Wespół w zespół z Matematyką bez Granic

Materiały edukacyjne
dla uczestnika Projektu

Podręcznik III

Zrozumieć matematykę

III klasa gimnazjum

Materiały edukacyjne dystrybuowane są bezpłatnie

Polskie Towarzystwo Matematyczne realizuje projekt "Wespół w zespół z Matematyką bez Granic"
współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

STOPKA REDAKCYJNA

Podręcznik **„Zrozumieć matematykę”** dla klasy trzeciej gimnazjum powstał w ramach realizowanego przez Polskie Towarzystwo Matematyczne **projektu „Wespół w zespół z Matematyką bez Granic”** współfinansowanego ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego (umowa o dofinansowanie projektu w ramach Programu Operacyjnego Kapitał Ludzki nr UDA-POKL.03.03.04-00-165/09).

Podręcznik został opracowany przez zespół doświadczonych nauczycieli matematyki uczestniczących w projekcie pod kierunkiem dr Krystyny Białek - nauczyciela akademickiego Wydziału Matematyki Informatyki i Ekonometrii Uniwersytetu Zielonogórskiego, członka Polskiego Towarzystwa Matematycznego.

Redakcja:
Krystyna Białek, specjalista do spraw merytorycznych projektu „Wespół w zespół z Matematyką bez Granic”, WMIiE, Uniwersytet Zielonogórski, Zielona Góra

Autorzy materiałów edukacyjnych:
Małgorzata Bińkowska, Gimnazjum nr 2 Nowa Sól
Anna Sawińska – Stuła, Gimnazjum nr 2, Nowa Sól
Ewa Gawrońska - Kornobis, Gimnazjum nr 2, Nowa Sól
Lidia Staniszewska, Gimnazjum nr 2, Nowa Sól

Tłumaczenie:
Joanna Jaros, język francuski, Uniwersytet Zielonogórski, Zielona Góra
Elżbieta Jastrzębska, język hiszpański, Uniwersytet Zielonogórski, Zielona Góra
Jacek Kędziora, język włoski, Uniwersytet Zielonogórski, Zielona Góra
Barbara Mędryk, język niemiecki, Uniwersytet Zielonogórski, Zielona Góra
Joanna Skowronek-Kaziów, język angielski, Uniwersytet Zielonogórski, Zielona Góra

Doradztwo metodyczne:
Alicja Gandecka, SODiD, Zielona Góra

Recenzenci:
Anna Rybak, Zespół Szkół Ogólnokształcących, Żagań
Anna Laskowska, WMIiE Uniwersytet Zielonogórski, Zielona Góra

Projekt okładki:
Klara Keler

Spis treści

I. Wprowadzenie

Materiały edukacyjne pod tytułem „**Zrozumieć matematykę**” opracowano w ramach realizowanego przez Polskie Towarzystwo Matematyczne Projektu „Wespół w zespół z Matematyką bez Granic” współfinansowanego ze środków Unii Europejskiej, w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego. Podręcznik „Zrozumieć matematykę” stanowi część trzecią materiałów edukacyjnych adresowanych do uczniów trzeciej klasy gimnazjum kontynuujących zajęcia pozalekcyjne z matematyki w ramach Projektu realizowanego w latach 2009 – 2012, w szkołach z województw: kujawsko - pomorskiego, lubuskiego i zachodniopomorskiego.

Projekt „Wespół w zespół z Matematyką bez Granic” wpisuje się w ponadregionalny program rozwijaniaumiejętności uczniów w zakresie kompetencji kluczowych, ze szczególnym uwzględnieniem nauk matematyczno - przyrodniczych i języków obcych.

Celem projektu „Wespół w zespół z Matematyką bez Granic” jest podnoszenie kompetencji kluczowych uczniów ze szkół podstawowych, gimnazjalnych i ponadgimnazjalnych w zakresie kształtowania umiejętności opisywania w języku matematyki otaczającego świata, stawiania hipotez i ich weryfikowania, rozwiązywania problemów w twórczy sposób, integracji zespołu klasowego, skutecznego porozumiewania się w różnych sytuacjach, efektywnego współdziałania w zespole oraz interdyscyplinarnego spojrzenia na otaczającą nas rzeczywistość z uwzględnieniem znajomości języków obcych.

Podręcznik „**Zrozumieć matematykę**” do trzeciej klasy gimnazjum zawiera siedem pakietów edukacyjnych zgodnych z podstawą programową kształcenia ogólnego z zakresu matematyki dla szkół podstawowych i gimnazjów oraz standardów egzaminacyjnych. Materiały edukacyjne zawarte w podręczniku mają być źródłem do wzbogacenia treści zawartych w ramowym programie nauczania z zakresu matematyki realizowanych na zajęciach lekcyjnych w szkołach, z których pochodzą uczestnicy Projektu, rozszerzenia ich oraz przygotowaniem uczniów do udziału w konkursach przedmiotowych.

Zaproponowany przez Autorów pakietów podział na siedem bloków tematycznych został opracowany na podstawie programu nauczania „Matematyka z plusem”(numer dopuszczenia DPN 5002- 17/08) oraz podręcznika pod redakcją Małgorzaty Dobrowolskiej, Matematyka 3, dla klasy III, Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2010 zgodnie z podstawą programową kształcenia ogólnego dla gimnazjów i szkół ponadgimnazjalnych, których ukończenie umożliwia uzyskanie świadectwa dojrzałości po zdaniu egzaminu maturalnego.

Pakiety edukacyjne zawarte w podręczniku trzecim **„Zrozumieć matematykę”** będą realizowane, na zajęciach pozalekcyjnych w szkołach, z której pochodzą uczestnicy Projektu, pod kierunkiem nauczyciela nauczającego matematyki w danej klasie.

Materiały podane w każdym pakiecie edukacyjnym zaplanowano do realizacji na cztery godziny lekcyjne – zajęć pozalekcyjnych zwanych - „**Spotkaniami zespołów MbG**”.

Zajęcia te będą realizowane w następujący sposób: „Spotkanie 1 zespołów MbG” – 1 godzina lekcyjna, „Spotkanie 2 zespołów MbG” – 2 godziny lekcyjne, „Spotkanie 3 MbG” – 1 godzina lekcyjna.

„Spotkania zespołów MbG” (4 godziny lekcyjne) zawierają stałe elementy:

- zaplanowanie i podział zadań,
- realizację założonych planów,
- rozwiązanie zestawu zadań „Rozwiążmy razem” w tym jednego zadania w języku obcym,
- udokumentowanie pracy zespołów,
- podsumowanie i ocenę pracy zespłów.

Realizacja każdego pakietu edukacyjnego zostanie poprzedzona jedną godziną lekcyjną przygotowań kształtujących pożądane umiejętności (wskazane przez Autorów Pakietu) pod kierunkiem nauczyciela: spotkanie pierwsze – **ćwiczenia otwierające**, spotkanie **2 i 3** – **rozwiążmy razem** oraz ostatnie – **ćwiczenia podsumowujące** - podsumowujące postępy uczniów - rozwiązania zestawów zadań „Rozwiążmy razem” w klasie trzeciej gimnazjum.

Ćwiczenia otwierające odbywają się zgodnie z terminarzem obowiązującym w danym pakiecie i są przeprowadzane przez nauczycieli matematyki w danej klasie w siedzibie szkół, z których pochodzą uczestnicy Projektu.

Zadania z „Ćwiczeń otwierających” są treningiem do rozwiązywania zestawu „Rozwiążmy razem”.

Rozwiązane zadania przez zespoły uczniów z każdego zestawu zadań „Rozwiążmy razem” sprawdza nauczyciel matematyki uczestniczący w Projekcie i ocenia je według otrzymanego klucza w danym pakiecie. **Arkusze rozwiązań zestawu zadań „Rozwiążmy razem” stanowią każdorazowo załącznik do raportu z realizacji danego pakietu edukacyjnego.**

Pierwsze zadanie podawane jest w języku obcym (angielskim, francuskim, niemieckim, hiszpańskim i włoskim). Należy je przetłumaczyć, rozwiązać i rozwiązanie podać w wybranym języku obcym.

W rozwiązaniu zestawu zadań „Rozwiążmy razem” uczestniczy cała klasa (pracując w odpowiednio dobranych grupach). Czas na rozwiązanie zadań wynosi 90 minut.

Oceniana jest również strona graficzna i estetyka przedstawionych rozwiązań. Uczniowie mogą korzystać ze słowników językowych, przyborów geometrycznych, nożyczek, kredek i flamastrów.

Zakres współpracy z nauczycielami w zakresie realizacji pakietów edukacyjnych w ramach **Projektu „Wespół w zespół z Matematyką bez Granic”:**

- zaplanowanie terminów zajęć pozalekcyjnych,
- realizacja pakietów edukacyjnych zgodnie z wytycznymi Projektodawcy,
- przygotowanie raportu z realizacji każdego pakietu edukacyjnego:
    - podanie terminów, w których odbyły się zajęcia;
    - odnotowanie frekwencji;
    - uwagi dotyczące realizacji zajęć;
    - dane dotyczące zestawu „Rozwiążmy razem”;

- przesłanie raportu wraz z listą obecności uczniów na zajęciach oraz arkuszami rozwiązań zestawu „Rozwiążmy razem" na adres Biura Projektu,
- aktualizacja stanu osobowego zespołu klasowego,
- współdziałanie w zakresie monitoringu i ewaluacji dotyczącej realizacji Projektu.

II. Cele edukacyjne zajęć pozalekcyjnych z zakresu matematyki

Realizacja Projektu „Wespół w zespół z Matematyką bez Granic" - **„Zrozumieć matematykę"** w roku szkolnym 2011/2012 zmierzać będzie do realizacji następujących celów ogólnych:

- Rozwijanie umiejętności wnioskowania oraz stawiania i weryfikowaia hipotez.
- Kształcenie umiejętności czytania tekstu matematycznego ze zrozumieniem oraz analizowania ich z wykorzystaniem pojęć i technk matematycznych.
- Rozwijania umiejętności interpretowania danych.
- Kształtowanie umiejętności stosowania schematów, symboli literowych, rysunków i wykresów w sytuacjach związanych z życiem codziennym.
- Kształtowania wyobraźni przestrzennej.
- Wyrabianie umiejętności logicznego analizowania problemu.
- Dostrzegania analogii w działach matematyki.
- Umiejętne posługiwanie się językiem matematycznym.
- Wyrabianie umiejętności porozumiewania się i współpracy w zespole.
- Ćwiczenie umiejętności logicznej argumentacji.
- Doskonalenie posługiwania się językiem obcym.
- Uaktywnienie uczniów i zachęcanie do wysiłku umysłowego.

Cele szczegółowe każdego pakietu edukacyjnego umieszczone są przy poszczególnych pakietach

III. Warunki organizacyjne zajęć w ramach projektu

1. Adresaci zajęć pozalekcyjnych

Zgodnie z założeniami Projektu – zajęcia pozalekcyjne przeznaczone są dla uczniów trzeciej klasy gimnazjum, którzy chcą utrwalić, poszerzyć wiedzę oraz rozwijać i udoskonalić swoje umiejętności w zakresie kompetencji kluczowych, ze szczególnym uwzględnieniem nauk matematyczno-przyrodniczych i języków obcych. Są to klasy, które brały udział w Projekcie w roku szkolnym 2009/2010 i 2010/2011.

2. Wymagania wstępne

Uczeń uczestniczący w trzecim roku realizacji Projektu powinien:

- Znać podstawy przynajmniej jednego języka nowożytnego - czytać ze zrozumieniem, tłumaczyć wyrazy, budować proste zdania.
- Posługiwać się słownikiem wyrazów obcych.
- Wykonywać działania pamięciowe i pisemne na liczbach wymiernych.
- Wykonywać obliczenia procentowe.
- Wykonywać działania na wyrażeniach algebraicznych.
- Zapisywać warunki zadania za pomocą równań.
- Rozwiązywać równania stopnia pierwszego.
- Znać i stosować podstawowe jednostki miar.
- Rozróżniać podstawowe figury geometryczne i obliczać ich miary.
- Obliczać pola powierzchni i objętości graniastosłupów i ostrosłupów.
- Rozwiązywać zadania tekstowe.

3. Sylwetka uczestnika zajęć po trzecim roku realizacji projektu

Zakładamy, że prowadzenie zajęć pozalekcyjnych z matematyki w roku szkolnym 2011/2012 w ramach Projektu pozwoli na:

- Aktywizację uczniów.
- Wykształcenie postawy nieustępliwości i uporu w rozwiązywaniu zadań.
- Wykształcenie umiejętności uzasadniania własnego stanowiska.
- Wykształcenie umiejętności argumentowania i przekonywania innych.
- Wykształcenie umiejętności pracy w zespole z uwzględnieniem ról zadaniowych.
- Wykształcenie umiejętności zaplanowania i właściwego wykorzystania czasu na naukę.
- Lepsze poznanie uczniów i ich potrzeb w obrębie grupy zadaniowej.
- Pokazanie użyteczności matematyki w życiu codziennym.
- Wykorzystanie nabytych kompetencji matematycznych i społecznych w udziale w Międzynarodowym Konkursie „Matematyka bez Granic” - Senior.
- Wykorzystanie zdobytej wiedzy i kompetencji matematycznych na egzaminie gimnazjalnym.

4. Czas trwania zajęć w ramach realizacji projektu

Czas trwania zajęć w ramach Projektu składa się z trzech etapów. Każdy etap obejmuje jeden rok nauki szkolnej i polega na realizacji siedmiu pakietów edukacyjnych w wymiarze 28 godzin lekcyjnych (po 4 godziny na jeden pakiet).

IV. Metody i formy uczenia się

Nauczyciele prowadzący zajęcia w ramach Projektu powinni, podczas pracy z uczniami, występować w roli tutorów i przewodników w drodze nabywania umiejętności i wiedzy, dbając o to, aby proces realizacji Projektu był dostosowany do możliwości uczestników i jednocześnie przebiegał sprawnie. W uzgadnianiu wykonywania zadań dominować powinno dążenie do rzeczowego przekonywania się, kompromisów i osiągania consensusu.

Wskazane jest, aby nauczyciele zachęcali uczestników danego zespołu do podejmowania różnych ról społecznych i zadaniowych w ramach pracy w grupie, np.: przewodniczących, sekretarzy, ekspertów (naukowych, organizacyjnych), kierowników prac, asystentów, prezenterów, reprezentantów itp., a także, aby inspirować młodzież do zamiany tych ról w zależności od wykonywanego zadania.

Wskazane jest także, opracowanie przez każdy zespół własnego logo oraz nazwy, które będą stałymi elementami znakowania materiałów i pogłębiania identyfikacji z grupą.

Główną formą pracy z uczniami jest praca w grupach. Można też zastosować takie metody jak: dyskusja, metoda ćwiczeniowa i burza mózgów. W czasie indywidualnej pracy z podręcznikiem uczeń może skorzystać z następujaych porad doskonalących umiejętność rozwiązywania zadań:

- Przeczytaj zadanie kilkukrotnie.
- Jeżeli zadanie dotyczy konkretnej sytuacji, postaraj się sobie tą sytuację wyobrazić. Możesz wykonać rysunek do zadania.
- Ustal, co jest niewiadomą w zadaniu i co wystarczy wiedzieć, by tą niewiadomą ustalić.
- Wyodrębnij dane z zadania i ustal, czego możesz się na podstawie tych danych dowiedzieć.
- Ułóż plan rozwiązania i wykonaj go.
- Sprawdź czy Twoje rozwiązanie jest poprawne.

V. Pakiety edukacyjne

Pakiet G-3.1 „Liczby i litery bez tajemnic”

Liczby rzeczywiste.

Wyrażenia algebraiczne.

Obliczenia procentowe.

Równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą.

Układy równań z dwiema niewiadomymi.

Pakiet G-3.2 „Wielofunkcyjny zegarek”

Odczytywanie wykresów.

Wzory a wykresy funkcji.

Wielkości wprost proporcjonalne.

Wielkości odwrotnie proporcjonalne.

Zależności funkcyjne.

Pakiet G-3.3 „Płaszczaki”

Własności figur płaskich.

Pola i obwody wielokątów.

Długość okręgu i pole koła.

Twierdzenie Pitagorasa.

Własności miar w praktyce.

Pakiet IV G-3.4 „Podobny czy niepodobny”

Figury podobne.

Cechy podobieństwa trójkątów.

Własności figur podobnych.

Skala i plan.

Pakiet G-3.5 „Kręcidełka”

Pole i objętość graniastosłupa.

Pole i objętość ostrosłupa.

Pole i objętość walca.

Pole i objętość stożka.

Pole i objętość kuli.

Pakiet G-3.6 „Wszędzie matematyka”

Kursy walut.

Prędkość, droga, czas.

Obliczenia w fizyce.

Obliczenia w chemii.

Średnia arytmetyczna liczb.

Pakiet G-3.7 „Zabawy z matematyką”

Zadania logiczne.

Liczby Fibonacciego.

Gra sudoku.

Przelewanie płynów.

Kwadraty magiczne.

Pakiet G-3.1 „Liczby i litery bez tajemnic"

I Treści merytoryczne:

- liczby rzeczywiste,
- wyrażenia algebraiczne,
- obliczenia procentowe,
- równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą,
- układy równań z dwiema niewiadomymi.

II Cele szczegółowe:

- kształtowanie sprawności rachunkowej uczniów,
- nabywanie biegłości w obliczeniach procentowych,
- wyrabianie umiejętności rozwiązywania równań i układów równań,
- kształcenie umiejętności zapisywanie treści zadań w postaci równań i układów równań,
- ćwiczenie umiejętności posługiwania się językiem matematycznym.

III Metody i formy pracy:

- praca w grupach,
- burza mózgów,
- meta – plan,
- mapa myśli.

IV Przebieg zajęć:

Spotkanie 1: „Ćwiczenia otwierające" (1 godzina lekcyjna)

1. Sprawy organizacyjne (sprawdzenie obecności).
2. Podział uczniów na zespoły zadaniowe (grupy 4 - 5 osobowe).
3. Wybór liderów, sekretarzy, asystentów poszczególnych grup (zespoły zadaniowe w innym składzie niż na poprzednich spotkaniach).
4. Praca w grupach: każdy zespół wymyśla dla siebie nazwę (związaną z matematyką, działaniami społecznymi, historycznymi lub współczesnymi postaciami świata odkryć, dokonań naukowych) oraz **logo** zespołu.
5. Przedstawienie nazw i logo przez poszczególne grupy.
6. Rozdanie każdej z grup zestawów ćwiczeń otwierających oraz materiałów potrzebnych do rozwiązywania zadań.
7. Przedstawienie i porównanie rozwiązań zadań przez przedstawicieli grup.
8. Zebranie kart z rozwiązaniami.

9. Podsumowanie zajęć.
10. Zakończenie zajęć.

Uwaga: Rozwiązania poszczególnych zadań uczniowie powinni zapisywać na oddzielnych kartkach, podpisanych nazwą zespołu i oznakowanych poprzez logo. Materiały dla uczniów stanowi pierwsza strona dokumentu „Ćwiczenia otwierające”.

Bibliografia do zestawu ćwiczeń otwierających

[1] Bogusz L., Zarzycki P., Zieliński J., *Łamigłówki logiczne*, GWO, Gdańsk 2000 (zad.1)
[2] Boniecka P. w zespole, *Wrocławskie konkursy matematyczne*, Wydawnictwo Ofek, Jelenia Góra 1992 (zad.3)
[3] Kalisz S.w zespole,*Czy chcesz mieć szóstkę?,*wydawnictwo NOWIK, Opole 1996 (zad.4)
[4] Uliasz R., Kamińska B., *Matematyka na co dzień*, Wydawnictwo Nowik, Opole, 2002 (zad.2)

Spotkanie 2: „Rozwiążmy razem” (2 godziny lekcyjne)

1. Uczniowie siadają we wcześniej ustalonych zespołach zadaniowych.
2. Nauczyciel rozdaje jeden egzemplarz zestawu zadań „Rozwiążmy razem”.
3. Uczniowie dokonują podziału, która grupa będzie rozwiązywała dane zadanie. Zestaw zadań uczniowie powinni pociąć i rozdzielić zadania do odpowiednich grup.
4. Każda grupa rozwiązuje zadania samodzielnie. Po rozwiązaniu zadania uczniowie redagują odpowiedź na karcie odpowiedzi (kartka formatu A4).
5. Jeżeli dany zespół zadaniowy zakończy pracę, to jej członkowie powinni przyłączyć się i pomóc w rozwiązywaniu zadań innym grupom.
6. Nauczyciel zbiera karty z rozwiązanymi zadaniami.
7. Zakończenie zajęć.

