu zadań „Rozwiążmy Razem”.
3. Grupy rozwiązują zadania samodzielnie (w ciągu 90 minut).
4. Zakończenie zajęć- nauczyciel zbiera karty z rozwiązanymi zadaniami.

Bibliografia do zestawu zadań rozwiążmy razem

- [1] Bobiński Z. w zespole, *Matematyka z wesołym Kangurem*, Wydawnictwo Aksjomat, Toruń 2008 (zad.1)
- [2] Braun M. Lech J., *Zbiór zadań dla gimnazjum- Matematyka 2*, GWO, Gdańsk 2000 (zad.7, zad.8, zad.9, zad.10)
- [3] Dobrowolska M. w zespole, *Kalendarz gimnazjalisty GWO*, Gdańsk 2007 (zad.4, zad.5, zad.6)
- [4] Duvnjak E. w zespole, *Matematyka wokół nas. Gimnazjum 1*, WSiP, Warszawa 2008 (zad.3)
- [5] Świst M, Zielińska B., *Zbiór zadań z arytmetyki dla szkół podstawowych*, WSiP, Warszawa 1994(zad.2)

Spotkanie 3. „Ćwiczenia podsumowujące” (1 godzina lekcyjna).

Na trzecim jednogodzinnym spotkaniu nauczyciel ma już sprawdzone i wypunktowane zadania zestawu „Rozwiążmy razem”. Informuje uczniów, które zadania rozwiązali w pełni poprawnie.

Grupy uczniowskie prezentują całej klasie wybrane przez nauczyciela rozwiązania. Następnie nauczyciel przedstawia rozwiązania tych zadań, których uczniowie nie rozwiązali lub rozwiązali błędnie. Jeżeli czas na to pozwoli, uczniowie wraz z nauczycielem przeprowadzają dyskusję rozwiązań pozostałych zadań.

Uwaga: Karty odpowiedzi uczniów z zestawu „Rozwiążmy razem” będą stanowić załącznik do raportu z realizacji zajęć.



Spotkanie 1: Ćwiczenia otwierające - „Sen o potędze”

Exercise 1. Tennis Tournament (10 points)

In the table tennis tournament participate 16 kids. In the first round children play in pairs and in every match between two persons the loser is disqualified. The winners go to the next round and play with other winner. What is the number of all matches of the tournament which should be played to emerge the best player?



Exercice 1. Un Tournoi De Tennis De Table (10 points)

16 enfants sont venus à un tournoi de tennis de table. La règle de ce tournoi est la suivante: deux personnes jouent l'une contre l'autre jusqu'à ce que le perdant soit éliminé. Les gagnants passent à l'étape suivante et jouent avec un autre gagnant. Combien de rounds doivent être joués pour avoir le meilleur joueur?

Aufgabe 1. Tischtennisturnier (10 Punkte)

Zum Tischtennisturnier sind 16 Kinder gekommen. Es soll so verlaufen, dass zwei Personen miteinander spielen, worauf der Verlierer ausgeschlossen wird. Die Gewinner kommen in die nächste Runde und spielen mit einem anderen Gewinner. Wie viele Partien Tischtennis müssen gespielt werden, damit der beste Spieler ausgewählt wird?

Tarea 1. Torneo de tenis de mesa (10 puntos)

16 niños han venido al torneo de tenis de mesa. El torneo debe realizarse de esta manera que dos personas juegan una contra otra y después se elimina la que ha perdido. Cada ganador pasa al turno siguiente y juega con otro ganador.

¿ Cuántas partidas de tenis de mesa deben desarrollarse para que se seleccione al mejor jugador?

Esercizio 1. Torneo Di Tennis Da Tavolo (10 punti)

Al torneo di tennis da tavola sono venuti 16 bambini. Il programma prevede che due persone giocano insieme e la persona vinta è esclusa. I vincitori passano al secondo round e giocano con gli altri vincitori. Quante partite devono essere giocate per poter scegliere il migliore giocatore ?

Zadanie 2. Bakterie (3 punkty)

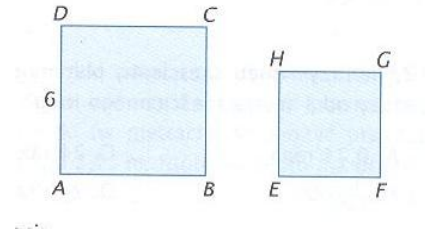
W ciągu godziny bakteria dzieli się na dwie nowe bakterie, które po kolejnej godzinie dzielą się ponownie itd. Zapisz w postaci potęgi, ile bakterii powstanie w ten sposób z jednej w ciągu:

- doby,
- tygodnia,
- roku (przyjmując, że rok ma 52 tygodnie).



Zadanie 3. Kwadraty (3 punkty)

Kwadrat ABCD o boku 6 ma pole dwa razy większe od pola kwadratu EFGH. Jaką długość ma bok mniejszego kwadratu?



Zadanie 4. Tunel pod kanałem La Manche (2 punkty)

Tunel pod kanałem La Manche jest 800 razy krótszy od długości równika, która wynosi $4 \cdot 10^7$ m. Jaką długość ma ten tunel? (Wynik podaj w km).



Rozwiązania oraz schemat punktacji zestawu ćwiczeń otwierających „Sen o potęgę

Zadanie 1. Turniej tenisa stołowego (10 punktów)

Na turniej tenisa stołowego przyszło 16 dzieci. Ma on przebiegać tak, że dwie osoby grają ze sobą, po czym przegrany zostaje wykluczony. Zwycięzcy przechodzą do następnej rundy i grają z innym zwycięzcą. Ile partii tenisa stołowego musi zostać rozegranych, aby wyłoniony został najlepszy gracz?

Rozwiązanie:

Trzeba rozegrać 15 meczów

Runda 1: 8 osób gra z 8 osobami, jest to 8 meczów.

Runda 2: 4 osoby z 4; są to 4 mecze.

Runda 3: 2 z 2; są to 2 mecze.

Runda 4: 1 z 1; jest to 1 mecz.

Suma wszystkich meczów wynosi 15.

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Poprawne przetłumaczenie	2
B	Właściwe rozwiązanie w języku polskim	2
C	Uzasadnienie w języku polskim	2
D	Poprawne przetłumaczenie rozwiązania na język obcy	4

Exercise 1. Tennis Tournament (10 points)

Solution:

15 matches should be played.

Round 1: 8 persons play with 8 persons. We have 8 matches.

Round 2: 4 persons with 4; 4 matches.

Round 3: 2 with 2; 2 matches.

Round 4: 1 with 1; 1 match.

The number of all matches is 15.

Scores:

Activity	Stages of solution	Points
A	Correct translation	2
B	The right solution in Polish language	2
C	Justification in Polish language	2
D	The correct translation of solution into English language	4



Exercice 1. Un Tournoi De Tennis De Table (10 points)

Solution :

Il faut jouer 15 matchs.

Round 1 : 8 personnes jouent contre 8 personnes; 8 matchs.

Round 2 : 4 personnes contre 4; 4 matchs.

Round 3 : 2 personnes contre 2; 2 matchs.

Round 4 : 1 personne contre 1; 1 match.

La somme de tous les matchs est 15.

Pointage:

Numéro de l'activité	Solution étape par étape	Nombre de points
A	Traduction correcte de l'exercice	2
B	Solution correcte en polonais	2
C	Justification en polonais	2
D	Traduction correcte de la solution en langue étrangère	4

Aufgabe 1. Tischtennisturnier (10 Punkte)

Lösung:

Man muss 15 Spiele spielen.

Runde 1: 8 Personen spielen mit 8 Personen. Das sind 8 Spiele.

Runde 2: 4 Personen mit 4; das sind 4 Spiele.

Runde 3: 2 mit 2; das sind 2 Spiele.

Runde 4: 1 mit 1; das ist 1 Spiel.

Die Summe von allen Spielen beträgt 15.

Punktwertung:

Tätigkeitsnummer	Etappen der Aufgabenauflösung	Punktzahl
A	Richtige Übersetzung	2
B	Richtige Lösung im Polnischen	2
C	Begründung im Polnischen	2
D	Richtige Übersetzung der Lösung in eine fremde Sprache	4



Tarea 1. Torneo de tenis de mesa (10 puntos).

Solución:

Hay que jugar 15 partidas.

Turno 1: 8 personas juegan contra 8 personas.

Esto constituye 8 partidas.

Turno 2: 4 personas juegan contra 4.

Esto constituye 4 partidas.

Turno 3: 2 contra 2, son 2 partidas.

Turno 4: 1 contra 1, es una partida.

Suma de todas partidas es 15.

Puntuación:

Nº de actividad	Etapas de solución de tarea	Cantidad de puntos
A	Traducción correcta	2
B	Solución adecuada en polaco	2
C	Argumentación en polaco	2
D	Traducción correcta de la solución en la lengua extranjera	4

Esercizio 1. Torneo Di Tennis Da Tavolo (10 punti)

Soluzione:

Bisogna effettuare 15 partite.

Round 1: 8 persone giocano con 8 persone. Questo fa 8 partite.

Round 2: 4 persone con 4; qui ci sono 4 partite.

Round 3: 2 con 2; ci sono 2 partite.

Round 4: 1 con 1; c'è 1 partita.

La somma di tutte le partite fa 15.

Punteggio:

Numero dell'attività	Tappe di soluzione dell'esercizio	Numero di punti
A	Traduzione corretta	2
B	Soluzione giusta in polacco	2
C	Giustificazione in polacco	2
D	Traduzione corretta della soluzione in polacco	4



Zadanie 2. Bakterie (3 punkty)

Rozwiązanie:

$$1 \text{ godzina} = 2^1 = 2$$

$$2 \text{ godzina} = 2^2 = 4$$

Doba = 24 godziny, czyli ilość bakterii wyniesie 2^{24}

Tydzień = $24 \cdot 7 = 168$ godzin, stąd ilość bakterii wyniesie 2^{168}

Rok = $168 \cdot 52 = 8736$ godzin, stąd ilość bakterii wyniesie 2^{8736}

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie ilości bakterii powstałej w ciągu doby	1
B	Obliczenie ilości bakterii powstałej w ciągu tygodnia	1
C	Obliczenie ilości bakterii powstałej w ciągu roku	1

Zadanie 3. Kwadraty (3 punkty)

Rozwiązanie:

$$P_1 = 6^2 = 36$$

$$P_2 = 36 : 2 = 18$$

$$\text{Długość boku EF} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie pola dużego kwadratu	1
B	Obliczenie pola małego kwadratu	1
C	Obliczenie długość boku EF	1

Zadanie 4. Tunel pod kanałem La Manche (2 punkty)

Rozwiązanie:

$$\frac{4 \times 10^7}{800} = \frac{4 \times 10^7}{8 \times 10^2} = \frac{1}{2} \times 10^5 = 0,5 \times 10^5 = 5 \times 10^4 = 50000 [m] = 50 [km]$$

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie długości kanału w [m]	1
B	Zamiana jednostek na [km]	1



Spotkanie 2: Rozwiążmy razem - „Sen o potędze”

Exercise 1. Sunny holiday (10 points)

On Turtle Island the weather changes with an unusual regularity: on Mondays and Wednesdays always rains, on Saturdays is fog and other days of a week are sunny. Some group of tourists wants to spend their holiday on this island and stay here 44 days. Which day of a week should be the first day of their holiday to have the largest number of sunny days during their staying?



Exercice 1. Le Conge Ensoleille (10 points)

Sur l'île aux tortues, le temps change d'une façon très régulière: le lundi et le mercredi, il pleut toujours, le samedi il y a du brouillard et les autres jours de la semaine sont ensoleillés. Un groupe de touristes veut y passer leur congé de 44 jours. Quel jour de la semaine doit commencer leur séjour sur cette île pour que le nombre de jours ensoleillés pendant le congé soit le plus grand?

Aufgabe 1. Sonniger Urlaub (10 Punkte)

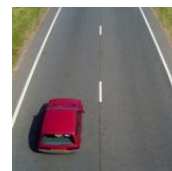
Auf einer Schildkröteninsel wechselt das Wetter mit einer ungewöhnlicher Regelmäßigkeit: montags und mittwochs regnet es immer, samstags ist es neblig, und die übrigen Wochentage sind sonnig. Eine Touristengruppe will auf dieser Insel ihr 44 Tage Urlaub verbringen. Welcher Wochentag soll ihr erster Urlaubstag auf der Insel sein, damit die Zahl der sonnigen Tage am größten ist?

Tarea 1. Vacaciones soleadas (10 puntos)

En la Isla de Tortugas el tiempo cambia con una regularidad extraordinaria: los lunes y los miércoles llueve siempre, los sábados son nebulosos, otros días de la semana son soleados. El grupo de turistas quiere pasar en esta isla sus vacaciones de 44 días.
¿Qué día de la semana debe ser su primer día de la estancia en la isla para que la suma de días soleados durante sus vacaciones sea la más grande?

Esercizio 1. Vacanza Di Sole (10 punti)

Sull'Isola di Tartarughe il tempo cambia con una regolarità straordinaria : lunedì e mercoledì piove sempre, ogni sabato c'è la nebbia ed altri giorni della settimana sono giorni di sole. Un gruppo di turisti vuole passare su questa isola le vacanze di 44 giorni. Quale dovrebbe essere il primo giorno di vacanza per avere il massimo di giorni di sole ?



Zadanie 2. Długa droga (6 punktów)

Metr sześcienny podzielono na milimetry sześciennie a następnie otrzymane sześcianiki ustawiono jeden za drugim. Ile czasu zajmie przejażdżka samochodem wzdłuż otrzymanej drogi ułożonej z sześcianików, jeśli jechalibyśmy z prędkością $V = 50 \text{ km/h}$?



Zadanie 3. Oszacuj mnie (12 punktów)

Bez użycia kalkulatora zaokrąglaj do jedności wartości pierwiastków a następnie podaj przybliżony wynik działania:



a) $3 + \sqrt{3}$

b) $\sqrt{8} - \sqrt{26}$

c) $\sqrt[3]{28} - 2$

d) $\sqrt[3]{82} - \sqrt{80}$

e) $\sqrt[3]{11} + \sqrt{11}$

f) $\sqrt{37} + \sqrt[3]{120}$

Zadanie 4. Platyna i lód (2 punkty)



Ile razy 1 metr sześcienny platyny jest cięższy od 1 metra sześciennego lodu? Gęstość lodu wynosi $9 \cdot 10^2 \text{ kg/m}^3$ a gęstość platyny $2,16 \cdot 10^4 \text{ kg/m}^3$.



Zadanie 5. Krwinki (5 punktów)

W 1 mm^3 krwi jest od 4 mln do 6 mln krwinek. Dorosły człowiek ma około 5 litrów krwi, a powierzchnia jednej krwinki wynosi $1,2 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2$.

Ile jest krwinek w 1 litrze krwi?

Oblicz łączną powierzchnię krwinek zawartych w krwi dorosłego człowieka.



Zadanie 6. Czechy i Słowacja (2 punkty)

W Czechach żyje $1,03 \cdot 10^7$ ludzi, a w Słowacji $5,4 \cdot 10^6$. Ile wynosi liczba mieszkańców obu tych krajów? Obliczyć sumę ludności Czech i Słowacji. Wynik podaj w postaci notacji wykładniczej.



Zadanie 7. Czeladź (2 punkty)

Oto zadanie z podręcznika sprzed prawie 200 lat. Napisane jest ówczesnym językiem. Czy potrafisz je rozwiązać?

Pewna liczba Rzemieślników z czeladzią swą stanęła do roboty, każdy z Maystrów po tyle miał czeladzi, ile samych Maystrów razem wszystkich wziętych było; była zaś liczba wszystkiej czeladzi równa 625, pytam: jaka jest liczba Maystrów?



Zadanie 8. Pyton (2 punkty)

Dorosły pyton (8m długości) ma objętość 100 dm^3 . Jaka jest krawędź sześcianu, którego objętość jest równa objętości pytona?



Zadanie 9. Wynalazca szachów (3 punkty)

Legenda mówi, że wynalazca szachów poprosił sułtana o pozornie niewielką nagrodę:

- 1 ziarno pszenicy za pierwsze pole szachownicy,
- 2 ziarna za drugie pole,
- 4 ziarna za trzecie,
- 8 ziaren za czwarte itd.

Ile ziaren pszenicy powinien otrzymać wynalazca szachów za ostatnie pole? Wynik zapisz za pomocą notacji wykładniczej. Zakładając, że jedno ziarno waży około 0,001g, oblicz, ile ton pszenicy powinien dostać wynalazca za ostatnie pole?

Porównaj ilość pszenicy za ostatnie pole z ilością obecnie zbieraną w ciągu roku na świecie (około 600 mln ton).

Wskazówki:

- szachownica ma 64 pola;
- skorzystaj z przybliżenia $2^{10} = 1024 \approx 1000 = 10^3$



Zadanie 10. Budda (5 punktów)

Według indyjskiej legendy Budda, starając się o rękę księżniczki Gopy, musiał zwyciężyć swych konkurentów między innymi w arytmetyce. Wielki matematyk Arauna zapytał go, czy zna liczby większe niż *koṭi*. Sto *koṭi*-odpowiedział Budda- to *ayuta*, sto *ayuta* to *niyuta*, sto *niyuta* to *kaṅkara*, sto *kaṅkara* to *vivara*...



Wiedząc, że *koṭi* to sto razy sto tysięcy, zapisz wszystkie występujące w tej opowieści liczebniki w postaci potęg dziesięciu.



Rozwiązania oraz schemat oceniania zestawu

Rozwiążmy razem – „Sen o potęgę”

Zadanie1. Słoneczny urlop (10 punktów)

Na Żółtwej Wyspie pogoda zmienia się z niezwykłą regularnością: w poniedziałki i środy zawsze pada, w soboty jest mglisto, a pozostałe dni tygodnia są słoneczne. Grupa turystów chce na tej wyspie spędzić swój 44-dniowy urlop. Jaki dzień tygodnia powinien być ich pierwszym dniem pobytu na wyspie, aby liczba słonecznych dni podczas urlopu była największa?

Rozwiązanie:

Urlop turystów ma trwać 44 dni, czyli 6 tygodni i 2 dni. W tygodniu na Wyspie mamy cztery dni słoneczne, przy czym czwartek i piątek są następującymi po sobie dniami słonecznymi. Zatem urlop należy rozpocząć w czwartek.

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Poprawne przetłumaczenie	2
B	Właściwe rozwiązanie w języku polskim	2
C	Uzasadnienie w języku polskim	2
D	Poprawne przetłumaczenie rozwiązania na język obcy	4

Exercise 1. Sunny holiday (10 points)

Solution:

The Holiday has 44 days, it is exactly 6 weeks and 2 days. In a week on the island we have four sunny days. Thursday and Friday are two days in a row which are sunny, so the holiday should start on Thursday.

Scores:

Activity	Stages of solution	Points
A	Correct translation	2
B	The right solution in Polish language	2
C	Justification in Polish language	2
D	The correct translation of solution into English language	4



Exercice 1. Le Conge Ensoleille (10 points)

Solution:

Le congé doit durer 44 jours, donc 6 semaines et 2 jours. Dans la semaine, on a 4 jours ensoleillés sur l'île, mais jeudi et vendredi sont des jours ensoleillés qui se suivent. Dans ce cas-là, il faut commencer le congé un jeudi.

Pointage:

Numéro de l'activité	Solution étape par étape	Nombre de points
A	Traduction correcte de l'exercice	2
B	Solution correcte en polonais	2
C	Justification en polonais	2
D	Traduction correcte de la solution en langue étrangère	4

Aufgabe 1. Sonniger Urlaub (10 Punkte)

Lösung:

Der Urlaub der Touristen soll 44 Tage dauern, also 6 Wochen und 2 Tage. In einer Woche hat man auf der Insel 4 sonnige Tage, wobei der Donnerstag und Freitag die aufeinander folgenden sonnigen Tage sind. Deshalb soll man den Urlaub am Donnerstag beginnen.

Punktwertung:

Tätigkeitsnummer	Etappen der Aufgabenauflösung	Punktzahl
A	Richtige Übersetzung	2
B	Richtige Lösung im Polnischen	2
C	Begründung im Polnischen	2
D	Richtige Übersetzung der Lösung in eine fremde Sprache	4

Tarea 1. Vacaciones soleadas (10 puntos)

Solución:

Las vacaciones de turistas deben durar 44 días, es decir 6 semanas y dos días. En la isla, tenemos cuatro días soleados y además, el jueves y el viernes son días soleados que se suceden. Entonces, es preciso comenzar las vacaciones el jueves.

Puntuación:

Nº de actividad	Etapas de solución de tarea	Cantidad de puntos
A	Traducción correcta	2
B	Solución adecuada en polaco	2
C	Argumentación en polaco	2
D	Traducción correcta de la solución en la lengua extranjera	4



Esercizio 1. Vacanza Di Sole (10 punti)

Soluzione:

Le vacanze di turisti devono durare 44 giorni allora 6 settimane e 2 giorni. Durante la settimana sull'isola ci sono quattro giorni di sole, dove giovedì e venerdì sono due giorni successivi con il sole. Allora le vacanze devono cominciare il giovedì.

Punteggio:

Numero dell'attività	Tappe di soluzione dell'esercizio	Numero di punti
A	Traduzione corretta	2
B	Soluzione giusta in polacco	2
C	Giustificazione in polacco	2
D	Traduzione corretta della soluzione in polacco	4

Zadanie 2. Długa droga (6 punktów)

Rozwiązanie:

$$1m^3 = 1000 dm^3 = 1\,000\,000cm^3 = 1\,000\,000\,000 mm^3$$

$$1\,000\,000\,000 mm = 1000 km$$

$$50 km - 1 h$$

$$1000 km - x h$$

$$x = \frac{1000 \cdot 1}{50} \left[\frac{km \cdot h}{km} \right]$$

$$x = 20[h]$$

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Zamiana jednostek	4
B	Ułożenie proporcji- równania	1
C	Rozwiązanie równania- obliczenie czasu jazdy	1



Zadanie 3. Oszacuj mnie (12 punktów)

Rozwiązanie:

- a) $3 + \sqrt{3} \approx 3 + 2 = 5$
 b) $\sqrt{8} - \sqrt{26} \approx 3 - 5 = -2$
 c) $\sqrt[3]{28} - 2 \approx 3 - 2 = 1$
 d) $\sqrt[3]{82} - \sqrt{80} \approx 4 - 9 = -5$
 e) $\sqrt[3]{11} + \sqrt{11} \approx 2 + 3 = 5$
 f) $\sqrt{37} + \sqrt[3]{120} \approx 6 - 5 = 1$

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Oszacowanie wartości pierwiastków – po 1 p.	6
B	Wykonanie działania po 1p.	6

Zadanie 4. Platyna i lód (2 punkty)

Rozwiązanie:

$$\frac{2,16 \cdot 10^4}{9 \cdot 10^2} = \frac{2,16 \cdot 10^2}{9} = \frac{216}{9} = 24$$

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	wykonanie działań na potęgach	2

Zadanie 5. Krwinki (5 punktów)

Rozwiązanie:

- a) $1 \text{ liter} = 1 \text{ dm}^3 = 10^3 \text{ cm}^3 = 10^6 \text{ mm}^3$
 W 1 litrze krwi występuje od $4 \cdot 10^{12}$ do $6 \cdot 10^{12}$ krwinek
 b) W 5 litrach krwi jest od $20 \cdot 10^{12}$ do $30 \cdot 10^{12}$ krwinek, powierzchnia wynosi od:
 $20 \cdot 10^{12} \cdot 1,2 \cdot 10^{-10} = 2\,400 [\text{m}^2]$
 do $30 \cdot 10^{12} \cdot 1,2 \cdot 10^{-10} = 3\,600 [\text{m}^2]$

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie, ile jest krwinek w 1 litrze krwi	2
B	Obliczenie, ile jest krwinek w 5 litrach krwi	1
C	Obliczenie łącznej powierzchni krwinek	2



Zadanie 6. Czechy i Słowacja (2 punkty)

Rozwiązanie:

$$1,03 \cdot 10^7 + 5,4 \cdot 10^6 = 10,3 \cdot 10^6 + 5,4 \cdot 10^6 = 15,7 \cdot 10^6 = 1,57 \cdot 10^7$$

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Wykonanie działań na potęgach i zapis w notacji wykładniczej	2

Zadanie 7. Czeladź (2 punkty)

Rozwiązanie:

$$\sqrt{625} = 25, \text{ bo } 25^2 = 625$$

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Wykonanie działania na pierwiastkach	2

Zadanie 8. Pyton (2 punkty)

Rozwiązanie:

$$V = 100 \text{ dm}^3$$

$$V = a^3$$

$$100 = a^3$$

$$a = \sqrt[3]{100} \approx 4,6 \text{ [dm]}$$

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie długości krawędzi sześcianu	2



Zadanie 9. Wynalazca szachów (3 punkty)

Rozwiązanie:

a) Ilość ziaren pszenicy to potęgi liczby 2;

Mamy 64 pola na szachownicy, więc ziaren jest 2^{63} skoro $2^{10} \approx 10^3$,
zatem $2^{63} = 2^{60} \cdot 2^3 = 2^{10 \cdot 6} \cdot 2^3 = (2^{10})^6 \cdot 2^3 \approx (10^3)^6 \cdot 2^3 = 10^{18} \cdot 2^3 = 8 \cdot 10^{18}$

b) Jedno ziarno waży 0,001g więc 2^{63} ziaren waży $8 \cdot 10^{18} \cdot 10^{-3} \text{g} = 8 \cdot 10^9 [\text{t}]$

c) $600 \text{ mln ton} = 6 \cdot 10^8 \text{ t} < 8 \cdot 10^9 \text{ t}$

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Wykonanie działań na potęgach i zapis w notacji wykładniczej	1
B	Obliczenie ilości ton pszenicy	1
C	Porównanie ilości pszenicy	1

Zadanie 10. Budda (5 punktów)

Rozwiązanie:

Skoro:

$$100 \text{ koti} = 1 \text{ ayuta}$$

$$100 \text{ ayuta} = 1 \text{ niyuta}$$

$$100 \text{ niyuta} = 1 \text{ kańkara}$$

$$100 \text{ kańkara} = 1 \text{ vivara}$$

Zatem:

$$1 \text{ koti} = 100 \cdot 100 \text{ 000} = 10^2 \cdot 10^5 = 10^7$$

$$1 \text{ ayuta} = 10^7 \cdot 10^2 = 10^9$$

$$1 \text{ niyuta} = 10^9 \cdot 10^2 = 10^{11}$$

$$1 \text{ kańkara} = 10^{11} \cdot 10^2 = 10^{13}$$

$$1 \text{ vivara} = 10^{13} \cdot 10^2 = 10^{15}$$

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Zapisanie 1 koti w postaci potęgi liczby 10	1
B	Zapisanie 1 ayuta w postaci potęgi liczby 10	1
C	Zapisanie 1 niyuta w postaci potęgi liczby 10	1
D	Zapisanie 1 kańkara w postaci potęgi liczby 10	1
E	Zapisanie 1 vivara w postaci potęgi liczby 10	1



Pakiet G-2.2 „Matematyka na okrągło”

I Treści merytoryczne:

- długość okręgu;
- pole powierzchni koła;
- pole powierzchni pierścienia;
- długość łuku;
- pole wycinka koła.

II Cele szczegółowe:

- kształtowanie sprawności obliczania pola i obwodu koła ;
- wyrabianie umiejętności posługiwania się liczbą π ;
- wykorzystanie pierścienia kołowego w zadaniach;
- kształcenie umiejętności obliczania długości łuku i pola wycinka kołowego;
- rozwiązywanie zadań tekstowych związanych z obwodami i polami kół.

III Metody i formy pracy

- Praca w grupach.
- Burza mózgów.
- Meta – plan.
- Mapa myśli.

IV Przebieg zajęć

Spotkanie 1: „Ćwiczenia otwierające” (1 godzina lekcyjna)

1. Sprawy organizacyjne (sprawdzenie obecności).
2. Podział uczniów na zespoły zadaniowe (grupy 4 – 5 osobowe). Wybór liderów, sekretarzy, asystentów poszczególnych grup (zespoły zadaniowe w innym składzie niż na poprzednich spotkaniach).
3. Praca w grupach: każdy zespół wymyśla dla siebie nazwę (związaną z matematyką, działaniami społecznymi, historycznymi lub współczesnymi postaciami świata odkryć, dokonań naukowych) oraz logo zespołu.
4. Przedstawienie nazw i logo przez poszczególne grupy.
5. Rozdanie każdej z grup zestawów ćwiczeń otwierających oraz materiałów potrzebnych do rozwiązywania zadań.
6. Przedstawienie i porównanie rozwiązań zadań przez przedstawicieli grup.
7. Zebranie kart z rozwiązaniami.
8. Podsumowanie zajęć.

9. Zakończenie zajęć.

Uwaga: Rozwiązania poszczególnych zadań uczniowie powinni zapisywać na oddzielnych kartkach, podpisanych nazwą zespołu i oznakowanych poprzez logo. Materiały dla uczniów stanowi pierwsza strona dokumentu Ćwiczenia otwierające.