Bibliografia do zestawu rozwiążmy razem:

[1] Bińkowska M., Gawrońska- Kornobis E., Staniszewska L., Sawińska- Stuła A., *zadanie autorskie* (zad.2, zad.10)
[2] Bobiński Z., Nodzyński P., w zespole, *Koło matematyczne w gimnazjum*, Wydawnictwo Aksjomat, Toruń 2010 (zad.3)
[3] Bobiński Z., Nodzyński P., w zespole, *Miniatury matematyczne*, Wydawnictwo Aksjomat, Toruń 2004.(zad.9)
[4] Butkiewicz E., Testy z przedmiotów matematyczno- przyrodniczych, Operon, Gdynia, 2010 (zad.7)
[5] Łęska W., Łęski S., *Zbiór zadań dla Asa*, Wydawnictwo Adam, Warszawa, 1997 (zad.8)
[6] Jędrzejewicz P., Żurek A., Zbiór zadań dla kółek matematycznych w szkole podstawowej, GWO, Gdańsk 2004 (zad.1)
[7] Jarek P. w zespole, *Miniatury matematyczne*, Wydawnictwo Aksjomat, Toruń 2001 (zad.6)
[8] Kalisz S.w zespole, *Czy chcesz mieć szóstkę*?, Wydawnictwo NOWIK, Opole, 1996 (zad.5)
[9] Palczewska-Groth, D., Turska D., *Potrafię obliczyć*, Wydawnictwo Seneka, Sopot, 2009 (zad.4)

Spotkanie 3. „Ćwiczenia podsumowujące” (1 godzina lekcyjna)

1. Nauczyciel rozdaje poprawione i wypunktowane karty pracy zespołom zadaniowym.
2. Liderzy poszczególnych grup prezentują rozwiązania zadań.
3. Nauczyciel ocenia pracę zespołów zadaniowych (pozytywne wzmocnienie).
4. Podsumowanie zajęć.

Uwaga: Karty odpowiedzi uczniów z zestawu „Rozwiążmy razem” będą stanowić załącznik do raportu z realizacji zajęć.

Polskie Towarzystwo Matematyczne realizuje projekt "Wespół w zespół z Matematyką bez Granic" współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Spotkanie 1: Ćwiczenia otwierające „Liczby i litery bez tajemnic”

Exercise 1. Mysterious precariousness (10 points)

My watch is broken. But I don’t know it is losing or it is fast. The only thing I know is the fact that the hour and minute hands of my watch coincide once in every 65 minutes.
Is my watch losing or is it fast? How many minutes per a day?

Exercice 1. Enigmatique incertitude (10 points)

Ma montre marche mal. Je ne sais pourtant pas si elle retarde ou avance; tout ce que je sais c’est que les aiguilles de ma montre se superposent toutes les 65 minutes. Est-ce que ma montre retarde ou avance, et de combien de temps toutes les 24 heures?

Tarea 1. Incertidumbre enigmática (10 puntos)

Mi reloj funciona mal. No sé sin embargo si atrasa o si adelanta. Sé solamente que las agujas de mi reloj se cubren todos los 65 minutos.
¿Mi reloj atrasa o adelanta y a cuánto por 24 horas?

Esercizio 1. Enigmatica incertezza (10 punti)

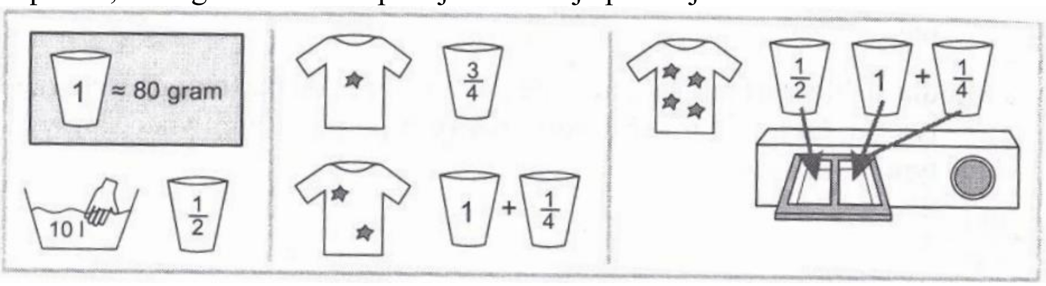
Il mio orologio va male. Ma purtroppo non so, se è indietro o se va avanti; so solo che le lancette del mio orologio si trovano una sopra l’altra ogni 65 minuti. Il mio orologio va avanti o è indietro, e di quanti minuti al giorno?

Aufgabe 1. Rätselhafte Unsicherheit (10 Punkte)

Meine Uhr geht falsch. Ich weiß aber nicht, ob sie nach oder vor geht; ich weiß nur das, dass die Zeiger von meiner Uhr je 65 Minuten übereinander liegen. Geht meine Uhr nach oder vor, und wie viele Minuten am Tag?

Zadanie 2. Robimy pranie (3 punkty)

Załóżmy, że raz w tygodniu będziemy prać rzeczy bardzo zabrudzone, raz - średnio zabrudzone, a dwa razy - lekko zabrudzone. Na ile tygodni wystarczy nam sześciokilogramowe opakowanie proszku do prania, którego dozowanie podaje instrukcja poniżej.



Zadanie 3. Pies i lis (4 punkty)

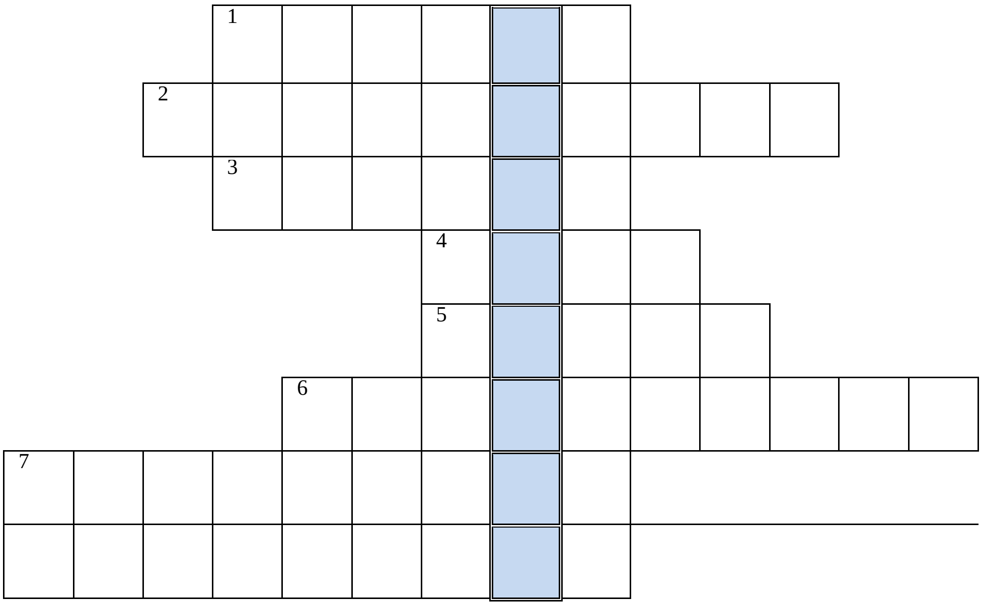
Pies dostrzegł w odległości 60m lisa i rozpoczął pościg. Skok psa ma długość 2m, a skok lisa 1m. Pies daje dwa skoki w tym samym czasie, w którym lis daje trzy skoki. Ile metrów drogi musi przebyć pies, aby dogonić lisa?

Zadanie 4. Krzyżówka (8 punktów)

Rozwiąż krzyżówkę i odczytaj hasło ukryte w wyróżnionych kratkach.

Poziomo:

1. Nazwij działanie $\frac{a}{b}$
2. Dwie proste bez punktów wspólnych zawarte w płaszczyźnie
3. Ma podstawę i wykładnik
4. Nie może być w mianowniku
5. $\{3; \frac{1}{2}; 0; 4; 8\}$
6. $X < 2$
7. Iloczyn czynników liczbowego i literowego



Polskie Towarzystwo Matematyczne realizuje projekt "Wespół w zespół z Matematyką bez Granic"
współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Rozwiązania oraz schemat punktacji zestawu ćwiczeń otwierających „Liczby i litery bez tajemnic”

Zadanie 1. Zagadkowa niepewność (10 punktów)

Mój zegarek źle chodzi. Nie wiem jednak, czy późni się, czy spieszy, wiem tylko, że wskazówki mojego zegarka pokrywają się co 65 minut. Czy mój zegarek późni się czy spieszy, i o ile na dobę?

Rozwiązanie:

Obliczam, co ile czasu pokrywają się wskazówki zegarka chodzącego dokładnie:

$60 \cdot 12 = 720[\text{minut}]$

$720 : 11 = 65\frac{5}{11}\,[\text{minuty}]$

Zatem zegarek spieszy się o $\frac{5}{11} \cdot 24 \cdot \frac{60}{65} \approx 10$ minut na dobę

Odp. Mój zegarek spieszy się około 10 minut na dobę.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Poprawne przetłumaczenie	2
B	Właściwe rozwiązanie w języku polskim	2
C	Uzasadnienie w języku polskim	2
D	Poprawne przetłumaczenie rozwiązania na język obcy	4

Exercise 1. Mysterious precariousness (10 points)

Solution:

Let’s calculate: the hands of a good working watch coincide once in the time equal to:

$60 \cdot 12 = 720\text{minutes}$

$720 : 11 = 65\frac{5}{11}\,\text{minutes}$

Thus, the watch is too fast about

$\frac{5}{11} \cdot 24 \cdot \frac{60}{65} \approx 10$ minutes per a day.

Answer: My watch is fast about 10 minutes daily.

Points:

Activity	Stages of solution	Points
A	The correct translation	2
B	The right solution in Polish language	2
C	Justification in Polish	2
D	The correct translation of solution into English	4

Exercice 1. Enigmatique incertitude (10 points)

Solution:

Je calcule tous les combien de temps les aiguilles d'une montre qui marche correctement se superposent-elles :

$60 \cdot 12 = 720\text{minutes}$

$720: 11 = 65\frac{5}{11}\text{ minutes}$

La montre en question avance alors de

$\frac{5}{11} \cdot 24 \cdot \frac{60}{65} \approx 10\text{ minutes per a day.}$

$\frac{5}{11} \cdot 24 \cdot \frac{60}{65} \approx 10\text{ minutes toutes les 24 heures}$

Réponse: Ma montre avance d'environ 10 minutes toutes les 24 heures.

Pointage:

Numéro de l'activité	Solution étape par étape	Nombre de points
A	Traduction correcte de l'exercice	2
B	Solution correcte en polonais	2
C	Justification en polonais	2
D	Traduction correcte de la solution en langue étrangère	4

Tarea 1. Incertidumbre enigmática (10 puntos)

Solución:

Calculo que tiempo necesitan para cubrirse las agujas del reloj que funciona precisamente.

$60 \cdot 12 = 720\text{ minutos}$

$720: 11 = 65\frac{5}{11}\text{ del minuto}$

Entonces el reloj de la tarea adelanta de $\frac{5}{11} \cdot 24 \cdot \frac{60}{65} \approx 10\text{ minutos por 24 horas.}$

Respuesta: Mi reloj adelanta aproximadamente 10 minutos por 24 horas.

Puntuación:

Número de la actividad	Etapas de la solución de la tarea	Puntos
A	Traducción correcta en polaco	2
B	Solución adecuada de la tarea en polaco	2
C	Motivación en polaco	2
D	Traducción correcta de la solución en la lengua extranjera	4

Polskie Towarzystwo Matematyczne realizuje projekt "Wespół w zespół z Matematyką bez Granic"
współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Esercizio 1. Enigmatica incertezza (10 punti)

Soluzione:

Bisogna calcolare gli spazi di tempo dopo i quali le lancette si trovano una sull'altra quando l'orologio funziona regolarmente:

$60 \cdot 12 = 720\text{minuti}$

$720 : 11 = 65\frac{5}{11}\text{ minuti}$

Allora l'orologio va avanti di $\frac{5}{11} \cdot 24 \cdot \frac{60}{65} \approx$ 10 minuti al giorno

Risposta: Il mio orologio va avanti di circa 10 minuti al giorno.

Punteggio:

N dell'attività	Tappe della soluzione dell'esercizio	Numero di punti
A	Traduzione corretta nella lingua polacca	2
B	Soluzione corretta nella lingua polacca	2
C	Giustificazione in lingua polacca	2
D	Traduzione corretta della soluzione nella lingua straniera	4

Aufgabe 1. Rätselhafte Unsicherheit (10 Punkte)

Lösung:

Ich berechne, wie oft die Zeiger der richtig gehenden Uhr aufeinander liegen:

$60 \cdot 12 = 720$ Minuten

$720 : 11 = 65\frac{5}{11}$ Minuten

Die Uhr aus der Aufgabe geht also $\frac{5}{11} \cdot 24 \cdot \frac{60}{65} \approx$ 10 Minuten am Tag vor.

Antwort: Meine Uhr geht etwa 10 Minuten täglich vor.

Punktwertung:

Tätigkeits nummer	Etappen der Aufgabenlösung	Punktezahl
A	Richtige Übersetzung	2
B	Richtige Lösung im Polnischen	2
C	Begründung im Polnischen	2
D	Richtige Übersetzung der Lösung in eine fremde Sprache	4

Zadanie 2. Robimy pranie (3 punkty)

Rozwiązanie:

Obliczamy, ile proszku zużywamy w jednym tygodniu

$$\left(\frac{1}{2}+1+\frac{1}{4}\right)\cdot 80+\left(1+\frac{1}{4}\right)\cdot 80+2\cdot\frac{3}{4}\cdot 80=40+80+20+80+20+120=360[\mathrm{g}]$$

$6\mathrm{kg}=6000\mathrm{g}$

Obliczamy, na ile tygodni wystarczy nam proszku: $6000\mathrm{g}:360\mathrm{g}=16,(6)$

Odp. Opakowanie proszku wystarczy na 16 tygodni.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie ilości proszku zużywanego w jednym tygodniu	1
B	Obliczenie liczby tygodni	1
C	Podanie prawidłowej odpowiedzi	1

Zadanie 3. Pies i lis (4 punkty)

Rozwiązanie:

Z treści zadania wynika, że w tym czasie, w którym pies przebiegnie 4m (2 skoki po 2m), lis przebiegnie 3m (3 skoki po 1m).

Oznaczmy przez $x =$ drogę lisa,

$x+60$ – to droga psa

Czasy: ucieczki lisa i pościgu psa są równe, więc

$$\frac{x}{3}=\frac{x+60}{4}$$

$4x=3x+180$

$x=180$

$180+60=240$ [m]

Odp. Droga, jaką musi przebyć pies wynosi 240m.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Oznaczenie niewiadomych	1
B	Ułożenie równania	1
C	Poprawne rozwiązanie równania	1
D	Obliczenie drogi psa	1

Polskie Towarzystwo Matematyczne realizuje projekt "Wespół w zespół z Matematyką bez Granic" współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Zadanie 4. Krzyżówka (8 punktów)

Rozwiązanie:

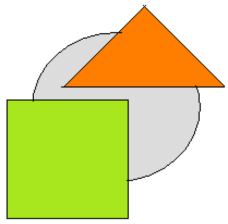
			[1]I	L	O	R	A	Z					
		[2]R	Ó	W	N	O	L	E	G	Ł	E		
			[3]P	O	T	Ę	G	A					
						[4]Z	E	R	O				
						[5]Z	B	I	Ó	R			
				[6]N	I	E	R	Ó	W	N	O	Ś	Ć
[7]J	E	D	N	O	M	I	A	N					

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Rozwiązanie każdego hasła – po jednym punkcie	7
B	Odczytanie wyróżnionego hasła	1

Spotkanie 2: Rozwiążmy razem - „Liczby i litery bez tajemnic"

Exercise 1. Three figures (10 points)



Three figures are given: a circle plane, a triangle and a square - all of different sizes and colours: red, green and blue. A circle is neither small nor red. A triangle is neither medium nor green and a square is neither big nor blue. Definite the size and the colour of every figure knowing that the small figure is blue.

Exercice 1. Trois figures (10 points)

Soient trois figures : un cercle, un triangle et un carré, de même grandeur et de différentes couleurs: rouge, verte et bleue. Le cercle n'est ni petit ni rouge, le triangle n'est ni moyen ni vert et le carré n'est ni grand ni bleu. Trouve la grandeur et la couleur de chaque figure, sachant que la petite figure est bleue.

Tarea 1. Tres figuras (10 puntos)

Tenemos tres figuras: un círculo, un triángulo y un cuadrado; del mismo tamaño y de colores diferentes: rojo, verde y azul. El círculo no es grande ni rojo, el triángulo no es medio ni verde, el cuadrado no es grande ni azul. Determina el tamaño y color de cada figura, tomando en consideración que la pequeña figura es azul.

Esercizio 1. Tre figure (10 punti)

Abbiamo tre figure: un cerchio, un triangolo e un quadrato, della stessa grandezza e dei colori diversi: rosso, verde e azzurro. Il cerchio non è piccolo neanche rosso, il triangolo non è medio né verde e il quadrato non è grande né azzurro.
Precisa la grandezza e il colore di ogni figura sapendo che la figura piccola è azzurra.

Aufgabe 1. Drei Figuren (10 Punkte)

Es sind drei Figuren gegeben: ein Kreis, ein Dreieck und ein Quadrat, die von gleicher Größe und in unterschiedlichen Farben sind: in Rot, Grün und Blau. Der Kreis ist weder klein noch rot, das Dreieck weder mittelgroß noch grün, und das Quadrat weder groß noch blau. Bestimme die Größe und Farbe jeder der Figuren, wenn man weiß, dass die kleine Figur blau ist.

Zadanie 2. Przekroczenie planu (4 punkty)

Dwa zakłady miały wykonać w ciągu miesiąca 360 monitorów, a wykonały 400. Jeden zakład wykonał plan w 112%, a drugi zakład wyprodukował ponad plan 16 monitorów. O ile procent drugi zakład przekroczył plan?

Zadanie 3. Płonące świece (6 punktów)

Dwie świece jednakowej długości wykonano z różnych rodzajów parafiny. Jedna spala się całkowicie w ciągu 9 godzin, a druga w ciągu 6 godzin. Świece zapalono równocześnie. Za ile godzin świeca spalająca się wolniej będzie 2 razy dłuższa od drugiej świecy? Przyjmujemy, że obie świece spalają się równomiernie

Zadanie 4. Pan Krzysztof kupuje rower (5 punktów)

W sklepie ze sprzętem sportowym proponuje się klientom dwa systemy sprzedaży ratalnej w następujący sposób:

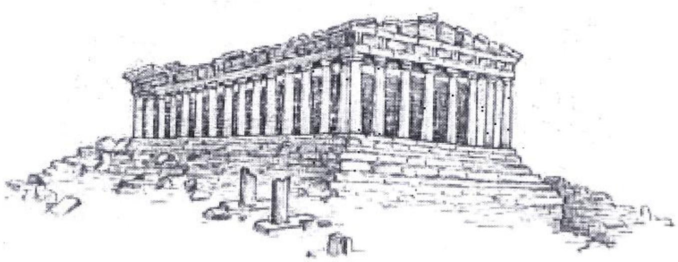
1. 0% pierwszej wpłaty, a następnie 5 równych rat przy oprocentowaniu każdej raty 15%
2. 30% pierwszej wpłaty, reszta w 7 równych ratach przy oprocentowaniu każdej raty 12%.

Pan Krzysztof chce kupić treningowy rower magnetyczny za 1 000 zł. Oblicz wysokość pierwszej raty w każdym systemie. Który system jest korzystniejszy dla pana Krzysztofa i o ile złotych?

Zadanie 5. W autobusie (4 punkty)

W autobusie było 40 pasażerów. Na przystanku A wsiadły dwie kobiety i $m+3$ mężczyzn, a na przystanku B wysiadły 4 kobiety i $\frac{m}{2}+1$ mężczyzn. Okazało się, że w autobusie jest teraz o 4 pasażerów więcej i liczba kobiet stanowi $\frac{3}{8}$ liczby mężczyzn. Ilu mężczyzn było początkowo w autobusie?

Zadanie 6. Życie Diofanta (4 punkty)

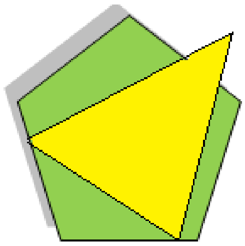


Na grobowcu Diofanta znajdował się napis: „Dzieciństwo Diofanta stanowiło szóstą część jego życia, młodzieńcze lata to dwunasta jego część. Siódmą część jego życia i jeszcze 5 lat to okres bezdzietnego małżeństwa, po którym urodził mu się syn. Syn przeżył połowę wieku Diofanta. Zrozpaczony po śmierci syna Diofant przeżył jeszcze 4 lata.” Wędrowcze powiedz teraz, ile lat żył Diofant?

Zadanie 7. Akcja ekologiczna (5 punktów)*

W ramach akcji ekologicznej uczniowie klasy II zbierali nakrętki od butelek. Chłopcy zebrali 240, a dziewczęta 190 takich nakrętek. Średnio jeden chłopiec zebrał o jedną nakrętkę więcej niż średnio jedna dziewczynka. Stosunek liczby dziewcząt do liczby chłopców w tej klasie wynosi 5:6. Ile jest dziewcząt w tej klasie?

Zadanie 8. Zapałkowe wielokąty (6 punktów)



Z 230 zapałek ułożono trójkąty i pięciokąty tak, że jedna zapałka tworzy jeden bok. Ile ułożono trójkątów a ile pięciokątów, jeżeli łącznie liczba figur wyraża się pełnymi dziesiątkami. Żadna zapałka nie jest bokiem więcej niż jednego wielokąta. Podaj wszystkie możliwe rozwiązania.

Zadanie 9. Zagadkowy numer telefonu (4 punkty)

Pięciocyfrowy numer swojego telefonu Ania podała w zagadkowej formie: pierwsza cyfra jest liczbą pierwszą, następne dwie cyfry tworzą dwucyfrową liczbę pierwszą, ostatnie dwie cyfry otrzymuje się z przestawienia poprzedniej pary cyfr i tworzą liczbę będącą kwadratem liczby naturalnej, a liczba określająca numer telefonu jest liczbą podzielną przez 3. Podaj numer telefonu Ani.

Zadanie 10. Płacimy podatki (2 punkty)

Tabela przedstawia skalę podatku dochodowego na rok 2009 i 2010.

SKALA PODATKU DOCHODOWEGO
2009 r. i 2010 r.

<table>
<tr><th colspan="2">Podstawa obliczenia podatku w złotych</th><th colspan="2" rowspan="2">Podatek wynosi</th></tr>
<tr><th>ponad</th><th>do</th></tr>
<tr><td></td><td>85.528</td><td colspan="2">18% minus kwota zmniejszająca podatek 556 zł 02 gr</td></tr>
<tr><td>85.528</td><td></td><td colspan="2">14.839 zł 02 gr + 32% nadwyżki ponad 85.528 zł</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Kwota zmniejszająca podatek</td><td colspan="2">Miesięczna</td><td>46 zł 33 gr</td></tr>
<tr><td colspan="2">Roczna</td><td>556 zł 02 gr</td></tr>
<tr><td colspan="3">Roczny dochód niepowodujący obowiązku zapłaty podatku</td><td>3.091 zł</td></tr>
</table>

Oblicz, zgodnie z tabelą, wysokość podatku, który zapłacili:

a) pan Bar w 2009roku od kwoty 58000zł.

b) pani Ryś w 2010roku od kwoty 96000zł.

Należność podatku zaokrąglij do pełnego złotego.

Polskie Towarzystwo Matematyczne realizuje projekt "Wespół w zespół z Matematyką bez Granic" współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Rozwiązania oraz schemat oceniania zestawu Rozwiążmy razem – „Liczby i litery bez tajemnic"

Zadanie 1. Trzy figury (10 punktów)

Dane są trzy figury: koło, trójkąt i kwadrat, różnej wielkości i w różnych kolorach: czerwonym, zielonym i niebieskim. Koło nie jest małe ani czerwone, trójkąt nie jest średni ani zielony, a kwadrat nie jest duży ani niebieski. Określ wielkość i kolor każdej z figur, jeśli wiadomo, że mała figura jest niebieska.

Rozwiązanie:

Małą niebieską figurą jest trójkąt, gdyż koło nie jest małe, a kwadrat nie jest niebieski. Koło nie jest czerwone ani niebieskie (bo trójkąt jest niebieski), więc jest zielone. Skoro trójkąt jest niebieski, a koło zielone, to kwadrat jest czerwony. Kwadrat nie jest duży ani mały (bo trójkąt jest mały), więc jest średni. Trójkąt jest mały a kwadrat średni, więc kolo jest duże.
Odp. Koło jest duże i zielone, trójkąt jest mały i niebieski, a kwadrat jest średni i czerwony.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Poprawne przetłumaczenie	2
B	Właściwe rozwiązanie w języku polskim	2
C	Uzasadnienie w języku polskim	2
D	Poprawne przetłumaczenie rozwiązania na język obcy	4

Exercise 1. Three figures (10 points)

Solution:

A circle is not small and a square is not blue. Hence, a small blue figure is the triangle. A circle is neither red nor blue (because a triangle is blue) that's why it is green. A triangle is blue and a circle is green. Thus, a square is red. A square is neither big nor small (because a triangle is small) that's why it is medial. A triangle is small and a square is medial. Hence a circle is big.

Points:

Action	Stages of solution	Points
A	The correct translation	2
B	The right solution in Polish language	2
C	Justification in Polish	2
D	The correct translation of solution into English	4

Exercice 1. Trois figures (10 points)

Solution:

Puisque le cercle n'est pas petit et que le carré n'est pas bleu, c'est le triangle qui est la figure petite et bleue. Le cercle n'est ni rouge ni bleu (car c'est le triangle qui est bleu), donc il est vert. Puisque le triangle est bleu et le cercle – vert, le carré est rouge. Le carré n'est ni grand ni petit (car c'est le triangle qui est petit), donc il est moyen. Le triangle est petit et le carré moyen, donc le cercle est grand.Réponse: Le cercle est vert et grand, le triangle est petit et bleu et le carré est moyen et rouge.

Pointage:

Numéro de l'activité	Solution étape par étape	Nombre de points
A	Traduction correcte de l'exercice	2
B	Solution correcte en polonais	2
C	Justification en polonais	2
D	Traduction correcte de la solution en langue étrangère	4

Tarea 1. Tres figuras (10 puntos)

Solución:

La pequeña figura azul es el triángulo, porque el círculo no es pequeño y el cuadrado no es azul. El círculo no es rojo ni azul (ya que el triángulo es azul), entonces es verde. Como el triángulo es azul y el círculo es verde, el cuadrado es rojo. El cuadrado no es grande ni pequeño (puesto que el triángulo es pequeño), entonces es medio. El triángulo es pequeño y el cuadrado es medio, pues el círculo es grande.
Respuesta. El círculo es grande y verde, el triángulo es pequeño y azul y el cuadrado es medio y rojo.

Puntuación:

Número de la actividad	Etapas de la solución de la tarea	Puntos
A	Traducción correcta en polaco	2
B	Solución adecuada de la tarea en polaco	2
C	Motivación en polaco	2
D	Traducción correcta de la solución en la lengua extranjera	4

Esercizio 1. Tre figure (10 punti)

Soluzione:

La piccola figura azzurra è il triangolo, perche il cerchio non è piccolo e il quadrato è azzurro. Il cerchio non è rosso neanche azzurro (perche il triangolo è azzurro), dunque è verde. Se il triangolo è azzurro e il cerchio verde, quindi il quadrato è rosso. Il quadrato non è grande né piccolo (perche il triangolo è piccolo), allora è medio. Il triangolo è piccolo e il quadrato medio, dunque il cerchio è grande.
Risposta: Il cerchio è grande e verde, il triangolo è piccolo e azzurro ed il quadrato è medio e rosso.

Punteggio:

Numero dell'attività	Tappe della soluzione dell'esercizio	Numero di punti
A	Traduzione corretta nella lingua polacca	2
B	Soluzione corretta nella lingua polacca	2
C	Giustificazione nella lingua polacca	2
D	Traduzione corretta della soluzione nella lingua straniera	4

Aufgabe 1. Drei Figuren (10 Punkte)

Lösung:

Die kleine Figur ist ein Dreieck, weil der Kreis nicht klein und das Quadrat nicht blau ist. Der Kreis ist weder rot noch blau (denn das Dreieck ist blau), also er ist grün. Wenn das Dreieck blau und der Kreis grün ist, dann ist das Quadrat rot. Das Quadrat ist weder groß noch klein (weil das Dreieck klein ist), es ist also mittelgroß. Das Dreieck ist klein und das Quadrat mittelgroß, also der Kreis ist groß.

Antwort. Der Kreis ist groß und grün, das Dreieck klein und blau und das Quadrat mittelgroß und rot.

Punktwertung:

Tätigkeits nummer	Etappen der Aufgabenlösung	Punktezahl
A	Richtige Übersetzung	2
B	Richtige Lösung in Polnisch	2
C	Begründung im Polnischen	2
D	Richtige Übersetzung der Lösung in eine Fremdsprache	4

Zadanie 2. Przekroczenie planu (4 punkty)

Rozwiązanie:

Oznaczmy liczbę monitorów zaplanowanych przez pierwszy zakład literą **x**,

a przerz drugi zakład literą **y**.

Układamy równanie $x + y = 360$

A po przekroczeniu planu otrzymujemy zależność opisaną równaniem

$1{,}12x + y + 16 + 400$

Zatem otrzymujemy układ równań:

$$\begin{cases} x + y = 360 \\ 1{,}12x + y + 16 + 400 \end{cases}$$

stąd otrzymujemy:

$$\begin{cases} x = 200 \\ y = 160 \end{cases}$$

Obliczamy procent nadwyżki produkcyjnej drugiego zakladu:

$$\frac{16}{160} \cdot 100\% = 10\%$$

Odp. Drugi zakład przekroczył plan o 10%.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Oznaczenie niewiadomych	1
B	Ułożenie układu równań	1
C	Rozwiązanie układu równań	1
D	Obliczenie procentu nadwyżki produkcyjnej	1

Zadanie 3. Płonące świece (6 punktów)

Rozwiązanie:

Oznaczmy przez x czas, po upływie, którego pierwsza świeca będzie 2 razy dłuższa od drugiej świecy. W ciągu 1 godziny spala się $\frac{1}{9}$ pierwszej świecy i $\frac{1}{6}$ drugiej świecy.

Po **x** godzinach spali się $\frac{x}{9}$ pierwszej świecy i $\frac{x}{6}$ drugiej świecy.

Długość pierwszej świecy po **x** godzinach: $1-\frac{x}{9}$.

Długość drugiej świecy po **x** godzinach: $1-\frac{x}{6}$

Musi być spełnione równanie: $1-\frac{x}{9}=2\left(1-\frac{x}{6}\right)$, skąd otrzymujemy **x**=4,5.

Odp. Pierwsza świeca będzie dwa razy dłuższa od drugiej świecy po upływie 4,5 godziny.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Oznaczenie czasu x	1
B	Oznaczenie części spalonych świec w ciągu 1 godziny	1
C	Oznaczenie części spalonych świec w ciągu x godzin	1
D	Określenie długości świec po x godzinach	1
E	Ułożenie równania	1
F	Rozwiązanie równania	1

Zadanie 4. Pan Krzysztof kupuje rower (5 punktów)

Rozwiązanie:

Obliczenie wysokości raty w pierwszym sytemie:

$1\,000:5=200$zł

$1{,}15\cdot 200=230$zł

Obliczenie wysokości raty w drugim systemie:

$0{,}3\cdot 1\,000=300$zł

$700:7=100$zł

$1{,}12\cdot 100=112$zł

Obliczenie kwoty spłaty raty w pierwszym systemie:

$5\cdot 230=1\,150$zł

Obliczenie kwoty spłaty raty w drugim systemie:

$300+7\cdot 112=1\,084$zł

$1\,150-1\,084=66$zł

Odp. System drugi jest korzystniejszy o 66zł.

Polskie Towarzystwo Matematyczne realizuje projekt "Wespół w zespół z Matematyką bez Granic"
współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie wysokości raty w pierwszym systemie	1
B	Obliczenie wysokości raty w drugim systemie	1
C	Obliczenie kwoty spłaty wysokości raty w pierwszym systemie	1
D	Obliczenie kwoty spłaty wysokości raty w drugim systemie	1
E	Porównanie wyników i odpowiedź	1

Zadanie 5. W autobusie (4 punkty)

Rozwiązanie:

Obliczamy **m**

$$2 + m + 3 - 4 - \left(\frac{m}{2} + 1\right) = 4$$

$$m = 8$$

Oznaczmy niech:

$\mathbf{x}$ – początkowa liczba kobiet w autobusie

$40 - x$ – początkowa liczba mężczyzn w autobusie

Układamy równanie: $x - 2 = \frac{3}{8}(40 - x + 6)$

Otrzymujemy $x = 14$

Obliczamy liczbę mężczyzn $40 - 14 = 26$

Odp. W autobusie było 26 mężczyzn.

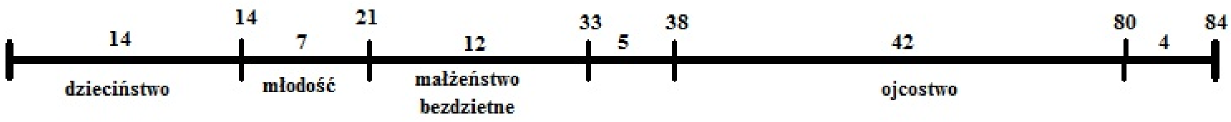
Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie liczby **m**	1
B	Oznaczenie liczby kobiet i mężczyzn	1
C	Ułożenie równania i rozwiązanie równania	1
E	Obliczenie liczby mężczyzn	1

Zadanie 6. Życie Diofanta (4 punkty)

Rozwiązanie:

W zadaniu jest mowa o szóstej, dwunastej i siódmej części wieku Diofanta. Najmniejszą liczbą podzielną jednocześnie przez 6, 7 i 12 jest liczbą 84. Całe życie Diofanta opisane w zadaniu, można zilustrować w następujący sposób:



Zauważmy, że na okres 9 lat (5 lat + 4 lata) przypada odcinek o długości 9

$(\mathbf{84 - (14 + 7 + 12 + 42)})$.

Odcinek o długości 1 to jeden rok życia Diofanta. Diofant żył 84 lata.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Wyznaczenie NWW(6, 7, 12) = 84	1
B	Narysowanie odcinka o długości 84 jednostek	1
C	Zaznaczenie odcinków życia Diofanta	1
D	Obliczenie długości życia Diofanta	1

Zadanie 7. Akcja ekologiczna (5 punktów)

Rozwiązanie:

Oznaczamy liczbę chłopców $\mathbf{x}$, a liczbę dziewcząt $\mathbf{y}$.
Układamy pierwsze równanie

$$\frac{240}{x} = 1 + \frac{190}{y}$$

Układamy drugie równanie $\frac{y}{x} = \frac{5}{6}$. Otrzymujemy układ równań:

$$\begin{cases} \frac{240}{x} = 1 + \frac{190}{y} \\ \frac{y}{x} = \frac{5}{6} \end{cases}, \quad \text{więc} \quad \begin{cases} \frac{240}{x} 240y = xy + 190x \\ x = \frac{5}{6}y \end{cases}.$$

Zatem $\frac{6}{5}y^2 - 12y = 0$, czyli $y\left(\frac{6}{5}y - 12\right) = 0$.

Iloczyn dwóch czynników jest równy zero wtedy i tylko wtedy, gdy $y = 0$ lub $\frac{6}{5}y = 12$.

Stąd $\frac{6}{5}y = 12$, czyli $y = 10$. Ponieważ $y = 0$ nie spełnia warunków zadania,

zatem rozwiązaniem jest para liczb $\begin{cases} x = 12 \\ y = 10 \end{cases}$

Odp. W klasie było 10 dziewcząt, a chłopców 12.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Opisanie niewiadomych	1
B	Poprawne ułożenie 1 równania	1
C	Poprawne ułożenie 2 równania	1
D	Rozwiązanie układu równań	2

Zadanie 8. Zapałkowe wielokąty (6 punktów)

Rozwiązanie:

Oznaczmy:
t – ilość trójkątów
p – ilość pięciokątów
t + p – jest wielokrotnością liczby 10
Układamy równanie:
$3t + 5p = 230$
Rozwiązaniem równania jest liczba
$p = 46 - \frac{3t}{5}$
Liczba $\frac{3t}{5}$ musi być naturalna i mniejsza od 46

t	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75
p	43	40	37	34	31	28	25	22	19	16	13	10	7	4	1

Odp. Otrzymujemy następujące rozwiązania:
10 trójkątów i 40 pięciokątów lub
35 trójkątów i 25 pięciokątów lub
60 trójkątówi 10 pięciokątów.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Oznaczenie ilości wielokątów	1
B	Ułożenie równania	1
C	Przekształcenie równania	1
D	Zapisanie w tabeli wszystkich możliwości	2
E	Podanie wszystkich rozwiązań	1

Zadanie 9. Zagadkowy numer telefonu (4 punkty)

Rozwiązanie:

Dwie ostanie cyfry tworzą liczbę, będącą kwadratem liczby naturlanej,
więc mogą to być: 01, 04, 09, 16, 25, 36, 49, 64, 81.
Po przestawieniu cyfr otrzymujemy: 10, 40, 90, 61, 52, 63, 94, 46 i 18.
Musi to być liczba pierwsza, więc jest to 61.
Czterocyfrowa końcówka numeru wynosi 6116.
Ponieważ cała liczba jest podzielna przez 3, więc korzystamy z cechy podzielności przez 3.
Mogą to być liczby: 1, 4 lub 7.
Tylko 7 jest liczbą pierwszą, więc numer telefonu Ani to 76116.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Zapisanie kwadratów liczb naturalnych i ich przestawień	1
B	Wyszukanie liczby pierwszej **61** i określenie części numeru	1
C	Wykorzystanie cechy podzielności przez 3	1
D	Poprawne określenie numeru telefonu	1

Zadanie 10. Płacimy podatki (2 punkty)

Rozwiązanie:

a) Obliczamy podatek od kwoty 58000zł

$$18\% \cdot 58000 - 556{,}02 = 9883{,}98zł \approx 9884zł$$

b) Obliczamy podatek od kwoty 96000zł

$$14839{,}02 + 32\%(96000 - 85528) = 18190{,}06zł \approx 18190zł$$

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie pierwszego podatku z zaokrągleniem	1
B	Obliczenie drugiego podatku z zaokrągleniem	1

Pakiet G-3.2 „Wielofunkcyjny zegarek”

I Treści merytoryczne:

- odczytywanie wykresów,
- wzory a wykresy funkcji,
- wielkości wprost proporcjonalne,
- wielkości odwrotnie proporcjonalne,
- zależności funkcyjne.

II Cele szczegółowe:

- kształtowanie sprawności sporządzania i odczytywania wykresów funkcji,
- nabywanie biegłości w interpretowaniu informacji przedstawionych za pomocą wykresów funkcji,
- wyrabianie umiejętności rozwiązywania zadań tekstowych związanych z wielkościami wprost i odwrotnie proporcjonalnymi,
- kształcenie umiejętności przedstawiania funkcji za pomocą wykresu, tabelki, wzoru,
- ćwiczenie umiejętności posługiwania się językiem matematycznym.

III Metody i formy pracy:

- praca w grupach,
- burza mózgów,
- meta – plan,
- mapa myśli.

IV Przebieg zajęć:

Spotkanie 1: „Ćwiczenia otwierające” (1 godzina lekcyjna)

1. Sprawy organizacyjne (sprawdzenie obecności).
2. Podział uczniów na zespoły zadaniowe (grupy 4 - 5 osobowe).
3. Wybór liderów, sekretarzy, asystentów poszczególnych grup (zespoły zadaniowe w innym składzie niż na poprzednich spotkaniach).
4. Praca w grupach: każdy zespół wymyśla dla siebie nazwę (związaną z matematyką, działaniami społecznymi, historycznymi lub współczesnymi postaciami świata odkryć, dokonań naukowych) oraz **logo** zespołu.
5. Przedstawienie nazw i logo przez poszczególne grupy.

6. Rozdanie każdej z grup zestawów ćwiczeń otwierających oraz materiałów potrzebnych do rozwiązywania zadań.
7. Przedstawienie i porównanie rozwiązań zadań przez przedstawicieli grup.
8. Zebranie kart z rozwiązaniami.
9. Podsumowanie zajęć.
10. Zakończenie zajęć.

Uwaga: Rozwiązania poszczególnych zadań uczniowie powinni zapisywać na oddzielnych kartkach, podpisanych nazwą zespołu i oznakowanych poprzez logo. Materiały dla uczniów stanowi pierwsza strona dokumentu „Ćwiczenia otwierające”.