Bibliografia do ćwiczeń otwierających

- [1] Bińkowska M., Gawrońska-Kornobis E., Sawińska-Stuła A., Staniszevska L. zadanie autorskie (zad. 2)
- [2] Bobiński Z. w zespole, *Matematyka z wesołym Kangurem*, Wydawnictwo „Aksjomat“, Toruń 2008 (zad.1)
- [3] Braun M. Lech J., *Zbiór zadań dla gimnazjum- Matematyka 2*, GWO, Gdańsk 2000 (zad.3, zad.4)

Spotkanie 2: „Rozwiążmy razem” (2 godziny lekcyjne)

1. Uczniowie siadają we wcześniej ustalonych zespołach zadaniowych.
2. Nauczyciel rozdaje przygotowane karty z zadaniami. Każda grupa losuje po dwa- trzy zadania do rozwiązania (w zależności od ilości grup) z zestawu zadań „Rozwiążmy Razem”.
3. Grupy rozwiązują zadania samodzielnie (w ciągu 90 minut).
4. Zakończenie zajęć- nauczyciel zbiera karty z rozwiązanymi zadaniami.

Bibliografia do zestawu zadań rozwiążmy razem

- [1] Bobiński Z. w zespole, *Matematyka z wesołym Kangurem*, Wydawnictwo Aksjomat, Toruń 2008.(zad.1)
- [2] Braun M. Lech J., *Zbiór zadań dla gimnazjum- Matematyka 2*, GWO, Gdańsk 2000 (zad.4, zad.5, zad.6, zad.7, zad.8, zad. 9, zad.10)
- [3] Mostowski K. PaczesnaW.,*Matematyka Nowej Ery, klasa1 gimnazjum*, Wydawnictwo Nowa Era, Warszawa 2004 (zad.3)
- [4] Palczewska – Groth D., Turska D., *Potrafię obliczyć*, Wydawnictwo Seneka, Sopot 2009 (zad.2)

Spotkanie 3.”Ćwiczenia podsumowujące” (1 godzina lekcyjna).

Na trzecim jednogodzinnym spotkaniu nauczyciel ma już sprawdzone i wypunktowane zadania zestawu „Rozwiążmy razem”. Informuje uczniów, które zadania rozwiązali w pełni poprawnie. Grupy uczniowskie prezentują całej klasie wybrane przez nauczyciela rozwiązania. Następnie nauczyciel przedstawia rozwiązania tych zadań, których uczniowie nie rozwiązali lub rozwiązali błędnie. Jeżeli czas na to pozwoli, uczniowie wraz z nauczycielem przeprowadzają dyskusję rozwiązań pozostałych zadań.

Uwaga: Karty odpowiedzi uczniów z zestawu „Rozwiążmy razem” będą stanowić załącznik do raportu z realizacji zajęć.



Spotkanie 1: Ćwiczenia otwierające - „Matematyka na okrągło”

Exercise 1. John's birthday (10 points)

In the morning, the day after his Birthday John said: „The day after tomorrow will be Thursday“. What day of a week was John's Birthday?



Exercice 1. L'anniversaire De Petit Jean (10 points)

Le lendemain de son anniversaire petit Jean a constaté: «Ce sera jeudi après-demain». Son anniversaire est fêté quel jour de la semaine ?

Aufgabe 1. Hänsels Geburtstag (10 Punkte)

Am nächsten Tag nach seinem Geburtstag stellte Hänsel fest: „Übermorgen wird Donnerstag sein“. An welchem Wochentag feiert Hansel seinen Geburtstag?

Tarea 1. Cumpleaños de Juanito (10 puntos)

Un día después de su cumpleaños, Juanito constató: „Pasado mañana será jueves“. ¿En qué día de la semana Juanito tiene su cumpleaños?

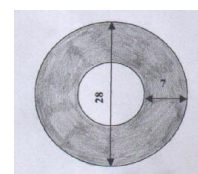
Esercizio 1. Compleanno Di Giovanni (10 punti)

Il giorno dopo il suo compleanno Giovanni ha detto: “Dopodomani sarà giovedì”. Quale giorno della settimana Giovanni ha avuto il suo compleanno ?

Zadanie 2. Rondo (2 punkty)

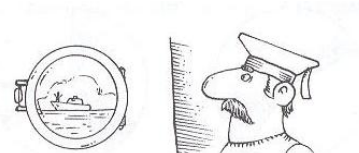
Na miejscu dawnego skrzyżowania postanowiono wybudować rondo, którego wymiary (w metrach) podane są na rysunku.

Oblicz, na jakiej powierzchni powinien być wylany asfalt (obszar zacieniowany na rysunku). W swoich obliczeniach za π podstaw $\frac{22}{7}$.



Zadanie3. Bulaj (3 punkty)

Bulaj ma średnicę 40cm. Ile bulajów wpuszcza tyle światła, co okno o wymiarach 125cm x 90cm?



Zadanie 4. Trawnik Hani (2 punkty)

Hania obeszła trawnik w kształcie koła, wykonując 30 kroków. Jaka jest średnica tego trawnika, jeżeli średnia długość kroku Hani wynosi 0,6m?



Rozwiązania oraz schemat punktacji zestawu Ćwiczeń otwierających - „Matematyka na okrągło”.

Zadanie 1. Urodziny Jasia (10 punktów)

Nazajutrz po swoich urodzianach Jaś stwierdził: „Pojutrze będzie czwartek”. W jakim dniu tygodnia Jaś obchodził swoje urodziny?

Rozwiązanie:

Informację „Pojutrze będzie czwartek” Jaś wypowiedział we wtorek, a było to nazajutrz po dniu jego urodzin. Zatem urodziny obchodził w poniedziałek.

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Poprawne przetłumaczenie	2
B	Właściwe rozwiązanie w języku polskim	2
C	Uzasadnienie w języku polskim	2
D	Poprawne przetłumaczenie rozwiązania na język obcy	4

Exercise 1. John's birthday (10 points)

Solution:

A sentence: „The day after tomorrow will be Thursday” was said on Thursday, that means in the day after John's Birthday. Hence the Birthday was on Monday.

Scores:

Activity	Stages of solution	Points
A	Correct translation	2
B	The right solution in Polish language	2
C	Justification in Polish language	2
D	The correct translation of solution into English language	4



Exercice 1. L'anniversaire De Petit Jean (10 points)

Solution :

L'information « Ce sera jeudi après-demain » a été dite par petit Jean un mardi et c'était le lendemain de son anniversaire. Son anniversaire a donc été fêté un lundi.

Pointage:

Numéro de l'activité	Solution étape par étape	Nombre de points
A	Traduction correcte de l'exercice	2
B	Solution correcte en polonais	2
C	Justification en polonais	2
D	Traduction correcte de la solution en langue étrangère	4

Aufgabe 1. Hänsels Geburtstag (10 Punkte)

Lösung:

Die Information „Übermorgen wird Donnerstag sein“ sprach Hänsel am Dienstag aus, und das war am nächsten Tag nach seinem Geburtstag. Seinen Geburtstag feierte er also am Montag.

Punktwertung:

Tätigkeitsnummer	Etappen der Aufgabenauflösung	Punktzahl
A	Richtige Übersetzung	1
B	Richtige Lösung im Polnischen	2
C	Begründung im Polnischen	2
D	Richtige Übersetzung der Lösung in eine fremde Sprache	4

Tarea 1. Cumpleaños de Juanito (10 puntos)

Solución:

Juanito declaró: "Pasado mañana será jueves" el martes y eso fue un día después de su cumpleaños. Entonces tuvo su cumpleaños el lunes.

Puntuación

Nº de actividad	Etapas de solución de tarea	Cantidad de puntos
A	Traducción correcta	2
B	Solución adecuada en polaco	2
C	Argumentación en polaco	2
D	Traducción correcta de la solución en la lengua extranjera	4



Esercizio 1. Compleanno Di Giovanni (10 punti)

Soluzione:

L'informazione "Dopodomani sarà giovedì" Giovanni ha detto martedì, e questo era il giorno dopo il suo compleanno. Allora il compleanno è stato festeggiato lunedì.

Punteggio:

Numero dell'attività	Tappe di soluzione dell'esercizio	Numero di punti
A	Traduzione corretta	2
B	Soluzione giusta in polacco	2
C	Giustificazione in polacco	2
D	Traduzione corretta della soluzione in polacco	4

Zadanie2. Rondo (2 punkty)

Rozwiązanie:

dla $R = 14$ oraz $r = 14 - 7 = 7$

$$P = \pi R^2 - \pi r^2 = \pi(R^2 - r^2) = \frac{22}{7} (14^2 - 7^2) = \frac{22}{7} \cdot 147 = 462[\text{m}^2]$$

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie pól kół	1
B	Obliczenie pola pierścienia	1



Zadanie 3. Bulaj (3 punkty)

Rozwiązanie:

$$\begin{aligned} \text{okno } P &= ab = 125 \cdot 90 = 11\,250 [\text{cm}^2] \\ \text{bulaj } P &= \pi \cdot r^2 = 3,14 \cdot 20 = 1\,256 [\text{cm}^2] \\ \text{ilość bulajów } & 11\,250 \text{cm}^2 : 1\,256 \text{cm}^2 \approx 9 \end{aligned}$$

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie pola prostokąta	1
B	Obliczenie pola koła	1
C	Obliczenie liczby bulajów	1

Zadanie 4. Trawnik Hani (2 punkty)

Rozwiązanie:

$$\begin{aligned} \text{droga Hani } s &= 30 \cdot 0,6 = 18 [\text{m}] \\ \text{z obwodu } l &= d \cdot \pi \text{ obliczamy } d = \frac{18}{3,14} \approx 5,7 [\text{m}] \end{aligned}$$

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie drogi Hani	1
B	Obliczenie średnicy koła	1



Spotkanie 2: Rozwiążmy razem - „Matematyka na okrągło”

Exercise 1. Blue pencils (10 points)

Ania has 9 pencils in a box. At least one of these pencils is blue. Among each four pencils at least two are of the same colour and among each five pencils at most three are of the same colour. How many blue pencils are in the box?



Exercice 1. Les Crayons Bleus (10 points)

Anne a dans sa boîte 9 crayons de couleur. Au moins l'un d'eux est bleu. Dans chaque groupe de quatre crayons, il y en a au moins deux de même couleur. Dans chaque groupe de cinq crayons, il y en a au maximum trois de même couleur. Combien de crayons bleus y a-t-il dans la boîte?

Aufgabe 21 Blaue Buntstifte (10 Punkte)

Anna hat im Schachtel 9 Buntstifte. Mindestens eine von ihnen ist blau. Unter jeden 4 Buntstiften sind mindestens zwei von gleicher Farbe und unter jeden fünf Buntstiften sind höchstens drei in derselben Farbe. Wie viele blaue Buntstifte gibt es im Schachtel?

Tarea 1. Lapices azules (10 puntos)

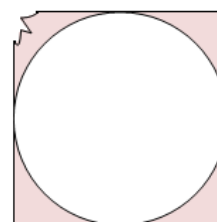
Anita tiene 9 lapices de color en una caja. Por lo menos uno de ellos es azul. Entre todos 4 lapices, por lo menos dos son del mismo color y entre todos cinco lapices, a lo más tres son del mismo color. ¿Cuántos lapices azules hay en la caja?

Esercizio 2. Matite azzurri (10 punti)

Anna ha nella scatola 9 matite. Almeno una di loro è azzurra. Fra 4 matite almeno due sono di stesso colore, e fra ogni cinque matite al massimo tre sono di stesso colore. Quante matite azzurre ci sono nella scatola?

Zadanie 2. Nowa serweta (5 punktów)

Róg kwadratowej serwety o powierzchni $2,25 \text{ m}^2$ uległ zniszczeniu. Właścicielka postanowiła przerobić zniszczoną serwetę na jak największą serwetę okrągłą, w sposób pokazany na rysunku. W obliczeniach przyjmij $\pi \approx 3,14$. Oblicz długość średnicy największego okrągłego stołu, jaki można w całości przykryć przerobioną okrągłą serwetą. Jaką długość musi mieć taśma ozdobna, służąca do obszycia okrągłej serwety (wynik podaj w centymetrach)? O ile zmniejszyła się powierzchnia serwety podczas przeróbki? Wynik zaokrąglij do części setnych metra kwadratowego.



Zadanie 3. Ekstrawagancki kapelusz (5 punktów)

Obwód głowy pani Mieszczkańskiej jest równy 52 cm. Obwód zewnętrznej części ronda jej ekstrawaganckiego kapelusza jest równy 92 cm. Jaka jest powierzchnia ronda kapelusza tej pani? Obliczenia wykonaj dla $\pi = 3,14$



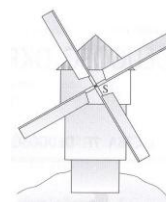


Zadanie 4. Wiatrak (4 punkty)

Wiatrak ma skrzydła długości 4m.

Jaka drogę pokona punkt A w czasie jednego obrotu skrzydeł?

W jakiej odległości od punktu S znajduje się na skrzydle wiatraka punkt, który pokonuje w ciągu jednego obrotu drogę 22m?



Zadanie 5. Rulon (4 punkty)

Czy z kartki o wymiarach 21 cm x 30 cm można zrobić rulon, przez który przetoczy się piłka o średnicy 9 cm ?



Zadanie 6. Dookoła świata (7 punktów)

Złotówka i grosz mają średnice odpowiednio 2,3 cm i 1,6 cm. Oblicz stosunek obwodów tych monet. Obie monety potoczono po drodze 36,8 cm. Jaki jest stosunek liczby obrotów wykonanych przez grosz do liczby obrotów złotówki ? Obie monety potoczyły się w podróż dookoła świata. Jaki jest stosunek liczby obrotów wykonanych przez grosz do liczby obrotów złotówki podczas tej wyprawy? Załóż, że przebywają drogę równą długości równika (40 000 km)

Zadanie 7. Przewód elektryczny (5 punktów)

Grubość przewodu elektrycznego określa się często, podając pole jego przekroju.

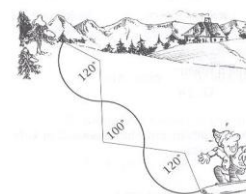
Podaj średnicę przewodu, którego pole przekroju wynosi $1,5 \text{ mm}^2$.

Ile razy średnica przewodu, którego pole przekroju wynosi 6 mm^2 , jest większa od średnicy przewodu o polu przekroju $1,5 \text{ mm}^2$?



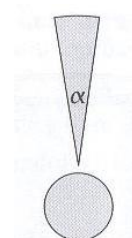
Zadanie 8. Trasa narciarska (3 punkty)

Rysunek przedstawia fragment trasy slalomu składającego się z łuków okręgów o promieniach 9m. Oblicz długość tego fragmentu.



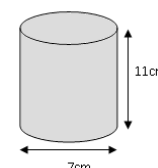
Zadanie 9. Wykrzyknik (4 punkty)

Wykrzyknik składa się z dwóch części o równych polach. Jedna jest wycinkiem koła o promieniu 8 cm, a druga kołem o promieniu 2cm (kropka). Oblicz miarę kąta α zaznaczonego na rysunku.



Zadanie 10. Naklejka (3 punkty)

Naklejka ma pokryć całą powierzchnię boczną narysowanej puszeki w taki sposób, aby zakładka była jak najmniejsza. Jakie wymiary w liczbach całkowitych powinna mieć ta naklejka?





Rozwiązania oraz schemat oceniania zestawu Rozwiążmy razem – „Matematyka na okrągło”

Zadanie 1. Niebieskie kredki (10 punktów)

Ania ma w pudełku 9 kredek. Co najmniej jedna z nich jest niebieska. Wśród każdych czterech kredek przynajmniej dwie są tego samego koloru, a wśród każdych pięciu kredek najwyżej trzy są w tym samym kolorze. Ile niebieskich kredek jest w pudełku?

Rozwiązanie:

Z faktu, że wśród każdych 4 kredek przynajmniej dwie są tego samego koloru, wynika, że kredki są najwyżej w 3 kolorach. Z tego, że wśród każdych pięciu kredek najwyżej trzy są w tym samym kolorze i kredek jest 9 wynika, że kredki są w 3 kolorach i w każdym kolorze są po 3 kredki.

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Poprawne przetłumaczenie	2
B	Właściwe rozwiązanie w języku polskim	2
C	Uzasadnienie w języku polskim	2
D	Poprawne przetłumaczenie rozwiązania na język obcy	4

Exercise1. BluE pencils (10 points)

Solution:

From the information that, among each 4 pencils at least two are of the same colour, it follows that the pencils are at most in three different colours. We have 9 pencils and among each five pencils at most three are of the same colour and that's why all the pencils are in three colours and there are three pencils in every colour. So, the answer is 3.

Scores:

Action	Stages of solution	Points
A	Correct translation	2
B	The right solution in Polish language	2
C	Justification in Polish language	2
D	The correct translation of solution into English language	4



Exercice 1. Les Crayons Bleus (10 points)

Solution:

Puisque dans chaque groupe de quatre crayons, il y en a au moins deux de même couleur, il existe au maximum trois couleurs de crayons. Puisque dans chaque groupe de cinq crayons, il y en a au maximum trois de même couleur et qu'il y a 9 crayons en couleur en tout, il existe trois couleurs et trois crayons dans chaque couleur.

Pointage:

Numéro de l'activité	Solution étape par étape	Nombre de points
A	Traduction correcte de l'exercice	2
B	Solution correcte en polonais	2
C	Justification en polonais	2
D	Traduction correcte de la solution en langue étrangère	4

Aufgabe 1. Blaue Buntstifte (10 Punkte)

Lösung:

Aus der Tatsache, dass unter jeden 4 Buntstiften mindestens 2 von gleicher Farbe sind, geht hervor, dass die Buntstifte in höchstens 3 Farben sind. Daraus, dass unter jeden 5 Buntstiften höchstens 3 in derselben Farbe sind und es 9 Buntstifte gibt, geht hervor, dass die Buntstifte in 3 Farben sind und in jeder Farbe drei Buntstifte sind.

Punktwertung:

Tätigkeitsnummer	Etappen der Aufgabenauflösung	Punktzahl
A	Richtige Übersetzung	2
B	Richtige Lösung im Polnischen	2
C	Begründung im Polnischen	2
D	Richtige Übersetzung der Lösung in eine fremde Sprache	4

Tarea 1. Lapices azules (10 puntos)

Solución:

Del hecho que entre todos 4 lapices por lo menos dos son del mismo color resulta que los lapices son a lo más de tres colores. De lo que entre todos cinco lapices a lo más tres son del mismo color y que hay nueve lapices en total, resulta que los lapices son de tres colores y de cada color hay tres lapices.

Puntuación:

Nº de actividad	Etapas de solución de tarea	Cantidad de puntos
A	Traducción correcta	2
B	Solución adecuada en polaco	2
C	Argumentación en polaco	2
D	Traducción correcta de la solución en la lengua extranjera	4



Esercizio 1. Matite azzurri (10 punti)

Soluzione:

Visto che fra 4 matite almeno due sono di stesso colore, risulta che le matite sono di 3 colori massimo. Se fra cinque matite al massimo tre sono di stesso colore e ci sono tutto sommato 9 matite risulta che le matite sono in 3 colori ed in ogni colore ci sono tre matite.

Punteggio:

Numero dell'attività	Tappe di soluzione dell'esercizio	Numero di punti
A	Traduzione corretta	2
B	Soluzione giusta in polacco	2
C	Giustificazione in polacco	2
D	Traduzione corretta della soluzione in polacco	4

Zadanie 2. Nowa serweta (5 punktów)

Rozwiązanie:

- a) Obliczamy bok kwadratowej serwety:

$$P = 2,25m^2$$

$$P = a^2$$

$$a^2 = 2,25$$

$$a = \sqrt{2,25} = 1,5 [m]$$

Bok kwadratowej serwety jest jednocześnie średnicą okrągłego stołu.

- b) Obliczamy długość taśmy:

$$l = d \cdot \pi$$

$$d = a$$

$$l \approx 1,5 \cdot 3,14 \approx 4,71 [m] = 471 [cm]$$

- c) Obliczamy pole koła:

$$P = \pi r^2$$

$$r = \frac{1}{2}d = 0,75[m]$$

$$P \approx 3,14 \cdot 0,75^2 = 1,76625m^2 \approx 1,77[m^2]$$

Obliczamy różnicę pól:

$$2,25 - 1,77 = 0,48[m^2]$$

Punktacja

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie boku kwadratowej serwety	1
B	Obliczenie długości taśmy w centymetrach	1
C	Obliczenie pola koła	1
D	Zaokrąglenie pola koła do 0,01	1
E	Obliczenie różnicy pól	1



Zadanie 3. Ekstrawagancki kapelusz (5 punkty)

Rozwiązanie:

Obliczamy promień głowy, korzystając ze wzoru na obwód koła:

$$2\pi r = 52$$

$$r \approx 52 : (2 \cdot 3,14) = 8,28[\text{cm}]$$

Obliczamy obwód zewnętrznej części ronda kapelusza:

$$2\pi R = 92$$

$$R \approx 92 : (2 \cdot 3,14) = 14,65[\text{cm}]$$

Obliczamy powierzchnię ronda kapelusza:

$$P = \pi R^2 - \pi r^2$$

$$P \approx 3,14 \cdot 214,62 - 3,14 \cdot 68,56$$

$$P \approx 673,91 - 215,29 = 458,62 \approx 459[\text{cm}^2]$$

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie promieni kół	2
B	Obliczenie pól obu kół	2
C	Obliczenie pola pierścienia	1

Zadanie 4. Wiatrak (4 punkty)

Rozwiązanie:

a) dla $r = 4\text{m}$ mamy 1 obrót $= 2\pi r \approx 2 \cdot 3,14 \cdot 4 = 25[\text{m}]$

b) z obwodu $l = 22\text{m}$ mamy $r = \frac{22}{2 \cdot 3,14} \approx 3,5[\text{m}]$

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie obwodu koła	2
B	Obliczenie promienia okręgu	2

Zadanie 5. Rulon (4 punkty)

Rozwiązanie:

dla średnicy $d = 9\text{cm}$ mamy obwód okręgu

$l = 9 \cdot 3,14 \approx 28,3 < 30$, co oznacza, że można zrobić rulon.

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie obwodu koła	2
B	Interpretacja wyniku	2



Zadanie 6. Dookoła świata (7 punktów)

Rozwiązanie:

$$a) \frac{2,3 \cdot \pi}{1,6 \cdot \pi} = 1,4375 \approx 1,4$$

$$b) S = 36,8 \text{ cm}$$

x – ilość obrotów grosza

$$36,8 = 1,6 \cdot 3,14 \cdot x, \text{ stąd } x \approx 7,3$$

y – ilość obrotów złotówki

$$36,8 = 2,3 \cdot 3,14 \cdot y, \text{ stąd } y \approx 5,1$$

$$\text{obliczamy stosunek liczby obrotów } \frac{7,3}{5,1} \approx 1,4$$

$$c) \text{długość równika równa się } 40000 \text{ km} = 4 \cdot 10^4 \text{ km} = 4 \cdot 10^9 [\text{cm}]$$

x – ilość obrotów grosza

$$1,6 \cdot 3,14 \cdot x = 5,024x$$

$$4 \cdot 10^9 = 5,024 \cdot x$$

$$\text{stąd } x = 4 \cdot 10^9 : 5,024 \approx 796178343$$

y – ilość obrotów złotówki

$$2,3 \cdot 3,14 \cdot y = 7,222y$$

$$4 \cdot 10^9 = 7,222 \cdot y, \text{ stąd } y = 4 \cdot 10^9 : 7,222 \approx 553863196$$

$$\text{obliczamy stosunek liczby obrotów } \frac{796178343}{553863196} \approx 1,4$$

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie stosunku obwodów kół	1
B	Obliczenie stosunku liczby obrotów po drodze S	3
C	Obliczenie stosunku liczby obrotów po równiku	3

Zadanie 7. Przewód elektryczny (5 punktów)

Rozwiązanie:

$$a) P = \pi r^2, \text{ więc } 1,5 = 3,14 \cdot r^2, \text{ stąd } r \approx 0,69, \text{ stąd } d = 1,38 [\text{mm}]$$

$$b) P = \pi r^2, \text{ więc } 6 = 3,14 \cdot r^2, \text{ stąd } r \approx 1,38, \text{ stąd } d = 2,76 [\text{mm}]$$

$$\text{Stosunek średnic } \frac{2,76}{1,38} = 2$$

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie średnicy przewodu	2
B	Obliczenie średnic przewodu o polu przekroju 6mm	2
C	Obliczenie stosunku średnic	1



Zadanie 8. Trasa narciarska (3 punkty)

Rozwiązanie:

Korzystamy ze wzoru na długość łuku okręgu

$$L = \frac{\alpha}{360^\circ} 2\pi r$$

Obliczamy długość łuku pierwszego

$$L_1 \approx \frac{120^\circ}{360^\circ} \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 9 = 18,84 \text{ [m]}$$

Obliczamy długość łuku drugiego

$$L_2 \approx \frac{100^\circ}{360^\circ} \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 9 = 15,70 \text{ [m]}$$

$$L_3 = L_1$$

Obliczamy

$$\text{długość całej trasy} = 2 \cdot L_1 + L_2 = 53,38 \text{ [m]}$$

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie długości łuków L_1 i L_2	2
B	Obliczenie długości całej trasy	1

Zadanie 9. Wykrzyknik (4 punkty)

Rozwiązanie:

P_1 – pole kropki (pole koła)

P_2 – pole wykrzyknika (pole wycinka koła)

$$P_1 = P_2$$

$$r_1 = 2 \text{ cm}$$

$$P_1 = \pi r_1^2$$

$$P_1 \approx 3,14 \cdot 2^2$$

$$P_1 = 12,56 \text{ [cm}^2\text{]}$$

$$r_2 = 8 \text{ cm}$$

$$P_2 \approx \frac{\alpha}{360} \cdot 3,14 \cdot 8^2$$

Wyznaczamy kąt α

$$12,56 = \frac{\alpha}{360} \cdot 3,14 \cdot 8^2$$

$$\alpha = 22,5^\circ$$

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie pola koła (kropki)	2
B	Obliczenie miary kąta α	2



Zadanie 10. Naklejka (3punkty)

Rozwiązanie:

Obliczamy długość naklejki

$$d = 7 \text{ cm}$$

$$l = \pi \cdot d$$

$$\pi \approx 3,14$$

$$l \approx 3,14 \cdot 7 = 21,98 \text{ cm} \approx 22 \text{ [cm]}$$

Wymiary jakie powinna mieć naklejka to: 22cm x 11cm

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie długości naklejki	2
B	Podanie wymiarów naklejki	1



Pakiet G-2.3 „Na układy nie ma rady”

I. Treści merytoryczne:

- jednomiany i sumy algebraiczne;
- działania na wyrażeniach algebraicznych;
- rozwiązywanie równań I stopnia z jedną niewiadomą;
- rozwiązywanie układów równań;
- zastosowanie równań i układów równań w zadaniach tekstowych.

II. Cele szczegółowe:

- wykorzystanie zintegrowanej wiedzy do rozwiązywania zadań tekstowych;
- kształcenie umiejętności zapisywania treści zadań w postaci równań i układów równań;
- ćwiczenie umiejętności rozwiązywania równań i układów równań;
- kształcenie umiejętności rozwiązywania zadań tekstowych;
- wyrabianie umiejętności analizowania wyników rozwiązań zadań.

III. Metody i formy pracy:

- Praca w grupach;
- Burza mózgów;
- Meta – plan;
- Mapa myśli.

IV. Przebieg zajęć

Spotkanie 1: „Ćwiczenia otwierające” (1 godzina lekcyjna)

1. Sprawy organizacyjne (sprawdzenie obecności).
2. Podział uczniów na zespoły zadaniowe (grupy 4 - 5 osobowe). Wybór liderów, sekretarzy, asystentów poszczególnych grup (zespoły zadaniowe w innym składzie niż na poprzednich spotkaniach).
3. Praca w grupach: każdy zespół wymyśla dla siebie nazwę (związaną z matematyką, działaniami społecznymi, historycznymi lub współczesnymi postaciami świata odkryć, dokonań naukowych) oraz logo zespołu.
4. Przedstawienie nazw i logo przez poszczególne grupy.
5. Rozdanie każdej z grup zestawów ćwiczeń otwierających oraz materiałów potrzebnych do rozwiązywania zadań.
6. Przedstawienie i porównanie rozwiązań zadań przez przedstawicieli grup.
7. Zebranie kart z rozwiązaniami.
8. Podsumowanie zajęć.
9. Zakończenie zajęć.



Uwaga: Rozwiązania poszczególnych zadań uczniowie powinni zapisywać na oddzielnych kartkach, podpisanych nazwą zespołu i oznakowanych poprzez logo. Materiały dla uczniów stanowi pierwsza strona dokumentu Ćwiczenia otwierające.

Bibliografia do ćwiczeń otwierających

- [1] Bobiński Z. w zespole, *Matematyka z wesołym Kangurem*, Wydawnictwo „Aksjomat“, Toruń 2008 (zad.1)
- [2] Braun M. Lech J., *Zbiór zadań dla gimnazjum - Matematyka 2*, GWO, Gdańsk 2000 (zad.4)
- [3] Łęska W. Łęski S., *Zbiór zadań dla Asa*, Oficyna wydawnicza ADAM, Warszawa 1997 (zad.2)
- [4] Palczewska – Groth D., Turska D., *Potrafię obliczyć*, Wydawnictwo Seneka, Sopot 2009 (zad.3)

Spotkanie 2: „Rozwiążmy razem” (2 godziny lekcyjne)

1. Uczniowie siadają we wcześniej ustalonych zespołach zadaniowych.
2. Nauczyciel rozdaje przygotowane karty z zadaniami. Każda grupa losuje po dwa- trzy zadania do rozwiązania (w zależności od ilości grup) z zestawu zadań „Rozwiążmy Razem”.
3. Grupy rozwiązują zadania samodzielnie (w ciągu 90 minut).
4. Zakończenie zajęć- nauczyciel zbiera karty z rozwiązanymi zadaniami.

Bibliografia do zestawu zadań rozwiążmy razem

- [1] Bobiński Z. w zespole, *Matematyka z wesołym Kangurem*, Wydawnictwo „Aksjomat“, Toruń 2008 (zad.1)
- [2] Duvnjak E. w zespole, *Sprawdziany dla gimnazjalistów*, WSiP, Warszawa 2001 (zad.2, zad.4, zad.5)
- [3] Janowicz J., *Zbiór zadań konkursowych*, GWO, Gdańsk 2005 (zad.6, zad.7, zad.8, zad.9)
- [4] Paczesna W., Mostowski K., *Matematyka dla kl.2 gimnazjum*, Wydawnictwo Nowa Era, Warszawa 2003 (zad.3)
- [5] Urbańczyk A., Urbańczyk W., *Matematyka 2*, Wydawnictwo Pedagogiczne OPERON, Gdynia 2007 (zad.10)

Spotkanie 3: „Ćwiczenia podsumowujące” (1 godzina lekcyjna)

Na trzecim jednogodzinnym spotkaniu nauczyciel ma już sprawdzone i wypunktowane zadania zestawu „Rozwiążmy razem”. Informuje uczniów, które zadania rozwiążali w pełni poprawnie.

Grupy uczniowskie prezentują całej klasie wybrane przez nauczyciela rozwiązania. Następnie nauczyciel przedstawia rozwiązania tych zadań, których uczniowie nie rozwiążali lub rozwiążali błędnie. Jeżeli czas na to pozwoli, uczniowie wraz z nauczycielem przeprowadzają dyskusję rozwiązań pozostałych zadań.

Uwaga: Karty odpowiedzi uczniów z zestawu „Rozwiążmy razem” będą stanowić załącznik do raportu z realizacji zajęć.



Spotkanie 1: Ćwiczenia otwierające - „Na układy nie ma rady”

Exercise 1. Treasures in boxes (10 points)



We have got 3 boxes - red, green and the blue one and we have also 3 things – a coin, a shell and a bead. In every box there is only one of these things. We know that:

- a green box is to the left from a blue box;
- a coin is to the left from a bead;
- a red box is to the right from a shell;
- a bead is to the right from a red box.

What colour is the box containing a coin?

Aufgabe 1. Schätze in Schachteln (10 Punkte)

Wir haben drei Schachtel – rot, grün und blau und 3 Objekte – eine Münze, eine Muschel und eine Koralle. In jedem Schachtel befindet sich nur ein der genannten Objekte. Man weiß, dass:

- die grüne Schachtel links der blauen Schachtel liegt;
- die Münze links der Koralle liegt;
- die rote Schachtel rechts der Muschel ist;
- die Koralle rechts der roten Schachtel liegt.

In Schachtel welcher Farbe befindet sich die Münze?

Tarea 1. Tesoros en las cajas (10 puntos)

Tenemos 3 cajas – rojo, verde y azul así como 3 objetos- una moneda, una conchita y un abalorio. En cada caja hay solamente uno de objetos enumerados. Sabemos que:

- la caja verde se encuentra a la izquierda de la caja azul;
- la moneda está a la izquierda del abalorio;
- la caja roja está a la derecha de la conchita;
- el abalorio se encuentra a la derecha de la caja roja.

¿En la caja de qué color se encuentra la moneda?

Esercizio 1. Ricchezze nelle scatole (10 punti)

Abbiamo 3 scatole- rossa, verde e blu con 3 oggetti- una moneta, una conchiglia e una perlina. In ogni scatola c'è solo un oggetto elencato sopra. przedmiotów. Sappiamo che:

- la scatola verde si trova a sinistra della scatola blu;
- la moneta si trova a sinistra della perlina;
- la scatola rossa si trova a destra della conchiglia;



- la perline si trova a destra della scatola rossa.

Di che colore è la scatola dove si trova la moneta ?

Exercice 1. Les trésors dans les boîtes (10 points)

Nous avons 3 boîtes – rouge, verte et bleue et 3 objets – une pièce, un coquillage et une perle. Chaque boîte contient seulement un des objets mentionnés. On sait que:

- la boîte verte se trouve à gauche de la boîte bleue;
- la pièce se trouve à gauche de la perle;
- la boîte rouge se trouve à droite du coquillage;
- la perle se trouve à droite de la boîte rouge.

La pièce se trouve dans la boîte de quelle couleur?

Zadanie 2. Równoważnia (4 punkty)

Andrzej waży 50kg a Jurek 30kg. Obaj chłopcy stanęli na końcach czterometrowej deski, pod którą leżała belka. W jakim miejscu pod deską należy podłożyć belkę, żeby chłopcy znaleźli się w równowadze?



Zadanie 3. Goniący samochód (4 punkty)

Z Gdańska do Elbląga wyruszył pospieszny autobus PKS, jadący ze średnią prędkością 60 km/h. Kwadrans później wyruszył tą samą trasą samochód osobowy ze średnią prędkością 80 km/h. W jakiej odległości od Elbląga samochód osobowy dogoni autobus? Odległość z Gdańska do Elbląga wynosi około 63 km.



Zadanie 4. Solanka (4 punkty)

Ile trzeba wziąć solanki czteroprocentowej a ile dwudziestoprocentowej, aby otrzymać 8kg solanki dziesięcioprocentowej?





Rozwiązania oraz schemat punktacji zestawu Ćwiczeń otwierających - „Na układy nie ma rady”

Zadanie1. Skarby w pudełkach (10 punktów)

Mamy 3 pudełka – czerwone, zielone i niebieskie oraz 3 przedmioty- monetę, muszelkę i koralik. W każdym pudełku znajduje się tylko jeden z wymienionych przedmiotów. Wiadomo, że:

- zielone pudełko leży na lewo od pudełka niebieskiego;
- moneta leży na lewo od koralika;
- czerwone pudełko znajduje się na prawo od muszelki;
- koralik leży na prawo od czerwonego pudełka.

W pudełku jakiego koloru znajduje się moneta?

Rozwiązanie:

Z informacji podanych w zadaniu wynika, że:

- zielone pudełko jest pierwszym patrząc od lewej strony;
- czerwone pudełko leży w środku układu;
- koralik leży w pierwszym (niebieskim) pudełku patrząc od prawej strony;
- muszelka jest w pierwszym (zielonym) pudełku patrząc od lewej strony, czyli otrzymujemy układ:

muszelka	moneta	koralik
zielone	czerwone	niebieskie

Zatem moneta znajduje się w pudełku czerwonym.

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Poprawne przetłumaczenie	2
B	Właściwe rozwiązanie w języku polskim	2
C	Uzasadnienie w języku polskim	2
D	Poprawne przetłumaczenie rozwiązania na język obcy	4



Exercise 1. Treasures in boxes (10 points)

Solution:

From the informations giving in the exercise it follows that:

- a green box is the first box from the left side;
- a red box is in the middle;
- a bead is in the blue box which is the first box from the right side;
- a shell is in the green box.

Hence we have got the situation:

A shell	A coin	A bead
Green box	Red box	Blue box

So, a coin is in the red box.

Scores:

Activity	Stages of solution	Points
A	The correct translation	2
B	The right solution in Polish language	2
C	Justification in Polish	2
D	The correct translation of solution into English	4



Aufgabe 1. Schätze in Schachteln (10 Punkte)

Lösung:

Aus den in der Aufgabe gegebenen Informationen ergibt sich, dass:

- die grüne Schachtel die Erste, von links betrachtet, ist;
- die rote Schachtel mitten in der Anordnung liegt;
- die Koralle in der ersten (blauen) Schachtel, von rechts betrachtet, liegt;
- die Muschel in der ersten (grünen) Schachtel, von links betrachtet, ist,

wir erhalten also die Anordnung:

die Muschel	die Münze	die Koralle
grün	rot	blau

Folglich befindet sich die Münze in der roten Schachtel.

Punktwertung:

Tätigkeitsnummer	Etappen der Aufgabelösung	Punktzahl
A	Richtige Übersetzung	2
B	Richtige Lösung im Polnischen	2
C	Begründung im Polnischen	2
D	Richtige Übersetzung der Lösung in eine Fremdsprache	4



Tarea 1. Tesoros en las cajas (10 puntos)

Solución:

De las informaciones contenidas en la tarea resulta que:

- la caja verde es la primera mirando del lado izquierdo;
- la caja roja está al medio de la disposición;
- el abalorio se encuentra en la primera caja (azul) mirando del lado derecho;
- la conchita está en la primera caja (verde) mirando del lado izquierdo, por eso tenemos la disposición:

la conchita	la moneda	el abalorio
la caja verde	la caja roja	la caja azul

Entonces, la moneda está en la caja roja.

Puntuación:

Nº de actividad	Etapas de solución de tarea	Cantidad de puntos
A	Traducción correcta	2
B	Solución adecuada en polaco	2
C	Argumentación en polaco	2
D	Traducción correcta de la solución en la lengua extranjera	4



Esercizio 1. Ricchezze nelle scatole (10 punti)

Soluzione:

Dalle informazioni date sopra risulta che:

- la scatola verde è la prima a sinistra;
- la scatola rossa si trova al centro della disposizione;
- la perlina si trova nella prima scatola (blu) guardando da destra;
- la conchiglia si trova nella prima scatola (verde) guardando da sinistra, così otteniamo la disposizione:

Conchiglia	Moneta	perlina
Verde	Rossa	blu

Allora la moneta si trova nella scatola rossa.

Punteggio:

Numero dell'attività	Tappe della soluzione	Numero di punti
A	Traduzione corretta	2
B	Soluzione giusta in polacco	2
C	Giustificazione in polacco	2
D	Traduzione corretta della soluzione nella lingua straniera	4

Exercice 1. Les trésors dans les boîtes (10 points)

Solution :

De toutes les informations données il s'ensuit que :

- la boîte verte est la première en partant de la gauche;
- la boîte rouge se trouve au milieu de la configuration;
- la perle se trouve dans la première boîte (bleue) en partant de la droite
- le coquillage se trouve dans la première boîte (verte) en partant de la gauche, donc nous avons la configuration :

coquillage	pièce	perle
boîte verte	boîte rouge	boîte bleue

La pièce se trouve donc dans la boîte rouge.

Pointage:

Numéro de l'activité	Solution étape par étape	Nombre de points
A	Traduction correcte de l'exercice	2
B	Solution correcte en polonais	2
C	Justification en polonais	2
D	Traduction correcte de la solution en langue étrangère	4



Zadanie 2. Równoważnia (4 punkty)

Rozwiązanie:

x – odległość Jurka od belki;

$4 - x$ – odległość Andrzeja od belki;

Korzystamy z zasady dźwigni dwustronnej

skoro chłopcy są w równowadze, więc $30 \cdot x = 50 \cdot (4 - x)$, stąd $x = 2,5$ [m]

Odp: Belkę należy podłożyć w odległości 2,5 m od Jurka.

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Określenie niewiadomych	1
B	Ułożenie równania	1
C	Rozwiązanie równania – obliczenie odległości podłożenia belki	2

Zadanie 3. Goniący samochód (4 punkty)

Rozwiązanie:

x – czas po którym samochód dogoni autobus (w godzinach)

Układamy równanie:

$$60x = 80 \cdot \left(x - \frac{1}{4}\right)$$

Po rozwiązaniu równania otrzymujemy:

$$x = 1[h]$$

Obliczamy drogę samochodu:

$$60 \frac{km}{h} \cdot 1h = 60 [km]$$

Obliczamy odległość miejsca spotkania pojazdów od Elbląga

$$63 - 60 = 3 [km]$$

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Określenie niewiadomej i ułożenie równania	1
B	Rozwiązanie równania	1
C	Obliczenie odległości od Elbląga i podanie odpowiedzi	2



Zadanie 4. Solanki (4 punkty)

Rozwiązanie:

x – ilość solanki 4%

y – ilość solanki 20%

$$\begin{cases} x + y = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0,04x + 0,20y = 0,10 \cdot 8 \end{cases}$$

stąd $x = 5$ [kg]

$y = 3$ [kg]

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Określenie niewiadomych	1
B	Ułożenie układu równań	1
C	Rozwiązanie układu równań- obliczenie ilości solanek	2



Spotkanie 2: Rozwiążmy razem - „Na układy nie ma rady”

Exercise 1. The result (10 points)

„The result“ of the number 36 is equal to 18. „The result“ of the number 325 is 30. „The result“ of 45 is 20, and „the result“ of 30 is equal to 0. What does the word „result“ mean and what is „the result“ of the number 531?

Aufgabe 1. Produkt (10 Punkte)

„Das Produkt“ von der Zahl 36 ist gleich 18. „das Produkt“ von der Zahl 325 beträgt 30. „das Produkt“ von 45 ist gleich 20, und „das Produkt“ von der Zahl 30 ist gleich 0. Was bedeutet das Wort „Produkt“ und wie viel beträgt „das Produkt“ von der Zahl 531?

Tarea 1. Producto (10 puntos)

El „producto“ del número 36 es 18, el „producto“ del número 325 es 30. El „producto“ del número 45 es 20 y el „producto“ del número 30 es 0.

¿Qué significa la palabra: „producto“ y qué valor tiene el „producto“ del número 531?

Esercizio 1. Prodotto (10 punti)

„Il prodotto“ della cifra 36 fa 18. „Il prodotto“ della cifra 325 fa 30. „Il prodotto“ di 45 è 20, ed „il prodotto“ di 30 fa 0. Che cosa vuol dire la parola „prodotto“ e quanto fa „il prodotto“ della cifra 531?

Exercice 1. Produit (10 points)

« Le produit » du nombre 36 est égal à 18. « Le produit » du nombre 325 est égal à 30. « Le produit » du nombre 45 est égal à 20 et « le produit » du nombre 30 est égal à 0. Que veut dire le mot « produit » et quel est « le produit » du nombre 531 ?

Zadanie 2. Rodzina (4 punkty)

Matka i córka mają razem 58 lat. Za dziesięć lat matka będzie dwa razy starsza od córki. Ile lat ma obecnie każda z nich?



Zadanie 3. Węgiel kamienny (7 punktów)

Węgiel kamienny górnosląski pozostawia po spaleniu 12 % popiołu a dąbrowiecki 22 %. Ile popiołu pozostanie po spaleniu 752 kg mieszaniny, w której stosunek węgla dąbrowieckiego do górnosląskiego jest równy 1:4 ?



Zadanie 4. W ogródku (4 punkty)

W ogródku biegają gęsi a w klatce siedzą króliki. Razem mają 13 głów oraz 42 nogi. Ile jest gęsi a ile jest królików?





Zadanie 5. Motorówka (4 punkty)

Motorówka płynąca po jeziorach ze stałą prędkością przebyła drogę z Turku do Morawy w ustalonym czasie. Jeśli płynęłaby z prędkością o 10 km/h większą, to przybyłaby o godzinę wcześniej, jeśli zaś płynęłaby z prędkością o 10 km/h mniejszą, to przybyłaby o 2 godziny później. W jakim czasie i z jaką prędkością przepłynęła motorówka drogę między Turkiem a Morawą?



Zadanie 6. Pani Ania (4 punkty)

Pani Ania przejechała trasę dwukrotnie dłuższą niż pan Tomek w czasie stanowiącym $\frac{2}{3}$ jego czasu. Ile razy szybciej jechała?



Zadanie 7. Zwierzyniec (4 punkty)

Słoń waży tyle ile dwa nosorożce, nosorożec tyle ile dwa niedźwiedzie, niedźwiedź tyle ile dwa sumy, sum waży tyle ile dwa tygrysy, tygrys tyle ile dwa strusie, struś tyle ile dwie sarny, sarna tyle ile dwa borsuki, borsuk tyle ile dwa lisy, lis tyle ile dwa zające. Słoń waży o 6,25kg więcej niż ważą w sumie jeden nosorożec, niedźwiedź, sum, tygrys, struś, sarna, borsuk, lis i zając. Ile waży słoń?



Zadanie 8. W autobusie (6 punkty)

W autobusie, który podjechał na przystanek $\frac{1}{4}$ pasażerów to panie. Na przystanku wysiadła jedna pani a wsiadło dwóch panów. Teraz w autobusie panie stanowią $\frac{1}{5}$ osób. Ile osób jest obecnie w autobusie?



Zadanie 9. Newton (6 punktów)

Izaak Newton urodził się w XVII wieku. Cyfra jedności roku urodzenia Newtona jest o 2 mniejsza od cyfry dziesiątek, a suma cyfr roku urodzenia wynosi 13. W którym roku urodził się Newton?



Zadanie 10. Podróż (4 punkty)

Aby dotrzeć do cywilizacji królowa z Bardzo Daleka połowę drogi musiała przebyć przez las, trzecią część przez góry a ostatnie 70 bardzo dużych jednostek przepłynąć kajakiem. Jak daleko jest z Bardzo Daleka do cywilizacji?





Rozwiązania oraz schemat oceniania zestawu

Rozwiążmy razem – „Na układy nie ma rady

Zadanie 1. Produkt (10 punktów)

„Produkt“ liczby 36 jest równy 18. „Produkt“ liczby 325 wynosi 30. „Produkt“ 45 jest równy 20, a „produkt“ liczby 30 jest równy 0. Co oznacza słowo „produkt“ i ile wynosi „produkt“ liczby 531?

Rozwiązanie:

Słowo „Produkt“ w sytuacji naszego zadania oznacza, że jest to iloczyn cyfr danej liczby.

„Produkt“ liczby 36 wynosi $3 \cdot 6 = 18$. „Produkt“ 325 wynosi $3 \cdot 2 \cdot 5 = 30$. Zatem „produkt“ liczby 531 wynosi $5 \cdot 3 \cdot 1 = 15$.

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Poprawne przetłumaczenie	2
B	Właściwe rozwiązanie w języku polskim	2
C	Uzasadnienie w języku polskim	2
D	Poprawne przetłumaczenie rozwiązania na język obcy	4

Exercise 1. The result (10 points)

Solution:

„The result“ means here the product of digits of a given number. „The result“ of 36 is $3 \cdot 6 = 18$. „The result“ of 325 is $3 \cdot 2 \cdot 5 = 30$. So, the result of 531 is $5 \cdot 3 \cdot 1 = 15$.

Scores:

Activity	Stages of solution	Points
A	The correct translation	2
B	The right solution in Polish language	2
C	Justification in Polish	2
D	The correct translation of solution into English	4

Aufgabe 1. Produkt (10 Punkte)

Lösung:

Das Wort „Produkt“ bedeuten in der Situation unserer Aufgabe, dass das ein Produkt von Ziffern gegebener Zahl ist. „Das Produkt“ der Zahl 36 beträgt $3 \cdot 6 = 18$. „Das Produkt“ von 325 beträgt $3 \cdot 2 \cdot 5 = 30$. Folglich beträgt „das Produkt“ der Zahl 531 $5 \cdot 3 \cdot 1 = 15$.

Punktwertung:

Tätigkeitsnummer	Etappen der Aufgabenauflösung	Punktenzahl
A	Richtige Übersetzung	2
B	Richtige Lösung im Polnischen	2
C	Begründung im Polnischen	2
D	Richtige Übersetzung der Lösung in eine Fremdsprache	4



Tarea 1. Producto (10 puntos)

Solución:

La palabra „producto“ en la situación de nuestra tarea significa el producto de las cifras del número dado.

El „producto“ del número 36 es: $3 \times 6 = 18$, el „producto“ del número 325 es: $3 \times 2 \times 5 = 30$

Entonces el „producto del número 531 es: $5 \times 3 \times 1 = 15$.

Puntuación

Nº de actividad	Etapas de solución de tarea	Cantidad de puntos
A	Traducción correcta	2
B	Solución adecuada en polaco	2
C	Argumentación en polaco	2
D	Traducción correcta de la solución en la lengua extranjera	4

Esercizio 1. Prodotto (10 punti)

Soluzione:

La parola „Prodotto“ in questo esercizio indica il prodotto delle cifre del numero dato.

„Il prodotto“ del numero 36 fa $3 \cdot 6 = 18$. „Il prodotto“ di 325 fa $3 \cdot 2 \cdot 5 = 30$. Allora „il prodotto“ del numero 531 fai $5 \cdot 3 \cdot 1 = 15$.

Punteggio:

Numero dell'attività	Tappe della soluzione	Numero di punti
A	Traduzione corretta	2
B	Soluzione giusta in polacco	2
C	Giustificazione in polacco	2
D	Traduzione corretta della soluzione nella lingua straniera	4

Exercice 1. Produit (10 points)

Solution :

Le mot « produit » dans notre exercice veut dire que c'est le produit des chiffres d'un nombre donné. « Le produit » de 36 est égal à $3 \cdot 6 = 18$. « Le produit » de 325 est égal à $3 \cdot 2 \cdot 5 = 30$. Donc « le produit » de 531 est égal à $5 \cdot 3 \cdot 1 = 15$.

Pointage:

Numéro de l'activité	Solution étape par étape	Nombre de points
A	Traduction correcte de l'exercice	2
B	Solution correcte en polonais	2
C	Justification en polonais	2
D	Traduction correcte de la solution en langue étrangère	4



Zadanie 2. Rodzina (4 punkty)

Rozwiązanie:

m – liczba lat matki

c – liczba lat córki

$$\begin{cases} m + c = 58 \\ m + 10 = 2(c + 10) \end{cases}$$

stąd $m = 42$ i $c = 16$

Odp: Matka ma obecnie 42 lata a córka 16.

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Określenie niewiadomych	1
B	Ułożenie układu równań	1
C	Rozwiązanie układu równań – obliczenie wieku matki i córki	2

Zadanie 3. Węgiel kamienny (4 punkty)

Rozwiązanie:

x = waga węgla kamiennego górnos Śląskiego

y = waga węgla kamiennego dąbrowieckiego

$$\begin{cases} x + y = 752 \\ \frac{y}{x} = \frac{1}{4} \end{cases}$$

stąd $x = 601,6$ oraz $y = 150,4$

obliczamy ilość popiołu po spaleniu:

węgla dąbrowieckiego $150,4 \cdot 22\% = 33,088$ [kg]

węgla górnos Śląskiego $601,6 \cdot 12\% = 72,192$ [kg]

obliczamy sumę popiołu po spaleniu mieszanki $33,088 \text{ kg} + 72,192 \text{ kg} = 105,28$ [kg]

Odp: Po spaleniu mieszanki pozostanie mniej niż 105,28 kg popiołu.

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Określenie niewiadomych	1
B	Ułożenie układu równań	1
C	Rozwiązanie układu równań – obliczenie ilości węgla	1
D	Obliczenie sumy popiołu	1



Zadanie 4. W ogródku (4 punkty)

Rozwiązanie:

g – liczba gęsi

k – liczba królików

$$\begin{cases} g + k = 13 \\ 2g + 4k = 42 \end{cases} \quad \text{stąd } k = 8 \text{ oraz } g = 5$$

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Określenie niewiadomych	1
B	Ułożenie układu równań	1
C	Rozwiązanie układu równań- obliczenie ilości zwierząt	2

Zadanie 5. Motorówka (4 punkty)

Rozwiązanie:

x – czas w h

y – prędkość w $\frac{\text{km}}{\text{h}}$

$x \cdot y = \text{droga w km}$

I sytuacja – maleje czas

czas = $x - 1$

prędkość = $y + 10$

droga = $(x - 1)(y + 10)$

II sytuacja – rośnie czas

czas = $x + 2$

prędkość = $y - 10$

droga = $(x + 2)(y - 10)$

Długość drogi w I i II sytuacji jest taka sama, a drogę traktujemy jako iloczyn prędkości i czasu.

Tworzymy układ równań:

$$\begin{cases} (x - 1)(y + 10) = xy \\ (x + 2)(y - 10) = xy \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x - 1)(y + 10) = xy \\ (x + 2)(y - 10) = xy \end{cases}$$

stąd $x = 4$ [h] i $y = 30$ [km/h]

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Określenie niewiadomych (czasu i prędkości)	1
B	Ułożenie układu równań	1
C	Rozwiązanie układu równań- obliczenie czasu i prędkości	2



Zadanie 6. Pani Ania (4 punkty)

Rozwiązanie:

V_A – prędkość Pani Ani

V_T – prędkość Pana Tomka

S – droga, którą przebył Pan Tomek

t – czas Pana Tomka

Obliczamy iloraz prędkości:

$$\frac{V_A}{V_T} = \frac{2 \cdot S}{\frac{2}{3}t} : \frac{S}{t} = \frac{2}{\frac{2}{3}} = 3$$

Odp: Pani Ania jechała trzy razy szybciej niż Pan Tomek.

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Określenie niewiadomych	1
B	Ułożenie stosunku prędkości	2
C	Obliczenie, ile razy szybciej jechała Pani Ania	1

Zadanie 7. Zwierzyniec (4 punkty)

Rozwiązanie:

Oznaczmy:

x – waga zajaca

Z warunków zadania mamy:

$2x$ – waga lisa

$4x$ – waga borsuka

$8x$ – waga sarny

$16x$ – waga strusia

$32x$ – waga tygrysa

$64x$ – waga suma

$128x$ – waga niedźwiedzia

$256x$ – waga nosorożca

$512x$ – waga słonia

Otrzymujemy równanie:

$$512x = 256x + 128x + 64x + 32x + 16x + 8x + 4x + 2x + x + 6,25$$

$$512x = 511x + 6,25$$

$$x = 6,25 \text{ [kg]}$$

$$\text{waga słonia} = 512 \cdot 6,25 = 3200 \text{ [kg]} = 3,2 \text{ [t]}$$

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Określenie niewiadomych (wagi zwierząt)	1
B	Ułożenie równania	1
C	Rozwiązanie równania	1
D	Obliczenie wagi słonia	1



Zadanie 8. W autobusie (6 punkty)

Rozwiązanie:

x – liczba wszystkich pasażerów na początku

$\frac{1}{4}x$ – liczba pań

$\frac{3}{4}x$ – liczba panów

Układamy równanie:

$$\frac{1}{4}x - 1 = \frac{1}{5}(x + 1)$$

$$\frac{1}{4}x - 1 = \frac{1}{5}x + \frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{20}x = \frac{6}{5}$$

$$x = 24$$

Ponieważ jedna pani wysiadła, a wsiadło dwóch panów, liczba pasażerów zwiększyła się o jeden.

$$24 + 1 = 25$$

Odp: W autobusie jest obecnie 25 osób.

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Określenie niewiadomych	1
B	Ułożenie równania	2
C	Rozwiązanie równania	1
D	Podanie obecnej liczby pasażerów	2



Zadanie 9. Newton (6 punktów)

Rozwiązanie:

x – cyfra jedności

y – cyfra dziesiątek

Układamy układ równań wynikający z warunków zadania:

$$\begin{cases} y - x = 2 \\ 1 + 6 + x + y = 13 \end{cases}$$

Po rozwiązaniu układu otrzymujemy:

$$x = 2$$

$$y = 4$$

XVII wiek oznacza: cyfra jedności tysięcy wynosi 1, a cyfra setek wynosi 6.

Odp: Rok urodzenia I. Newtona to 1642.

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Określenie niewiadomych	1
B	Ułożenie układu równań	2
C	Obliczenie cyfr jedności i dziesiątek	1
D	Podanie roku urodzenia I. Newtona	2

Zadanie 10. Podróż (4 punkty)

Rozwiązanie:

x – długość drogi

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x + 70 = x$$

$$\frac{5}{6}x = x - 70$$

$$\frac{1}{6}x = 70$$

$$x = 420 \text{ [bardzo dużych jednostek]}$$

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Określenie niewiadomej (drogi)	1
B	Ułożenie równania	1
C	Obliczenie długości drogi	2



Pakiet G-2.4 „Związek pitagorejski”

I. Treści merytoryczne:

- zastosowanie twierdzenia pitagorasa i twierdzenia odwrotnego;
- twierdzenie pitagorasa w układzie współrzędnych;
- przekątna kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego;
- trójkąty o kątach 90° , 45° , 45° oraz 30° , 60° , 90° ;
- trójkąty prostokątne w zadaniach tekstowych.

II. Cele szczegółowe:

- ćwiczenie rachunku pamięciowego uczniów;
- kształtowanie sprawności obliczania kwadratów i pierwiastków kwadratowych liczb;
- wyrabianie umiejętności posługiwania się własnościami trójkątów prostokątnych;
- wykorzystanie własności trójkątów prostokątnych w sytuacjach praktycznych;
- kształtowanie umiejętności zastosowania twierdzenia pitagorasa i twierdzenia odwrotnego do niego w zadaniach tekstowych.

III. Metody i formy pracy:

- Praca w grupach;
- Burza mózgów;
- Meta – plan;
- Mapa myśli.

IV. Przebieg zajęć

Spotkanie 1: „Ćwiczenia otwierające” (1 godzina lekcyjna)

1. Sprawy organizacyjne (sprawdzenie obecności).
2. Podział uczniów na zespoły zadaniowe (grupy 4 - 5 osobowe).
3. Wybór liderów, sekretarzy, asystentów poszczególnych grup (zespoły zadaniowe w innym składzie niż na poprzednich spotkaniach).
2. Praca w grupach: każdy zespół wymyśla dla siebie nazwę (związaną z matematyką, działaniami społecznymi, historycznymi lub współczesnymi postaciami świata odkryć, dokonań naukowych) oraz logo zespołu.
3. Przedstawienie nazw i logo przez poszczególne grupy.
4. Rozdanie każdej z grup zestawów ćwiczeń otwierających oraz materiałów potrzebnych do rozwiązywania zadań.
5. Przedstawienie i porównanie rozwiązań zadań przez przedstawicieli grup.
6. Zebranie kart z rozwiązaniami.
7. Podsumowanie zajęć.