Bibliografia do zestawu ćwiczeń otwierających:

[1] Chodnicki J. w zespole, *Matematyka 2001*, WSiP, Warszawa, 1996 (zad.2)
[2] Paczesna W., Mostowski K., *Matematyka Nowej Ery podręcznik do klasy III gimnazjum*,Wydawnictwo Nowa Era, Warszawa 2004 (zad.3, zad.4)
[3] Vohland U., *Łamigłówki i zagadki liczbowe*, Wydawnictwo Jedność, Kielce 2004, (zad.1)

Spotkanie 2: „Rozwiążmy razem” (2 godziny lekcyjne)

1. Uczniowie siadają we wcześniej ustalonych zespołach zadaniowych.
2. Nauczyciel rozdaje jeden egzemplarz zestawu zadań „Rozwiążmy razem”.
3. Uczniowie dokonują podziału, która grupa będzie rozwiązywała dane zadanie. Zestaw zadań uczniowie powinni pociąć i rozdzielić zadania do odpowiednich grup.
4. Każda grupa rozwiązuje zadania samodzielnie. Po rozwiązaniu zadania uczniowie redagują odpowiedź na karcie odpowiedzi (kartka formatu A4).
5. Jeżeli dany zespół zadaniowy zakończy pracę, to jej członkowie powinni przyłączyć się i pomóc w rozwiązywaniu zadań innym grupom.
6. Nauczyciel zbiera karty z rozwiązanymi zadaniami.
7. Zakończenie zajęć.

Bibliografia do zestawu rozwiążmy razem:

[1] Chodnicki J., w zespole, *Matematyka 2001*, WSiP, Warszawa, 1996 (zad.1, zad.4 zad.5)
[2] Dobrowolska M., w zespole, *Kalendarz gimnazjalisty*, GWO, Gdańsk, 2007 (zad.2, zad.3, zad.6)
[3] Karolak T., Powtórka przed egzaminem gimnazjalnym z przedmiotów matematyczno-przyrodniczych, Wydawnictwo Skrypt, Warszawa 2005 (zad.8)
[4] Paczesna W., Mostowski K., *Matematyka Nowej Ery podręcznik do klasy III gimnazjum*,wydawnictwo Nowa Era, Warszawa 2004 (zad.7, zad.10)
[5] Palczewska-Groth, D., Turska D., *Potrafię obliczyć*, Wydawnictwo Seneka, Sopot, 2009 (zad.9)

Spotkanie 3. „Ćwiczenia podsumowujące” (1 godzina lekcyjna)

1. Nauczyciel rozdaje poprawione i wypunktowane karty pracy zespołom zadaniowym.
2. Liderzy poszczególnych grup prezentują rozwiązania zadań.
3. Nauczyciel ocenia pracę zespołów zadaniowych (pozytywne wzmocnienie).
4. Podsumowanie zajęć.

Uwaga: Karty odpowiedzi uczniów z zestawu „Rozwiążmy razem” będą stanowić załącznik do raportu z realizacji zajęć.

Spotkanie 1: Ćwiczenia otwierające „Wielofunkcyjny zegarek"

Exercise 1. Famous People (10 points)

Some popular tennis player and some however also famous pop music star go together by plane from Germany to USA. One of them is a German and the second one is an American. The pop music star begins the conversation and says: „I am flying this airway a ninth time". The tennis player answers: „And me a twelfth time". Which of them is an American?

Exercice 1. Les gens Célèbres (10 points)

Un joueur de tennis renommé et une vedette de musique pop aussi connue prennent ensemble l'avion de l'Allemagne jusqu'aux États-Unis. L'un est allemand et l'autre américain. La vedette de musique engage la conversation en disant: «Je fais le même trajet pour la neuvième fois déjà». Le joueur de tennis répond: «Et moi pour la douzième». Lequel des deux est américain?

Aufgabe 1. Berühmte Leute (10 Punkte)

Ein populärer Tennisspieler und ein nicht weniger berühmter Popstar fliegen zusammen in einem Flugzeug aus Deutschland in die Vereinigten Staaten. Ein von denen ist Deutscher, der andere Amerikaner.. Der Popstar fängt ein Gespräch an, indem er sagt: „Ich fliege diese Strecke schon zum neunten Mal". Der Tennisspieler antwortet: „Und ich zum zwölften". Welcher von ihnen ist Amerikaner?

Esercizio 1. Gente celebre (10 punti)

Un tennista molto popolare e un divo celebre della musica pop volano insieme nell'aereo dalla Germania negli Stati Uniti. Uno di loro è Tedesco, altro - Americano. Il divo della musica comincia la conversazione dicendo: „Volo su questo tracciato per la novesima volta". Il tennista risponde: „Ed io per la dodicesima". Il quale di due è Americano ?

Tarea 1. La gente famosa (10 puntos)

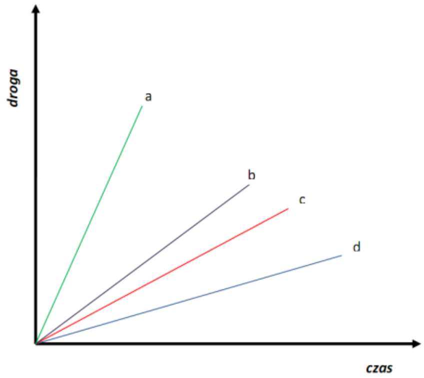
Un tenista famoso y un estrella de música POP no menos famoso, van juntos en avión de Alemania a los Estados Unidos. Uno de ellos es alemano, otro es americano. El músico famoso comienza la conversación diciendo: „Voy por este itinerario ya la décima vez.". El tenista responde: „Y yo la duodécima vez". ¿Quién de ellos es americano?

Polskie Towarzystwo Matematyczne realizuje projekt "Wespół w zespół z Matematyką bez Granic"
współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Zadanie 2. Różne pojazdy (4 punkty)

Rysunek przedstawia wykresy dróg w zależności od czasu, jakie przebywają:

- Statek pasażerski płynący przez Atlantyk,
- Wielbłąd przemierzający Saharę,
- Samolot Jumbo-jet lecący nad Pacyfikiem,
- Pociąg Orient-ekspress w drodze z Paryża do Istambułu.



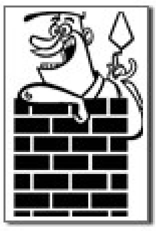
Statek, wielbłąd, samolot i pociąg poruszają się ze stałą prędkością. Który wykres ilustruje drogę statku, który wielbłąda, który Jumbo-jeta, a który Orient-ekspressu?

Zadanie 3 Wypożyczalnia rowerów (4 punkty)

W wypożyczalni rowerów „U Sylwka” pierwsza godzina kosztuje 7zł, a następna 3zł, natomiast w konkurencyjnej wypożyczalni „U Krzyśka” za wypożyczenie płaci się za każdą godzinę 4zł. Przeanalizuj, kiedy bardziej opłaca się skorzystać zwypożyczalni „U Sylwka” a kiedy „U Krzyśka”.

Zadanie 4. Majster i murarz (5 punktów)

Pomocnik murarza umówił się z majstrem, że będzie zarabiał 50zł za każdy rozpoczęty dzień pracy. Przedstaw na wykresie kwotę pieniędzy zarobionych przez pomocnika w zależności od czasu, w ciągu jednego tygodnia roboczego(5 dni). Pomocnik rozpoczął pracę w poniedziałek.



Rozwiązania oraz schemat punktacji zestawu ćwiczeń otwierających „Wielofunkcyjny zegarek”

Zadanie 1. Sławni ludzie (10 punktów)

Popularny tenisista i niemniej sławny gwiazdor muzyki POP lecą razem w samolocie z Niemiec do Stanów Zjednoczonych. Jeden z nich jest Niemcem, drugi Amerykaninem. Gwiazdor muzyki rozpoczyna rozmowę, mówiąc: „Lecę na tej trasie już po raz dziewiąty”. Tenisista odpowiada: „A ja po raz dwunasty”. Który z nich jest Amerykaninem?

Rozwiązanie:

Samolot leci do USA. Ten, kto na tej trasie przeleciał już parzystą ilość razy, wraca do domu. Tenisista leci teraz po raz dwunasty, to znaczy, że on jest Amerykaninem.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Poprawne przetłumaczenie	2
B	Właściwe rozwiązanie w języku polskim	2
C	Uzasadnienie w języku polskim	2
D	Poprawne przetłumaczenie rozwiązania na język obcy	4

Exercise 1. Famous People (10 points)

Solution:

Plane goes to USA. Only this man, who on this airway has the even number of flights, goes to home. The tennis player goes a twelfth time and he is an American man.

Points:

Activity	Stages of solution	Points
A	Correct translation	2
B	Right solution in Polish	2
C	Justification in Polish language	2
D	Correct translation of solution into English language.	4

Exercice 1. Les gens Célèbres (10 points)

Solution:

L’avion se rend aux États-Unis. Celui qui a déjà fait le même trajet en nombre pair, rentre à la maison. Le joueur de tennis prend l’avion pour la douzième fois, cela veut dire qu’il est américain.

Pointage:

Acitivité	Solution étape par étape	Nombre de points
A	Traduction correcte	2
B	Solution correcte en langue polonaise	2
C	Justification en langue polonaise	2

Polskie Towarzystwo Matematyczne realizuje projekt "Wespół w zespół z Matematyką bez Granic" współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

D	Traduction correcte de la solution en langue étrangère	4

Aufgabe 1. Berühmte Leute (10 Punkte)

Lösung:

Der Flugzeug fliegt in die USA. Der Mann, dessen Anzahl der Flüge eine gerade Zahl ist, , fliegt nach Hause zurück. Der Tennisspieler fliegt jetzt zum zwölften Mal, was bedeutet, dass er Amerikaner ist.

Punktacja:

Tätigkeits nummer	Etappen der Aufgabenlösung	Punktenzahl
A	Richtige Übersetzung	2
B	Richtige Lösung in Polnisch	2
C	Begründung in Polnisch	2
D	Richtige Übersetzung der Lösung in eine Fremdsprache	4

Esercizio 1. Gente celebre (10 punti)

Soluzione:

L'aereo vola negli Stati Uniti. Questo il quale effettua il volo pari, ritorna a casa sua. Il tennista vola adesso la dodicesima volta, questo vuol dire che lui è Americano.

Pointage:

Numero dell'attività	Tappe della soluzione dell'esercizio	Numero di punti
A	Traduzione corretta	2
B	Soluzione corretta nella lingua polacca	2
C	Giustificazione nella lingua polacca	2
D	Traduzione corretta nella lingua straniera	4

Tarea 1. La gente famosa (10 puntos)

Solución:

El avión va a los Estados Unidos. El que ha ido ya por este itinerario la cantidad par de veces, vuelve a su casa. El tenista va ahora la duodécima vez, eso significa que él es americano.

Puntuación:

Número de la actividad	Etapas de la solución de la tarea	Puntos
A	Traducción correcta en polaco	2
B	Solución adecuada de la tarea en polaco	2
C	Motivación en polaco	2
D	Traducción correcta de la solución en la lengua extranjera	4

Zadanie 2. Różne pojazdy (4 punkty)

Rozwiązanie:

Drogę statku przedstawia wykres c.

Drogę wielbłąda przedstawia wykres d.

Drogę Jumbo-jeta przedstawia wykres a.

Drogę Orient-ekspressu przedstawia wykres b.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Wskazanie odpowiedniego wykresu- po 1 p	4

Zadanie 3. Wypożyczalnia rowerów (4 punkty)

Rozwiązanie:

Kolejne godziny	1	2	3	4	5	6
Koszt „U Sylwka”	7	10	13	16	19	22
Koszt „U Krzyśka”	4	8	12	16	20	24

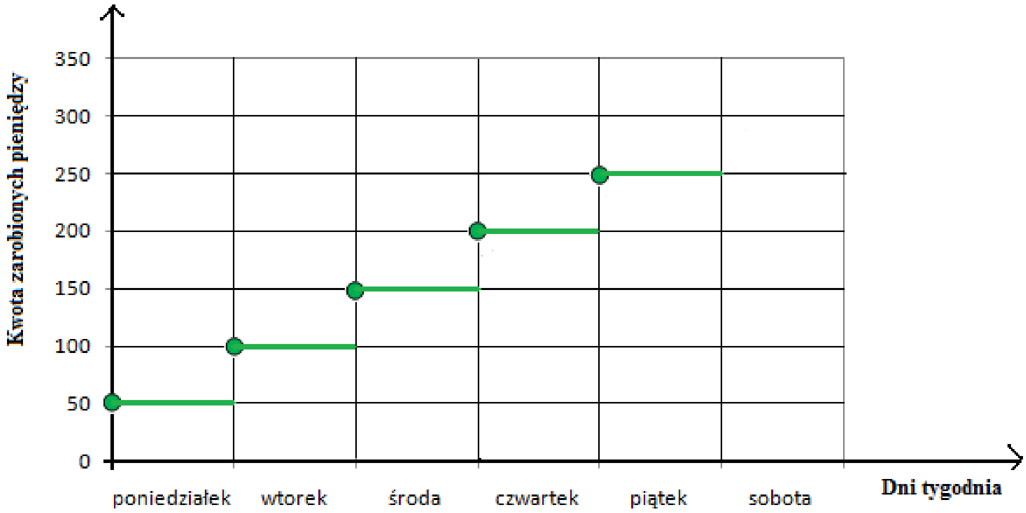
- Analizując kolejne godziny w obu wypożyczalniach zauważamy, że w czwartej godzinie wypożyczenia koszty są takie same.
- Do trzech godzin lepiej jest wypożyczać rowery „U Krzyśka”, a od pięciu godzin taniej będzie „U Sylwka ”

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Ułożenie tabeli	2
B	Przeanalizowanie wyników tabeli i podanie odpowiedzi	2

Zadanie 4. Majster i murarz (5 punktów)

Rozwiązanie:



Z warunków zadania wynika, że pomocnik ma płacone z góry 50zł za każdy rozpoczęty dzień roboczy.

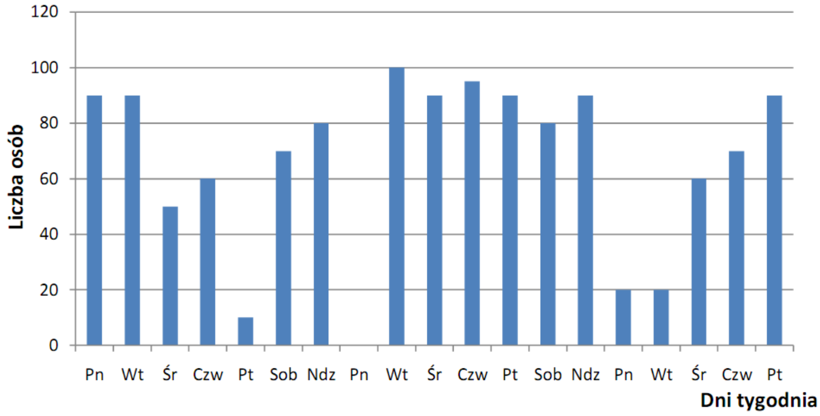
Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Sporządzenie wykresu funkcji	5

Spotkanie 2: Rozwiążmy razem - „Wielofunkcyjny zegarek”

Exercise 1. Viva Holidays! (10 points)

The graph indicates the number of people who come to the beach in some hotel resort:



a) How do you think? When was the weather sunny and when was it raining?

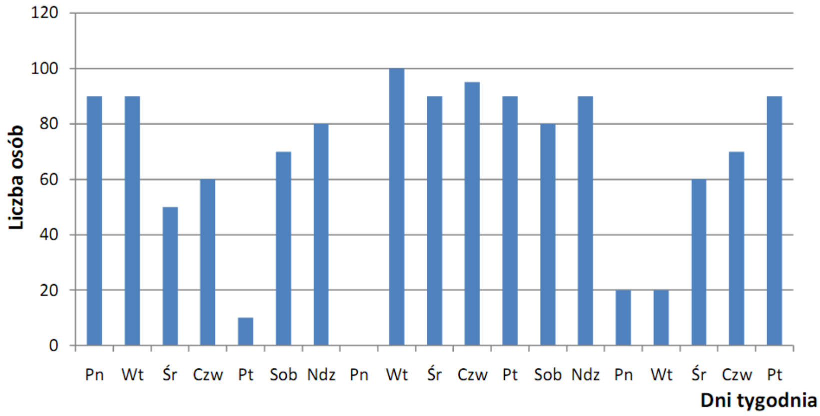
b) When was the exchange of batches of people in this hotel?

c) All Fridays were sunny. So, on what Friday were the sport tournaments and the dance in this hotel organized?

d) How many vacationists were at least in the first batch of people and how many in the second one?

Esercizio 1. Viva Le Vacanze (10 punti)

Questo è il grafico del numero di persone che vengono sulla spiaggia del centro di riposo:



a) Come pensi, quando faceva bel tempo e quando pioveva?

b) Quando sono cambiati i turni?

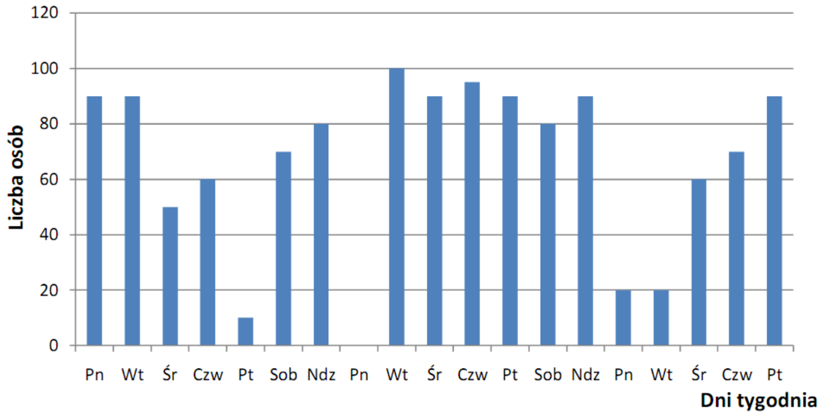
c) Quale venerdi hanno organizzato il torneo sportivo e la festa danzante del centro, se ogni venerdi faceva bello?

d) Quante persone partecipevano al primo turno e quanti al secondo?

Polskie Towarzystwo Matematyczne realizuje projekt "Wespół w zespół z Matematyką bez Granic"
współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Aufgabe 1. Es Leben Sommerferien! (10 Punkte)

Das ist ein Diagramm über die Zahl der Menschen, die an den Strand von einem Freizeitzentrum kommen:



a) Wie meinst du, wann war ein sonniges Wetter und wann regnete es?

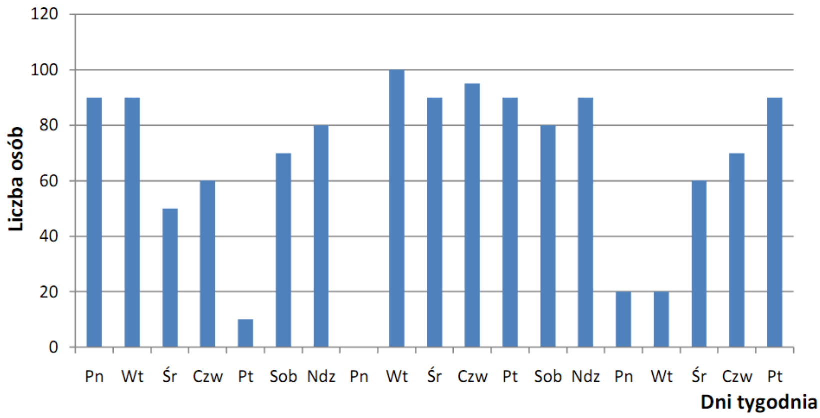
b) Wann könnte ein Turnuswechsel stattfinden?

c) An welchem Freitag wurden Sportturniere und ein Tanz im Freizeitzentrum organisiert, wenn an jedem Freitag ein sonniges Wetter war?

d) Mindestens wie viele Urlauber waren im ersten und wie viele im zweiten Turnus?

Exercice 1. Vive Les Vacances (10 points)

Voici le diagramme présentant le nombre de personnes venant à la plage dans un centre de repos:



a) Quand est-ce qu'il faisait soleil? Quand est-ce qu'il pleuvait? Qu'en penses-tu?

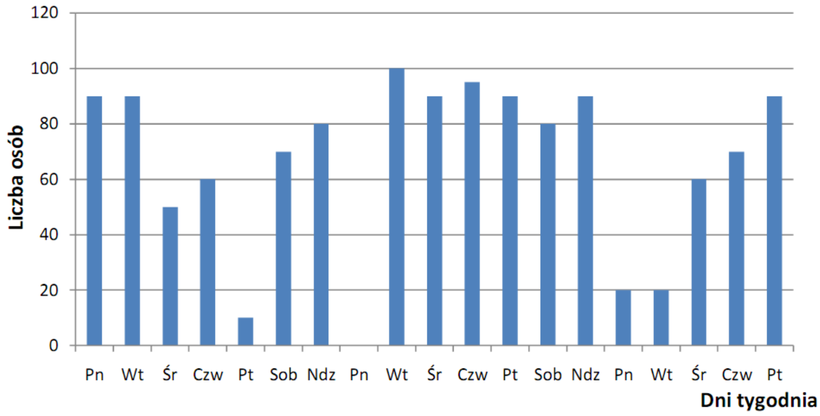
b) Quand est-ce qu'a eu lieu le changement de séjour?

c) Quel vendredi a-t-on organisé un tournoi de sport et une fête dansante dans le centre de repos s'il faisait soleil tous les vendredis?

d) Combien de vacanciers il y a eu au moins lors du premier séjour et au moins pour le deuxième?

Tarea 1. ¡Que Vivan Las Vacaciones! (10 puntos)

He aqui la representación gráfica de la cantidad de personas que llegan a la playa de un centro de descanso.



/Días de la semana */Dni tygodnia/: lunes, martes, miércoles, jueves, viernes, sábado, domingo./*

a) ¿Cómo piensas, cuándo hacía buen tiempo y cuándo llovía?

b) ¿ Cuándo pudo hacerse el cambio del turno?

c) ¿En qué viernes organizaron los torneos deportivos y el baile en el centro si cada viernes hacía buen tiempo?

d) ¿ Cuántos vacacionistas, por lo menos, había al primer turno y cuántos al segundo turno?

Zadanie 2. Parujące akwarium (5 punktów)

Do akwarium trzeba, co jakiś czas, dolewać wody, bo ubywa jej wskutek parowania. Po 5 dniach od napełnienia pewnego akwarium, trzeba było dolać 6 litrów wody, aby uzupełnić wyparowaną wodę. Można przyjąć, że objętość wyparowanej wody w akwarium jest wprost proporcjonalna do czasu.

a) Narysuj wykres funkcji, który przedstawia zależność objętości wyparowanej wody (w litrach) od czasu parowania (w dniach).

b) W opisanym akwarium mieści się po napełnieniu 400 litrów. Narysuj wykres, jak zmieniałaby się ilość wody w akwarium (w litrach) w zależności od czasu (w dniach), gdybyśmy nie dolewali wody. Jakie jest miejsce zerowe tej funkcji? Zinterpretuj tę liczbę.

Polskie Towarzystwo Matematyczne realizuje projekt "Wespół w zespół z Matematyką bez Granic" współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Zadanie 3. Smaczna pieczeń (5 punktów)

Według pewnego przepisu, aby upiec pieczeń należy trzymać mięso w rozgrzanym do odpowiedniej temperatury piekarniku przez czas, który określa się następująco:

Na każde pół kilograma mięsa należy przeznaczyć 20 minut i tak otrzymany czas przedłużyć o 15 minut.

Pani Nowak chce upiec 2,5 kg mięsa tak, aby było gotowe na godzinę 17^{00}.

a) O której godzinie powinna włożyć mięso do rozgrzanego piekarnika?

b) Ile waży kawałek mięsa, który zgodnie z przepisem należy piec 1 godzinę i 35 minut?

c) Zapisz za pomocą wzoru zależność miedzy masą mięsa (w kg) a czasem (w minutach) potrzebnym do jego upieczenia.

Zadanie 4. Podróż Agnieszki (5 punktów)

Pewnego dnia Agnieszka wracała samochodem z Warszawy do domu do Tarczyna. Pierwsze 5 km jechała w korku, przemieszczając się z prędkością 10km/h. Potem wjechała na trasę szybkiego ruchu i przez 5 minut przejechała 9km. Następnie zatrzymała się na stacji benzynowej, żeby kupić benzynę, co zabrało jej 6 minut. Za stacją były roboty drogowe, wiec Agnieszka musiała zwolnić do 30km/h i tak jechała przez pół godziny. Niestety, złapała gumę i ostatni odcinek drogi, czyli 3km, musiała przejść pieszo, idąc z prędkością 6km/h. Narysuj drogę Agnieszki do domu.

Zadanie 5. Bolek, Lolek i Tola (5 punktów)

Bolek, Lolek i Tola postanowili urządzić wycieczkę rowerową. Kiedy mieli już wyruszać sprzed domu, Bolek przypomniał sobie, że zostawił aparat fotograficzny w pokoju i musi po niego wrócić. Lolek i Tola wyruszyli, a Bolek miał ich dogonić. Kiedy Bolek znalazł aparat, okazało się, że nie ma w nim filmu i trzeba go było dopiero założyć. W końcu, po 15 minutach od powrotu, Bolek wyruszył, ale Lolek i Tola byli już 2 km dalej. Kiedy i w jakiej odległości od domu Bolek ich dogoni, jeśli 1 km przejeżdżał w ciągu 5 minut? Wszyscy rowerzyści jechali ze stałą prędkością.

Zadanie 6. Podróż Pana Nowaka (4 punkty)

Obserwując zużycie benzyny w swoim samochodzie, Pan Nowak stwierdził, że jeśli wystartuje z pełnym bakiem i będzie jechał po autostradzie ze stałą prędkością, to zależność liczby litrów benzyny w baku **y** od liczby przejechanych kilometrów **x** wyraża się wzorem: **y= -0,05x+45.**

a) Ile benzyny zostanie w baku po przejechaniu 200km?

b) Jaką pojemność ma bak samochodu?

c) Na przejechanie ilu kilometrów wystarczy pełen bak

d) Wyznacz **x** w zależności od **y**.

Zapisz wszystkie obliczenia.

Zadanie 7. Kamykowa górka (6 punktów)

Janek usypywał górkę z kamyków w taki sposób, że pierwszego dnia położył jeden kamyk, drugiego dnia o dwa więcej niż poprzedniego i tak dalej. W jaki sposób zmienia się liczba kamyków w zależności od dnia? Przedstaw tę zależność w formie tabeli. Z ilu kamyków będzie zbudowana górka siódmego dnia? Z ilu kamyków będzie zbudowana górka n-tego dnia?

Zadanie 8. Malowanie hali sportowej (5 punktów)

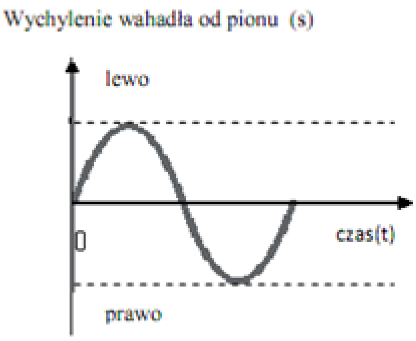
Zatrudniono grupę malarzy do wymalowania hali sportowej. Gdyby zatrudniono o trzech robotników więcej, to mogliby oni zakończyć pracę o 9 dni wcześniej. Gdyby natomiast zatrudniono o jednego malarza mniej, to liczba dni potrzebnych na wykonanie pracy zwiększyłaby się o 25%. Ilu zatrudniono malarzy i w ciągu ilu dni ukończą oni pracę?

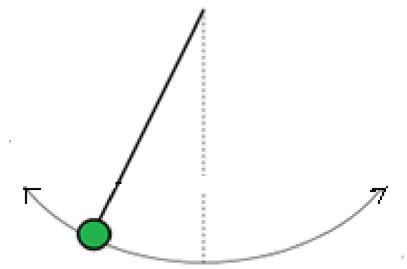
Zadanie 9. Rachunki domowe (3 punkty)

Do obliczenia średniego dobowego zużycia wody w gospodarstwie domowym stosuje się wzór:
$Q_{śr} = M \cdot 100 + 330 l$,
gdzie M to liczba mieszkańców.
Oblicz, ile metrów sześciennych wody zużyje pięcioosobowa rodzina w ciągu doby, a ile w ciągu roku.

Zadanie 10. Wahadło (2 punkty)

Popatrz, jak wygląda ruch wahadła w czasie **t**.





Przyjmując, że na rysunku przedstawiony jest czas wahania równy 10s, odpowiedz na pytania:

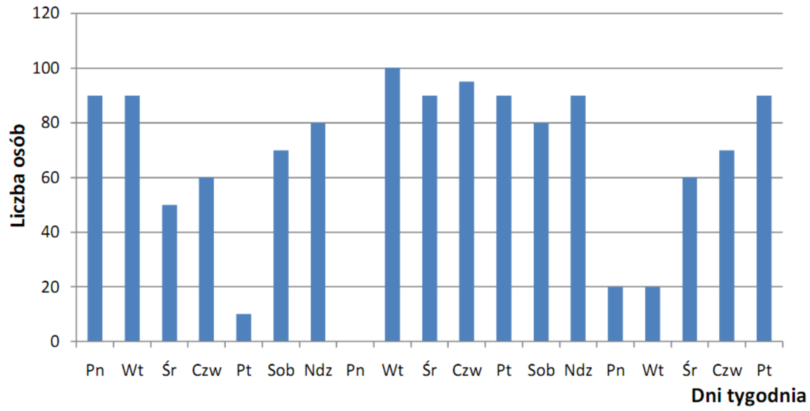
a) Ile sekund zajmuje wahadłu powrót do pionu od maksymalnego wychylenia?

b) Ile sekund minie od maksymalnego wychylenia wahadła w prawo do maksymalnego wychylenia w lewo?

Polskie Towarzystwo Matematyczne realizuje projekt "Wespół w zespół z Matematyką bez Granic" współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Rozwiązania oraz schemat oceniania zestawu Rozwiążmy razem „Wielofunkcyjny zegarek”

Zadanie 1. Niech żyją wakacje (10 punktów)



Oto wykres liczby osób przychodzących na plażę pewnego ośrodka wypoczynkowego:

a) Jak sadzisz, kiedy była słoneczna pogoda a kiedy padał deszcz?

b) Kiedy mogła nastąpić zmiana turnusu?

c) W który piątek zorganizowano turnieje sportowe i zabawę taneczną w ośrodku, jeśli w każdy piątek była słoneczna pogoda

d) Ilu co najmniej wczasowiczów było na pierwszym turnusie, a ilu na drugim turnusie?

Rozwiązanie:

a) Można sądzić, że słoneczna pogoda była w pierwszy poniedziałek, wtorek, sobotę, niedzielę i drugi wtorek, aż do niedzieli, oraz trzeci czwartek i piątek. Deszcz padał w pierwszy piątek, drugi poniedziałek oraz trzeci poniedziałek i wtorek .

b) Zmiana turnusu nastąpiła w drugi poniedziałek

c) Turnieje sportowe zorganizowano w pierwszy piątek

d) Na pierwszym turnusie było co najmniej 90 osób, a na drugim było ich co najmniej 100.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Poprawne przetłumaczenie	2
B	Podanie poprawnych odpowiedzi w języku polskim	4
C	Poprawne przetłumaczenie rozwiązania na język obcy	4

Exercise 1. Viva Holidays! (10 points)

Solution:

a) It can be deduced that the sunny weather was on the first Monday, Tuesday, Saturday, Sunday and on the second Tuesday until Sunday and also on the third Thursday and the third Friday. It was raining on the first Friday, the second Monday, the third Monday and the third Tuesday.

b) Second Monday

c) First Friday

d) In the first batch of people there were at least 90 persons and in the second one at least 100 persons.

Points:

Acctivity	Stages of solution	Points
A	Correct translation	2
B	Giving correct answers in Polish language	4
C	Correct translation of solution into English language.	4

Esercizio 1. Viva Le Vacanze (10 punti)

Soluzione:

a) Possiamo credere che faceva bello il primo lunedi, e poi martedi, sabato, domenicae secondo martedi, fino a domenica, nonché terzo givedi e venerdi. Pioveva il primo venerdi, secondo lunedi e terzo lunedi e martedi.

b) Secondo lunedi

c) Primo venerdi

d) Al primo turno erano almeno 90 persone ed al secondo almeno 100.

Punteggio:

Numero dell'attività	Tappe della soluzione dell'esercizio	Numero di punti
A	Traduzione corretta	2
B	Risposte giuste nella lingua polacca	4
C	Traduzione corretta della soluzione nella lingua straniera	4

Polskie Towarzystwo Matematyczne realizuje projekt "Wespół w zespół z Matematyką bez Granic"
współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Aufgabe 1. Es Leben Sommerferien! (10 Punkte)

Lösung:

a) Man kann annehmen, dass ein sonniges Wetter am ersten Montag, Dienstag, Samstag, Sonntag und am zweiten Dienstag, bis zum Sonntag, und am dritten Donnerstag und Freitag war. Es regnete am ersten Freitag, zweiten Montag und dritten Montag und Dienstag.

b) Am zweiten Dienstag.

c) Am ersten Freitag.

d) Im ersten Turnus waren mindestens 90 Personen, und im zweiten Turnus mindestens 100.

Punktwertung:

Tätigkeits nummer	Etappen der Aufgabenlösung	Punktenzahl
A	Richtige Übersetzung	2
B	Angabe der richtigen Antworten in Polnisch	4
C	Richtige Übersetzung der Lösung in eine Fremdsprache	4

Exercice 1. Vive Les Vacances (10 points)

Solution:

a) On peut croire qu'il faisait soleil le premier lundi, mardi, samedi, dimanche et le deuxième mardi jusqu'au dimanche aussi bien que le troisième jeudi et vendredi. Il pleuvait le premier vendredi, le deuxième lundi et le troisième lundi et mardi.

b) Le deuxième lundi

c) Le premier vendredi

d) Il y a eu au moins 90 personnes lors du premier séjour et au moins 100 pour le deuxième.

verticalement: *le nombre de personnes*

horizontalement: *lun. mar. mer. jeu. ven. sam. dim. lun. mar. mer. jeu. ven. sam. dim. lun. mar. mer. jeu. ven. sam.*

jours de la semaine

Pointage:

Activité	Solution étape par étape	Nombre de points
A	Traduction correcte	2
B	Réponse correcte en langue polonaise	4
C	Traduction correcte de la solution en langue étrangère	4

Tarea 2. ¡Que Vivan Las Vacaciones! (10 puntos)

Solución:

a) Se puede pensar que hacía buen tiempo el primer lunes, martes, sabado, domingo y segundo martes hasta el domingo, así como tercer jueves y viernes. Llovía el primer viernes, el segundo lunes, también el tercer lunes y martes

b) Segundo lunes

c) Primer viernes

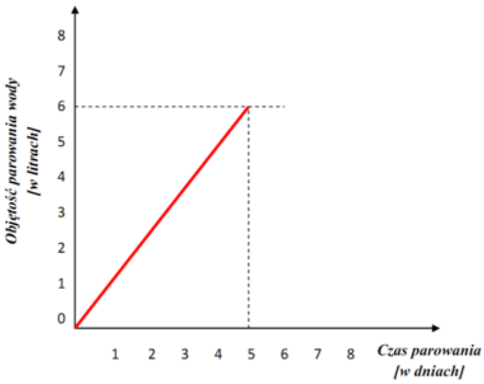
d) En el primer turno había por lo menos 90 personas, y en el segundo por lo menos 100.

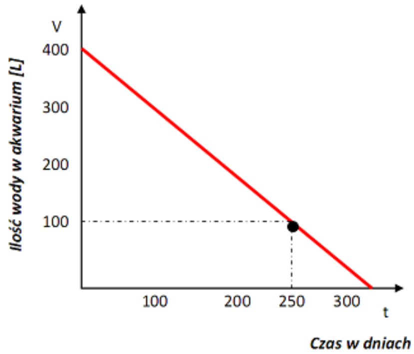
Puntuación:

Número de la actividad	Etapas de la solución de la tarea	Puntos
A	Traducción correcta	2
B	Respuestas adecuadas en polaco	4
C	Traducción correcta de la solución en la lengua extranjera	4

Zadanie 2. Parujące akwarium (5 punktów)

Rozwiązanie:





Odp. Miejsce zerowe tej funkcji to liczba, która oznacza, po ilu dniach woda wyparuje z akwarium, jeśli nie będziemy jej dolewali.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Sporządzenie wykresu funkcji - a	2
B	Sporządzenie wykresu funkcji - b	2
C	Interpretacja miejsca zerowego funkcji - b	1

Zadanie 3. Smaczna pieczeń (5 punktów)

Rozwiązanie:

a) Aby upiec 2,5 kg mięsa trzeba go trzymać w piekarniku przez $5{\cdot}20+15$minut, czyli 115minut = 1h i 55minut. Aby mięso było gotowe na godzinę 17^{00} należy włożyć je do piekarnika o godzinie 15^{05}

b) 1h 35 minut= 95 minut

$95 - 15 = 80$[minut]

Na każdy 1 kg mięsa trzeba przeznaczyć 40 minut ($2{\cdot}20$minut) czyli na 2 kg potrzeba 80 minut

c) 1kg mięsa pieczemy przez 40 minut

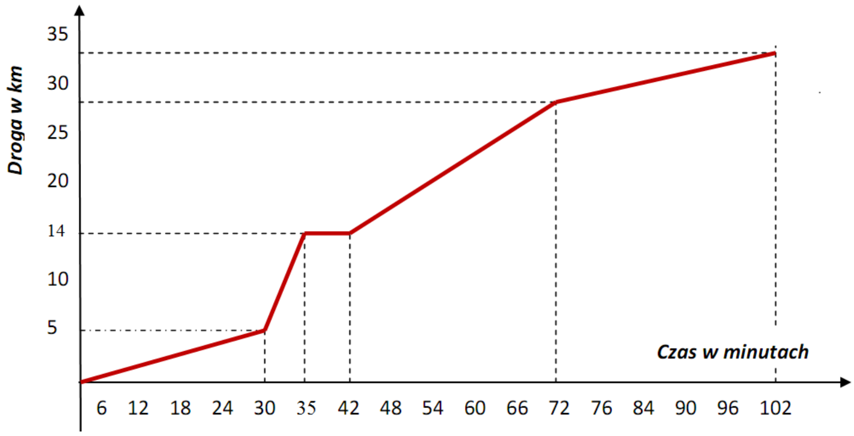
y - czas pieczenia mięsa w minutach
x - ilość mięsa w kg
$y= 40x+15$

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie czasu pieczenia mięsa – a	1
B	Podanie czasu włożenia mięsa do piekarnika – a	1
C	Obliczenie wagi mięsa – b	1
D	Zapisanie wzoru funkcji – c	2

Zadanie 4. Podróż Agnieszki (5 punktów)

Rozwiązanie:



Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Sporządzenie odpowiedniego wykresu-	5

Zadanie 5. Bolek, Lolek i Tola (5 punktów)

Rozwiązanie:

Skoro Lolek i Tola przejechali 2 km w 15 minut to ich prędkość była równa
$v_1 = \frac{2}{\frac{1}{4}} km/h = 8km/h.$

Bolek przejechał 1 km w 5 minut, więc jego prędkość to
$v_2 = \frac{1}{\frac{1}{12}} km/h = 12km/h.$

Wiadomo, że $s = v \cdot t$, więc $8 \cdot \left(\frac{1}{4} + x\right) = 12 \cdot x$,

gdzie $\boldsymbol{x}$ jest czasem, w jakim Bolek dogoni przyjaciół.

Rozwiązaniem jest $x = \frac{1}{2} h = 30min.$

Obliczamy drogę $s = \frac{1}{5} \cdot 30$ =6[km].

Odp. Bolek dogoni Tolę i Lolka po 30 minutach w odległości 6km od domu

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie prędkości v_1	1
B	Obliczenie prędkości v_2	1
C	Ułożenie równania	1
D	Obliczenie czasu t	1
E	Obliczenie drogi s	1

Zadanie 6. Podróż Pana Nowaka (4 punkty)

Rozwiązanie:

a) $\mathbf{x = 200km}$

$y = -0{,}05 \cdot 200 + 45$

$y = 35$

Odp: W baku zostanie 35l .

b) Bak jest pełny, gdy ilość przejechanych kilometrów jest równa 0

czyli $y = -0{,}05 \cdot 0 + 45$

$y = 45$

Odp: Bak samochodu ma pojemność 45l.

c) Gdy bak stanie się pusty , czyli $y = 0$

to samochód przejedzie maksymalną ilość kilometrów.