8. Zakończenie zajęć.

Uwaga: Rozwiązania poszczególnych zadań uczniowie powinni zapisywać na oddzielnych kartkach, podpisanych nazwą zespołu i oznakowanych poprzez logo. Materiały dla uczniów stanowi pierwsza strona dokumentu Ćwiczenia otwierające.

Bibliografia do ćwiczeń otwierających

- [1] Braun M. Lech J., *Zbiór zadań dla gimnazjum- Matematyka 2*, GWO, Gdańsk 2000 (zad.3, zad.4)
- [2] Romanowicz Z., Piegat E., *100 zadań z błyskiem*, Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław 1996 (zad.1)
- [3] Palczewska – Groth D., Turska D., *Potrafię obliczyć*, Wydawnictwo Seneka, Sopot 2009 (zad.2)

Spotkanie 2: „Rozwiążmy razem” (2 godziny lekcyjne)

1. Uczniowie siadają we wcześniej ustalonych zespołach zadaniowych.
2. Nauczyciel rozdaje przygotowane karty z zadaniami. Każda grupa losuje po dwa- trzy zadania do rozwiązania (w zależności od ilości grup) z zestawu zadań „Rozwiążmy razem”.
3. Grupy rozwiązują zadania samodzielnie (w ciągu 90 minut).
4. Zakończenie zajęć- nauczyciel zbiera karty z rozwiązanymi zadaniami.

Bibliografia do zestawu zadań rozwiążmy razem

- [1] Braun M. Lech J., *Zbiór zadań dla gimnazjum kl. 2*, GWO, Gdańsk 2000 (zad. 2, zad.4, zad.5)
- [2] Dobrowolska M. w zespole, *Kalendarz gimnazjalisty*, GWO, Gdańsk 2007 (zad.9)
- [3] Paczesna W. Mostowski K., *Matematyka dla kl. 2 gimnazjum*, Wydawnictwo Nowa Warszawa 2003 (zad.6, zad.7, zad.8)
- [4] Romanowicz Z., Piegat E., *100 zadań z błyskiem*, Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław 1996 (zad.1)
- [5] Urbańczyk A., Urbańczyk W., *Matematyka 2*, Wydawnictwo Pedagogiczne OPERON, Gdynia 2010 (zad.3, zad.10)

Spotkanie 3: ”Ćwiczenia podsumowujące” (1 godzina lekcyjna)

Na trzecim jednogodzinnym spotkaniu nauczyciel ma już sprawdzone i wypunktowane zadania zestawu „Rozwiążmy razem”. Informuje uczniów, które zadania rozwiązali w pełni poprawnie. Grupy uczniowskie prezentują całej klasie wybrane przez nauczyciela rozwiązania. Następnie nauczyciel przedstawia rozwiązania tych zadań, których uczniowie nie rozwiązali lub rozwiązali błędnie. Jeżeli czas na to pozwoli, uczniowie wraz z nauczycielem przeprowadzają dyskusję rozwiązań pozostałych zadań.

Uwaga: Karty odpowiedzi uczniów z zestawu „Rozwiążmy razem” będą stanowić załącznik do raportu z realizacji zajęć.



Spotkanie 1: Ćwiczenia otwierające - „Związek pitagorejski”

Exercise 1. Leaden soldiers (10 punktów)

Bartek has got some number of leaden soldiers. Trying to set the soldiers in fours column then the last uncompleted row contains only three soldiers. Setting them in triples the last row contains only two soldiers. How many soldiers has the last row setting them six by six?

Tarea 1. Soldaditos De Plomo (10 puntos)

Bartolomé tiene una cantidad de soldaditos de plomo. Cuando intentó a ponerlos en una columna en filas de cuatro, en la última fila pudo colocarlos solamente tres. Cuando intentó a ponerlos en una columna en filas de tres, se los quedaron dos.

¿Cuántos soldaditos de plomo le quedarán, cuando los ponga en columna en filas de seis?

Aufgabe 1. Zinnsoldaten (10 punkte)

Bartek hat eine bestimmte Anzahl von Zinnsoldaten. Als er versucht hat, sie in eine Kolonne mit zu viert aufzustellen, dann konnte er in der letzten Kolonne nur drei Zinnsoldaten stellen. Als er die Kolonne zu dritt aufzustellen versucht hat, so sind ihm zwei Zinnsoldaten übrig geblieben. Wie viele Zinnsoldaten bleiben ihm übrig, wenn er eine Kolonne zu sechst aufstellen wird?

Esercizio 1. Soldatini Di Piombo (10 punti)

Bartek ha una quantità di soldatini di piombo. Quando voleva metterli in colonna di quattro, in ultima fila poteva metterne solo tre. Quando voleva fare la colonna di tre, ne sono rimasti due. Quanti soldatini rimangono se lui li mette in colonna di sei?

Exercise 1. Soldats De Plomb (10 points)

Bartek a un certain nombre de soldats de plomb. Quand il a essayé de les ranger en colonne par quatre, il n'a pu en mettre que trois dans la dernière rangée. Quand il a essayé de les mettre en colonne par trois, il lui en est resté deux. Combien de soldats lui restera-t-il quand il les rangera en colonne par six?

Zadanie 2. Droga na skróty (3 punkty)

Turyści podczas wędrowki przeszli 6 km na północ, a potem 2 km na zachód. Wracając do punktu wyjścia, wybrali drogę na skróty w linii prostej. Czy turyści tego dnia przeszli 15 km?



Zadanie 3. Romb (3 punkty)

Jedna z przekątnych i bok rombu mają taką samą długość równą 2. Jaką długość ma druga przekątna rombu?



Zadanie 4. Kolejka (2 punkty)

Kolejka linowo – szynowa wjeżdża po zboczu nachylonym pod kątem 30° do poziomu. Długość trasy kolejki wynosi 1,8km. Na jaką wysokość wjeżdża kolejka?



Rozwiązania oraz schemat punktacji zestawu Ćwiczeń otwierających - „Związek pitagorejski”

Zadanie 1. Ołowiane żołnierzyki (10 punktów)

Bartek ma pewną ilość ołowianych żołnierzyków. Kiedy spróbował ustawić je w kolumnę czwórkami, to w ostatnim szeregu mógł umieścić tylko trzy. Gdy spróbował ustawić kolumnę trójkami, to zostały mu dwa. Ile zostanie mu żołnierzyków, jeśli będzie ustawiał kolumnę szóstkami?

Rozwiązanie:

Bartek ma nieparzystą liczbę żołnierzyków, bo gdy ustawił je czwórkami, pozostają mu trzy. Ponieważ przy ustawianiu ich trójkami zostają mu dwa, ma on więc w kolumnie nieparzystą liczbę pełnych trójek. Zatem przy ustawianiu wojska szóstkami zostanie mu $3 + 2 = 5$ żołnierzyków.
Odp. Zostaje 5 żołnierzyków.

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Poprawne przetłumaczenie	2
B	Właściwe rozwiązanie w języku polskim	2
C	Uzasadnienie w języku polskim	2
D	Poprawne przetłumaczenie rozwiązania na język obcy	4

Exercise 1. Leaden soldiers (10 punktów)

Solution:

Bartek has got odd number of soldiers, because setting them in fours we have the rest three. Trying to set them in triples we have the rest two so in such column we have odd number of complete triples. Hence, setting the soldiers six by six we have $3 + 2 = 5$ soldiers in the last uncomplete row.
Answer: It remain 5 soldiers.

Scores:

Activity	Stages of solution	Points
A	The correct translation	2
B	The right solution in Polish language	2
C	Justification in Polish	2
D	The correct translation of solution into English	4



Tarea 1. Soldaditos de plomo (10 puntos)

Solución:

Bartolomé tiene una cantidad impar de soldaditos de plomo, porque cuando los pone en filas de cuatro, se los quedan tres. Como, al ponerlos en filas de tres se los quedan dos, tiene en una columna la cantidad impar de filas completas de tres. Entonces, poniendo el ejercito en filas de seis, le quedarán $3 + 2 = 5$ soldaditos. Respuesta: Quedan 5 soldaditos.

Puntuación:

Nº de actividad	Etapas de solución de tarea	Cantidad de puntos
A	Traducción correcta	2
B	Solución adecuada en polaco	2
C	Argumentación en polaco	2
D	Traducción correcta de la solución en la lengua extranjera	4

Aufgabe 1. Zinnsoldaten (10 Punkte)

Lösung:

Bartek hat eine ungerade Zahl Zinnsoldaten, denn als er sie zu Viert aufstellte, blieben ihm drei übrig. Da nach der Aufstellung von Dreien ihm zwei übrig bleiben, so hat er in der Kolonne eine bleiben ungerade Zahl von vollen Dreien. Folglich bei der Armeeaufstellung zu sechst bleiben ihm $3 + 2 = 5$ Zinnsoldaten übrig.

Antwort. Es 5 Zinnsoldaten übrig.

Punktwertung:

Tätigkeitsnummer	Etapen der Aufgabenauflösung	Punktzahl
A	Richtige Übersetzung	2
B	Richtige Lösung im Polnischen	2
C	Begründung im Polnischen	2
D	Richtige Übersetzung der Lösung in eine Fremdsprache	4

Esercizio 1. Soldatini Di Piombo (10 punti)

Soluzione:

Bartek ha il numero impari di soldatini, perché mettendoli in quattro ne sono rimasti tre. Come facendo la colonna di tre ne rimangono due, questo vuol dire che nella colonna le file di tre sono impari. Allora con la colonna di sei gli rimangono $3 + 2 = 5$ soldatini.

Risposta: Rimangono 5 soldatini.

Punteggio:

Numero dell'attività	Tappe della soluzione	Numero di punti
A	Traduzione corretta	2
B	Soluzione giusta in polacco	2



C	Giustificazione in polacco	2
D	Traduzione corretta della soluzione nella lingua straniera	4

Exercice 1. Soldats De Plomb (10 points)

Solution:

Bartek a un nombre impair de soldats, car en les mettant en colonne par quatre, il lui en est resté trois. Puisqu' il lui en reste deux en les mettant par trois, il a alors un nombre impair de *trios entiers*. Donc en rangeant l'armée en colonne par six, il va lui rester $3 + 2 = 5$ soldats.
Réponse: Il reste 5 soldats.

Pointage:

Numéro de l'activité	Solution étape par étape	Nombre de points
A	Traduction correcte de l'exercice	2
B	Solution correcte en polonais	2
C	Justification en polonais	2
D	Traduction correcte de la solution en langue étrangère	4

Zadanie 2. Droga na skróty (3 punkty)

Rozwiązanie:

Korzystając z twierdzenia Pitagorsa obliczamy długość przeciwprostokątnej x :

$$x^2 = 6^2 + 2^2$$

$$x = \sqrt{40} \text{ [km]}$$

Obliczamy długość całej trasy:

$$6 + 2 + \sqrt{40} = 8 + \sqrt{40}$$

Porównujemy liczby:

$$15 \text{ i } 8 + \sqrt{40}$$

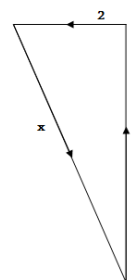
Ponieważ:

$$6 < \sqrt{40} < 7$$

Więc

$$15 > 8 + \sqrt{40}$$

Odp: Turyści tego dnia nie przeszli 15 km.



Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Wykonanie pomocniczego rysunku	1
B	Zastosowanie twierdzenia pitagorasa – obliczenie drogi powrotnej	1
C	Oszacowanie pokonanej odległości	1



Zadanie 3. Romb (3 punkty)

Rozwiązanie:

Ponieważ przekątne rombu przecinają się pod kątem prostym i przecinają się w połowie otrzymujemy trójkąt prostokątny, w którym korzystając z twierdzenia Pitagorasa obliczamy długość jednej z przyprostokątnych x :

$$x^2 + 1^2 = 2^2$$

$$x = \sqrt{4 - 1} = \sqrt{3} \approx 1,73$$

długość drugiej przekątnej rombu e wynosi $2 \cdot x = 2 \cdot 1,73 = 3,46$ [j]

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Zastosowanie twierdzenia Pitagorasa	1
B	Obliczenie długości przyprostokątnej x	1
C	Obliczenie długości przekątnej e	1

Zadanie 4. Kolejka (2 punkty)

Rozwiązanie:

Z własności trójkąta prostokątnego o kątach $30^\circ; 60^\circ; 90^\circ$

wynika, że wysokość, na jaką wjeżdża kolejka $h = \frac{1}{2} \cdot 1,8 \text{ km}$

$$h = 0,9 \text{ km} = 0,9 \cdot 1000 \text{ m} = 900 \text{ [m]}$$

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Zastosowanie własności trójkąta prostokątnego o kątach $30^\circ; 60^\circ; 90^\circ$	1
B	Obliczenie długości wysokości h	1



Spotkanie 2: Rozwiążmy razem - „Związek pitagorejski”

Exercise 1. Numbering of Exponaten (10 points)

In a school environmental classroom the pupils order the exhibits and stick on them new numbers created from digits writing on the cards 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9. The exhibits were numbered consecutively by naturals starting from 1. Some school-boy, who made only the cards with 0 and with 9, noticed that there were used exactly 41 such cards. How many exhibits were in this room?

Aufgabe 1. Nummerieren von Exponaten (10 Punkte)

In einem Naturklassenzimmer haben Schüler die Exponate geordnet und neue Nummern aufgeklebt, die aus Pappschildern mit Ziffern 0, 1, 2, ..., 9 bestanden. Die Exponate hat man mit aufeinanderfolgenden Zahlen, von 1 angefangen, nummeriert. Der Schüler, der die Pappschilder mit der Ziffer 0 und der Ziffer 9 anfertigte, merkte, dass man insgesamt 41 von diesen Pappschildern gebraucht hat. Wie viele Exponate gab es in diesem Arbeitszimmer?

Tarea 1. Numerar Objetos Expuestos (10 puntos)

En el gabinete de biología de colegio, los alumnos ponían en orden los objetos expuestos y les pegaban nuevos números, hechos de trozos de cartón con cifras 0, 1, 2, ..., 9.

Se numeraban los objetos expuestos con los números naturales sucesivos a partir del número 1. Un alumno que realizaba los cartonitos con la cifra 0 así como, con la cifra 9, observó que juntamente se había utilizado 41 de estos trozos de cartón.

¿Cuántos objetos expuestos había en el gabinete?

Esercizio 1. Numerazione Degli Esemplari (10 punti)

Nel gabinetto scolastico delle scienze naturali gli allievi hanno sistemato gli esemplari incollando sopra i numeri fatti con i cartoncini portando le cifre 0, 1, 2, ..., 9. Gli esemplari sono numerati coi numeri ordinali naturali cominciando da 1. L'allievo il quale ha usato i cartoncini con le cifre 0 e 9 ha osservato che erano usati insieme 41 cartoncini. Quanti esemplari erano nel gabinetto?

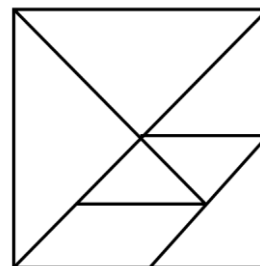
Exercice 1. Enumerer Les Objets Exposés (10 points)

Dans une salle de biologie les élèves ont rangé les objets exposés et ont collé de nouveaux numéros faits de cartons numérotés 0, 1, 2, ..., 9. On a numéroté les objets avec des nombres naturels qui se suivent en commençant par le nombre 1. L'élève qui a fait les cartons avec le chiffre 9, a remarqué qu'on avait utilisé en tout 41 de ces cartons. Combien d'objets exposés y a-t-il eu dans la salle?

Zadanie 2. Tangram (4 punkty)

Rysunek przedstawia słynną układankę zwaną *tangramem*. Oblicz długości wszystkich odcinków dzielących tangram na części. Przyjmij, że długość boku tangramu wynosi 8.

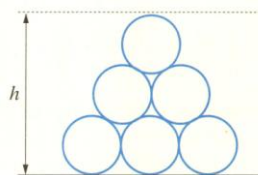
Wskazówka- narysuj tangram na papierze w kratkę.





Zadanie 3. Piramida (3 punkty)

Oblicz wysokość h narysowanej piramidy, wiedząc, że każdy z tworzących ją okręgów ma średnicę równą 4.

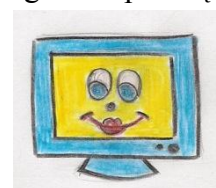


Zadanie 4. Wyciąg narciarski (3 punkty)

Wyciąg narciarski ma długość 1023m. Różnica poziomów między stacją dolną a górną wynosi 497m. Określ w przybliżeniu, pod jakim kątem do poziomu wznosi się trasa wyciągu?

Zadanie 5. Trapez (8 punktów)

Oblicz pole trapezu, w którym ramiona są nachylone do dłuższej podstawy o długości 8 pod kątami 45° i 60° . Dłuższe z ramion ma długość 2.

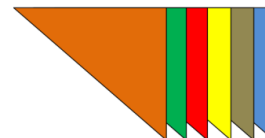


Zadanie 6. Telewizor (3 punkty)

Ekran telewizora ma kształt prostokąta. Jego wielkość określa się długością przekątnej wyrażoną w calach. Oblicz wielkość ekranu telewizora, jeżeli jego boki mają wymiary 44 cm x 37 cm. Przyjmij, że 1 cal = 2,54 cm, a wielkość ekranu podaje się w liczbach całkowitych.

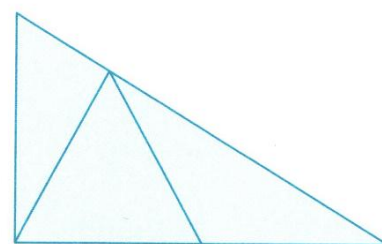
Zadanie 7. Harcerskie chusty (4 punkty)

Ile metrów kwadratowych materiału potrzeba na uszycie jednakowych chust w kształcie półkwadratu – czyli równoramiennego trójkąta prostokątnego dla zastępu liczącego osiem harcerek, jeśli najdłuższy bok chusty ma długość 1,20m?



Zadanie 8. Poręcz (4 punkty)

Oblicz długość poręczy wzdłuż schodów złożonych z 10 stopni, jeżeli jeden stopień ma 14,5cm wysokości i 32cm szerokości.



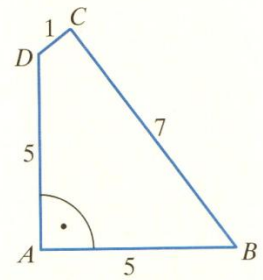
Zadanie 9. Kanapka (8 punktów)

Kanapka, gdy patrzeć na nią z góry ma kształt trójkąta prostokątnego, w którym najmniejszy kąt ma miarę 30° , a najkrótszy bok ma 5cm. Kanapkę tę udało się podzielić na trzy części tak, że jedna z nich ma kształt trójkąta prostokątnego, druga- trójkąta równobocznego, a trzecia trójkąta rozwartokątnego. Sposób podziału przedstawiono na rysunku. Która z tych części należy wybrać, aby mieć największą kanapkę?



Zadanie 10. Jaki kąt (3 punkty)

Ile stopni ma kąt BCD przedstawiony na rysunku obok?





Rozwiązania oraz schemat oceniania zestawu

Rozwiążmy razem – „Związek pitagorejski”

Exercise 1. Numerowanie eksponatów (10 punktów)

W szkolnym gabinecie przyrodniczym uczniowie porządkowali eksponaty i naklejali nowe numery składane z kartoników z cyframi 0, 1, 2, ..., 9. Eksponaty numerowano kolejnymi liczbami naturalnymi począwszy od liczby 1. Uczeń, który sporządzał kartoniki z cyfrą 0 oraz z cyfrą 9 zauważył, że użyto łącznie 41 tych kartoników. Ile eksponatów było w gabinecie?

Rozwiązanie:

Wystarczy policzyć ilość zer i ilość dziewiątek w kolejnych dziesiątkach liczb naturalnych. Do zapisania liczb od 1 do 110 trzeba użyć 21 zer i 21 dziewiątek, a 41 zer i dziewiątek (łącznie) wykorzystuje się do napisania liczb od 1 do 109.

Odp. W gabinecie było 109 eksponatów.

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Poprawne przetłumaczenie	2
B	Właściwe rozwiązanie w języku polskim	2
C	Uzasadnienie w języku polskim	2
D	Poprawne przetłumaczenie rozwiązania na język obcy	4

Exercise 1. Numbering of exhibits (10 points)

Solution:

It is enough to count the number of zeros and nines in consecutive natural numbers. To write numbers from 1 to 110 we need 21 zeroes and 21 nines so to write the numbers from 1 to 109 we need 20 zeroes and 21 nines.

Answer: In this classroom were 109 exhibits.

Scores:

Activity	Stages of solution	Points
A	The correct translation	2
B	The right solution in Polish language	2
C	Justification in Polish	2
D	The correct translation of solution into English	4



Aufgabe 1. Nummerieren von Exponaten (10 Punkte)

Lösung:

Es reicht die Zahl von Nullen und Neunen in aufeinander folgenden natürlichen Zahlen zu zählen.. Zum Niederschreiben der Zahlen von 1 bis 110 benötigt man 21 Nullen und 21 Neunen, und 41 Nullen und Neunen werden zum Niederschreiben der Zahlen von 1 bis 109 genutzt.
Antwort. Im Arbeitszimmer waren 109 Exponate.

Punktwertung:

Tätigkeitsnummer	Etappen der Aufgabenauflösung	Punktenzahl
		1
A	Richtige Übersetzung	2
B	Richtige Lösung im Polnischen	2
C	Begründung im Polnischen	2
D	Richtige Übersetzung der Lösung in eine Fremdsprache	4

Tarea 1. Numerar Objetos Expuestos (10 puntos)

Solución:

Es suficiente contar la cantidad de ceros y la cantidad de cifras nueve en los números naturales sucesivos. Para anotar los números a partir de 1 hasta 110, hay que servirse de 21 ceros i 21 nueves. Para anotar los números desde 1 hasta 109 se utiliza 41 ceros y 41 nueves.
Respuesta. En el gabinete había 109 objetos expuestos.

Puntuación:

Nº de actividad	Etapas de solución de tarea	Cantidad de puntos
A	Traducción correcta	2
B	Solución adecuada en polaco	2
C	Argumentación en polaco	2
D	Traducción correcta de la solución en la lengua extranjera	4



Esercizio 1. Numerazione Degli Esemplari (10 punti)

Soluzione:

Basta calcolare la quantità di zero e di nove nei successivi numeri naturali. Per fare i numeri da 1 fino a 110 bisogna usare 21 volte zero e 21 volte nove, e 41 zero e 41 nove si usa per i numeri da 1 fino a 109.

Risposta: W gabinetto c'erano 109 esemplari.

Punteggio:

Numero dell'attività	Tappe della soluzione	Numero di punti
A	Traduzione corretta	2
B	Soluzione giusta in polacco	2
C	Giustificazione in polacco	2
D	Traduzione corretta della soluzione nella lingua straniera	4

Exercice 1. Enumerer Les Objets Exposes (10 points)

Solution:

Il suffit de compter le nombre de zéros et le nombre de neufs dans les nombres naturels qui se suivent. Pour écrire les nombres de 1 à 110 il faut utiliser 21 zéros et 21 neufs, et pour écrire les nombres de 1 à 109 on utilise 41 zéros et 41 neufs.

Réponse: Il y a eu 109 objets exposés dans la salle.

Pointage:

Numéro de l'activité	Solution étape par étape	Nombre de points
A	Traduction correcte de l'exercice	2
B	Solution correcte en polonais	2
C	Justification en polonais	2
D	Traduction correcte de la solution en langue étrangère	4

Zadanie 2. Tangram (4 punkty)

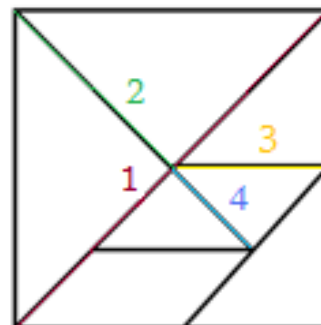
Rozwiązanie:

a – długość boku tangramu

$$a = 8$$

d – długość przekątnej tangramu

Z rysunku odczytujemy długości pomocniczych odcinków:



- odcinek 1. $d = a\sqrt{2} = 8\sqrt{2} \approx 8 \cdot 1,41 = 11,28$
- odcinek 2. $\frac{1}{2}d = \frac{1}{2} \cdot 11,28 = 5,64$
- odcinek 3. $\frac{1}{2}a = \frac{1}{2} \cdot 8 = 4,00$
- odcinek 4. $\frac{1}{4}d = \frac{1}{4} \cdot 11,28 = 2,82$

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie długości odcinka 1.	1
B	Obliczenie długości odcinka 2.	1
C	Obliczenie długości odcinka 3.	1
D	Obliczenie długości odcinka 4.	1

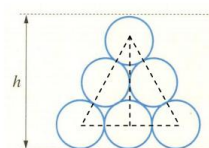
Zadanie 3. Piramida (3 punkty)

Rozwiązanie:

Średnica $d = 4$

bok $a = 2d = 8$; wysokość trójkąta o boku a wynosi $\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{8\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$

wysokość piramidy $h = 4\sqrt{3} + 4 \approx 4 \cdot 1,73 + 4 = 6,92 + 4 = 10,92$



Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie boku trójkąta	1
B	Obliczenie wysokości trójkąta	1
C	Obliczenie wysokości piramidy	1

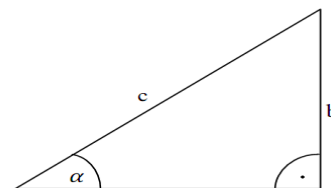


Zadanie 4. Wyciąg narciarski (3 punkty)

Rozwiązanie:

Zaokrąglając podane długości mamy:

- długość przeciwprostokątnej (wyciągu narciarskiego)
 $c = 1023 \approx 1000$
- długość krótszej przyprostokątnej (wysokości)
 $b = 497 \approx 500$.



Stąd otrzymujemy zależność $c = 2b$, która zachodzi w trójkącie prostokątnym o kątach 30° , 60° , 90° .
Z powyższego otrzymujemy miarę kąta nachylenia trasy $\alpha = 30^\circ$

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Sporządzenie rysunku	1
B	Zaokrąglenie podanych liczb	1
C	Określenie miary kąta α	1

Zadanie 5. Trapez (8 punktów)**Rozwiązanie:**

Z własności trójkąta prostokątnego $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ wynika, że wysokość trapezu jest równa

$$h = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \quad \text{Odcinek } p = h$$

Krótsze ramię trapezu jest przeciwprostokątną trójkąta prostokątnego kątach $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ i ma długość:

$$c = \frac{2h\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{2}\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{6}}{3},$$

a krótsza przyprostokątna $k = \frac{\sqrt{6}}{3}$

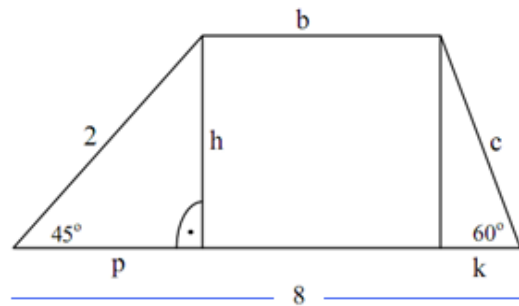
Z własności trójkąta prostokątnego $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ wynika, że część podstawy dolnej wynosi $p = \sqrt{2} \approx 1,41$

długość podstawy górnej $b = 8 - \sqrt{2} - \frac{\sqrt{6}}{3} \approx 8 - 1,41 - \frac{2,45}{3} = 5,77$

Obliczamy pole trapezu, gdzie $a = 8$, $b = 5,77$, $h = 1,41$:

$$P = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

$$P = \frac{8+5,77}{2} \cdot 1,41 = \frac{13,77}{2} \cdot 1,41 = 9,71$$

**Punktacja:**

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Wykonanie poprawnego rysunku	2
B	Obliczenie wysokości trapezu h	1
C	Obliczenie krótszego ramienia trapezu c	1
D	Obliczenie krótszej przyprostokątnej k	1
E	Obliczenie części podstawy dolnej p	1
F	Obliczenie długość podstawy górnej b	1
G	Obliczenie pola trapezu	1



Zadanie 6. Telewizor (3 punkty)

Rozwiązanie:

Korzystając z twierdzenia Pitagorasa obliczamy długość przekątnej prostokąta x:

$$x^2 = 44^2 + 37^2$$

$$x = \sqrt{3305}$$

$$x \approx 57,49 \text{ [cm]}$$

Wyrażamy liczbę centymetrów w calach:

$$57,49 : 2,54 \approx 22,6 \text{ cala}$$

$$22,6 \approx 23 \text{ [cale]}$$

Odp: Wielkość ekranu telewizora wynosi 23 cale.

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie przekątnej telewizora w cm	1
B	Zamiana centymetrów na cale	1
C	Podanie wielkości ekranu TV	1

Zadanie 7. Harcerskie chusty (4 punkty)

Rozwiązanie:

Obliczamy pole powierzchni kwadratu, gdzie d – przekątna kwadratu:

$$P = \frac{d^2}{2}$$

$$P = \frac{1,2^2}{2} = \frac{1,44}{2} = 0,72 \text{ [m}^2\text{]}$$

$$\text{Obliczamy pole jednej chusty: } \frac{1}{2} \cdot 0,72 = 0,36 \text{ [m}^2\text{]}$$

$$\text{Obliczamy pole ośmiu chust: } 8 \cdot 0,36 = 2,88 \text{ [m}^2\text{]}$$

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Zastosowanie wzoru na pole kwadratu z wykorzystaniem przekątnej	1
B	Obliczenie pola kwadratu	1
C	Obliczenie pola powierzchni 1 chusty	1
D	Obliczenie pola powierzchni 8 chust	1



Zadanie 8. Poręcz (4 punkty)

Rozwiązanie:

Obliczamy długości odcinków a i b zgodnie z rysunkiem i treścią zadania:

$$a = 14,5 \cdot 10 = 145 \text{ [cm]}$$

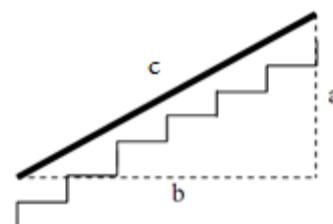
$$b = 32 \cdot 10 = 320 \text{ [cm]}$$

Stosując oznaczenia jak na rysunku obliczamy z twierdzenia Pitagorasa długość poręczy c:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$c^2 = 145^2 + 320^2$$

$$c = \sqrt{21025 + 102400} = \sqrt{123425} \approx 351 \text{ [cm]} = 3,51 \text{ [m]}$$



Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Sporządzenie rysunku	1
B	Obliczenie długości przyprostokątnych	1
C	Zastosowanie twierdzenia Pitagorasa	1
D	Obliczenie długości poręczy	1

Zadanie 9. Kanapka (8 punktów)

Rozwiązanie:

Z własności trójkąta o kątach $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ wynika, że

$$a = \frac{5}{2}; b = \frac{5\sqrt{3}}{2}; c = 5\sqrt{3} - b = 5\sqrt{3} - \frac{5\sqrt{3}}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{ponadto } h = \frac{b\sqrt{3}}{2} = \frac{15}{4}$$

Obliczamy pole kanapki o kształcie trójkąta prostokątnego

$$P_1 = \frac{1}{2} a \cdot b = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{5\sqrt{3}}{2} = \frac{25\sqrt{3}}{8} \approx \frac{25}{8} \cdot 1,73 = 5,41 \text{ [cm}^2\text{]}$$

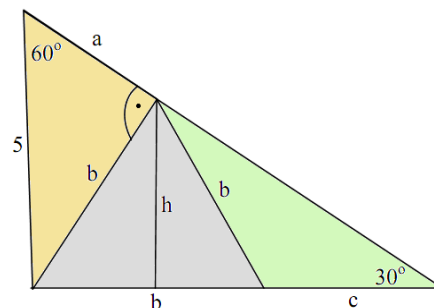
Obliczamy pole kanapki o kształcie trójkąta równobocznego

$$P_2 = \frac{b^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\left(\frac{5\sqrt{3}}{2}\right)^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{25 \cdot 3\sqrt{3}}{16} = \frac{75\sqrt{3}}{16} = \frac{75 \cdot 1,73}{16} \approx 8,11 \text{ [cm}^2\text{]}$$

Obliczamy pole kanapki o kształcie trójkąta rozwartokątnego

$$P_3 = \frac{1}{2} c \cdot h = \frac{1}{2} \cdot \frac{5\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{15}{4} = \frac{75\sqrt{3}}{16} = \frac{75 \cdot 1,73}{16} \approx 8,11 \text{ [cm}^2\text{]}$$

Odp. Należy wybrać kanapkę w kształcie trójkąta równobocznego lub trójkąta rozwartokątnego.



Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie długości odcinka a	1
B	Obliczenie długości odcinka b	1
C	Obliczenie długości odcinka c	1
D	Obliczenie długości odcinka h	1
E	Obliczenie pola powierzchni trójkąta prostokątnego	1
F	Obliczenie pola powierzchni trójkąta równobocznego	1
G	Obliczenie pola powierzchni trójkąta rozwartokątnego	1
H	Podanie odpowiedzi, wynikającej z porównania pól	1



Zadanie 10. Jaki kąt (3 punkty)

Rozwiązanie:

Dzielimy czworokąt przekatną DB na dwa trójkąty.

Otrzymujemy I trójkąt równoramienny prostokątny o bokach $5; 5; 5\sqrt{2}$

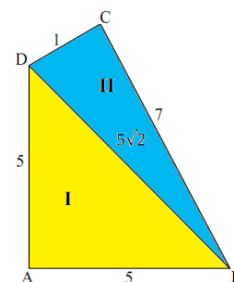
Sprawdzamy, czy trójkąt II jest prostokątny, korzystając z twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa:

$$5\sqrt{2} > 7 \quad (\sqrt{2} \approx 1,41)$$

$$1^2 + 7^2 = 1 + 49 = 50$$

$$(5\sqrt{2})^2 = 25 \cdot 2 = 50$$

$50 = 50$ stąd trójkąt II jest prostokątny a kąt $BCD = 90^\circ$



Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie długości boków w I trójkącie	1
B	Sprawdzenie na podstawie twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa, czy trójkąt II jest prostokątny	1
C	Podanie miary kąta BCD	1



Pakiet G-2.5 „Parkietaże”

I. Treści merytoryczne:

- okrąg opisany na trójkącie;
- okrąg wpisany w trójkąt;
- wielokąty foremne;
- okręgi wpisane i opisane na wielokątach foremnych;
- wielokąty i okręgi w zadaniach praktycznych.

II. Cele szczegółowe:

- zastosowanie własności okręgów wpisanych i opisanych na trójkątach;
- kształtowanie sprawności konstruowania wielokątów foremnych;
- wyrabianie umiejętności posługiwania się własnościami wielokątów i okręgów;
- wykorzystanie własności wielokątów i okręgów w sytuacjach praktycznych;
- kształcenie umiejętności szacowania wartości liczb.

III. Metody i formy pracy:

- Praca w grupach;
- Burza mózgów;
- Meta – plan;
- Mapa myśli.

IV. Przebieg zajęć

Spotkanie 1: „Ćwiczenia otwierające ” (1 godzina lekcyjna)

1. Sprawy organizacyjne (sprawdzenie obecności).
2. Podział uczniów na zespoły zadaniowe (grupy 4 - 5 osobowe). Wybór liderów, sekretarzy, asystentów poszczególnych grup (zespoły zadaniowe w innym składzie niż na poprzednich spotkaniach).
3. Praca w grupach: każdy zespół wymyśla dla siebie nazwę (związaną z matematyką, działaniami społecznymi, historycznymi lub współczesnymi postaciami świata odkryć, dokonań naukowych) oraz logo zespołu.
4. Przedstawienie nazw i logo przez poszczególne grupy.
5. Rozdanie każdej z grup zestawów ćwiczeń otwierających oraz materiałów potrzebnych do rozwiązywania zadań.
6. Przedstawienie i porównanie rozwiązań zadań przez przedstawicieli grup.
7. Zebranie kart z rozwiązaniami.
8. Podsumowanie zajęć.
9. Zakończenie zajęć.



Uwaga: Rozwiązania poszczególnych zadań uczniowie powinni zapisywać na oddzielnych kartkach, podpisanych nazwą zespołu i oznakowanych poprzez logo. Materiały dla uczniów stanowi pierwsza strona dokumentu „Ćwiczenia otwierające”.

Bibliografia do ćwiczeń otwierających

- [1] Bińkowska M., Gawrońska-Kornobis E., Sawińska-Stuła A., Staniszevska L., zadanie autorskie (zad.2, zad.4)
- [2] Bobiński Z. w zespole, *Matematyka z wesołym Kangurem*, Wydawnictwo „Aksjomat“, Toruń 2008 (zad.1)
- [3] Dobrowolska Małgorzata, Karpiński Marcin, Lech Jacek, *Matematyka. Kalendarz Gimnazjalisty*, GWO, Gdańsk 2007 (zad.3)

Spotkanie 2: „Rozwiążmy razem” (2 godziny lekcyjne)

1. Uczniowie siadają we wcześniej ustalonych zespołach zadaniowych.
2. Nauczyciel rozdaje przygotowane karty z zadaniami. Każda grupa losuje po dwa- trzy zadania do rozwiązania (w zależności od ilości grup) z zestawu zadań „Rozwiążmy Razem”.
3. Grupy rozwiązują zadania samodzielnie (w ciągu 90 minut).
4. Zakończenie zajęć- nauczyciel zbiera karty z rozwiązanymi zadaniami.

Bibliografia do zestawu zadań rozwiążmy razem

- [1] Bińkowska M., Gawrońska-Kornobis E., Sawińska-Stuła A., Staniszevska L. zadanie autorskie (zad.10)
- [2] Dobrowolska M., Karpiński M., Lech J., *Matematyka. Kalendarz Gimnazjalisty*, GWO, Gdańsk 2007 (zad.3. zad.4,zad.5, zad.6, zad7, zad.9)
- [3] Gulgowski L., *Testy wyboru wielokrotnego*, Wydawnictwo Podkowa, Gdańsk 1998(zad.2, zad.8)
- [4] Kamińska B., Uliasz R., *Matematyka na co dzień*, Wydawnictwo NOWIK, Opole 2002 (zad.2)
- [5] Romanowicz Z., Piegat E., *100 zadań z błyskiem*, Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław 1996 (zad.1)

Spotkanie 3: „Ćwiczenia podsumowujące” (1 godzina lekcyjna).

Na trzecim jednogodzinnym spotkaniu nauczyciel ma już sprawdzone i wypunktowane zadania zestawu „Rozwiążmy razem”. Informuje uczniów, które zadania rozwiązali w pełni poprawnie. Grupy uczniowskie prezentują całej klasie wybrane przez nauczyciela rozwiązania. Następnie nauczyciel przedstawia rozwiązania tych zadań, których uczniowie nie rozwiązali lub rozwiązali błędnie. Jeżeli czas na to pozwoli, uczniowie wraz z nauczycielem przeprowadzają dyskusję rozwiązań pozostałych zadań.

Uwaga: Karty odpowiedzi uczniów z zestawu „Rozwiążmy razem” będą stanowić załącznik do raportu z realizacji zajęć.



Spotkanie 1: Ćwiczenia otwierające - „Parkietaże”

Exercise 1. Triangular island (10 points)

Some island is of a triangular shape. What point of this island is the farthest from the sea?



Tarea 1. Una isla triangular (10 puntos)

Una isla tiene una forma del triángulo. ¿Cuál punto de la isla es situado lo más lejos del mar?

Esercizio 1. Isola triangolare (10 punti)

L'isola ha la forma di un triangolo. Quale punto dell'isola è il piu distante dal mare?

Aufgabe 1. Dreieckinsel (10 Punkte)

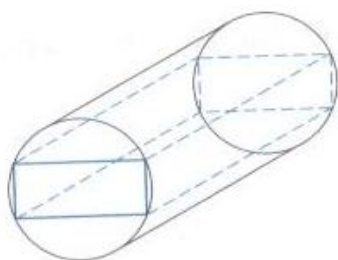
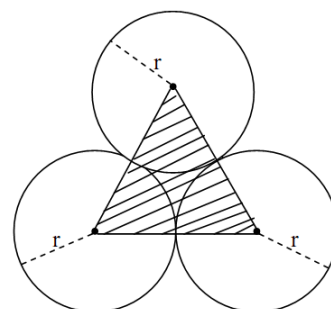
Eine Insel ist in Form von Dreieck. Welcher Punkt der Insel ist vom Meer am weitesten gelegen?

Exercice 1. Île Triangulaire (10 points)

L'île a la forme d'un triangle. Quel est le point de l'île situé le plus loin de la mer?

Zadanie 2. Zakręcony trójkąt (2 punkty)

Oblicz pole trójkąta przedstawionego na rysunku, jeżeli $r = 3$ cm:



Zadanie 3. Pień drzewa (2 punkty)

Z odpowiednio długiego pnia drzewa zamierzamy wyciąć belkę o wymiarach 10cm, 24cm, 2m. Mamy do dyspozycji cztery, pozbawione kory pnie w kształcie walców o średnicach: 24cm, 25cm, 26,5cm, 27,5cm. Każdy pień ma długość 2m. Który pień należy wybrać, aby ilość odpadów była jak najmniejsza?

Zadanie 4. Kwiatowy dywan (5 punktów)

Z okrągłego klombu znajdującego się w parku wydzielono kwadratowy dywan kwiatowy wpisany w ten klomb. Pozostałą część klombu obsiano trawą. Ile arów powierzchni obsiano trawą, jeżeli bok kwadratowego dywanu ma długość 10 m?





Rozwiązania oraz schemat punktacji zestawu Ćwiczeń otwierających - „Parkietaże”

Zadanie 1. Trójkątna wyspa (10 punktów)

Wyspa ma kształt trójkąta. Jaki punkt wyspy jest położony najdalej od morza?

Rozwiązanie:

Punktem położonym najdalej od morza jest środek koła wpisanego w trójkątną wyspę. Wynika to stąd, że przez odległość punktu wyspy od morza (w tym wypadku od brzegu trójkąta) rozumie się długość najkrótszego z odcinków łączących dany punkt z punktami na brzegu trójkąta.

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Poprawne przetłumaczenie	2
B	Właściwe rozwiązanie w języku polskim	2
C	Uzasadnienie w języku polskim	2
D	Poprawne przetłumaczenie rozwiązania na język obcy	4

Exercise 1. Triangular island (10 points)

Solution:

The farthest point from the sea is the middle of a circle inscribed inside in this triangle. Punktem położonym najdalej od morza jest środek koła wpisanego w trójkątną wyspę. The above follows from the fact that as the distance between some point of island and the sea (i.e. the side of a triangle) we mean the length of the shortest segment combining this point with the points on the sides of triangle.

Scores:

Activity	Stages of solution	Points
A	The correct translation	2
B	The right solution in Polish language	2
C	Justification in Polish	2
D	The correct translation of solution into English	4



Tarea 1. Una Isla Triangular (10 puntos)

Solución:

El medio del círculo escrito en la isla triangular constituye el punto situado lo más lejos del mar. Eso resulta de lo que se comprende la distancia del punto de la isla del mar (en este caso del borde del triángulo) como la longitud del más corto de los segmentos uniendo un punto dado con los puntos del borde del triángulo.

Puntuación:

Nº de actividad	Etapas de solución de tarea	Cantidad de puntos
A	Traducción correcta	2
B	Solución adecuada en polaco	2
C	Argumentación en polaco	2
D	Traducción correcta de la solución en la lengua extranjera	4

Esercizio 1. Isola triangolare (10 punti)

Soluzione:

Il punto più distante dal mare è il centro del circolo iscritto nell'isola triangolare. Questo risulta dal fatto che la distanza di questo punto dal mare (in questo caso dal bordo di triangolo) è il più corto segmento il quale lega questo punto coi punti sul bordo del triangolo.

Punteggio:

Numero dell'attività	Tappe della soluzione	Numero di punti
A	Traduzione corretta	2
B	Soluzione giusta in polacco	2
C	Giustificazione in polacco	2
D	Traduzione corretta della soluzione nella lingua straniera	4



Aufgabe 1. Dreieckinsel (10 Punkte)

Lösung:

Der am weitesten vom Meer gelegene Punkt ist der Inkreismittelpunkt der dreieckigen Insel. Das ergibt sich daraus, dass man durch die Entfernung des Inselpunktes vom Meer (in diesem Fall von der Dreieckkante) die Länge der kürzesten von den Abschnitten versteht, die den gegebenen Punkt mit Punkten der Dreieckkante verbinden.

Punktwertung:

Tätigkeitsnummer	Etappen der Aufgabenauflösung	Punktzahl
A	Richtige Übersetzung	2
B	Richtige Lösung im Polnischen	2
C	Begründung im Polnischen	2
D	Richtige Übersetzung der Lösung in eine Fremdsprache	4

Exercice 1. Île Triangulaire (10 points)

Solution:

Le point de l'île situé le plus loin de la mer est le milieu du cercle inscrit dans l'île triangulaire. Il s'ensuit que la distance entre un point de l'île et la mer est la longueur du plus court des segments liant le point donné aux points du côté du triangle.

Pointage:

Numéro de l'activité	Solution étape par étape	Nombre de points
A	Traduction correcte de l'exercice	2
B	Solution correcte en polonais	2
C	Justification en polonais	2
D	Traduction correcte de la solution en langue étrangère	4



Zadanie 2. Zakręcony trójkąt (2 punkty)

Rozwiązanie:

a – długość boku trójkąta

$$r = 3 \quad \text{to} \quad a = 6$$

jest to trójkąt równoboczny

$$P = \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

$$P = \frac{6^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{36 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

$$P = 9\sqrt{3}$$

Odp: Pole trójkąta wynosi $9\sqrt{3}$ [cm²]

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Wyznaczenie długości boku trójkąta a	1
B	Obliczenie pola trójkąta	1

Zadanie 3. Pień drzewa (2 punkty)

Rozwiązanie:

Przekrój poziomy belki to prostokąt o wymiarach 10cm na 24cm;

Obliczamy przekątną prostokąta d:

$$d = \sqrt{10^2 + 24^2} = \sqrt{676} = 26 \text{ [cm]}$$

Odp: Aby ilość odpadów była jak najmniejsza wybieramy pień o średnicy 26,5cm

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Zastosowanie twierdzenia Pitagorasa do obliczenia przekątnej prostokąta	1
B	Porównanie średnic pni i wybór odpowiedniego pnia	1



Zadanie 4. Kwiatowy dywan (5 punktów)

Rozwiązanie:

Pole kwadratu:

$$P_1 = 10m \cdot 10m = 100 [m^2]$$

Promień okrągłego klombu (promień koła opisanego na kwadracie):

$$r = 5\sqrt{2} [m]$$

Pole koła:

$$P_2 = \pi r^2$$

$$P_2 = 50\pi [m^2]$$

Pole trawnika (poła czterech odcinków kołowych):

$$P_3 = 50\pi m^2 - 100 m^2 \approx 50 \cdot 3,14 m^2 - 100 m^2 = 157 m^2 - 100 m^2 = 57 m^2 \approx 0,6 [a]$$

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie pola kwadratu	1
B	Obliczenie promienia okrągłego klombu	1
C	Obliczenie pola koła	1
D	Obliczenie pola trawnika	1
E	Zamiana jednostek powierzchni	1



Spotkanie 2: Rozwiążmy razem - „Parkietaże”

Exercise 1. Cats and Kittens (10 points)

Be quiet - says a catkin to its kitten - otherwise, I will call the dog. Call better the cat, this big beloved cat - says the kitten. How many legs, cumulatively, have all above-mentioned animals?



Tarea 1. Gatos y Gatitos (10 puntos)

Callate – dice la gata a su gatito –sino llamo al perro.Mejor, llama al gato, este grande gato querido –dice el gatito. ¿Cuántas piernas tienen juntos todos animales mencionados?

Esercizio 1. Gatti E Micini (10 punti)

Zitto! – dice la gatta al suo micino- se no, chiamo il cane. Meglio sarebbe di chiamare il gatto, quel gran gatto ben amato- dice il micino. Quante yampe hanno tutti gli animali citati?

Aufgabe 1. Katzen und Kätzchen (10 Punkte)

Sei still – sagt eine Katze zu ihrem Kätzchen - sonst rufe ich den Hund. Ruf lieber den Kater, diesen großen, lieben Kater – sagt das Kätzchen. Wie viele Beine insgesamt haben alle genannten Tiere?

Exercise 1. Chats Et Chatons (10 points)

Calme-toi – dit la chatte à son chaton – sinon j'appelle un chien. Appelle plutôt le chat, ce grand chat bien-aimé – dit le chaton. Combien de pattes en tout ont tous les animaux qui ont été énumérés?

Zadanie 2. Okrąg i kąt (4 punkty)

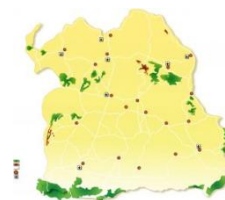
W kąt o wierzchołku O i mierze 60° wpisano okrąg o promieniu 2 cm , styczny do obu ramion kąta. Jaka jest odległość środka okręgu od wierzchołka kąta?

Zadanie 3. Podstawka pod szklankę (3 punkty)

Kartonowa podstawka pod szklankę ma kształt trójkąta równobocznego o boku 12 cm . Jaki największy promień (wyrażony całkowitą liczbą milimetrów) może mieć koliste dno szklanki, by w całości zmieściła się ona na podstawce?

Zadanie 4. Zwierzyniec (4 punkty)

Trzy miejscowości: Kozy, Kobyłka i Królikowo położone są w taki sposób, że odległość między dowolną parą tych miejscowości jest taka sama i równa się 18 km . Dokładnie w środku w takiej samej odległości od wszystkich trzech miejscowości leży czwarta: Zwierzyniec. Jaka jest odległość między Zwierzyncem a Królikowem?





Zadanie 5. Arkusz blachy (5 punktów)

Z kwadratowego arkusza blachy o boku długości 10 cm wycina się, w trakcie produkcji, możliwie największe koło, a reszta blachy to odpady. Ile procent produkcji stanowią odpady?



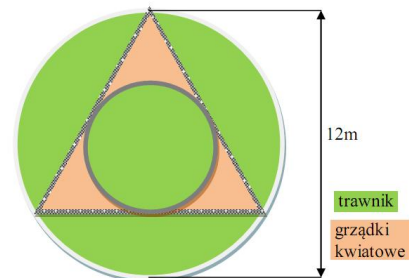
Zadanie 6. Obrus na stole (4 punkty)

Na okrągły stolik o średnicy 85cm chcemy położyć prostokątny obrus o wymiarach 48cm x 65cm. Czy obrus zmieści się w całości na stoliku? Odpowiedź uzasadnij.



Zadanie 7. Trawnik (8 punktów)

Rysunek przedstawia projekt trawnika w ogródku pana Wpisanego. Koło duże ma średnicę 12m, a wpisany w to koło trójkąt jest równoboczny. Ile paczek nasion trawy musi kupić pan Wpisany, jeśli półkilogramowe opakowanie wystarcza na 25m^2 powierzchni? Jaką powierzchnię zajmują grządki kwiatowe?

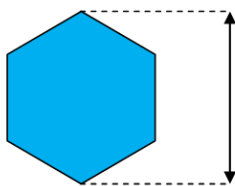


Zadanie 8. Dziesięciokąt foremny (3 punkty)

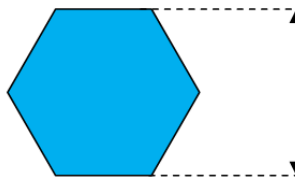
Ile wyniesie suma miar kątów wewnętrznych dziesięciokąta foremnego wypukłego?

Zadanie 9. Klucz do nakrętek (4 punkty)

Rozmiar sześciokątnej nakrętki mierzy się od krawędzi do krawędzi. Jarek o tym nie wiedział i zmierzył ją od wierzchołka do wierzchołka (zobacz rysunek). Według pomiaru Jarka śruba ma



Tak mierzył Jurek



A tak powinien mierzyć

rozmiar 15mm i dlatego chciał użyć klucza 15. Jakiego klucza powinien użyć Jarek?

Zadanie 10. Deski (5 punktów)

Z kwadratowej deski o boku 40 cm odcięto narożniki w kształcie trójkątów prostokątnych równoramiennych o ramionach 10cm. O ile obwód powstałej ośmiokątnej deski jest mniejszy od obwodu kwadratowej deski? Czy otrzymana ośmiokątna deska ma kształt ośmiokąta foremnego? Uzasadnij odpowiedź.





Rozwiązania oraz schemat oceniania zestawu

Rozwiążmy Razem – „Parkietaże”

Zadanie 1. Koty i kociątka (10 punktów)

Cicho bądź – mówi kotka do swego kociątka- *bo zawołam psa. Zawołaj lepiej kota, tego dużego, kochanego kota-* mówi kociątko. Ile łącznie nóg mają wszystkie wymienione zwierzęta?

Rozwiązanie:

W scenie wystąpiły następujące zwierzęta: kotka, kociątko, pies i kot. Łączna liczba ich nóg jest zatem równa $4 \cdot 4 = 16$.

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Poprawne przetłumaczenie	2
B	Właściwe rozwiązanie w języku polskim	2
C	Uzasadnienie w języku polskim	2
D	Poprawne przetłumaczenie rozwiązania na język obcy	4

Exercise 1. Cats and Kittens (10 points)

Solution:

In this text there were the next animals: a catkin, a kitten, a dog and a cat . The cumulative number of its legs is equal to $4 \cdot 4 = 16$.

Scores:

Activity	Stages of solution	points
A	The correct translation	2
B	The right solution in Polish language	2
C	Justification in Polish	2
D	The correct translation of solution into English	4

Tarea 1. Gatos y gatitos (10 puntos)

Solución:

En la escena se presentaron los siguientes animales: la gata, el gatito, el perro y el gato. El total de sus piernas es entonces igual a: $4 \cdot 4 = 16$.

Puntuación:

Nº de actividad	Etapas de solución de tarea	Cantidad de puntos
A	Traducción correcta	2
B	Solución adecuada en polaco	2
C	Argumentación en polaco	2
D	Traducción correcta de la solución en la lengua extranjera	4

Esercizio 1. Gatti E Micini (10 punti)

Soluzione:

Nel testo sono presenti gli animalni seguenti : la gatta, il micino, il cane e il gatto. Le loro zampe fanno allora $4 \cdot 4 = 16$.

Punteggio:

Numero dell'attività	Tappe della soluzione	Numero di punti
A	Traduzione corretta	2
B	Soluzione giusta in polacco	2
C	Giustificazione in polacco	2
D	Traduzione corretta della soluzione nella lingua straniera	4

Aufgabe 1. Katzen und Kätzchen (10 Punkte)

Lösung:

In der Szene traten folgende Tiere auf: eine Katze, ein Kätzchen, ein Hund und ein Kater. Die gesamte Summe ihrer Beine ist folglich gleich $4 \cdot 4 = 16$.

Punktwertung:

Tätigkeitsnummer	Etappen der Aufgabenauflösung	Punktenzahl
A	Richtige Übersetzung	2
B	Richtige Lösung im Polnischen	2
C	Begründung im Polnischen	2
D	Richtige Übersetzung der Lösung in eine Fremdsprache	4

Exercice 1. Chats Et Chatons (10 points)

Solution:

Il y a eu les animaux suivants dans cette scène : une chatte, un chaton, un chien et un chat. Le nombre de pattes est égal à $4 \cdot 4 = 16$.

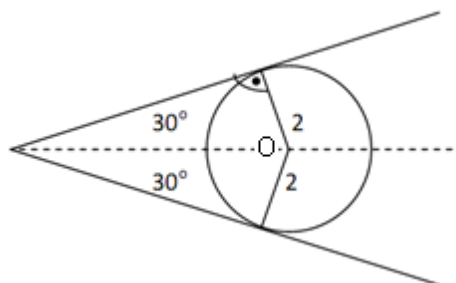
Pointage:

Numéro de l'activité	Solution étape par étape	Nombre de points
A	Traduction correcte de l'exercice	2
B	Solution correcte en polonais	2
C	Justification en polonais	2
D	Traduction correcte de la solution en langue étrangère	4

Zad. 2. Okrąg i kąt (4 punkty)

Rozwiązanie:

Korzystamy z własności: stycznej do okręgu, trójkąta o kątach 30° , 60° , 90° i własności okręgu wpisanego w trójkąt. Krótsza przyprostokątna w trójkącie prostokątnym o kątach 30° , 60° , 90° wynosi 2, więc przeciwprostokątna wynosi 4 i jest ona równocześnie odległością środka okręgu od wierzchołka kąta.



Odp: Odległość środka okręgu od wierzchołka kąta wynosi 4 cm.

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Sporządzenie rysunku	1
B	Zastosowanie własności stycznej do okręgu	1
C	Zastosowanie własności trójkąta o kątach 30° , 60° , 90°	1
D	Obliczenie odległości środka okręgu od wierzchołka kąta	1



Zadanie 3. Podstawka pod szklankę (3 punkty)

Rozwiązanie:

Promień dna szklanki nie może być większy od promienia r koła wpisanego w trójkąt równoboczny o boku a równym 12cm i wysokości h .

$$r = \frac{1}{3} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{12\sqrt{3}}{6} = 2\sqrt{3} \text{ [cm]}$$

Ponieważ $2\sqrt{3} \approx 3,46\text{cm}$, więc promień dna szklanki może mieć co najwyżej 3,4 [cm]
= 34 [mm]

Odp: Największy promień dna szklanki może wynosić 34 mm.

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Zastosowanie wzoru na promień okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny	1
B	Obliczenie promienia okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny	1
C	Wyrażenie promienia całkowitą liczbą milimetrów	1

Zadanie 4. Zwierzyńiec (4 punkty)

Rozwiązanie:

Miejscowości są wierzchołkami trójkąta równobocznego o boku a równym 18 km i wysokości h . Zwierzyńiec leży w środku okręgu o promieniu r opisanego na trójkącie równobocznym.

$$r = \frac{2}{3}h = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{18\sqrt{3}}{2} \text{ [km]}$$

$$r = \frac{18\sqrt{3}}{3} = 6\sqrt{3} \approx 10,39 \text{ [km]}$$

Odp. Odległość między Królikowem a Zwierzyńcem wynosi ok. 10,39 km.