$y = 0$

$0 = -0{,}05x + 45$

$0{,}05x = -45$

$x = 900$

Odp: Ilość benzyny w baku wystarczy na przejechanie 900km.

d) $y = -0{,}05x + 45$

$0{,}05x = 45 - y / : 0{,}05$

$x = 900 - 20y$

$x = -20y + 900$

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie pozostałej ilości paliwa	1
B	Obliczenie pojemności baku	1
C	Obliczenie maksymalnej ilości kilometrów, które można przejechać	1
D	Przekształcenie wzoru	1

Zadanie 7. Kamykowa górka (6 punktów)

Rozwiązanie:

1 dzień $1 \quad = 1 \quad = \quad 2 \cdot 1 - 1$
2 dzień $1 + 2 \quad = 3 \quad = \quad 2 \cdot 2 - 1$
3 dzień $3 + 2 \quad = 5 \quad = \quad 2 \cdot 3 - 1$
4 dzień $5 + 2 \quad = 7 \quad = \quad 2 \cdot 4 - 1$
7dzień $11 + 2 \quad = 13 \quad = \quad 2 \cdot 7 - 1$
x dzień $= \quad 2 \cdot x - 1$
$2n - 1 \leftarrow$ kolejne liczby nieparzyste

Tabela

Dzień	1	2	3	4	5	6	7	.....	n
Liczba kamyków położonych danego dnia	1	3	5	7	9	11	13		2n-1
Łączna liczba kamyków na górce	1	4	9	16	25	36	49		n^2

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Ustalenie zależności, że liczba kamyków to kolejne liczby nieparzyste	2
B	Ułożenie tabeli	2
C	Ustalenie, ile kamyków będzie siódmego dnia	1
D	Ustalenie, ile kamyków będzie n-tego dnia	1

Zadanie 8. Malowanie hali sportowej (5 punktów)

Rozwiązanie:

Oznaczmy:
x – liczba zatrudnionych malarzy
y – liczba dni potrzebnych na wykonanie pracy
Wielkości x i y są odwrotnie proporcjonalne, mamy więc następujący układ równań

$$\begin{cases} xy = (x + 3)(y - 9) \\ xy = (x - 1) \cdot 1{,}25y \end{cases}$$

Po rozwiązaniu otrzymujemy: $\begin{cases} y = 24 \\ x = 5 \end{cases}$

Odp: Zatrudniono 5 malarzy, którzy są w stanie ukończyć pracę w ciagu 24dni.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Oznaczenie niewiadomych	1
B	Ułożenie układu równań	2
C	Poprawne rozwiązanie układu równań	2

Zadanie 9. Rachunki domowe (3 punkty)

Rozwiązanie:

W ciagu doby zużycie wody wyniesie :

$$Q_{śr} = 5 \cdot 100 + 330$$

$$Q_{śr} = 830l = 0{,}83m^3$$

W ciagu roku (356 dni)zużycie wody wyniesie :

$$Q = 0{,}83 \cdot 365 = 302{,}95m^3$$

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie dobowego zużycia wody w litrach	1
B	Obliczenie dobowego zużycia wody w m^3	1
C	Obliczenie rocznego zużycia wody w m^3	1

Zadanie 10. Wahadło (2 punkty)

Rozwiązanie:

a) Powrót wahadła do pionu od maksymalnego wychylenia zajmuje wahadłu 2,5s

b) Od maksymalnego wychylenia wahadła w prawo do maksymalnego wychylenia w lewo minie 5s

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Podanie poprawnej odpowiedzi w podpunkcie a	1
B	Podanie poprawnej odpowiedzi w podpunkcie b	1

Pakiet G-3.3 „Płaszczaki”

I Treści merytoryczne:

- własności figur płaskich,
- pola i obwody wielokątów,
- długość okręgu i pole koła,
- twierdzenie Pitagorasa,
- własności miar w praktyce.

II Cele szczegółowe:

- utrwalenie znajomości własności figur płaskich,
- kształtowanie sprawności obliczania pól i obwodów poznanych wielokątów,
- kształcenie sprawności obliczania długości okręgu i pole koła,
- zastosowanie twierdzenia Pitagorasa w zadaniach rachunkowych,
- wykorzystanie własności miar w praktyce.

III Metody i formy pracy:

- praca w grupach,
- burza mózgów,
- meta – plan,
- mapa myśli.

IV Przebieg zajęć:

Spotkanie 1: „Ćwiczenia otwierające” (1 godzina lekcyjna)

1. Sprawy organizacyjne (sprawdzenie obecności).
2. Podział uczniów na zespoły zadaniowe (grupy 4 - 5 osobowe).
3. Wybór liderów, sekretarzy, asystentów poszczególnych grup (zespoły zadaniowe w innym składzie niż na poprzednich spotkaniach).
4. Praca w grupach: każdy zespół wymyśla dla siebie nazwę (związaną z matematyką, działaniami społecznymi, historycznymi lub współczesnymi postaciami świata odkryć, dokonań naukowych) oraz **logo** zespołu.
5. Przedstawienie nazw i logo przez poszczególne grupy.
6. Rozdanie każdej z grup zestawów ćwiczeń otwierających oraz materiałów potrzebnych do rozwiązywania zadań.
7. Przedstawienie i porównanie rozwiązań zadań przez przedstawicieli grup.
8. Zebranie kart z rozwiązaniami.

Polskie Towarzystwo Matematyczne realizuje projekt "Wespół w zespół z Matematyką bez Granic"
współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

9. Podsumowanie zajęć.
10. Zakończenie zajęć.

Uwaga: Rozwiązania poszczególnych zadań uczniowie powinni zapisywać na oddzielnych kartkach, podpisanych nazwą zespołu i oznakowanych poprzez logo. Materiały dla uczniów stanowi pierwsza strona dokumentu Ćwiczenia otwierające.

Bibliografia do zestawu ćwiczeń otwierających:

[1] Bogusz L., Zarzycki P., *Łamigłówki logiczne*, GWO, Gdańsk, 2007 (zad.1)
[2] Bobiński Z., Nodzyński P., *Koło matematyczne w gimnazjum*, Wydawnictwo Aksjomat, Toruń, 2010 (zad.2)
[3] Bobiński Z., w zespole, *Matematyka z wesołym kangurem*, Wydawnictwo Aksjomat, Toruń, 2008 (zad.3, zad.4)

Spotkanie 2: „Rozwiążmy razem” (2 godziny lekcyjne)

1. Uczniowie siadają we wcześniej ustalonych zespołach zadaniowych.
2. Nauczyciel rozdaje jeden egzemplarz zestawu zadań „Rozwiążmy razem”.
3. Uczniowie dokonują podziału, która grupa będzie rozwiązywała dane zadanie. Zestaw zadań uczniowie powinni pociąć i rozdzielić zadania do odpowiednich grup.
4. Każda grupa rozwiązuje zadania samodzielnie. Po rozwiązaniu zadania uczniowie redagują odpowiedź na karcie odpowiedzi (kartka formatu A4).
5. Jeżeli dany zespół zadaniowy zakończy pracę, to jej członkowie powinni przyłączyć się i pomóc w rozwiązywaniu zadań innym grupom.
6. Nauczyciel zbiera karty z rozwiązanymi zadaniami.
7. Zakończenie zajęć.

Bibliografia do zestawu rozwiążmy razem:

[1] Bobiński Z., Nodzyński P., *Koło matematyczne w gimnazjum*, Wydawnictwo Aksjomat, Toruń, 2010 (zad.1)
[2] Bobiński Z. w zespole, *Koło matematyczne w gimnazjum*, Wydawnictwo Aksjomat, Toruń, 2010 (zad.6, zad.8)
[3] Bogusz L., Zarzycki P., *Łamigłówki logiczne*, GWO, Gdańsk, 2007 (zad.4)
[4] Braun M., Lech J., *Matematyka 3, zbiór zadań do gimnazjum*, GWO, Gdańsk, 2008 (zad.2)
[5] Chodnicki J., w zespole, *Zadania dla klasy 7 szkoły podstawowej*, WSiP, Warszawa 1996 (zad.2, zad 7)
[6] Krawcewicz Z., w zespole, *Matematyka dla zreformowanego gimnazjum*, Wydawnictwo Rea, Warszawa, 1999 (zad.3)
[7] Paczesna W., *Matematyka Nowej Ery dla klasy 3*, Wydawnictwo nowa Era, Warszawa, 2004(zad.4, zad.5)
[8] Paczesna W., Mostowski K., *Matematyka Nowej Ery*, Wydawnictwo Nowa Era, Warszawa 2003 (zad.3,)
[9] Palczewska - Groth D., w zespole, *Potrafię obliczyć*, Wydawnictwo Seneka, Sopot 2009 (zad10)

Spotkanie 3. „Ćwiczenia podsumowujące” (1 godzina lekcyjna)

1. Nauczyciel rozdaje poprawione i wypunktowane karty pracy zespołom zadaniowym.
2. Liderzy poszczególnych grup prezentują rozwiązania zadań.
3. Nauczyciel ocenia pracę zespołów zadaniowych (pozytywne wzmocnienie).
4. Podsumowanie zajęć

Uwaga: Karty odpowiedzi uczniów z zestawu „Rozwiążmy razem” będą stanowić załącznik do raportu z realizacji zajęć.

Spotkanie 1: Ćwiczenia otwierające „Płaszczaki”

Exercise 1. Cafe and Tea (10 points)

Editorial Board of „Life and Modernity” decided to make the statistical-scientific research of coffee and tea consumption in Warsaw. To achieve this aim some delegated reporter gave a comprehensive report saying that:

- He was conversing with 100 consumers.
- 78 of them drink coffee.
- 71 of them drink tea.
- 48 of asked persons drink coffee and tea.

Nobody believed in this report and it wasn’t never published. Why?

Aufgabe 1. Kaffee und Tee (10 Punkte)

Die Redaktion von „Leben und Modernität” beschloss, eine statistisch-wissenschaftliche Forschung über den Kaffee- und Teeverbrauch in Warschau durchzuführen. Ein zu diesem Zweck delegierter Journalist legte einen ausführlichen Bericht vor, aus dem resultierte, dass:

- Er mit 100 Konsumenten sprach.
- 78 von ihnen Kaffee trinken.
- 71 von ihnen Tee trinken.
- 48 Gesprächspartner Kaffee und Tee trinken.

Niemand hat daran geglaubt und der Bericht erschien nicht. Warum?

Esercizio 1. Caffè e tè (10 punti)

La redazione della „Vita moderna” ha deciso di organizzare la ricerca statistica concernente la consumazione del caffè e del tè a Varsavia. Il giornalista mandato per questo scopo ha fatto un gran rapporte del duale risulta che:

- Ha parlato con 100 consumatori
- Il caffè è bevuto da 78 di loro
- Il tè bevono 71 clienti
- Il tè e il caffè sono bevuti da 48 interlocutori.

Nessuno non ci ha creduto e il rapporto non è stato mai stampato. Perché?

Tarea 1. Café y té (10 puntos)

La redacción de „La vida y la modernidad” decidió de realizar las investigaciones estadístico-cientificas sobre el consumo del café y del té en Varsovia. El periodista delegado por esto, presentó un informe detallado del cuál resultaba que:

- Hablaba con 100 consumidores
- Café suelen beber 78 de ellos
- Té suelen beber 71 de ellos
- Café y té suelen beber 48 de sus interlocutores.

Nadie se lo creyó y el informe no fue publicado. ¿Por qué?

Zadanie 2. Przy okrągłym stole (4 punkty)

Okrągły stół o średnicy 2m przykryty został kwadratowym obrusem o długości boku 2,5m. Środek blatu stołu pokrywa się ze środkiem obrusa. Jaka jest różnica pomiędzy odległościami od podłogi najniżej i najwyżej położonego punktu na brzegu obrusa?

Zadanie 3. Zginana kartka (2 punkty)

Zginając kartkę 5 razy wzdłuż długości i 4 razy wzdłuż szerokości otrzymano kwadrat. Obwód nie zagiętej kartki wynosi 378cm. Jaka jest szerokość kartki?

Zadanie 4. Wskazówki zegara (2 punkty)

Ile razy szybciej porusza się minutowa wskazówka zegara niż wskazówka godzinowa?

Rozwiązania oraz schemat punktacji zestawu ćwiczeń otwierających „Płaszczaki”

Zadanie 1. Kawa i herbata (10 punktów)

Redakcja „Życia i nowoczesności” postanowiła przeprowadzić statystyczno-naukowe badanie konsumpcji kawy i herbaty w Warszawie. Delegowany do tego celu dziennikarz złożył obszerne sprawozdanie, z którego wynikało, że:

- Rozmawiał ze 100 konsumentami
- Kawę pija 78 z nich
- Herbatę pija 71 z nich
- Kawę i herbatę pije 48 rozmówców.

Nikt temu nie uwierzył i sprawozdanie nie ukazało się w druku. Dlaczego?

Rozwiązanie:

Tylko kawę pije 30 konsumentów (78- 48), tylko herbatę 23 (71- 48). Zatem wszystkich konsumentów powinno być $30+23+48=101$. Dziennikarz zaś podał liczbę 100.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Poprawne przetłumaczenie	2
B	Właściwe rozwiązanie w języku polskim	2
C	Uzasadnienie w języku polskim	2
D	Poprawne przetłumaczenie rozwiązania na język obcy	4

Exercise 1. Cafe and Tea (10 points)

Solution:

30 consumers drink only coffee (78 - 48), 23 only tea (71 - 48). Thus, the number of all consumers should be: $30+23+48=101$, but the reporter gives the number 100.

Points:

Activity	Stages of Solution	Points
A	Correct translation	2
B	Right solution in Polish	2
C	Argumentation in Polish	2
D	Correct translation of solution in foreign language	4

Aufgabe 1. Kaffee und Tee (10 Punkte)

Lösung:

Nur Kaffee trinken 30 Konsumenten (78- 48), nur Tee 23 (71- 48). Folglich soll es $30+23+48=101$ Konsumenten geben. Der Journalist gab dagegen die Zahl 100 an.

Punktwertung:

Tätigkeits nummer	Etappen der Aufgabenlösung	Punktenzahl
A	Richtige Übersetzung	2
B	Richtige Lösung in Polnisch	2
C	Begründung im Polnischen	2
D	Richtige Übersetzung der Lösung in eine Fremdsprache	4

Esercizio 1. Caffè e tè (10 punti)

Soluzione:

Il caffè solo viene bevuto da 30 consumatori (78- 48), solo il tè bevono 23 (71- 48). Allora tutti I consumatori devono essere 30 + 23 + 48 = 101. Il giornalista invece ha dato la cifra 100.

Punteggio:

Numero dell'attività	Tappe della soluzione dell'esercizio	Numero di punti
A	Traduzione corretta	2
B	Soluzione corretta nella lingua polacca	2
C	Giustificazione nella lingua polacca	2
D	Traduzione corretta della soluzione nella lingua straniera	4

Tarea 1. Café y té (10 puntos)

Solución:

Sólo café beben 30 consumidores (78-48), sólo té beben 23 de ellos (71- 48). Entonces todos los consumidores deben ser: 30+ 23 + 48 = 101. Pero el periodista presentó la cantidad de 100 personas.

Puntuación:

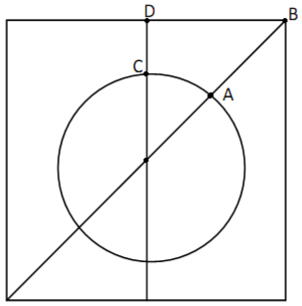
Número de la actividad	Etapas de la solución de la tarea	Puntos
A	Traducción correcta en polaco	2
B	Solución adecuada de la tarea en polaco	2
C	Motivación en polaco	2
D	Traducción correcta de la solución en la lengua extranjera	4

Polskie Towarzystwo Matematyczne realizuje projekt "Wespół w zespół z Matematyką bez Granic"
współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Zadanie 2. Przy okrągłym stole (4 punkty)

Rozwiązanie:

Przyjmijmy oznaczenia jak na rysunku:



Należy obliczyć różnice długości odcinków AB i CD;

Mamy: $|AB| = \frac{1}{2}\left(2{,}5\sqrt{2} - 2\right) = \frac{2{,}5\sqrt{2}}{2} - 1$

$|CD| = \frac{1}{2}(2{,}5 - 2) = \frac{1}{4}$

Stąd: $|AB| - |CD| = \frac{2{,}5\sqrt{2}}{2} - 1 - \frac{1}{4} = \frac{5\sqrt{2}-5}{4}$

Przyjmując, że $\sqrt{2} \approx 1{,}41$ mamy:

$\frac{5\sqrt{2}-5}{4} \approx \frac{5 \cdot 1{,}41 - 5}{4}$=0,5125[m]= 51,25[cm]

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Wykonanie rysunku	1
B	Obliczenie długości $|AB|$	1
C	Obliczenie długości $|CD|$	1
D	Obliczenie długości $|AB| - |CD|$	1

Zadanie 3. Zginana kartka (2 punkty)

Rozwiązanie:

a – długość
b – szerokość
a + b = 189 [cm]
a zgięte 5 razy
b zgięte 4 razy
a + b – 9 razy
189: 9 = 21
Odp: Szerokość kartki b= 4· 21 = 84 [cm]

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Oznaczenie zgięć	1
B	Obliczenie długości szerokości	1

Zadanie 4. Wskazówki zegara (2 punkty)

Rozwiązanie:

W ciągu godziny wskazówka minutowa zakreśli kąt $360°$,

a wskazówka godzinowa kąt $\frac{1}{12} \cdot 360° = 30°$ $360° : 30° = 12$

Odp. Wskazówka minutowa porusza się 12 razy szybciej od godzinowej.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Określenie kątów wskazówek	1
B	Obliczenie krotności poruszania się wskazówek	1

Polskie Towarzystwo Matematyczne realizuje projekt "Wespół w zespół z Matematyką bez Granic"
współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Spotkanie 2: Rozwiążmy razem - „Płaszczaki"

Aufgabe 1. Holzfäller (10 Punkte)

Fünf Holzfäller hacken fünf Baumstümpfe in fünf Minuten. Wie viele Holzfäller hacken zehn Baumstümpfe in zehn Minuten?

Exercise 1. Wood-cutters (10 points)

Five wood-cutters cut five trunks within five minutes. How many wood-cutters will cut ten trunks during ten minutes?

Esercizio 1. I boscaioli (10 punti)

Cinque boscaioli tagliano cinque tronchi durante cinque minuti. Quanta boscaioli possano tagliare dieci tronchi durante dieci minuti?

Exercice 1. Bûcherons (10 points)

Cinq bûcherons coupent cinq troncs en cinq minutes. Combien de bûcherons couperont dix troncs en dix minutes?

Tarea 1. Leñadores (10 puntos)

Cinco leñadores cortan cinco tocones en cinco minutos. ¿Cuántos leñadores cortarán diez tocones en diez minutos?

Zadanie 2.Wypas kozy (4 punkty)

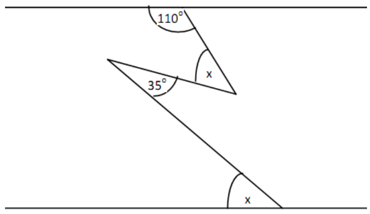
Andrzej i Bogdan mieli uwiązać kozę na zewnątrz płotu odgradzającego warzywniak od pastwiska. Warzywniak ma wymiary 4m x 7m, a sznurek ma długość 4m. Andrzej zaproponował przywiązanie kozy w punkcie A, będącym wierzchołkiem warzywniaka, a Bogdan w punkcie B. Która propozycja jest dla kozy korzystniejsza?

Zadanie 3. Cztery słoiki (4 punkty)

Jaka powinna być najmniejsza średnica garnka, aby zmieściły się w nim (jeden obok drugiego) 4 jednakowe słoiki, każdy o średnicy 10cm?

Zadanie 4. Stary wilk morski (3 punkty)

Oto droga, którą przebył stary wilk morski Mateusz, kiedy przekraczał ulicę, wracając wieczorem z łajby. Ile wynosi miara kąta x?



Zadanie 5. Praca stolarza (4 punkty)

Z prostokątnego blatu stołu o wymiarach 12dm na 6dm stolarz wyciął kwadratowy blat stołu o boku 8dm, przy czym wykonał tylko jedno sklejenie wzdłuż linii prostej. Jak to stolarz zrobił? Wykonaj odpowiednie rysunki.

Zadanie 6. Biegające mrówki (6 punktów)

Na podwórku stały dwie jednakowe beczki o przekroju kołowym. Dwie mrówki stojące przy jednej z nich chciały je obiec najkrótszą drogą i wrócić do miejsca, z którego wyruszyły. Pierwsza pobiegła tak, że jej trasa tworzyła „ósemkę", druga tak, że jej trasa nie przecinała się ze sobą. Stosunek długości dróg przebytych przez te mrówki po łukach okręgów jest równy 1,5. Ile jest równy stosunek długości dróg przebytych po odcinkach prostej?