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Ustalenie długości boku trójkąta równobocznego	1
B	Podanie wzoru na promień okręgu opisanego na trójkącie	1
C	Obliczenie długości promienia okręgu opisanego na trójkącie	1
D	Podanie przybliżenia liczby postaci $a\sqrt{b}$	1



Zadanie 5. Arkusz blachy (5 punktów)

Rozwiązanie:

Obliczamy:

pole kwadratu o boku 10 cm: $P_1 = 100 \text{ [cm}^2\text{]}$

promień wyciętego koła $r = 5 \text{ [cm]}$

pole wyciętego koła: $P_2 = 25\pi \text{ [cm}^2\text{]}$

pole odpadów: $P_3 = 100 \text{ cm}^2 - 25\pi \text{ cm}^2 \approx 21,5 \text{ [cm}^2\text{]}$

Obliczamy procent odpadów: $\frac{21,50}{100} \cdot 100\% = 21,5\%$

Odp: Odpady stanowią 21,5 % produkcji.

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie pola kwadratu	1
B	Określenie promienia wyciętego koła	1
C	Obliczenie pola wyciętego koła	1
D	Obliczenie pola odpadów	1
E	Obliczenie procentu odpadów	1

Zadanie 6. Obrus na stole (4 punkty)

Rozwiązanie:

Obliczamy długość przekątnej obrusu d:

$$d = \sqrt{48^2 + 65^2} = \sqrt{2304 + 4225} = \sqrt{6529} \approx 81 \text{ [cm]}$$

Porównujemy długość średnicy stolika z długością przekątnej obrusu:

$$85 \text{ cm} > 81 \text{ cm}$$

Odp. Obrus zmieści się w całości na stoliku.

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Zastosowanie twierdzenia Pitagorasa	1
B	Obliczenie przekątnej obrusu	1
C	Porównanie przekątnej obrusu i średnicy stolika	1
D	Podanie poprawnej odpowiedzi	1



Zadanie 7. Trawnik (8 punktów)

Rozwiązanie:

a – bok trójkąta równobocznego,

P_d – pole dużego koła o promieniu R ,

P_m – pole małego koła o promieniu r ,

P_t – pole trójkąta o boku a i wysokości h .

Rozwiązanie:

$$\text{Wyznaczamy } P_d = \pi \cdot R^2 = \pi \cdot 6^2 = 36\pi \approx 36 \cdot 3,14 = 113 [\text{m}^2]$$

Wyznaczamy wysokość trójkąta równobocznego

$$R = \frac{2}{3}h, \quad 6 = \frac{2}{3}h, \quad \text{stąd } h = 9$$

Wyznaczamy długość boku trójkąta równobocznego ze związku $\frac{a\sqrt{3}}{2}$:

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2} = 9, \quad 18 = a\sqrt{3}, \quad \text{stąd } a = 6\sqrt{3}$$

Wyznaczamy P_t trójkąta równobocznego:

$$P_t = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{(6\sqrt{3})^2\sqrt{3}}{4} = 27\sqrt{3} \approx 46,8 [\text{m}^2]$$

Wyznaczamy P_m małego koła:

$$P_m = \pi r^2$$

$$\text{ponieważ } r = \frac{1}{3}h, \text{ to } P_m = \pi \cdot 3^2 = 9\pi \approx 9 \cdot 3,14 \approx 28,3 [\text{m}^2]$$

Wyznaczamy powierzchnię grządek kwiatowych:

$$P_t - P_m = 46,8 - 28,3 = 18,5 [\text{m}^2]$$

Wyznaczamy powierzchnię trawnika:

$$P_d - (P_t - P_m) = 113 - 18,5 = 94,5 [\text{m}^2]$$

Wyznaczenie liczby paczek nasion trawy:

$$94,5 : 25 = 3,78$$

Odp: Należy kupić cztery paczki nasion trawy.

Grządki kwiatowe zajmują powierzchnię około $18,5\text{m}^2$.

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie pola dużego koła	1
B	Obliczenie wysokości trójkąta równobocznego	1
C	Obliczenie długości boku trójkąta równobocznego	1
D	Obliczenie pola trójkąta równobocznego	1
E	Obliczenie pola małego koła	1
F	Obliczenie powierzchni grządek kwiatowych	1
G	Obliczenie powierzchni trawnika	1
H	Obliczenie ilości paczek nasion trawy	1



Zadanie 8. Dziesięciokąt foremny (3 punkty)

Rozwiązanie:

α – kąt wewnętrzny wielokąta

β – kąt środkowy oparty na $\frac{1}{10}$ okręgu

$$\beta = \frac{360^\circ}{10} = 36^\circ$$

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

$$\alpha = 144^\circ$$

$$10 \cdot 144^\circ = 1440^\circ$$

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie miary kąta środkowego wielokąta	1
B	Obliczenie miary kąta wewnętrznego wielokąta	1
C	Obliczenie sumy miar kątów wewnętrznych dziesięciokąta	1

Zadanie 9. Klucz do nakrętek (4 punkty)

Rozwiązanie:

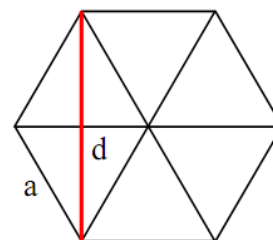
Jeśli dłuższa przekątna sześciokąta foremnego wynosi 15 mm, to bok a tego sześciokąta wyniesie:

$$a = \frac{15}{2} = 7,5 \text{ [mm]}$$

Krótsza przekątna d sześciokąta foremnego jest równa dwóm wysokościami h trójkąta równobocznego:

$$d = 2 \cdot h = 2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3} \approx 7,5 \cdot 1,73 \approx 13 \text{ [mm]}$$

Odp. Jarek powinien użyć klucza nr 13



Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie długości krawędzi sześciokąta foremnego	1
B	Zastosowanie wzoru na krótszą przekątną sześciokąta foremnego	1
C	Obliczenie długości krótszej przekątnej sześciokąta foremnego	1
D	Podanie odpowiedzi – numeru klucza	1



Zadanie 10. Deski (5 punktów)

Rozwiązanie:

Obliczamy obwód kwadratowej deski:

$$O_1 = 4 \cdot 40 \text{ cm} = 160 \text{ [cm]}$$

Długość odciętego narożnika jest to przeciwprostokątna c trójkąta prostokątnego równoramiennego:

$$c = 10\sqrt{2} \approx 14,1 \text{ [cm]}$$

Obliczamy obwód deski ośmiokątnej:

$$O_2 = 4 \cdot 20 \text{ cm} + 4 \cdot 14,1 \text{ cm} = 136,4 \text{ [cm]}$$

Obliczamy różnicę obwodów desek:

$$160 \text{ cm} - 136,4 \text{ cm} = 23,6 \text{ [cm]}$$

Odp. Obwód ośmiokątnej deski jest krótszy o 23,6 cm od obwodu kwadratowej deski.

Otrzymana deska nie jest ośmiokątem foremnym, bo jej boki mają naprzemiennie długości: 20 cm i $10\sqrt{2} \text{ cm}$, a w wielokącie foremnym wszystkie boki powinny mieć jednakową długość.

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie obwodu kwadratowej deski	1
B	Obliczenie przeciwprostokątnej trójkąta prostokątnego równoramiennego	1
C	Obliczenie obwodu deski ośmiokątnej	1
D	Obliczenie różnicy obwodów	1
E	Uzasadnienie, że deska nie jest ośmiokątem foremnym	1



Pakiet G-2.6 „Słupy graniaste”

I. Treści merytoryczne:

- pole powierzchni graniastosłupa;
- objętość graniastosłupa;
- odcinki i kąty w graniastosłupach;
- graniastosłupy w zadaniach z życia codziennego;
- przekroje graniastosłupów.

II. Cele szczegółowe:

- rozwijanie umiejętności sprawnego obliczania pola powierzchni graniastosłupa;
- kształtowanie sprawności obliczania objętości graniastosłupa;
- obliczanie długości odcinków i miar kątów w graniastosłupach;
- wykorzystanie własności graniastosłupów w sytuacjach praktycznych;
- kształcenie umiejętności szacowania wartości liczb;

III. Metody i formy pracy

- Praca w grupach.
- Burza mózgów.
- Meta – plan.
- Mapa myśli.

IV. Przebieg zajęć

Spotkanie 1: „Ćwiczenia otwierające” (1 godzina lekcyjna)

1. Sprawy organizacyjne (sprawdzenie obecności).
2. Podział uczniów na zespoły zadaniowe (grupy 4 - 5 osobowe). Wybór liderów, sekretarzy, asystentów poszczególnych grup (zespoły zadaniowe w innym składzie niż na poprzednich spotkaniach).
3. Praca w grupach: każdy zespół wymyśla dla siebie nazwę (związaną z matematyką, działaniami społecznymi, historycznymi lub współczesnymi postaciami świata odkryć, dokonań naukowych) oraz **logo** zespołu.
4. Przedstawienie nazw i logo przez poszczególne grupy.
5. Rozdanie każdej z grup zestawów ćwiczeń otwierających oraz materiałów potrzebnych do rozwiązywania zadań.
6. Przedstawienie i porównanie rozwiązań zadań przez przedstawicieli grup.
7. Zebranie kart z rozwiązaniami.
8. Podsumowanie zajęć.
9. Zakończenie zajęć.

Uwaga: Rozwiązania poszczególnych zadań uczniowie powinni zapisywać na oddzielnych kartkach, podpisanych nazwą zespołu i oznakowanych poprzez logo. Materiały dla uczniów stanowi pierwsza strona dokumentu „Ćwiczenia otwierające”.

Bibliografia do ćwiczeń otwierających

- [1] Bobiński Z. w zespole, *Matematyka z wesołym Kangurem*, Wydawnictwo „Aksjomat“, Toruń 2008 (zad.4)
- [2] Braun M. Lech J., *Zbiór zadań dla gimnazjum - Matematyka 2*, GWO, Gdańsk 2000 (zad.3)
- [3] Dobrowolska M., Karpiński M., Lech J., *Matematyka. Kalendarz Gimnazjalisty*, GWO, Gdańsk 2007(zad.2)
- [4] Pawłowicz M., Cewe A., *Kangur europejski*, Wydawnictwo Podkowa, Gdańsk 1996 (zad.1)

Spotkanie 2: „Rozwiążmy razem” (2 godziny lekcyjne)

1. Uczniowie siadają we wcześniej ustalonych zespołach zadaniowych
2. Nauczyciel rozdaje przygotowane karty z zadaniami. Każda grupa losuje po dwa - trzy zadania do rozwiązania (w zależności od ilości grup) z zestawu zadań „Rozwiążmy Razem”
3. Grupy rozwiązują zadania samodzielnie (w ciągu 90 minut)
4. Zakończenie zajęć - nauczyciel zbiera karty z rozwiązanymi zadaniami

Bibliografia do zestawu zadań rozwiążmy razem

- [1] Abramowicz T., *Zadania konkursowe z matematyki*, PZWS, Warszawa 1991(zad.8)
- [2] Bobiński Z w zespole, *Liga zadaniowa*, Agencja Wydawniczo- Reklamowa „Czarny kruk“, Bydgoszcz, 1994 (zad.1, zad.3)
- [3] Braun M. Lech J., *Zbiór zadań dla gimnazjum- Matematyka 2*, GWO, Gdańsk 2000 (zad.4. zad.10)
- [4]. Chłodnicki J. w zespole, *Matematyka 2001*, WSiP, Warszawa 1996 (zad.7)
- [5] Dobrowolska Małgorzata, Karpiński Marcin, Lech Jacek, *Matematyka. Kalendarz Gimnazjalisty*, GWO, Gdańsk 2007 (zad.2, zad.6)
- [6] Kamińska B., Uliasz R., *Matematyka na co dzień*, Wydawnictwo NOWIK, Opole 2002 (zad.9).
- [7] Krawcewicz Z. Zasada B., *Matematyka dla zreformowanego gimnazjum*, REA, Warszawa, 1999 (zad.5)

Spotkanie 3: „Ćwiczenia podsumowujące” (1 godzina lekcyjna).

Na trzecim jednogodzinnym spotkaniu nauczyciel ma już sprawdzone i wypunktowane zadania zestawu „Rozwiążmy razem”. Informuje uczniów, które zadania rozwiązali w pełni poprawnie. Grupy uczniowskie prezentują całej klasie wybrane przez nauczyciela rozwiązania. Następnie nauczyciel przedstawia rozwiązania tych zadań, których uczniowie nie rozwiązali lub rozwiązali błędnie. Jeżeli czas na to pozwoli, uczniowie wraz z nauczycielem przeprowadzają dyskusję rozwiązań pozostałych zadań.

Uwaga: Karty odpowiedzi uczniów z zestawu „Rozwiążmy razem” będą stanowi załącznik do raportu z realizacji zajęć.



Spotkanie 1: Ćwiczenia otwierające - „Słupy graniaste”

Exercise 1. At the round table (10 punktów)

Five persons sit at the round table. Every man among these persons says either only the truth or only the false. Every person at the table exactly knows that his both neighbours lie or not and everyone from all them says: Both my neighbours are liars. How many liars are at the table?

Tarea 1. A la mesa redonda (10 puntos)

Cinco personas están sentadas a la mesa redonda. Entre ellas hay únicamente personas mentirosas y personas verídicas. Sucesivamente, cada uno declara: *Mis dos vecinos son mentirosos*. Suponiendo que el mentiroso miente siempre, el verídico dice siempre la verdad y que todos saben exactamente si sus vecinos son mentirosos o no, di ¿ cuántos mentirosos se encuentran a la mesa?

Exercice 1. Autour d'une table ronde (10 points)

Autour d'une table ronde sont assises cinq personnes. Il n'y a que des menteurs et des personnes sincères parmi elles. Chacun d'eux déclare à son tour : « Mes deux voisins sont des menteurs ». En supposant qu'un menteur mente toujours, qu'une personne sincère dise toujours la vérité et que chacun d'eux sache exactement si ses voisins sont des menteurs ou pas, dis, combien de menteurs il y a à table.

Esercizio 1. Alla tavola rotonda (10 punti)

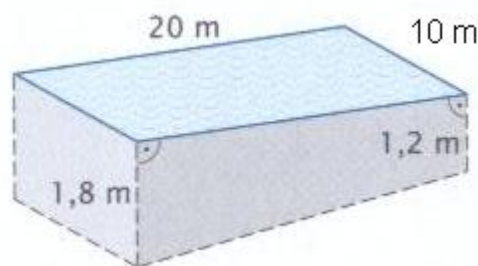
Alla tavola rotonda ci sono cinque persone. Fra loro ci sono i bugiardi e questi che dicono la verità. Di seguito ognuno di loro dice: *I miei due vicini sono bugiardi*. Premettendo che il bugiardo mente sempre, il veridico dice sempre la verità e che ogni persona sa se il suo vicino è bugiardo o no, indovina quanti bugiardi sono seduti alla tavola?

Aufgabe 1. Am runden Tisch (10 punkte)

Fünf Personen sitzen an einem runden Tisch. Unter ihnen sind ausschließlich Lügner und Wahrheitssagende. Nacheinander erklärt jeder von ihnen: *Beide meiner Nachbarn sind Lügner*. Vorausgesetzt, dass ein Lügner immer lügt, ein Wahrheitssagender immer die Wahrheit sagt, und dass jeder genau weiß, ob seine Nachbarn Lügner oder keine Lügner sind, sag, wie viele Lügner sitzt am Tisch?

Zadanie 2. Basen kąpielowy (3 punkty)

Rysunek przedstawia basen kąpielowy. Basen ma długość 20m i szerokość 10m. W najgłębszym miejscu jest 1,8m głębokości, a w naj płytszym 1,2m. Ile waży woda wypełniająca basen po brzegi? Przyjmij, że 1 litr wody waży 1 kg. Wynik podaj w tonach.





Zadanie 3. Masło i margaryna (3 punkty)

Ważące tyle samo kostki masła i margaryny mają kształt prostopadłościanów. Kostka margaryny ma wymiary 9cm, 7cm i 4cm, a kostka masła – 10cm, 7,5cm i 3cm. Co jest cięższe: litr masła czy litr margaryny?

Zadanie 4. Najmniejsze odpadki (4 punkty)

Z prostokątnej kartki o wymiarach 6cm x 15cm wyciąć siatkę sześciianu (nie uwzględniając zakładek) tak, aby procent odpadków był najmniejszy. Jaki to procent?



Rozwiązania oraz schemat punktacji zestawu Ćwiczeń otwierających - „Słupy graniaste”

Zadanie 1. Przy okrągłym stole (10 punktów)

Pięć osób siedzi przy okrągłym stole. Są wśród nich wyłącznie kłamcy oraz prawdomówni. Kolejno każdy z nich oświadcza: *Obaj moi sąsiedzi to kłamcy*. Zakładając, że kłamca zawsze kłamie, prawdomówny zawsze mówi prawdę i że każdy dokładnie wie, czy jego sąsiedzi są kłamacami czy nie, powiedz, ilu kładców siedzi przy stole?

Rozwiązanie:

Kłamca kłamie, gdy co najmniej jeden jego sąsiad jest prawdomówny. Zakładając, że osoba nr 1 jest prawdomówna, sytuacje przy stole mogą być następujące:

sytuacja A:

- osoba 1 – jest prawdomówna
- osoba 2 – jest kłamcą
- osoba 3 – jest prawdomówna
- osoba 4 – jest kłamcą
- osoba 5 – jest kłamcą,

sytuacja B:

- osoba 1 – jest prawdomówna
- osoba 2 – jest kłamcą
- osoba 3 – jest kłamcą
- osoba 4 – jest prawdomówna
- osoba 5 – jest kłamcą,

w obu sytuacjach przy stole siedzi 3 kładców.

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Poprawne przetłumaczenie	2
B	Właściwe rozwiązanie w języku polskim	2
C	Uzasadnienie w języku polskim	2
D	Poprawne przetłumaczenie rozwiązania na język obcy	4



Exercise 1. At the round table (10 punktów)

Solution:

A liar lies in the case at least one of his neighbours is truthful. Assuming that the person number 1 is truthful we have got the following possible situations:

situation A:

- person 1 – is truthful
- person 2 – is a liar
- person 3 – is truthful
- person 4 – is a liar
- person 5 – is a liar,

situation B:

- person 1 – truthful
- person 2 – a liar
- person 3 – a liar
- person 4 – truthful
- person 5 – a liar

In both situations at the table are 3 liars.

Scores:

Activity	Stages of solution	Points
A	The correct translation	2
B	The right solution in Polish language	2
C	Justification in Polish	2
D	The correct translation of solution into English	4



Tarea 1. A la mesa redonda (10 puntos)

Solución:

El mentiroso miente cuándo, por lo menos uno de sus vecinos, es verídico. Suponiendo que la persona nº1 es verídica, pueden aparecer siguientes situaciones a la mesa:

situación A:

- persona 1 – es verídica
- persona 2 – es mentirosa
- persona 3 - es verídica
- persona 4 – es mentirosa
- persona 5 –es mentirosa

situación B:

- persona 1 – es verídica
- persona 2 - es mentirosa
- persona 3 – es mentirosa
- persona 4 – es verídica
- persona 5 – es mentirosa

en dos situaciones a la mesa hay 3 personas mentirosas.

Puntuación:

Nº de actividad	Etapas de solución de tarea	Cantidad de puntos
A	Traducción correcta	2
B	Solución adecuada en polaco	2
C	Argumentación en polaco	2
D	Traducción correcta de la solución en la lengua extranjera	4



Exercice 1. Autour d'une table ronde (10 points)

Solution:

Un menteur ment quand au moins un de ses voisins est sincère. En supposant que la personne numéro 1 soit sincère, les situations à table peuvent être les suivantes :

situation A:

- personne 1 – est sincère
- personie 2 – est un menteur
- personne 3 - est sincère
- personne 4 – est un menteur
- personne 5 – est un menteur

situation B:

- personne 1 – est sincère
- personie 2 – est un menteur
- personne 3 - est un menteur
- personne 4 – est sincère
- personne 5 – est un menteur

Dans ces deux situations, il y a 3 menteurs à table.

Pointage:

Numéro de l'activité	Solution étape par étape	Nombre de points
A	Traduction correcte de l'exercice	2
B	Solution correcte en polonais	2
C	Justification en polonais	2
D	Traduction correcte de la solution en langue étrangère	4



Esercizio 1. Alla tavola rotonda (10 punti)

Soluzione:

Il bugiardo mente quando almeno un suo vicino è veridico. Premettendo che la persona n 1 è un veridico, possiamo incontrare le situazioni seguenti :

situazione A:

- persona 1 – è veridico
- persona 2 – è bugiardo
- persona 3 - è veridico
- persona 4 – è bugiardo
- persona 5 – è bugiardo

situazione B:

- persona 1 – è veridico
- persona 2 – è bugiardo
- persona 3 – è bugiardo
- persona 4 – è veridico
- persona 5 – è bugiardo,

Nelle due situazioni alla tavola sono seduti 3 bugiardi.

Punteggio:

Numero dell'attività	Tappe della soluzione	Numero di punti
A	Traduzione corretta	2
B	Soluzione giusta in polacco	2
C	Giustificazione in polacco	2
D	Traduzione corretta della soluzione nella lingua straniera	4



Aufgabe 1. Am runden Tisch (10 punkte)

Lösung:

Ein Lügner lügt, wenn mindestens einer seiner Nachbarn wahrheitsliebend ist. Vorausgesetzt, dass Person Nr. 1 wahrheitsliebend ist, können die Situationen am Tisch folgend sein:

Situation A:

- Person 1 – ist wahrheitsliebend
- Person 2 – ist ein Lügner
- Person 3 – ist wahrheitsliebend
- Person 4 – ist ein Lügner
- Person 5 – ist ein Lügner,

Situation B:

- Person 1 – ist wahrheitsliebend
- Person 2 – ist ein Lügner
- Person 3 – ist ein Lügner
- Person 4 – ist wahrheitsliebend
- Person 5 – ist ein Lügner,

In beiden Situationen sitzen 3 Lügner am Tisch.

Punktwertung:

Tätigkeitsnummer	Etappen der Aufgabenauflösung	Punktzahl
A	Richtige Übersetzung	2
B	Richtige Lösung im Polnischen	2
C	Begründung im Polnischen	2
D	Richtige Übersetzung der Lösung in eine Fremdsprache	4



Zadanie 2. Basen kąpielowy (3 punkty).

Rozwiązanie:

Basen ma kształt graniastosłupa o podstawie trapezu, w którym podstawy a i b wynoszą 1,8 m i 1,2 m, a wysokość h wynosi 20 m. Wysokość graniastosłupa H wynosi 10 m. Jego objętość V wynosi:

$$V = \frac{(a + b) \cdot h}{2} \cdot H$$

$$V = \frac{(1,8 + 1,2) \cdot 20}{2} \cdot 10 = 300 \text{ [m}^3\text{]}$$

$$V = 300 \text{ [m}^3\text{]}$$

$$300 \text{ m}^3 = 300 \cdot 1000 \text{ l} = 300000 \text{ l}$$

$$300000 \cdot 1 \text{ kg} = 300000 \text{ kg} = 300 \text{ [t]}$$

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Zastosowanie wzoru na objętość graniastosłupa o podstawie trapezu	1
B	Obliczenie objętości basenu	1
C	Zamiana jednostek objętości i podanie masy wody	1

Zadanie 3. Masło i margaryna (3 punkty)

Rozwiązanie:

V_1 – objętość kostki margaryny

V_2 – objętość kostki masła

$$V_1 = abc = 9 \cdot 7 \cdot 4 = 252 \text{ [cm}^3\text{]}$$

$$V_2 = abc = 10 \cdot 7,5 \cdot 3 = 225 \text{ [cm}^3\text{]}$$

$$1 \text{ l} = 1000 \text{ cm}^3$$

$$252 \text{ cm}^3 = 0,252 \text{ l}$$

$$225 \text{ cm}^3 = 0,225 \text{ l}$$

Korzystamy ze wzoru na gęstość:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

ρ_1 – gęstość margaryny

$$\rho_1 = \frac{m}{0,252}$$

ρ_2 – gęstość masła

$$\rho_2 = \frac{m}{0,225}$$

Wynika stąd, że gęstość masła jest większa niż gęstość margaryny, bo $225 < 252$

Odp. Litr masła waży więcej niż liter margaryny



Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Zastosowanie wzoru na objętość prostopadłościanu	1
B	Obliczenie objętości obu kostek	1
C	Zamiana jednostek objętości i porównanie masy	1

Zadanie 4. Najmniejsze odpadki (4 punkty)

Rozwaznie:

Rysunek przedstawia siatkę sześcianu wyciętą z prostokąta tak, aby procent odpadków był najmniejszy.

Obliczamy pole prostokąta

$$P_1 = a \cdot b$$

$$P_1 = 15 \cdot 6 = 90 \text{ [cm}^2\text{]}$$

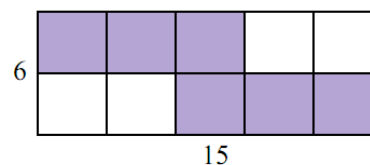
Obliczamy pole powierzchni siatki sześcianu:

$$P_2 = 6a^2$$

$$P_2 = 6 \cdot 3^2 = 6 \cdot 9 = 54 \text{ [cm}^2\text{]}$$

Obliczamy procent odpadków:

$$\frac{90 - 54}{90} \cdot 100\% = 40\%$$



Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Wykonanie rysunku	1
B	Obliczenie pola powierzchni kartki	1
C	Obliczenie pola powierzchni sześcianu	1
D	Obliczenie procentu odpadków	1



Spotkanie 2: Rozwiążmy Razem - „Słupy graniaste”

Exercise 1. A multi-head dragon (10 points)

Some dragon has 2000 heads. A knight can cut off by one cut 33 heads or 21 heads or 17 heads or eventually 1 head. The dragon's heads regenerate and simultaneously regenerate 48 heads or 0 heads or 14 heads or eventually 349 heads, respectively to a knight's cut. The dragon will be killed after cutting all his heads. Can the knight kill the dragon?

Tarea 1. Dragón policéfalo (10 puntos)

Dragón tiene 2000 cabezas. El caballero puede cortar de un golpe 33 cabezas o 21 cabezas, o 17 cabezas o 1 cabeza. Al dragón vuelven a crecer respectivamente: 48, 0, 14 y 349 cabezas al mismo tiempo. Será muerto si todas sus cabezas son cortadas. ¿ Puede el caballero matar al dragón?

Esercizio 1. Il dragone con molte teste (10 punti)

Il dragone ha 2000 teste. Il cavaliere può tagliare con un solo taglio 33 teste o 21 teste, 17 teste, o 1 testa. Ma al dragone ricrescono nello stesso tempo: 48, 0, 14 i 349 teste. Lui sarà ucciso, se tutte le teste saranno tagliate. Il cavaliere può uccidere il dragone ?

Aufgabe 1. Mehrköpfiger Drache (10 punkte)

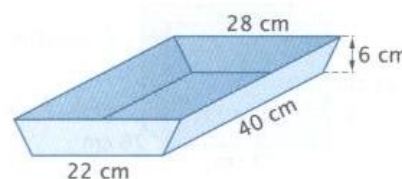
Ein Drache hat 2000 Köpfe. Ein Ritter kann mit einem Schnitt 33 Köpfe oder 21 Köpfe, oder 17 Köpfe, oder 1 Kopf abschneiden. Dem Drachen wachsen entsprechend 48, 0, 14 i 349 Köpfe gleichzeitig nach. Er wird getötet werden, wenn alle Köpfe abgeschnitten werden. Kann der Ritter den Drachen töten?

Exercice 1. Dragon À Plusieurs Têtes (10 points)

Le dragon a 2000 têtes. Le chevalier peut couper d'un coup d'épée 33 ou 21 ou 17 têtes ou une seule tête. Il repousse au dragon respectivement 48, 0, 14 et 349 têtes en même temps. Il sera tué une fois toutes les tête coupées. Le chevalier peut-il tuer le dragon ?

Zadanie 2. Forma do pieczenia (4 punkty)

Przygotowane do pieczenia ciasto wypełniające formę o wymiarach podanych na rysunku przyjmuje kształt graniastosłupa. Ile co najwyżej litrów ciasta można wlać do formy aby wypełniło ją w całości?



Zadanie 3. Sztabka złota (7 punkty)

Oblicz, ile waży sztabka złota w kształcie prostopadłościanu o wymiarach 3dm, 10cm i 100mm. Gęstość złota wynosi $19,3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.

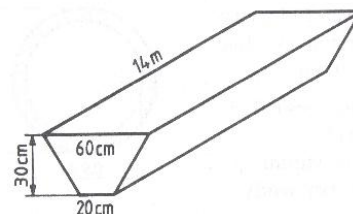


Zadanie 4. Tajemnicza bryła (5 punkty)

Łączna liczba wierzchołków, ścian i krawędzi pewnego graniastosłupa wynosi 110. Jaki wielokąt jest podstawą tego graniastosłupa?

Zadanie 5. Końskie koryto (3 punkty)

W stadninie koni koryto, którego kształt i wymiary podane są na rysunku, ma w przekroju trapez równoramienny. Oblicz, w jakim czasie koryto zostanie wypełnione, jeżeli z kranu wylewa się 30 litrów wody na minutę?



Zadanie 6. Tekturowy arkusz (5 punktów)

Arkusz tektury ma 72cm długości i 60cm szerokości. W każdym rogu wycięto kwadrat o boku 8cm. Przez nagięcie czterech prostokątów powstałych na bokach otrzymano otwarte pudełko. Oblicz objętość pudełka.

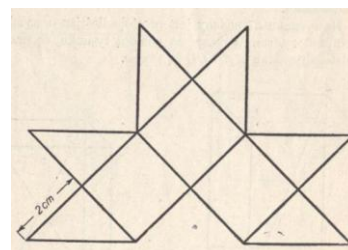


Zadanie 7. Szopa (4 punkty)

Szopa na siano ma kształt prostopadłościanu nakrytego dachem dwuspadowym załamującym się pod kątem prostym. Długość szopy wynosi 10,5m a szerokość przy podstawie 6,2m. Wysokość szopy jest dwukrotnie większa niż wysokość ściany, która równa jest 2,8m. Jaka jest pojemność szopy?

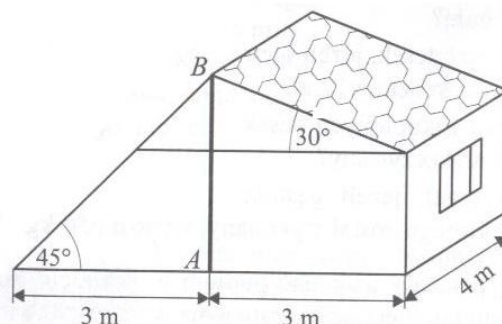
Zadanie 8. Ciekawa siatka (3 punkty)

Oblicz objętość i pole powierzchni bryły, której „siatka” jest dana na rysunku.



Zadanie 9. Domek letniskowy (4 punkty)

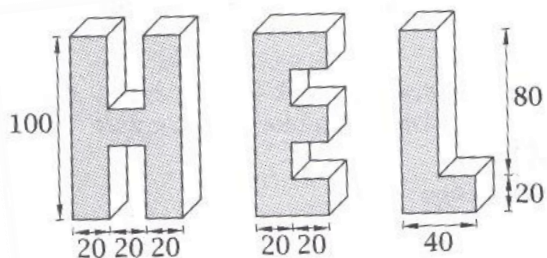
Rysunek przedstawia szkic domku letniskowego, który Pan Feliks buduje na swojej działce. Widoczną na rysunku stronę dachu zamierza pokryć blachodachówką, której metr kwadratowy kosztuje 25,8zł. Ile zapłaci za materiał na pokrycie dachu? Jaką wysokość ma belka AB?





Zadanie 10. Styropianowy HEL (5 punktów)

Ze styropianu o głębokości 10cm wycięto narysowane obok litery. Ile ważą te litery?. Gęstość styropianu jest równa $0,02\text{g/cm}^3$. Wymiary liter podane są w centymetrach.





Rozwiązania oraz schemat oceniania zestawu Rozwiążmy Razem – „Słupy graniaste”

Zadanie 1. Smok wielogłowy (10 punktów)

Smok ma 2000 głów. Rycerz może ściąć jednym cięciem 33 głowy lub 21 głów, lub 17 głów, lub 1 głowę. Smokowi odrasta odpowiednio: 48, 0, 14 i 349 głów jednocześnie. Zostanie on zabity, jeśli wszystkie głowy zostaną ścięte. Czy rycerz może zabić smoka?

Rozwiązanie:

Rycerzowi nie uda się zabić smoka. Zauważmy, że przy każdym cięciu „przyrost głów” jest liczbą podzielną przez 3. Zatem niezależnie od sposobu cięcia, różnica między liczbą głów ściętych, a liczbą głów, które „wyrósły” smokowi, jest liczbą podzielną przez 3, więc nie może ona być równa 2000.

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Poprawne przetłumaczenie	2
B	Właściwe rozwiązanie w języku polskim	2
C	Uzasadnienie w języku polskim	2
D	Poprawne przetłumaczenie rozwiązania na język obcy	4

Exercise 1. A multi-head dragon B

Solution:

The knight can not kill the dragon. In every cut the growth of heads is the number divisible by 3. The difference between the number of cutted heads and the number of regenerated heads is the number divisible by 3 so, it can be never equal to 2000.

Scores:

Activity	Stages of solution	Points
A	The correct translation	2
B	The right solution in Polish language	2
C	Justification in Polish	2
D	The correct translation of solution into English	4



Tarea 1. Dragón policéfalo (10 puntos)

Solución:

El caballero no llegará a matar al dragón. Observemos que, a cada golpe „el crecimiento de cabezas“ constituye el número divisible en 3. Entonces, independientemente de la manera de cortar, la diferencia entre el número de cabezas cortadas y el número de cabezas que volvieron a crecer al dragón es el número divisible en 3 y por eso no puede ser igual a 2000.

Puntuación:

Nº de actividad	Etapas de solución de tarea	Cantidad de puntos
A	Traducción correcta	2
B	Solución adecuada en polaco	2
C	Argumentación en polaco	2
D	Traducción correcta de la solución en la lengua extranjera	4

Esercizio 1. Il dragone con molte teste (10 punti)

Soluzione:

Il cavaliere non può uccidere il dragone. Bisogna vedere che ad ogni taglio le teste che ricrescono fanno il numero diviso per 3. Allora, qualsiasi sia il modo di taglio la differenza tra le teste tagliate, e queste ricresciute al dragone fanno il numero diviso per 3, così non è possibile di ottenere 2000.

Punteggio:

Numero dell'attività	Tappe della soluzione	Numero di punti
A	Traduzione corretta	2
B	Soluzione giusta in polacco	2
C	Giustificazione in polacco	2
D	Traduzione corretta della soluzione nella lingua straniera	4



Aufgabe 1. Mehrköpfiger Drache (10 punkte)

Lösung:

Dem Ritter misslingt das Töten des Drachen. Bemerkten wir, dass „der Kopfwuchs“ bei jedem Schnitt eine durch 3 teilbare Zahl ist. Also unabhängig von der Art. des Schnittes ist die Differenz zwischen der Anzahl der abgeschnittenen Köpfe und der Anzahl der Köpfe, die dem Drache „gewachsen“ sind, eine durch 3 teilbare Zahl. Sie darf also 2000 nicht gleich sein.

Punktwertung:

Tätigkeitsnummer	Etappen der Aufgabenauflösung	Punktzahl
A	Richtige Übersetzung	2
B	Richtige Lösung im Polnischen	2
C	Begründung im Polnischen	2
D	Richtige Übersetzung der Lösung in eine Fremdsprache	4

Exercice 1. Dragon À Plusieurs Têtes (10 points)

Solution:

Le chevalier n'est pas capable de tuer le dragon. Remarquons qu'à chaque coupure, «l'augmentation des têtes» est un nombre qui peut être divisé par 3. Alors indépendamment de la façon de couper, la différence entre le nombre des têtes coupées et celles qui ont "repoussées", est un nombre qui peut être divisé par 3, donc il ne peut pas être égal à 2000.

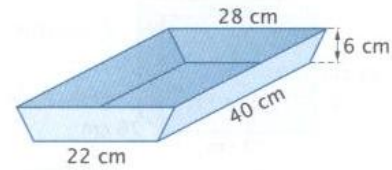
Pointage:

Numéro de l'activité	Solution étape par étape	Nombre de points
A	Traduction correcte de l'exercice	2
B	Solution correcte en polonais	2
C	Justification en polonais	2
D	Traduction correcte de la solution en langue étrangère	4

Zadanie 2. Forma do pieczenia (4 punkty)

Rozwiązanie:

Forma do ciasta ma kształt graniastosłupa o podstawie trapezu. Podstawy trapezu a i b wynoszą odpowiednio 28 cm i 22 cm, a wysokość trapezu h wynosi 6 cm. Wysokość graniastosłupa H jest równa 40 cm.



$$V = \frac{(a + b) \cdot h}{2} \cdot H$$

$$V = \frac{(28 + 22) \cdot 6}{2} \cdot 40$$

$$V = 6000 \text{ cm}^3$$

$$6000 \text{ cm}^3 = 6 \text{ l}$$

Odp. W formie zmieści się co najwyżej 6 l ciasta.

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Zastosowanie wzoru na objętość graniastosłupa o podstawie trapezu	1
B	Obliczenie objętości formy do ciasta	1
C	Zamiana jednostek objętości i sformułowanie odpowiedzi	2

Zadanie 3. Sztabka złota (7 punktów)

Rozwiązanie:

Obliczamy objętość prostopadłościanu o krawędziach a , b , c :

$$a = 30 \text{ cm}; b = 10 \text{ cm}; c = 10 \text{ cm}$$

$$V = abc$$

$$V = 60 \cdot 10 \cdot 10 = 3000 \text{ cm}^3$$

Obliczamy masę sztabki, korzystając ze wzoru na gęstość:

$$\rho = 19,3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$m = \rho \cdot V$$

$$m = 19,3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 3000 \text{ cm}^3$$

$$m = 57900 \text{ g} = 57,9 \text{ [kg]}$$

Odp. Sztabka złota waży 57,9 kg

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Zastosowanie wzoru na objętość prostopadłościanu	1
B	Obliczenie objętości sztabki złota	2
C	Wyznaczenie wzoru na masę	2
D	Obliczenie masy sztabki złota	2

Zadanie 4. Tajemnicza bryła (5 punktów)**Rozwiązanie:** n – liczba krawędzi podstawy $n + 2$ – liczba ścian $2n$ – liczba wierzchołków $3n$ – liczba krawędzi

Układamy i rozwiązujemy równanie:

$$n + 2 + 2n + 3n = 110$$

$$6n = 110 - 2$$

$$6n = 108$$

$$n = 18$$

Odp. Podstawą graniastoslupa jest osiemnastokąt.

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Określenie ilości ścian, wierzchołków i krawędzi	1
B	Ułożenie równania	2
C	Rozwiązanie równania – określenie wielokąta w podstawie	2

Zadanie 5. Końskie koryto (3 punkty)**Rozwiązanie:**

Obliczamy objętość graniastoslupa o podstawie trapezu równoramiennego:

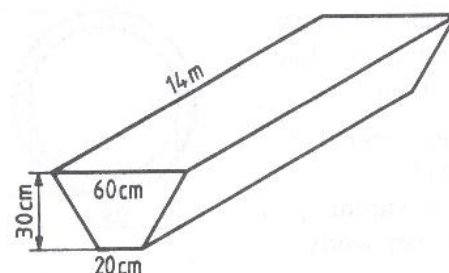
$$V = P_p \cdot H$$

$$P_p = \frac{(20 + 60) \cdot 30}{2} = \frac{80 \cdot 30}{2} = 40 \cdot 30 = 1200 \text{ cm}^2$$

$$V = 1200 \text{ cm}^2 \cdot 1400 \text{ cm} = 1680000 \text{ cm}^3 = 1680 \text{ l}$$

Obliczamy czas wypełnienia koryta:

$$1680 : 30 = 56 \text{ minut}$$

**Punktacja:**

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie pola podstawy koryta (trapezu)	1
B	Obliczenie objętości koryta	1
C	Obliczenie czasu napełnienia koryta	1



Zadanie 6. Tekturowy arkusz (5 punktów)

Rozwiązanie:

Podstawa pudełka ma wymiary:

$$72 - 16 = 56 \text{ na } 60 - 16 = 44$$

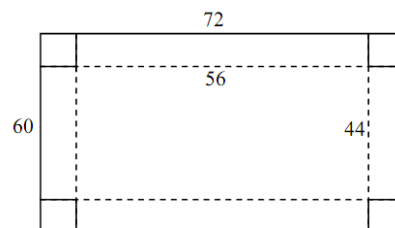
$$\text{Pole podstawy } P_p = 56 \cdot 44 = 2464 \text{ [cm}^2\text{]}$$

Obliczamy objętość pudełka:

$$V = P_p \cdot H$$

$$H = 8 \text{ cm}$$

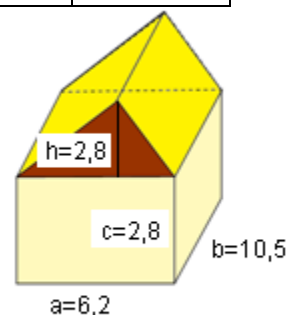
$$V = 2464 \cdot 8 = 19712 \text{ [cm}^3\text{]}$$



Odp: Objętość pudełka wynosi 19721 cm^3

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie wymiarów podstawy pudełka	1
B	Obliczenie pola podstawy pudełka	1
C	Określenie wysokości pudełka	1



D	Obliczenie objętości pudełka i sformułowanie odpowiedzi	2
---	---------------------------------------------------------	---

Zadanie 7. Szopa (4 punkty)

Rozwiązanie:

Objętość szopy jest sumą objętości: prostopadłościanu i graniastosłupa trójkątnego.

$$V = abc + \frac{a \cdot h}{2} \cdot b$$

$$V = 6,2 \cdot 10,5 \cdot 2,8 + \frac{6,2 \cdot 2,8}{2} \cdot 10,5 = 182,28 + 91,14 = 273,42 \text{ [m}^3\text{]}$$

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Wykonanie rysunku pomocniczego	1
B	Zastosowanie wzoru na objętość prostopadłościanu	1
C	Zastosowanie wzoru na objętość graniastosłupa	1



	trójkątnego	
D	Obliczenie objętości całej bryły (szopy)	1



Zadanie 8. Ciekawa siatka (3 punkty)

Rozwiązanie:

Po złożeniu siatki powstanie sześcian o krawędzi 2cm.

Obliczamy objętość sześcianu:

$$V = a^3$$

$$V = 2^3$$

$$V = 8 \text{ [cm}^3\text{]}$$

Obliczamy pole powierzchni sześcianu:

$$P = 6 \cdot a^2$$

$$P = 6 \cdot 2^2$$

$$P = 24 \text{ [cm}^2\text{]}$$

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Stwierdzenie, że bryła jest sześcian	1
B	Obliczenie objętości sześcianu	1
C	Obliczenie pola powierzchni sześcianu	1

Zadanie 9. Domek letniskowy (4 punkty)

Rozwiązanie:

Korzystamy z własności trójkąta prostokątnego o kątach 30° , 60° , 90° .

$$a\sqrt{3} = 3$$

$$a = \sqrt{3}$$

Obliczamy pole połaci dachowej

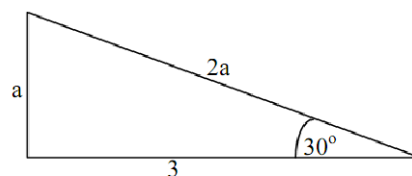
$$2\sqrt{3} \cdot 4 = 8\sqrt{3} \approx 13,84 \text{ [m}^2\text{]}$$

Obliczamy koszt materiału na pokrycie dachu:

$$13,84 \cdot 25,8 \approx 357 \text{ zł}$$

Korzystamy z własności trójkąta prostokątnego o kątach 45° , 45° , 90° :

wysokość belki AB wynosi 3 m.



Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie wymiarów połaci dachowej	1
B	Obliczenie powierzchni połaci dachowej	1
C	Obliczenie ceny materiału pokrycia dachu	1
D	Podanie wysokości belki AB	1



Zadanie 10. Styropianowy HEL (5 punktów)

V_H – objętość litery H

V_E – objętość litery E

V_L – objętość litery L

Rozwiązanie:

Wyznaczamy objętość litery H:

$$V_H = 2 \cdot 20 \cdot 10 \cdot 100 + 20 \cdot 20 \cdot 10 = 44000$$

Wyznaczamy objętość litery E:

$$V_E = 20 \cdot 10 \cdot 100 + 3 \cdot 20 \cdot 20 \cdot 10 = 32000$$

Wyznaczamy objętość litery L

$$V_L = 20 \cdot 10 \cdot 100 + 20 \cdot 20 \cdot 10 = 24000$$

Wyznaczamy objętość całkowitą:

$$V_c = 44000 + 32000 + 24000 = 100000 \text{ [cm}^3\text{]}$$

Ze wzoru na gęstość $\rho = \frac{m}{V}$ wyznaczamy masę liter:

$$m = \rho \cdot V$$

$$m = 0,02 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 100000 \text{cm}^3 = 2000 \text{g} = 2 \text{kg}$$

$$\left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot \text{cm}^3 \right] = \text{g}$$

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie objętości litery H	1
B	Obliczenie objętości litery E	1
C	Obliczenie objętości litery L	1
D	Obliczenie objętości trzech liter	1
E	Obliczenie masy tych liter	1



Pakiet G-2.7 „Piramidy”

I. Treści merytoryczne:

- pole powierzchni ostrosłupa;
- objętość ostrosłupa;
- długości odcinków w ostrosłupach;
- kąty w ostrosłupach;
- przekroje ostrosłupów.

II. Cele szczegółowe:

- rozwijanie umiejętności sprawnego obliczania pola powierzchni ostrosłupa;
- kształtowanie sprawności obliczania objętości ostrosłupa;
- zastosowanie własności ostrosłupów w zadaniach rachunkowych;
- wykorzystanie własności ostrosłupów w sytuacjach praktycznych;
- kształcenie umiejętności szacowania wartości liczb.

III. Metody i formy pracy

- Praca w grupach.
- Burza mózgów.
- Meta – plan.
- Mapa myśli.

IV. Przebieg zajęć

Spotkanie 1: „Ćwiczenia otwierające” (1 godzina lekcyjna)

1. Sprawy organizacyjne (sprawdzenie obecności).
2. Podział uczniów na zespoły zadaniowe (grupy 4 - 5 osobowe). Wybór liderów, sekretarzy, asystentów poszczególnych grup (zespoły zadaniowe w innym składzie niż na poprzednich spotkaniach).
3. Praca w grupach: każdy zespół wymyśla dla siebie nazwę (związaną z matematyką, działaniami społecznymi, historycznymi lub współczesnymi postaciami świata odkryć, dokonań naukowych) oraz logo zespołu.
4. Przedstawienie nazw i logo przez poszczególne grupy.
5. Rozdanie każdej z grup zestawów ćwiczeń otwierających oraz materiałów potrzebnych do rozwiązywania zadań.
6. Przedstawienie i porównanie rozwiązań zadań przez przedstawicieli grup.
7. Zebranie kart z rozwiązaniami.
8. Podsumowanie zajęć.



9. Zakończenie zajęć.

Uwaga: Rozwiązania poszczególnych zadań uczniowie powinni zapisywać na oddzielnych kartkach, podpisanych nazwą zespołu i oznakowanych poprzez logo. Materiały dla uczniów stanowi pierwsza strona dokumentu Ćwiczenia otwierające.

Bibliografia do ćwiczeń otwierających

- [1] Bobiński Z. w zespole, *Matematyka z wesołym Kangurem*, Wydawnictwo „Aksjomat“, Toruń 2008 (zad.1)
- [2] Świst M., Zielińska B., *Matematyka 1- podręcznik*, Oficyna Edukacyjna, Łódź, 2009 (zad.2, zad. 3)
- [3] Urbańczyk A. Urbańczyk W., *Matematyka 1- podręcznik*, OPERON, Gdynia 2010 (zad. 4)

Spotkanie 2: „Rozwińmy razem” (2 godziny lekcyjne)

1. Uczniowie siadają we wcześniej ustalonych zespołach zadaniowych.
2. Nauczyciel rozdaje przygotowane karty z zadaniami. Każda grupa losuje po dwa- trzy zadania do rozwiązania (w zależności od ilości grup) z zestawu zadań „Rozwińmy Razem”.
3. Grupy rozwiązują zadania samodzielnie (w ciągu 90 minut).
4. Zakończenie zajęć- nauczyciel zbiera karty z rozwiązanymi zadaniami.

Bibliografia do zestawu zadań rozwiążmy razem

- [1] Bobiński Z. w zespole, *Matematyka z wesołym Kangurem*, Wydawnictwo „Aksjomat“, Toruń 2008 (zad.1)
- [2] Braun M. Lech J., *Zbiór zadań dla gimnazjum- Matematyka 2*, GWO, Gdańsk 2000 (zad. 3, zad. 4, zad. 5, zad. 6, zad. 7, zad. 8)
- [3] Dobrowolska M. w zespole, *Kalendarz gimnazjalisty*, GWO, Gdańsk 2007 (zad. 9)
- [4] Grochowalska M., *Sprawdziany z matematyki w kl. 2*, GWO, Gdańsk 2001 (zad. 10)
- [5] Urbańczyk A., Urbańczyk W., „*Matematyka 2*”, Wydawnictwo Pedagogiczne OPERON , Gdynia 2007 (zad.2)

Spotkanie 3: „Ćwiczenia podsumowujące” (1 godzina lekcyjna).

Na trzecim jednogodzinnym spotkaniu nauczyciel ma już sprawdzone i wypunktowane zadania zestawu „Rozwińmy razem”. Informuje uczniów, które zadania rozwiązyli w pełni poprawnie. Grupy uczniowskie prezentują całej klasie wybrane przez nauczyciela rozwiązania. Następnie nauczyciel przedstawia rozwiązania tych zadań, których uczniowie nie rozwiązyli lub rozwiązyli błędnie. Jeżeli czas na to pozwoli, uczniowie wraz z nauczycielem przeprowadzają dyskusję rozwiązań pozostałych zadań.

Uwaga: Karty odpowiedzi uczniów z zestawu „Rozwińmy razem” będą stanowić załącznik do raportu z realizacji zajęć



Spotkanie 1: Ćwiczenia otwierające - „Piramidy”

Exercise 1. Princess (10 points)

Some tyrant says to the young knight–mathematician: „You have got the chance to release the imprisoned princess from the castle and save your own life after guessing three one-digit numbers a, b, c which I think. To make your fight for your life and for the princess’s freedom easier I propose you to give me three numbers x, y, z and then I will give you the value of the expression: $ax + by + cz$ “.

Has the knight-mathematician any chance to release the princess and save his life?

Aufgabe 1. Prinzessin (10 punkte)

Ein Tyrann sagte zum (jungen) Ritter-Mathematiker: „Du hast die Chance, die in einer Bastei gefangen gehaltene Prinzessin zu befreien und dein Leben zu retten, wenn du drei einstellige Zahlen a, b, c erratest, die ich mir denke. Um dir den Kampf um die Befreiung der Prinzessin und dein Leben zu erleichtern, biete ich dir an, mir drei Zahlen x, y, z anzugeben. Ich gebe dir dann bekannt den Wert des Ausdrucks: $ax + by + cz$ “. Hat der junge Ritter-Mathematiker die Chance, die Prinzessin zu befreien und sein Leben zu retten?

Esercizio 1. Figlia Del Re (10 punti)

Un tiranno ha detto a un cavaliere matematico (giovane): „Puoi liberare la figlia del re chiusa nella torre e salvare la sua vita, se puoi indovinare tre numeri di una cifra a, b, c , che sto pensando io. Per rendere più facile il tuo compito di salvare la figlia del re e la tua vita, ti propongo di darmi tre numeri x, y, z , e io ti darò il valore dell'espressione : $ax + by + cz$ “. Il cavaliere- matematico può liberare la figlia del re e salvare la sua vita?

Tarea 1. La Princesa (10 puntos)

Un tirano dijo al caballero- matemático (joven): „Tendrás la posibilidad de liberar a la princesa aprisionada en la torre y salvar tu vida si adivinas tres números de tres cifras: a, b, c , en que yo voy a pensar. Para facilitarte el combate para la liberación de la princesa y tu vida, propongo que me comuniqués tres números: x, y, z , yo te daré el valor del término: $ax + by + cz$ “. ¿Tiene el caballero joven – matemático la posibilidad de liberar a la princesa y salvar su vida?

Exercise 1. Princesse (10 points)

Un tyran a dit à son jeune soldat – mathématicien: « Tu auras la chance de libérer une princesse emprisonnée dans une tour, si tu devines trois nombres à un seul chiffre a, b, c , auxquels je vais penser. Pour te faciliter cette entreprise et pour garder la vie, je te propose de me donner trois nombres x, y, z , et moi, je te donnerai alors la valeur de la formule $ax + by + cz$. » Est-ce que le jeune soldat – mathématicien pourra libérer la princesse et avoir la vie sauve?



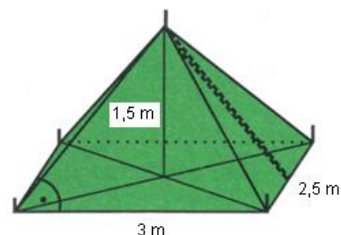
Zadanie 2. Ozdoba choinkowa (4 punkty)

Ozdoba na choinkę ma kształt dwóch jednakowych, połączonych podstawami ostrosłupów prawidłowych sześciokątnych. Oblicz pole powierzchni całkowitej tej ozdoby, jeśli krawędź podstawy ostrosłupa ma 3cm, a wysokość 5cm.



Zadanie 3. Zamek błyskawiczny (1 punkt)

Oblicz długość zamka błyskawicznego wszytego w „drzwi” wejściowe namiotu o podanym kształcie i wymiarach jak na rysunku. Wynik zaokrąglaj do 1cm.



Zadanie 4. Piramida Cheopsa (3 punkty)

Słynna piramida Cheopsa ma kształt ostrosłupa prawidłowego czworokątnego o krawędzi podstawy 230m i wysokości 140m. Jaką masę miałby ostrosłup o wymiarach i kształcie piramidy Cheopsa w całości wykonany z kamienia, przyjmując, że masa $1 m^3$ kamienia, wynosi 2,5 tony (wynik zaokrąglaj do pełnego tysiąca ton).





Rozwiązania oraz schemat punktacji zestawu Ćwiczeń otwierających - „Piramidy”

Zadanie 1. Królewna (10 punktów)

Pewien tyran rzekł do rycerza- matematyka (młodego): „Masz szansę uwolnić uwięzioną w baszcie królewnę i uratować swoje życie, jeśli odgadniesz trzy liczby jednocyfrowe a , b , c , które ja pomyślę. Aby ułatwić ci walkę o uwolnienie królewny i swoje życie, proponuję, abyś podał mi trzy liczby x , y , z , ja wówczas podam ci wartość wyrażenia: $ax + by + cz$. Czy młody rycerz- matematyk ma szansę uwolnić królewnę i uratować swoje życie?

Rozwiązanie:

Rycerz może uratować życie królewny. Wystarczy, że poda on liczby **1, 10, 100**. wówczas suma $ax + by + cz$ jest liczbą trzycyfrową o cyfrach a, b, c .

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Poprawne przetłumaczenie	2
B	Właściwe rozwiązanie w języku polskim	2
C	Uzasadnienie w języku polskim	2
D	Poprawne przetłumaczenie rozwiązania na język obcy	4

Exercise 1. Princess (10 points)

Soluton:

The knight can save the princess and himself. He can give the numbers $x=1, y=10, z=100$. Then the sum $ax+by+cz$ is exactly the 3 - digit number with the digits a,b,c .

Scores:

Activity	Stages of solution	points
A	The correct translation	2
B	The right solution in Polish language	2
C	Justification in Polish	2
D	The correct translation of solution into English	4



Aufgabe 1. Prinzessin (10 Punkte)

Lösung:

Der Ritter kann das Leben der Prinzessin retten. Es reicht, wenn er die Zahlen **1, 10, 100** angibt., dann ist die Summe $ax + by + cz$ eine dreistellige Zahl mit Ziffern a, b, c .

Punktwertung:

Tätigkeitsnummer	Etappen der Aufgabenauflösung	Punktzahl
A	Richtige Übersetzung	2
B	Richtige Lösung im Polnischen	2
C	Begründung im Polnischen	2
D	Richtige Übersetzung der Lösung in eine Fremdsprache	4

Esercizio 1. Figlia Del Re (10 punti)

Soluzione:

Il cavaliere puo salvare la vita della figlia del re. Basta dire i numeri **1, 10, 100**. Di questo modo la somma $ax + by + cz$ è un numero di tre cifre, con le cifre a, b, c .

Punteggio:

Numero dell'attività	Tappe della soluzione	Numero di punti
A	Traduzione corretta	2
B	Soluzione giusta in polacco	2
C	Giustificazione in polacco	2
D	Traduzione corretta della soluzione nella lingua straniera	4



Tarea 1. La Princesa (10 puntos)

Solución:

El caballero puede salvar la vida de la princesa. Es suficiente que enumere los números **1, 10, 100**. Entonces, la suma $ax + by + cz$ es número de tres cifras a, b, c .

Puntuación:

Nº de actividad	Etapas de solución de tarea	Cantidad de puntos
A	Traducción correcta	2
B	Solución adecuada en polaco	2
C	Argumentación en polaco	2
D	Traducción correcta de la solución en la lengua extranjera	4

Exercice 1. Princesse (10 points)

Solution:

Le soldat peut sauver la vie de la princesse. Il suffit qu'il donne les nombres **1, 10, 100**. alors la somme $ax + by + cz$ est un nombre de trois chiffres avec les chiffres a, b, c .

Pointage:

Numéro de l'activité	Solution étape par étape	Nombre de points
A	Traduction correcte de l'exercice	2
B	Solution correcte en polonais	2
C	Justification en polonais	2
D	Traduction correcte de la solution en langue étrangère	4



Zadanie 2. Ozdoba choinkowa (4 punkty)

Rozwiązanie:

a – długość krawędzi podstawy ostrosłupa sześciokątnego prawidłowego.