Zadanie 7. Ogród królewski (6 punktów)

Ogród królewski w Kwadratolandii ma 44 bramy. Brama główna leży w centrum Deltoigrodu-stolicy królestwa. By dojść do drugiej bramy należy przejść 1600m na wschód i 1200m na północ od bramy głównej. Trzecia brama leży 1200m na północ i 0,5km na zachód od bramy drugiej. Czwarta brama leży 1,5km na południe i 800m na zachód od bramy trzeciej. Jak daleko jest od bramy głównej do bramy czwartej w linii prostej?

Zadanie 8. Działka ogrodnicza (3 punkty)

Działkę ogrodniczą w kształcie trójkąta o podstawie 99m i wysokości 88m zamieniono na działkę kwadratową o tym samym polu. Nową działkę ogrodzono. Oblicz długość płotu.

Zadanie 9. Dmuchawce-latawce (4 punkty)

Dwaj chłopcy zbudowali z kolorowej folii dwa latawce w kształcie deltoidu o przekątnych 80cm i 1,4m. Doczepili do każdego z nich ogony z folii- wstążki o długości 1m i szerokości 8cm. Ile metrów kwadratowych folii zużyli chłopcy na budowę latawców?

Zadanie 10. Ekologiczny basen (6 punktów)

Na rogach kwadratowego basenu rosną drzewa. Właściciel chce powiększyć dwukrotnie powierzchnię basenu nie przesadzając drzew i nie zmieniając jego kształtu. Jak rozwiązać ten problem? Rozwiązanie przedstaw na rysunku.

Polskie Towarzystwo Matematyczne realizuje projekt "Wespół w zespół z Matematyką bez Granic"
współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Rozwiązania oraz schemat oceniania zestawu
Rozwiążmy razem – „Płaszczaki"

Zadanie 1. Drwale (10 punktów)

Pięciu drwali rąbie pięć pieńków w ciągu pięciu minut. Ilu drwali porąbie dziesięć pieńków w ciągu dziesięciu minut?

Rozwiązanie:

5 drwali rąbie 5 pieńków w ciągu 5 minut, więc 1 drwal rąbie 1 pieniek w ciągu 5 minut. Tak więc 1 drwal rąbie 2 pieńki w ciągu 10 minut, a 5 drwali rąbie 2 pieńki w ciągu 10 minut.
Odp. W ciągu 10 minut 10 pieńków porąbie pięciu drwali.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Poprawne przetłumaczenie	2
B	Właściwe rozwiązanie w języku polskim	2
C	Uzasadnienie w języku polskim	2
D	Poprawne przetłumaczenie rozwiązania na język obcy	4

Exercise 1. Wood-cutters (10 points)

Solution:

5 wood-cutters cut 5 trunks within 5 minutes, so 1 wood-cutter cuts 1 trunk within 5 minutes. Thus, 1 wood-cutter cuts 2 trunks during 10 minutes, and 5 wood-cutters cut 10 trunks during 10 minutes.
Answer: Five wood-cutters will cut 10 trunks within 10 minutes.

Points:

Activity	Stages of Solution	Points
A	Correct translation	2
B	Right solution in Polish	2
C	Argumentation in Polish	2
D	Correct translation of solution in foreign language	4

Exercice 1. Bûcherons (10 points)

Solution:

Cinq bûcherons coupent 5 troncs en 5 minutes, donc un bûcheron en coupe 1 en 5 minutes. Ainsi 1 bûcheron coupe-t-il 2 troncs en 10 minutes et 5 bûcherons en coupent 2 en 10 minutes.
Réponse: Cinq bûcherons couperont 10 troncs en 10 minutes.

Pointage:

Numéro de l'activité	Solution étape par étape	Nombre de points
A	Traduction correcte de l'exercice	2
B	Solution correcte en polonais	2
C	Justification en polonais	2
D	Traduction correcte de la solution en langue étrangère	4

Aufgabe 1. Holzfäller (10 Punkte)

Lösung:

5 Holzfäller hacken 5 Baumstümpfe innerhalb 5 Minuten, also 1 Holzfäller hackt 1 Baumstumpf innerhalb5 Minuten. Also 1 Holzfäller hackt 2 Baumstümpfe innerhalb 10 Minuten und 5 Holzfäller hacken 2 Baumstümpfe innerhalb10 Minuten.
Antwort: Innerhalb10 Minutenhacken fünf Holzfäller 10 Baumstümpfe.

Punktwertung:

Tätigkeits nummer	Etappen der Aufgabenlösung	Punktenzahl
A	Richtige Übersetzung	2
B	Richtige Lösung in Polnisch	2
C	Begründung im Polnischen	2
D	Richtige Übersetzung der Lösung in eine Fremdsprache	4

Esercizio 1. I boscaioli (10 punti)

Soluzione:

5 boscaioli tagliano 5 tronchi durante 5 minuti, allora 1 boscaiolo taglia 1 tronco durante 5 minuti. Cosi 1 boscaiolo taglia 2 tronchi durante 10 minuti, e 5 boscaioli tagliano 2 tronchi durante 10 minuti.
Risposta: Durante 10 minuti 10 tronchi saranno tagliati da cinque boscaioli.

Punteggio:

Numero dell'attività	Tappe della soluzione dell'esercizio	Numero di punti
A	Traduzione corretta	2
B	Soluzione corretta nella lingua polacca	2
C	Giustificazione nella lingua polacca	2
D	Traduzione corretta della soluzione nella lingua straniera	4

Polskie Towarzystwo Matematyczne realizuje projekt "Wespół w zespół z Matematyką bez Granic"
współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Tarea 1. Leñadores (10 puntos)

Solución:

Cinco leñadores cortan cinco tocones en cinco minutos, pues un leñador corta un tocón en 5 minutos. Entonces, un leñador corta dos tocones en 10 minutos y cinco leñadores cortan 2 tocones en 10 minutos.

Respuesta. En 10 minutos, 10 tocones cortarán cinco leñadores.

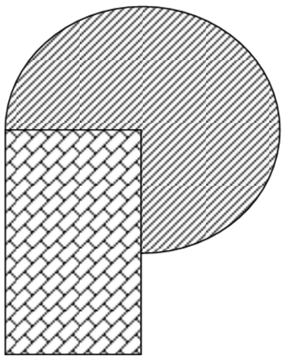
Puntuación:

Número de la actividad	Etapas de la solución de la tarea	Puntos
A	Traducción correcta	2
B	Solución adecuada de la tarea en polaco	2
C	Motivación en polaco	2
D	Traducción correcta de la solución en la lengua extranjera	4

Zadanie 2. Wypas kozy (4 punkty)

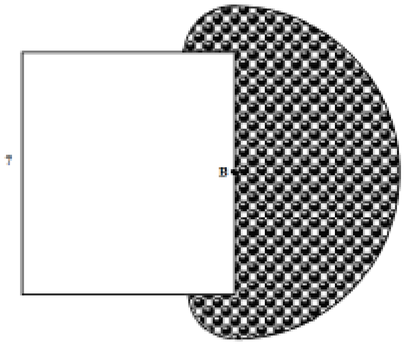
Rozwiązanie:

Koza uwiązana w punkcie A może skubać trawę na obszarze równym ¾ pola koła o promieniu 4



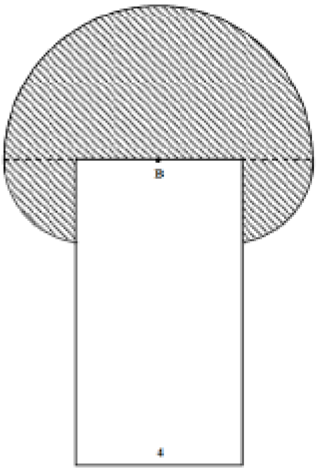
$S = \frac{3}{4} \cdot \pi \cdot 4^2 = 12\pi$

Jeśli koza będzie wiązana w środku boku prostokąta warzywniaka, to w zależności, czy jest to bok dłuższy czy krótszy mamy następujące wyniki:



a) Środek znajduje się w połowie dłuższego boku

Obszar, który wypasie koza składa się z półkola o promieniu 4 oraz dwóch ćwiartek koła o promieniu 0,5 tzn.



$S = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 4^2 + \frac{1}{2}\pi \cdot (\frac{1}{2})^2 = 8\pi + \frac{1}{8}\pi = 8\frac{1}{8}\pi$

b) Środek znajduje się w połowie krótszego boku

Obszar składa się z półkola o promieniu 4 oraz dwóch ćwiartek koła o promieniu 2

Zatem

$S = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 4^2 + \frac{1}{2}\pi \cdot 2^2 = 10\pi$

W każdym przypadku wynika, że najkorzystniejsze jestwiązanie kozy w wierzchołku A

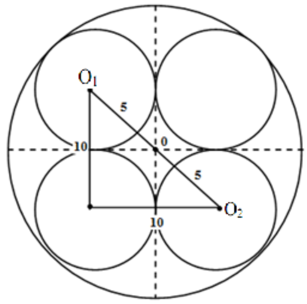
Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie obszaru skubania trawy przez kozę z punktu A	1
B	Obliczenie obszaru skubania trawy przez kozę z punktu B	2
C	Podanie prawidłowej odpowiedzi, wynikającej z porównania wyników	1

Zadanie 3.Cztery słoiki (4 punkty)

Rozwiązanie:

Przyjmijmy oznaczenia jak na rysunku:



Średnica garnka wyniesie:

$2 \cdot 5 + |O_1O_2| = 10 + 10\sqrt{2} \approx 10 + 10 \cdot 1{,}41 = 24{,}2cm$

Przybliżenie $\sqrt{2}$ musi być wzięte z nadmiarem, albowiem słoiki nie zmieściłyby się wtedy w garnku.

Odp. Najmniejsza średnica garnka powinna mieć 24,2cm.

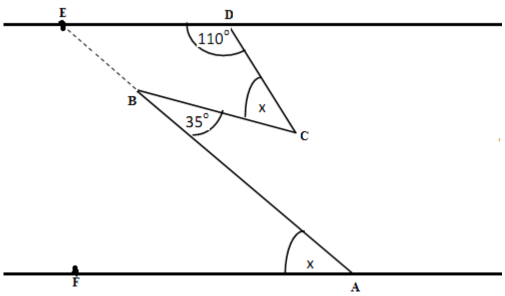
Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Wykonanie rysunku	1
B	Obliczenie średnicy garnka	2
C	Podanie poprawnej odpowiedzi	1

Zadanie 4. Stary wilk morski (3 punkty)

Rozwiązanie:

Wprowadzamy oznaczenia jak na rysunku.



Z warunków zadania mamy:

$\measuredangle\ EDC = 110°;\ \measuredangle CBA = 35°;\ BAF = \measuredangle BCD = x$

$\measuredangle\ DEB = \measuredangle BAF = x$ (jako katy naprzemianległe)

$\measuredangle\ EBC = 180° - \measuredangle CBA = 145°$

Suma miar katów wewnętrznych w czworokącie BCDE wynosi 360°;

więc $x + 110° + x + 145° = 360°$

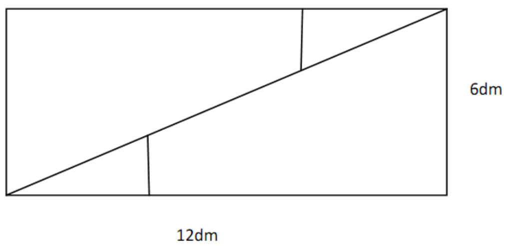
stąd $x = 52°30'$

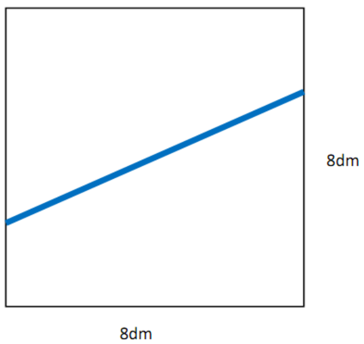
Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie kata x	3

Zadanie 5. Praca stolarza (4 punkty)

Rozwiązanie:



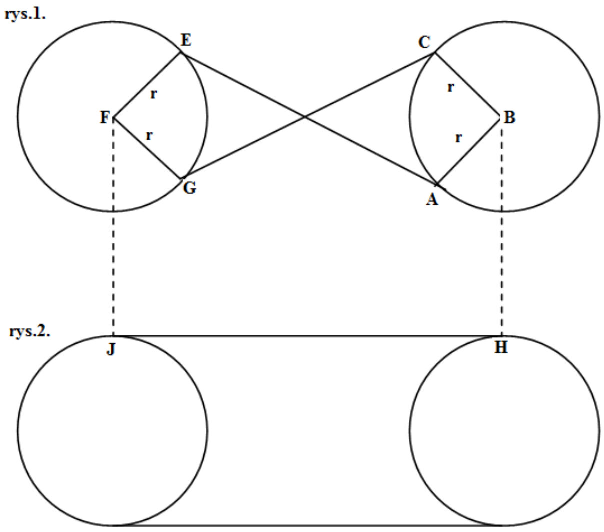


Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Wykonanie rysunku prostokątnego stołu z cięciami	2
B	Wykonanie rysunku kwadratowego stołu	2

Zadanie 6. Biegające mrówki (6 punktów)

Rozwiązanie:



Jeśli promień oznaczymy przez r, to z rysunku 2 mamy długość drogi przebytej po luku równą:

$2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2\pi r = 2\pi r$

Oznaczmy przez x część okręgu, która na rysunku 1 stanowi fragment drogi mrówki.
Suma długości obu łuków jest równa:

$2x \cdot 2\pi r = 4x\pi r$

Tak więc $\frac{4x\pi r}{2\pi r} = 1{,}5$

skąd $x = \frac{3}{4}$

Mamy $\sphericalangle ABC = \sphericalangle EFG = 90°$,
skąd wnioskujemy, że $|AE| = |CG| = 2r$,
oraz $|JH| = |FB| = 2\sqrt{2}r$.
Tak więc szukany stosunek jest równy:

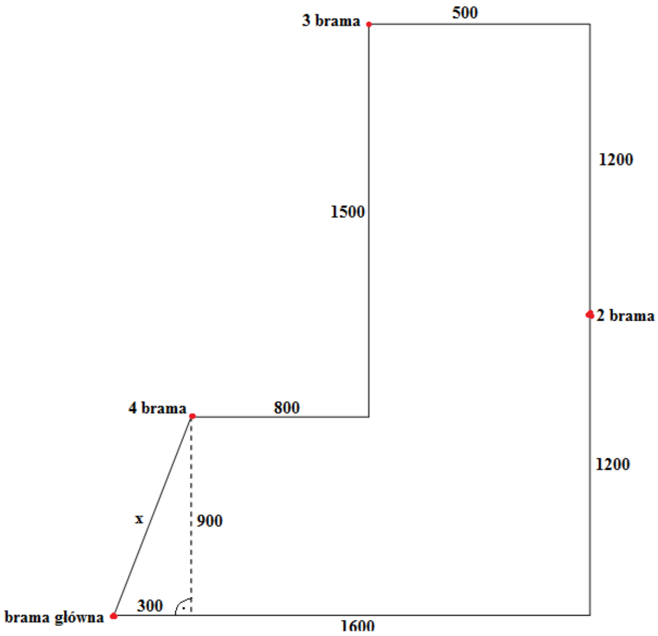
$$\frac{2 \cdot 2r}{2 \cdot 2\sqrt{2}r} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie drogi przebytej po łuku na rys.2	1
B	Obliczenie drogi przebytej po łuku na rys.1	2
C	Obliczenie drogi przebytej po prostym odcinku na rys. 1	1
D	Obliczenie drogi przebytej po prostym odcinku na rys. 2	1
E	Obliczenie stosunku dróg	1

Zadanie 7. Ogród królewski (6 punktów)

Rozwiązanie:



Korzystając z twierdzenia Pitagorasa mamy:

$900^2 + 300^2 = x^2$

$810000 + 90000 = x^2$

$x^2 = 900000$

$x = 300\sqrt{10} \approx 300 \cdot 3{,}16 = 948\ [m]$

Odp. Od bramy głównej do czwartej jest około 948m.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Sporządzenie rysunku z rozmieszczeniem bram	2
B	Obliczenie długości przyprostokątnych	1
C	Zastosowanie twierdzenia Pitagorasa	2
D	Podanie odpowiedzi z jednostką	1

Zadanie 8. Działka ogrodnicza (3 punkty)

Rozwiązanie:

$P = \frac{99 \cdot 88}{2} = 4356[m^2]$

$a^2 = 4356$

$a = \sqrt{4356} = 66[m]$

obwód $l = 4a = 4 \cdot 66 = 264\ [m]$

Odp. Długość płotu wynosi 264m.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie pola trójkąta	1
B	Wyznaczenie boku kwadratu	1
C	Obliczenie długości płotu	1

Zadanie 9. Dmuchawce-latawce (4 punkty)

Rozwiązanie:

$80cm = 0,8m$

$8cm = 0,08m$

$P_{latawca} = \frac{0,8 \cdot 1,4}{2} = 0,56\ [m^2]$

$P_{ogona} = 1 \cdot 0,08 = 0,08\ [m^2]$

$P_{całkowite} = 2 \cdot 0,56 + 2 \cdot 0,08 = 1,28\ [m^2]$

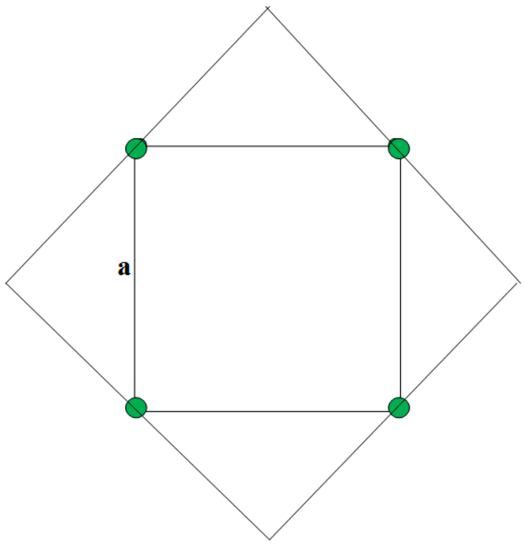
Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Zamiana jednostek	1
B	Obliczenie pola latawca	1
C	Obliczenie pola ogona	1
D	Obliczenie pola całkowitego dwóch latawców	1

Zadanie 10. Ekologiczny basen (6 punktów)

Rozwiązanie:

Rozwiązanie przedstawione jest na rysunku:



P_m – pole małego basenu
P_d – pole dużego basenu

$$P_m = a^2$$

$$P_d = \frac{(2a)^2}{2} = \frac{4a^2}{2} = 2a^2$$

$$\frac{P_d}{P_m} = \frac{2a^2}{a^2} = 2$$

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Wykonanie rysunku	3
B	Uzasadnienie rozwiązania	3

Polskie Towarzystwo Matematyczne realizuje projekt "Wespół w zespół z Matematyką bez Granic"
współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Pakiet G-3.4 „Podobny czy niepodobny”

I Treści merytoryczne:

- figury podobne,
- cechy podobieństwa trójkątów,
- własności figur podobnych,
- skala i plan.

II Cele szczegółowe:

- rozwiązywanie zadań z wykorzystaniem figur podobnych,
- zastosowanie cech podobieństwa trójkątów do rozwiązywania zdań,
- wykorzystanie własności miar w praktyce z zastosowaniem podobieństwa,
- ćwiczenie umiejętności posługiwania się językiem matematycznym.

III Metody i formy pracy:

- praca w grupach
- burza mózgów
- meta – plan
- mapa myśli.

IV Przebieg zajęć:

Spotkanie 1: „Ćwiczenia otwierające” (1 godzina lekcyjna)

1. Sprawy organizacyjne (sprawdzenie obecności).
2. Podział uczniów na zespoły zadaniowe (grupy 4 - 5 osobowe).
3. Wybór liderów, sekretarzy, asystentów poszczególnych grup (zespoły zadaniowe w innym składzie niż na poprzednich spotkaniach).
4. Praca w grupach: każdy zespół wymyśla dla siebie nazwę (związaną z matematyką, działaniami społecznymi, historycznymi lub współczesnymi postaciami świata odkryć, dokonań naukowych) oraz **logo** zespołu.
5. Przedstawienie nazw i logo przez poszczególne grupy.
6. Rozdanie każdej z grup zestawów ćwiczeń otwierających oraz materiałów potrzebnych do rozwiązywania zadań.
7. Przedstawienie i porównanie rozwiązań zadań przez przedstawicieli grup.
8. Zebranie kart z rozwiązaniami.
9. Podsumowanie zajęć.
10. Zakończenie zajęć.