Obliczamy długość krawędzi bocznej k_b korzystając z tw. Pitagorasa:

$$k_b = \sqrt{25 + 9} = \sqrt{34}$$

Obliczamy wysokość ściany bocznej h_b korzystając z tw. Pitagorasa:

$$h_b = \sqrt{34 - 2,25} \approx 5,6 \text{ cm}$$

Pole całkowite P ozdoby to suma dwóch pól bocznych P_b ostrosłupa prawidłowego sześciokątnego.

$$P = 2 \cdot P_b = 2 \cdot 6 \cdot \frac{a \cdot h_b}{2} = 6 \cdot a \cdot h_b = 6 \cdot 3 \cdot 5,6 = 100,8 \text{ [cm}^2\text{]}$$

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie długości krawędzi bocznej	1
B	Obliczenie wysokości ściany bocznej	1
C	Obliczenie pola powierzchni bryły	1
D	Poprawne obliczenia (poprawna odpowiedź z jednostką)	1

Zadanie 3. Zamek błyskawiczny (1 punkt)

Rozwiązanie:

Korzystając z twierdzenia Pitagorasa obliczamy wysokość ściany bocznej- długość zamka błyskawicznego:

x – długość zamka błyskawicznego

a – wysokość namiotu

$$x = a\sqrt{2}$$

$$a = 1,5 \text{ m} = 150 \text{ cm}$$

$$x = 150\sqrt{2}$$

$$x \approx 212 \text{ [cm]}$$

Odp: Zamek błyskawiczny w namiocie ma 212 cm

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie wysokości ściany bocznej - długości zamka błyskawicznego	1



Zadanie 4. Piramida Cheopsa (3 punkty)

Rozwiązanie:

a – krawędź podstawy piramidy

H – wysokość piramidy

$$a = 230 \text{ m}$$

$$H = 140 \text{ m}$$

Obliczamy objętość piramidy:

$$V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot H$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 230^2 \cdot 140 = \frac{1}{3} \cdot 7406000 \approx 2468667 \text{ [m}^3\text{]}$$

Obliczamy masę kamienia w ostrosłupie o kształcie piramidy Cheopsa:

x – masa całej piramidy w tonach

$$1 \text{ m}^3 = 2,5 \text{ [t]}$$

$$2468667 \text{ m}^3 = x \text{ [t]}$$

$$x = \frac{2,5 \cdot 2468667 \left[\frac{\text{m}^3 \cdot \text{t}}{\text{m}^3} \right]}{1}$$

$$x = 6171668 \text{ t} \approx 6172000 \text{ [t]}$$

Odp. Masa piramidy wynosi 6172000 t

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie objętości piramidy	1
B	Obliczenie masy piramidy	1
C	Poprawne zaokrąglenie	1



Spotkanie 2: Rozwiążmy Razem - „Piramidy”

Exercise 1. Caterpillar (10 points)

The body of a caterpillar of some insect consists of five spherical parts. Three of them are yellow and two are green. How many all types of caterpillar of this bug could appear in nature?

Esercizio 1. La larva (10 punti)

Il corpo della larva di un insetto si compone di cinque parti rotonde, di cui 3 sono gialle e 2 verdi. Quanti tipi di larve di questo insetto possono esistere nella natura?

Aufgabe1. Raupe (10 Punkte)

Der Raupenkörper von einem Insekt besteht aus fünf runden Teilen, wobei 3 von ihnen gelb und 2 grün sind. Höchstens wie viele Raupentypen von diesem Insekt könnten in der Natur vorkommen?

Tarea 1. Oruga (10 puntos)

El cuerpo de la oruga de un insecto se compone de cinco partes esféricas, de cuales 3 son amarillas y dos verdes. ¿Cuántos tipos de la oruga de este insecto podría a lo más aparecer en la naturaleza?

Exercise 1. Chenille (10 points)

Le corps de la chenille d'un insecte est composé de cinq parties rondes, mais 3 d'entre elles sont jaunes et 2 – vertes. Combien de sortes d'insecte pourraient se reproduire au maximum dans la nature ?

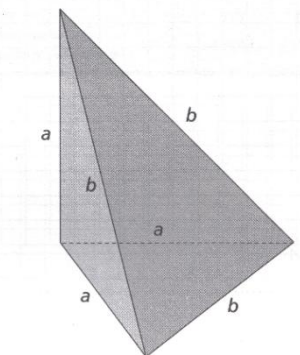
Zadanie 2. Piramida Cheopsa (3 punkty)

Bezpośredni pomiar wysokości słynnej piramidy Cheopsa jest niemożliwy. Wiedząc, że krawędź podstawy ma 230m, a krawędź boczna 218m oblicz długość wysokości tej piramidy.



Zadanie 3. Prezent Agnieszki (8 punktów)

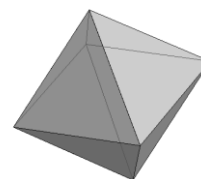
Pudełko na prezent ma kształt czworościanu. Trzy ściany tego pudełka są przystającymi równoramiennymi trójkątami prostokątnymi o przyprostokątnych długości 20cm. Narysuj siatkę tego pudełka w skali 1 :4. Oblicz powierzchnię papieru, który zużyje Agnieszka do oklejenia tego pudełka. Wynik zaokrąglij do 10cm^2 . Jaką pojemność ma pudełko oklejone przez Agnieszkę?





Zadanie 4. Mikrodiament (3punkty)

Kryształ mikrodiamentu ma kształt ośmiościanu foremnego (sklejone podstawami dwa jednakowe ostrosłupy prawidłowe czworokątne o wszystkich krawędziach jednakowej długości). Taki kryształ ma około 0,4mm wysokości. Oblicz jego objętość?



Zadanie 5. Szałas (4 punkty)

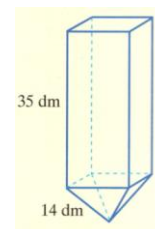
Chcąc zbudować szałas o kwadratowej podstawie, Maciek wbił w ziemię pod kątem 60° cztery dwumetrowe żerdzie. Jaka jest powierzchnia ścian szałas, które należy przykryć gałęziami?

Zadanie 6. Pudełko na ozdoby choinkowe (4 punkty)

Wytwórnia ozdób choinkowych pakuje bombki w pudełka o kształcie ostrosłupa czworokątnego prawidłowego o krawędzi podstawy 12cm i wysokości 8cm. Ile metrów kwadratowych tektury potrzeba do przygotowania 1000 takich opakowań? Dolicz 5% powierzchni ostrosłupa na zakładki do sklejenia pudełka.

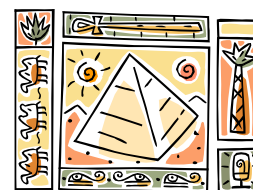
Zadanie 7. Waga bryły (2 punkty)

Z kolorowego papieru, którego 1cm^2 waży 0,008g zrobiono siatkę ostrosłupa o podstawie kwadratu o boku 5cm i wysokości każdej ściany bocznej wynoszącej 6cm. Ile waży model tej bryły?



Zadanie 8. Pojemnik na cement (5 punktów)

Rysunek przedstawia używany na budowie pojemnik na cement, który powstał w wyniku połączenia graniastoslupa z ostrosłupem prawidłowym, przy czym ściany boczne ostrosłupa są trójkątami równobocznymi. Ile metrów sześciennych cementu zmieści się w tym pojemniku? Wynik zaokrąglaj do $0,1\text{m}^3$.

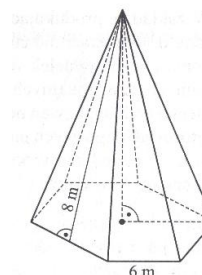


Zadanie 9. Modele Zuzi (8 punktów)

Zuzia chce zbudować dwa modele ostrosłupa prawidłowego trójkątnego. W obu podstawą ma być trójkąt równoboczny o krawędzi długości 10cm. W jednym z modeli ściany boczne mają być nachylone do podstawy pod kątem 60° , a w drugim pod takim samym kątem mają być nachylone do podstawy krawędzie boczne. Naszkicuj oba modele i podaj na rysunkach długości krawędzi każdego z ostrosłupów (zaokrąglaj je do pełnych milimetrów).

Zadanie 10. Wieża ratuszowa (3 punkty)

Zwieńczenie wieży ratusza w kształcie ostrosłupa prawidłowego sześciokątnego, o wymiarach podanych na rysunku, jest pokryte blachą i dla konserwacji trzeba je pomalować antykorozyjną farbą, którą kupuje się w ośmiolitrowych pojemnikach. Jeden pojemnik wystarcza na pomalowanie 12m^2 powierzchni. Ile litrów farby potrzeba na pomalowanie dachu wieży?





Rozwiązania oraz schemat oceniania zestawu Rozwiążmy Razem – „Piramidy”

Zadanie1. Gąsienica (10 punktów)

Ciało gąsienicy pewnego owada składa się z pięciu kulistych części, przy czym 3 z nich są żółte, a 2 zielone. Ile co najwyżej typów gąsienicy tego owada mogłoby wystąpić w przyrodzie?

Rozwiązanie:

Oznaczmy kolor żółty cyfrą 1, zaś zielony cyfrą 2. Zadanie sprowadza się do odpowiedzi na pytanie- ile co najwyżej różnych liczb pięciocyfrowych można zbudować z cyfr 1, 1, 1, 2, 2. Liczb takich jest 10. Oto one: 11122, 11212, 12112, 21112, 11221, 12121, 21211, 12211, 21121, 22111.

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Poprawne przetłumaczenie	2
B	Właściwe rozwiązanie w języku polskim	2
C	Uzasadnienie w języku polskim	2
D	Poprawne przetłumaczenie rozwiązania na język obcy	4

Exercise 1. Caterpillar (10 points)

Solution:

Denote by 1 the yellow colour and by 2 the green one. So the question is: how many different 5-digit numbers can we build from the digits 1,1,1,2,2. We have 10 such numbers: 11122, 11212, 12112, 21112, 11221, 12121, 21211, 12211, 21121, 22111.

Scores:

Activity	Stages of solution	Points
A	The correct translation	2
B	The right solution in Polish language	2
C	Justification in Polish	2
D	The correct translation of solution into English	4



Esercizio 1. La Larva (10 punti)

Soluzione:

Stabiliamo il colore giallo come 1, il colore verde con la cifra 2. Bisogna rispondere alla domanda - quanti numeri di cinque cifre si può fare con le cifre 1, 1, 1, 2, 2.

Ci sono dieci possibilità . Eccole : 11122, 11212, 12112, 21112, 11221, 12121, 21211, 12211, 21121, 22111.

Punteggio:

Numero dell'attività	Tappe della soluzione	Numero di punti
A	Traduzione corretta	2
B	Soluzione giusta in polacco	2
C	Giustificazione in polacco	2
D	Traduzione corretta della soluzione nella lingua straniera	4

Aufgabe 1. Raupe (10 Punkte)

Lösung:

Bezeichnen wir das Gelbe mit der Ziffer 1, das Grüne dagegen mit der Ziffer 2. Die Aufgabe beschränkt sich auf die Antwort auf die Frage - höchstens wie viele verschiedene fünfstellige Zahlen kann man mit den Ziffern 1, 1, 1, 2, 2 bilden.

Es gibt 10 solcher Zahlen. Dies sind: 11122, 11212, 12112, 21112, 11221, 12121, 21211, 12211, 21121, 22111.

Punktwertung:

Tätigkeitsnummer	Etappen der Aufgabenauflösung	Punktzahl
A	Richtige Übersetzung	2
B	Richtige Lösung im Polnischen	2
C	Begründung im Polnischen	2
D	Richtige Übersetzung der Lösung in eine Fremdsprache	4



Tarea 1. Oruga (10 puntos)

Solución:

Marquemos el color amarillo con la cifra 1 y verde con la cifra 2. La tarea se reduce a responder a la pregunta: ¿ Cuántos números de cinco cifras a lo más se puede construir a partir de las cifras: 1, 1, 1, 2, 2? Tales números son 10. Son siguientes: 11122, 11212, 12112, 21112, 11221, 12121, 21211, 12211, 21121, 22111.

Puntuación

Nº de actividad	Etapas de solución de tarea	Cantidad de puntos
A	Traducción correcta	2
B	Solución adecuada en polaco	2
C	Argumentación en polaco	2
D	Traducción correcta de la solución en la lengua extranjera	4

Exercice 1. Chenille (10 points)

Solution:

Désignons la couleur jaune par 1 et le vert par 2. L'exercice se ramenerait à la réponse à la question suivante – combien de nombre différents de cinq chiffre peut-on composer au maximum des chiffres 1, 1, 1, 2, 2. Il existe dix nombres de ce genre. Les voici : 11122, 11212, 12112, 21112, 11221, 12121, 21211, 12211, 21121, 22111.

Pointage:

Numéro de l'activité	Solution étape par étape	Nombre de points
A	Traduction correcte de l'exercice	2
B	Solution correcte en polonais	2
C	Justification en polonais	2
D	Traduction correcte de la solution en langue étrangère	4



Zadanie 2. Piramida Cheopsa (3 punkty)

Rozwiązanie:

Wysokość H piramidy obliczymy z trójkąta prostokątnego, gdzie D jest połową przekątnej d podstawy piramidy.

Obliczamy D :

$$D = \frac{1}{2}d = \frac{1}{2}230\sqrt{2} = 115\sqrt{2}$$

Obliczamy H z tw. Pitagorasa:

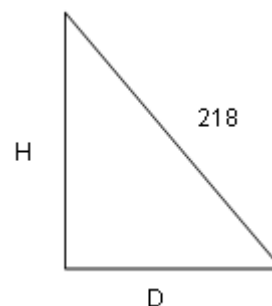
$$218^2 = H^2 + D^2$$

$$H^2 = 218^2 - D^2$$

$$H^2 = 218^2 - (115\sqrt{2})^2$$

$$H^2 = 47524 - 26450$$

$$H = \sqrt{21074} \approx 145 \text{ [m]}$$



Odp: Wysokość piramidy wynosi 145 m.

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie długości połowy przekątnej kwadratu	1
B	Obliczenie wysokości piramidy	1
C	Oszacowanie wartości wysokości piramidy	1

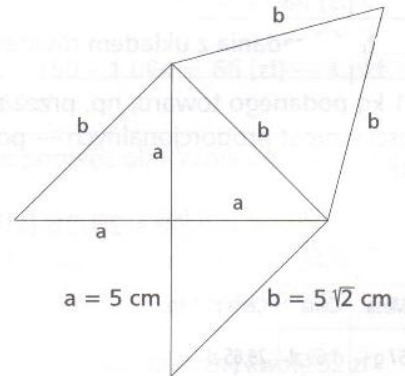
Zadanie 3. Prezent Agnieszki (8 punktów)**Rozwiązanie:**

W skali 1 : 4 długość boku $a = 5\text{cm}$, krawędź $b = 5\sqrt{2}\text{ cm}$,

W skali 1:1 $b = 20\sqrt{2}\text{cm}$

Obliczamy pole powierzchni P_1 trójkąta prostokątnego, w którym $a = h$:

$$P_1 = \frac{a \cdot h}{2}$$
$$P_1 = \frac{20 \cdot 20}{2} = 200 \text{ [cm}^2\text{]}$$



Obliczamy pole powierzchni P_2 trójkąta równobocznego:

$$P_2 = \frac{b^2 \sqrt{3}}{4}$$
$$P_2 = \frac{(20\sqrt{2})^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{400 \cdot 2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 200\sqrt{3} \text{ [cm}^2\text{]}$$

Obliczamy pole powierzchni P ostrosłupa i prawidłowo zaokrąglamy wynik:

$$P = 3 \cdot 200 + 200\sqrt{3} \approx 600 + 200 \cdot 1,7 = 940 \text{ [cm}^2\text{]}$$

Obliczamy objętość ostrosłupa zauważając, że wysokość H ostrosłupa to inaczej krawędź a :

$$V = \frac{1}{3} P_p \cdot H$$
$$V = \frac{1}{3} \cdot 200 \cdot 20$$
$$V = \frac{1}{3} \cdot 4000$$
$$V = 1333, (3) \text{ [cm}^3\text{]}$$

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Prawidłowe użycie skali	1
B	Narysowanie siatki czworoscianu	1
C	Obliczenie długości przeciwprostokątnej	1
D	Obliczenie pola powierzchni trójkąta prostokątnego	1
E	Obliczenie pola powierzchni trójkąta równobocznego	1
F	Obliczenie pola powierzchni ostrosłupa	1
G	Prawidłowe zaokrąglenie wyniku	1
H	Obliczenie objętości ostrosłupa	1



Zadanie 4. Mikrodiament (3 punkty)

Rozwiązanie:

a – krawędzie podstaw ostrosłupa czworokątnego prawidłowego

H – wysokość ostrosłupa czworokątnego prawidłowego

$$H = 0,2 \text{ mm}$$

V – objętość ośmiościanu

$$V = 2 \cdot \frac{1}{3} a^2 \cdot H = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot 0,2$$

Obliczamy krawędź a :

$$\left(\frac{1}{2} a \sqrt{2}\right)^2 + 0,2^2 = a^2$$

$$\frac{1}{4} \times a^2 \times 2 + 0,04^2 = a^2$$

$$\frac{1}{2} a^2 = 0,04$$

$$a^2 = 0,08$$

$$a = \sqrt{\frac{8}{100}} = \frac{\sqrt{8}}{10} = \frac{2\sqrt{2}}{10} = \frac{\sqrt{2}}{5}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{10} \left(\frac{\sqrt{2}}{5}\right)^2$$

$$V = \frac{4}{30} \cdot \frac{2}{25} = \frac{4}{375} [\text{mm}^3]$$

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie długości krawędzi ośmiościanu	2
B	Obliczenie objętości ośmiościanu	1



Zadanie 5. Szałas (4 punkty)

Rozwiązanie:

Szałas ma kształt ostrosłupa prawidłowego czworokątnego.

a – długość krawędzi podstawy ostrosłupa

H – wysokość ostrosłupa

h_b – wysokość ściany bocznej ostrosłupa

d – długość przekątnej podstawy ostrosłupa

$$P_b = 4 \cdot \frac{a \cdot h_b}{2} = 2 \cdot a \cdot h_b$$

Z własności trójkąta o kątach 30° , 60° , 90° mamy:

$$\frac{1}{2}d = 1 ; \quad H = \sqrt{3} \approx 1,73$$

z równości $\frac{1}{2}d = 1$ otrzymujemy $a = \sqrt{2}$.

Z twierdzenia Pitagorasa obliczamy długość wysokości ściany bocznej:

$$h_b = \sqrt{\sqrt{3}^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}$$

$$h_b = \sqrt{3 + \frac{2}{4}} = \sqrt{3\frac{2}{4}} = \sqrt{\frac{14}{4}} = \frac{\sqrt{14}}{2}$$

$$P_b = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{14}}{2} = \sqrt{28} = 2 \cdot \sqrt{7} \approx 2 \cdot 2,65 = 5,3m^2$$

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Wyznaczenie wysokości szałasu	1
B	Obliczenie długości krawędzi podstawy szałasu	1
C	Obliczenie wysokości ściany bocznej	1
D	Obliczenie pola powierzchni ścian szałasu	1



Zadanie 6. Pudełko na ozdoby choinkowe (4 punkty)

Rozwiązanie:

Korzystając z twierdzenia Pitagorasa obliczamy wysokość ściany bocznej:

$$h = \sqrt{6^2 + 8^2}$$

$$h = 10\text{cm}$$

Obliczamy pole powierzchni ostrosłupa czworokątnego prawidłowego:

$$P = a^2 + 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$$

$$P = 12^2 + 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 10$$

$$P = 384 \text{ [cm}^2\text{]}$$

Obliczamy pole powierzchni 1000 pudełek:

$$1000P = 384000 \text{ cm}^2 = 38,4 \text{ [m}^2\text{]}$$

Doliczamy materiał na zakładki:

$$105\% \cdot 38,4 = 1,05 \cdot 38,4 = 40,32 \text{ [m}^2\text{]}$$

Odp: Do przygotowania 1000 opakowań potrzeba 40,32 m²

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie wysokości ściany bocznej	1
B	Obliczenie pola powierzchni ostrosłupa	1
C	Obliczenie pola powierzchni 1000 pudełek	1
D	Doliczenie materiału na zakładki	1

Zadanie 7. Waga bryły (2 punkty)

Rozwiązanie:

a – długość krawędzi podstawy ostrosłupa;

h – długość wysokości ściany bocznej;

Obliczamy pole powierzchni ostrosłupa czworokątnego prawidłowego:

$$P = a^2 + 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$$

$$P = 5^2 + 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 6$$

$$P = 85 \text{ [cm}^2\text{]}$$

Obliczamy wagę tektury:

$$85 \cdot 0,008\text{g} = 0,68\text{g}$$

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie pola powierzchni ostrosłupa	1
B	Obliczenie wagi tektury	1



Zadanie 8. Pojemnik na cement (5 punktów)

Rozwiązanie:

a - krawędź podstawy graniastosłupa i ostrosłupa;

d – przekątna podstawy ostrosłupa czworokątnego prawidłowego;

H – wysokość ostrosłupa;

h – wysokość graniastosłupa;

Zamieniamy jednostki długości:

$$14\text{dm} = 1,4\text{m}$$

$$35\text{dm} = 3,5\text{m}$$

Obliczamy objętość graniastosłupa:

$$V = a^2 \cdot h$$

$$V = 1,4^2 \cdot 3,5$$

$$V = 6,86\text{m}^3$$

Korzystając z twierdzenia Pitagorasa obliczamy wysokość H ostrosłupa:

$$H = \sqrt{a^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2}$$

$$H = \sqrt{1,4^2 - (0,7\sqrt{2})^2}$$

$$H = \sqrt{0,98} \approx 1$$

Obliczamy objętość ostrosłupa:

$$V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot H$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 1,4^2 \cdot 1$$

$$V = 0,65\text{m}^3$$

Obliczamy objętość pojemnika na cement:

$$V = 6,86 + 0,65 = 7,51 \approx 7,5 \text{ [m}^3\text{]}$$

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie objętości graniastosłupa	1
B	Obliczenie wysokości ostrosłupa	1
C	Obliczenie objętości ostrosłupa	1
D	Obliczenie objętości pojemnika na cement	1
E	Prawidłowe zaokrąglenie	1

Zadanie 9. Modele Zuzi (8 punktów)

Niech:

a – długość boku trójkąta równobocznego

h – wysokość trójkąta równobocznego

H – wysokość ostrosłupa

Rozwiązanie:

Model I

Wyznaczamy wysokość trójkąta równobocznego

$$a = 10$$

$$h = \frac{10\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$$

Oznaczamy poprzez:

$$x = |OD|$$

$$y = |AO|$$

Z trójkąta ABC mamy:

$$x = \frac{1}{3}h$$

$$h = \frac{5\sqrt{3}}{3}$$

$$y = \frac{2}{3}h$$

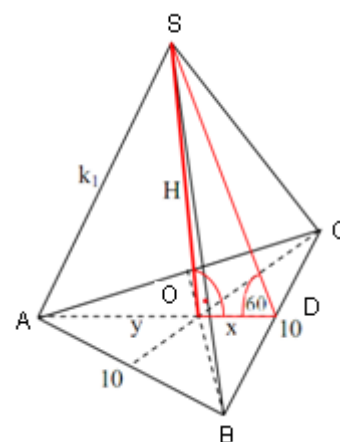
$$h = \frac{10\sqrt{3}}{3}$$

Z własności trójkąta ODS o kątach $90^\circ, 60^\circ, 30^\circ$ wynika, że:

$$H = x\sqrt{3} = \frac{5\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{3} = \frac{5 \cdot 3}{3} = 5$$

Wyznaczamy długość k_1 :

$$k_1 = \sqrt{H^2 + y^2} = \sqrt{5^2 + \left(\frac{10\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \sqrt{25 + \frac{100 \cdot 3}{9}} = \sqrt{25 + \frac{100}{3}} = \sqrt{\frac{175}{3}}$$



Model II

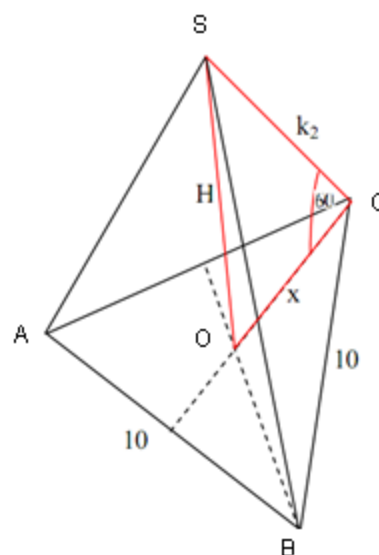
Z własności trójkąta równobocznego ABC mamy:

$$x = \frac{2}{3}h$$

$$h = \frac{2}{3} \cdot \frac{10\sqrt{3}}{2} = \frac{10\sqrt{3}}{3}$$

Z własności trójkąta o kątach $90^\circ, 60^\circ, 30^\circ$ wynika, że:

$$k_2 = 2x = 2 \cdot \frac{10\sqrt{3}}{3} = \frac{20}{3} \approx 11,5 \text{ [cm]}$$





Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Naszkiecowanie obu modeli	2
B	Obliczenie długości odcinka x w modelu I	1
C	Obliczenie długości odcinka y w modelu I	1
D	Zastosowanie własności trójkąta o kątach 30° , 60° , 90° - obliczenie wysokości ostrosłupa w modelu I	1
E	Obliczenie długości odcinka k_1	1
F	Obliczenie długości odcinka x w modelu II	1
G	Obliczenie długości odcinka k_2	1

Zadanie 10. Wieża ratuszowa (3 punkty)

Rozwiązanie:

a – krawędź podstawy ostrosłupa

h – wysokość ściany bocznej

Obliczamy pole powierzchni bocznej P ostrosłupa sześciokątnego prawidłowego:

$$P = 6 \cdot \frac{a \cdot h}{2} ;$$

$$P = 6 \cdot \frac{6 \cdot 8}{2} .$$

Ostatnim trzecim polem jest:

$$P = 144m^2$$

Obliczamy ilość pojemników farby:

$$144 : 12 = 12$$

Obliczamy ilość farby:

$$12 \cdot 8 = 96 [l]$$

Odp: Na pomalowanie dachu wieży potrzeba 96 l farby.

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie pola powierzchni bocznej ostrosłupa sześciokątnego prawidłowego	1
B	Obliczenie ilości pojemników farby	1
C	Obliczenie ilości farby	1



BIBLIOGRAFIA:

- [1] Abramowicz T., *Zadania konkursowe z matematyki*, PZWS, Warszawa 1991
- [2] Bińkowska M., Gawrońska-Kornobis E., Sawińska-Stuła A., Staniszevska L., zadania autorskie
- [3] Bobiński Z w zespole, *Liga zadaniowa*, Agencja Wydawniczo - Reklamowa Czarny Kruk, Bydgoszcz, 1994
- [4] Bobiński Z. w zespole, *Matematyka z wesołym Kangurem*, Wydawnictwo Aksjomat, Toruń 2008
- [5] Braun M. Lech J., *Zbiór zadań dla gimnazjum- Matematyka 2*, GWO, Gdańsk 2000
- [6] Chłodnicki J. w zespole, *Matematyka 2001*, WSiP, Warszawa 1996
- [7] Duvnjak E. w zespole, *Matematyka wokół nas. Gimnazjum 1*, WSiP, Warszawa 2008
- [8] Dobrowolska M., Karpiński M., Lech J., *Matematyka. Kalendarz Gimnazjalisty* GWO, Gdańsk 2007
- [9] Grochowalska M., *Sprawdziany z matematyki w kl. 2*, GWO, Gdańsk, 2001
- [10] Gulgowski L., *Testy wybory wielokrotnego*, Wydawnictwo Podkowa, Gdańsk 1998
- [11] Janowicz J., *Zbiór zadań konkursowych*, GWO, Gdańsk 2005
- [12] Kamińska B., Uliasz R., *Matematyka na co dzień*, Wydawnictwo Nowik, Opole 2002
- [13] Krawcewicz Z. Zasada B., *Matematyka dla zreformowanego gimnazjum*, REA
- [14] Łęska W. Łęski S., *Zbiór zadań dla Asa*, Oficyna Wydawnicza ADAM, Warszawa 1997
- [15] Mostowski K. Paczesna W., *Matematyka Nowej Ery klasa 1 gimnazjum*, Wydawnictwo Nowa Era, Warszawa 2004
- [16] Palczewska – Groth D., Turska D. *Potrafię obliczyć*, Wydawnictwo Seneka, Sopot 2009
- [17] Paczesna W. Mostowski K., *Matematyka dla kl.2 gimnazjum*, Wydawnictwo Nowa Era, Warszawa 2003
- [18] Pawłowicz M., Cewe A., *Kangur europejski*, Wydawnictwo Podkowa, Gdańsk 1996
- [19] Romanowicz Z., Piegat E., *100 zadań z błyskiem*, Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław 1996
- [20] Świst M, Zielińska B., *Zbiór zadań z arytmetyki dla szkół podstawowych*, WSiP, Warszawa 1994
- [21] Urbańczyk A., Urbańczyk W., *Matematyka 2*, Wydawnictwo Pedagogiczne OPERON, Gdynia 2007
- [22] Vohland U., *Łamigłówki i zagadki liczbowe*, Wydawnictwo Jedność, Kielce 2004
- [23] Janowicz J., *Zbiór zadań konkursowych*, GWO, Gdańsk 2005
- [24] Łęska W. Łęski S., *Zbiór zadań dla Asa*, Oficyna Wydawnicza ADAM, Warszawa 1997
- [25] Palczewska – Groth D., Turska D. *Potrafię obliczyć*, Wydawnictwo Seneka, Sopot 2009
- [26] Bińkowska M., Gawrońska- Kornobis E., Sawińska- Stuła A., Staniszevska L. – zadania autorskie Bińkowska M., Gawrońska- Kornobis E., Sawińska- Stuła A., Staniszevska L. – zadania autorskie