Uwaga: Rozwiązania poszczególnych zadań uczniowie powinni zapisywać na oddzielnych kartkach, podpisanych nazwą zespołu i oznakowanych poprzez logo. Materiały dla uczniów stanowi pierwsza strona dokumentu „Ćwiczenia otwierające”.

Bibliografia zestawu do ćwiczeń otwierających:

[1] Bobiński Z., Nodzyński P. *Koło matematyczne w gimnazjum*, Wydawnictwo Aksjomat, Toruń, 2010 (zad.1)
[2] Bogusz L., Zarzycki P., *Łamigłówki logiczne*, GWO, Gdańsk, 2007 (zad.4)
[3] Chodnicki J., w zespole, *Zadania dla klasy 7 szkoły podstawowej*, WSiP, Warszawa 1996 (zad.2)
[4] Paczesna W., Mostowski K., *Matematyka Nowej Ery*, Wydawnictwo Nowa Era, Warszawa 2003 (zad.3,)

Spotkanie 2: „Rozwiążmy razem” (2 godziny lekcyjne)

1. Uczniowie siadają we wcześniej ustalonych zespołach zadaniowych.
2. Nauczyciel rozdaje jeden egzemplarz zestawu zadań „Rozwiążmy razem”.
3. Uczniowie dokonują podziału, która grupa będzie rozwiązywała dane zadanie. Zestaw zadań uczniowie powinni pociąć i rozdzielić zadania do odpowiednich grup.
4. Każda grupa rozwiązuje zadania samodzielnie. Po rozwiązaniu zadania uczniowie redagują odpowiedź na karcie odpowiedzi (kartka formatu A4).
5. Jeżeli dany zespół zadaniowy zakończy pracę, to jej członkowie powinni przyłączyć się i pomóc w rozwiązywaniu zadań innym grupom.
6. Nauczyciel zbiera karty z rozwiązanymi zadaniami.
7. Zakończenie zajęć.

Bibliografia do zestawu rozwiążmy razem:

[1] Bińkowska M., Gawrońska-Kornobis E., Staniszewska L., Sawińska-Stuła A., *zadanie autorski* (zad.1, zad.9)
[2] Bobiński Z. w zespole, *Koło matematyczne w gimnazjum*, Wydawnictwo Aksjomat, Toruń, 2010 (zad.6, zad.8)
[3] Braun M., Lech J., *Matematyka 3, zbiór zadań do gimnazjum*, GWO, Gdańsk, 2008 (zad.2)
[4] Chodnicki J. w zespole, *Zadania dla klasy 7 szkoły podstawowej*, WSiP, Warszawa 1996 (zad. 7)
[5] Krawcewicz Z. w zespole, *Matematyka dla zreformowanego gimnazjum*, Wydawnictwo Rea, Warszawa, 1999 (zad.3)
[6] Paczesna W., *Matematyka Nowej Ery dla klasy 3*, Wydawnictwo nowa Era, Warszawa, 2004(zad.4, zad.5)
[7] Palczewska - Groth D., w zespole, *Potrafię obliczyć*, Wydawnictwo Seneka, Sopot 2009 (zad10)

Spotkanie 3. „Ćwiczenia podsumowujące” (1 godzina lekcyjna)

1. Nauczyciel rozdaje poprawione i wypunktowane karty pracy zespołom zadaniowym.
2. Liderzy poszczególnych grup prezentują rozwiązania zadań.
3. Nauczyciel ocenia pracę zespołów zadaniowych (pozytywne wzmocnienie).
4. Podsumowanie zajęć.

Uwaga: Karty odpowiedzi uczniów z zestawu „Rozwiążmy razem” będą stanowić załącznik do raportu z realizacji zajęć.

Spotkanie 1: Ćwiczenia otwierające „Podobny czy niepodobny"

Aufgabe 1. Richtig oder falsch (10 Punkte)

Marek lügt immer von Montag bis Mittwoch, an anderen Wochentagen sagt er die Wahrheit. An einem Tag traf Marek Maria und sagte:

1. Gestern habe ich gelogen.
2. Ich werde ab übermorgen zwei aufeinander folgende Tage lang lügen.

An welchem Tag traf Marek Maria?

Tarea 1. Verdad o falsedad (10 puntos)

Desde el lunes hasta el miércoles, Marcos miente siempre, otros días de la semana dice la verdad. Un día, Marcos encontró a María y dijo:

1. Ayer mentí.
2. Desde pasado mañana, durante dos días siguientes, voy a mentir.

¿ En qué día Marcos encontró a María?

Exercise 1. Truth or False (10 points)

Marek always says untruth from Monday to Wednesday and he says only truth on the next days of the week. Some day Marek met Maria and said:

1. Yesterday I was lying.
2. I will lie from the day after tomorrow during the next two days

What day did Marek meet Maria?

Exercice 1. Vrai ou faux (10 points)

Marc ment toujours du lundi au mercredi et dit la vérité les jours de la semaine restants. Un jour, Marc a rencontré Marie et dit :

1. Hier, j'ai menti.
2. À partir de l'après-demain je vais mentir durant deux jours de suite.

Quel jour de la semaine Marc a-t-il rencontré Marie?

Esercizio 1. Falso o vero (10 punti)

Da lunedi fino a mercoledi Marco dice sempre le bugie, altri giorni della settimana dice la verità. Un giorno Marco ha incontrato Maria e ha detto:

1. Ieri ho mentito.
2. Da dopo domani durante due giorni succesivi mentirò.

Quale giorno Marco ha incontrato Maria?

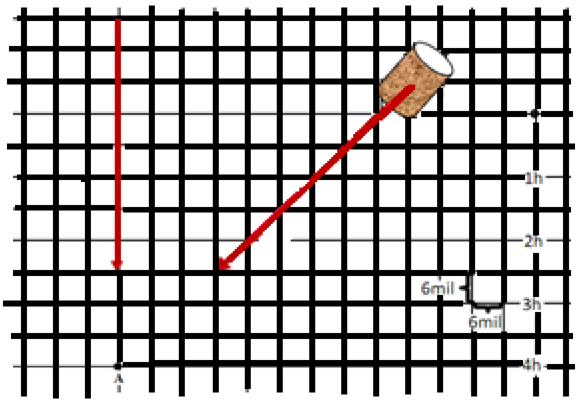
Polskie Towarzystwo Matematyczne realizuje projekt "Wespół w zespół z Matematyką bez Granic"
współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Zadanie 2. Model cinquecento (3 punkty)

W jakiej skali należałoby wykonać model cinquecento, aby można go było postawić na kartce papieru z zeszytu formatu A-5? Wymiary modelu cinquecento wynoszą: długość: 3227mm, szerokość: 1487mm, wysokość :1435mm.

Zadanie 3. Pływający statek (4 punkty)

Statek „Biała Mewa" płynie z prędkością 12 węzłów na godzinę dokładnie na południe, a „Czerwony Korsarz" płynie dokładnie na południowy zachód tak, jak zostało to przedstawione na rysunku. Z jaką stałą prędkością powinien płynąć „Czerwony Korsarz", aby spotkać „Białą Mewę"? Załóżmy, że „Biała Mewa" płynie ze stałą prędkością i nie zmienia kursu?



Zadanie 4. Podeszwy do butów (2 punkty)

Ile razy więcej skóry tej samej grubości trzeba użyć na podeszwy do butów ojca niż na podeszwy do butów syna, jeśli pierwsze mają 40cm, a drugie 30cm długości i obie pary butów są podobne?

Rozwiązania oraz schemat punktacji zestawu ćwiczeń otwierających „Podobny czy niepodobny”

Zadanie 1. Prawda czy fałsz (10 punktów)

Od poniedziałku do środy Marek zawsze kłamie, w pozostałe dni tygodnia mówi prawdę. Pewnego dnia Marek spotkał Marię i powiedział:

1. Wczoraj kłamałem.
2. Od pojutrze przez dwa kolejne dni będę kłamał.

W jakim dniu Marek spotkał Marię?

Rozwiązanie:

Spotkanie odbyło się w poniedziałek, czyli oba wypowiedziane zdania nie są prawdziwe. W każdym z innych dni jedno zdanie jest prawdziwe i jedno jest fałszywe.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	poprawne przetłumaczenie	2
B	właściwe rozwiązanie w języku polskim	2
C	uzasadnienie w języku polskim	2
D	poprawne przetłumaczenie rozwiązania na język obcy	4

Aufgabe 1. Richtig oder falsch (10 Punkte)

Lösung:

Das Treffen war am Montag, also beide ausgesprochenen Sätze sind falsch. An jedem anderen Tag wäre ein Satz richtig und ein Satz falsch.

Punktwertung:

Tätigkeits nummer	Etappen der Aufgabenlösung	Punktenzahl
A	Richtige Übersetzung	2
B	Richtige Lösung in Polnisch	2
C	Begründung in Polnisch	2
D	Richtige Übersetzung der Lösung in eine Fremdsprache	4

Tarea 1. Verdad o falsedad (10 puntos)

Solución:

El encuentro tuvo lugar el lunes, es decir dos frases pronunciadas no son verdaderas.

En cada de otros días, una frase es verdadera y una es falsa.

Polskie Towarzystwo Matematyczne realizuje projekt "Wespół w zespół z Matematyką bez Granic"
współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Puntuación:

Número de la actividad	Etapas de la solución de la tarea	Cantidad de puntos
A	Traducción correcta	2
B	Solución adecuada en polaco	2
C	Motivación en polaco	2
D	Traducción correcta de la solución en lengua extranjera	4

Exercise 1. Truth or False (10 points)

Solution:

They met on Monday because both expressed sentences are false. Every day of the week (except for Monday) one sentence is true and one sentence is false.

Points:

Activity	Stages of solution	Points
A	Correct translation	2
B	Right solution in Polish	2
C	Argumentation in Polish	2
D	Correct translation of solution in foreign language	4

Exercice 1. Vrai ou faux (10 points)

Solution:

La rencontre a eu lieu un lundi, donc toutes les deux phrases ne sont pas vraies. Les autres jours de la semaine, il y a une phrase vraie et une fausse.

Pointage:

Activité	Solution étape par étape	Nombre de points
A	Traduction correcte	2
B	Solution correcte en polonais	2
C	Justification en langue polonaise	2
D	Traduction correcte de la solution en langue étrangère	4

Esercizio 1. Falso o vero (10 punti)

Soluzione:

L'incontro ha avuto luogo lunedi, allora le frasi dette non sono vere. Ogni altro giorno una frase è vera e una falsa.

Punteggio:

Numero dell'attività	Tappe della soluzione dell'esercizio	Numero di punti
A	Traduzione corretta	2
B	Soluzione corretta nella lingua polacca	2
C	Argomentazione nella lingua polacca	2
D	Traduzione corrretta nella lingua straniera	4

Zadanie 2. Model cinquecento (3 punkty)

Rozwiązanie:

Wymiary kartki z zeszytu - format A5, to 210mm na 148mm. Bierzemy pod uwagę długość (3227mm) i szerokość (1487mm) cinquecento.

$$3227:210 = 15\frac{11}{30}$$

$$1487:148 = 10\frac{7}{148}$$

Odp. Skala powinna wynosić 1:16.

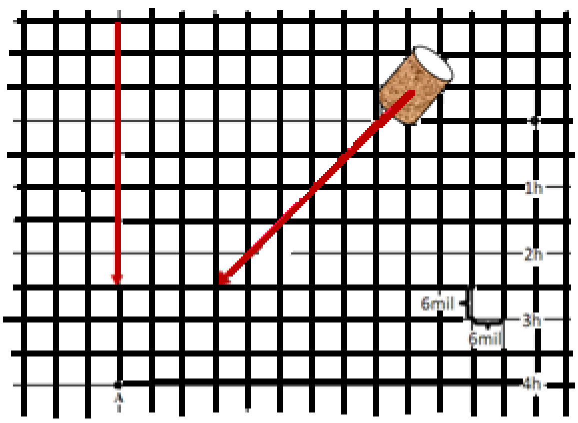
Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie skali	3

Zadanie 3. Pływający statek (4 punkty)

Rozwiązanie:

Jeśli przedłużymy linie wyznaczające kierunki statków, to przetną się one w punkcie A. Zatem możemy wyznaczyć zarówno prędkość „Czerwonego Korsarza", jak i czas spotkania z „Białą Mewą". Można przyjąć, że oba statki płyną po liniach prostych, mogą się więc spotkać tylko w punkcie A. „Biała Mewa "płynąca z prędkością 12 węzłów osiągnie punkt A po 4 godzinach, „Czerwony Korsarz" też zatem musi płynąć 4 godziny.



Korzystając z twierdzenia Pitagorasa, możemy obliczyć jaką odległość musi przepłynąć „Czerwony Korsarz"

$S = 48\sqrt{2}$ [mil]

.

Zatem „Czerwony Korsarz" powinien płynąć z prędkością

$V = \frac{S}{t}$

$V = 48\sqrt{2} : 4 = 12\sqrt{2}$ [węzłów]

Odp. „Czerwony Korsarz" powinien płynąć z prędkością $12\sqrt{2}$ [węzłów]

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Wykonanie rysunku	1
B	Wykorzystanie własności trójkątów prostokątnych podobnych	1
C	Obliczenie drogi „czerwonego Korsarza" z twierdzenia Pitagorasa	1
D	Obliczenie prędkości	1

Zadanie 4. Podeszwy do butów (2 punkty)

Rozwiązanie:

Skala podobieństwa $k = \frac{40}{30} = \frac{4}{3}$

$k^2 = \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9} = 1\frac{7}{9}$

Odp. Na podeszwy do butów ojca trzeba użyć $1\frac{7}{9}$ razy więcej skóry niż na podeszwy do butów syna.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie skali podobieństwa k	1
B	Obliczenie kwadratu skali podobieństwa k^2	1

Spotkanie 2: Rozwiążmy razem - „Podobny czy niepodobny"

Aufgabe 1. Zwei Uhren (10 Punkte)

Am 1. Januar 2011 um 12 Uhr am Mittag zeigen zwei Uhren die richtige Uhrzeit. Von einem von diesen Uhren wissen wir, dass er innerhalb einer Stunde eine Minute vorgeht und die andere Uhr zu derselben Zeit eine Minute nachgeht. Nach wie viel Zeit werden beide Uhren die gleiche Uhrzeit zeigen? Wird das noch im Jahr 2011?

Tarea 1. Dos relojes (10 puntos)

El 1 de enero de 2011, a las 12, a mediodía, unos dos relojes indicaron una hora exacta. De uno de ellos sabemos que adelanta un minuto por venticuatro horas, el otro, en el mismo tiempo, retraza un minuto. ¿Después de qué tiempo dos relojes indicaron la misma hora? ¿Lo pasará aún en 2011?

Exercise 1. Two Clocks (10 points)

Some two clocks will indicate the right time on 1 January 2011 at 12.00 noon. One of them is one minute fast in a 24 hour period and the second clock is late 1 minute. After what time will the clocks show the same time? Will it happen in 2011?

Exercice 1. Deux horloges (10 points)

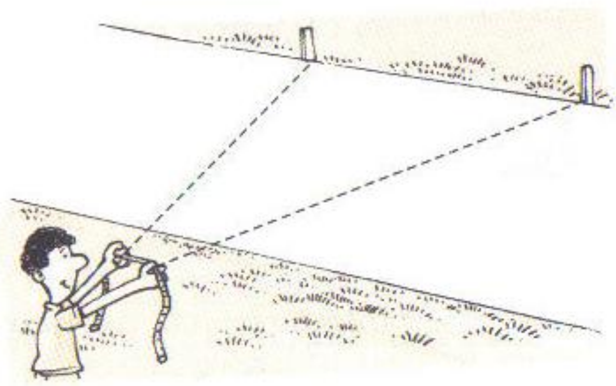
Le premier janvier 2011 à midi deux horloges indiqueront l'heure correcte. Nous savons que l'une d'elles avance d'une minute toutes les 24 heures et que l'autre retarde d'une minute pendant ce temps. Au bout de combien de temps les deux horloges indiqueront la même heure? Cela sera-t-il encore en 2011?

Esercizio 1. Due orologi (10 punti)

Il 1 gennaio 2011 alle 12 due orologi segnano l'ora giusta. Sappiamo di uno di loro che durante ventiquattro ore va avanti di un minuto, l'altro nello stesso tempo è indietro di 1 minuto. Dopo quanto tempo due orologi segneranno la stessa ora? Sarà possibile ancora nel corso dell'anno 2011?

Zadanie 2. Przydrożne słupki (5 punktów)

Rysunek przestawia sposób, w jaki można zmierzyć odległość od danego obiektu. Słupki są w rzeczywistości odlegle od siebie o 100m, a odcinek centymetra krawieckiego trzymany przez chłopca ma 15cm. Odległość centymetra od oczu jest równa 50cm. Oblicz, w jakiej odległości od pobocza ze słupkami stoi chłopiec.



Zadanie 3. Księżyce Saturna (4 punkty)

Tytan jest jednym z 23 księżyców Saturna. Średnica Tytana jest równa 5100km. Wokół jego równika orbituje statek z prędkością 2000km/h. Himalai jest jednym z 16 księżyców Jowisza. Średnica Himalai jest równa 170km. Prędkość orbitującego statku wokół jej równika wynosi 500km/h. Podaj stosunek:

a) długości równików tych księżyców
b) prędkości statków.

Zadanie 4. Dźwig (4 punkty)

Dźwig samochodowy przy ramieniu wyciągniętym na długość 10m może podnieść ciężar na wysokość 4m. O ile metrów zwiększyłaby się możliwość podnoszenia ciężarów przez dźwig, gdyby jego ramię zostało wydłużone o 2m?

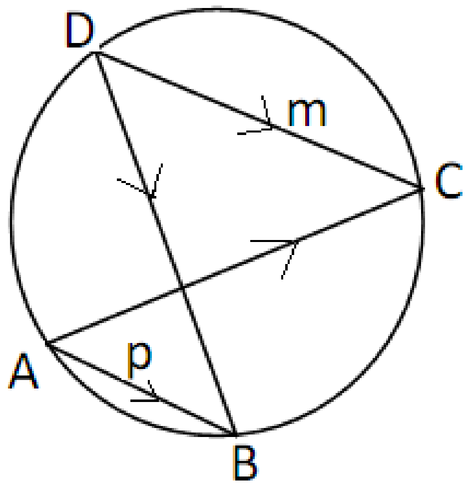
Zadanie 5. Czerwone ciałko krwi (3 punkty)

Pod mikroskopem powiększającym 1500 razy oglądano czerwone ciałko krwi. Obraz zarejestrowano na fotografii, na której ciałko to ma średnicę 6mm.

a) Jaka skala powinna być zapisana na fotografii?
b) Jaka jest rzeczywista średnica ciałka krwi?
c) Jaka powinna być średnica obrazu tego ciałka krwi, gdy wynik jest sprawdzany pod mikroskopem powiększającym 2000 razy?

Zadanie 6. Cztery przystanie (5 punktów)

Duży, okrągły zbiornik wodny ma 4 przystanie w punktach A, B, C i D.



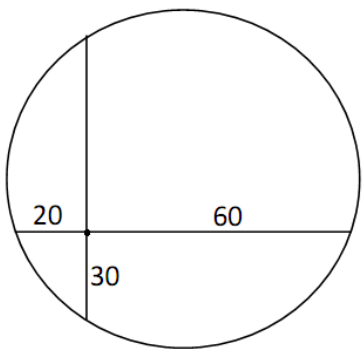
Z przystani D do C pływa motorówka, z A do B prom. Wiadomo, że motorówka i prom zużywają na przebycie swojej trasy tyle samo czasu. W jakiej odległości minęłyby się, gdyby motorówka płynęła z D do B, a prom z A do C.

Zadanie 7. Teatr cieni (6 punktów)

W teatrze cieni ustawiono za ekranem oświetlający go reflektor w odległości 3m. Z tektury wycięto sylwetki występujących w przedstawieniu postaci. Każda ma 30cm wysokości. W jakiej odległości od reflektora należy umieścić te sylwetki, których cienie mają mieć na ekranie 1,80m, a w jakiej odległości te, których cienie mają mieć wysokość 1,2?

Zadanie 8. Pływając po jeziorze (5 punktów)

Pływając po jeziorze w kształcie koła znalazłem się w miejscu, z którego, aby osiągnąć brzeg płynąc na zachód, wschód, południe, muszę pokonać dystans odpowiednio 20m, 60m, 30m. Ile metrów od brzegu muszę pokonać płynąc w kierunku północnym?



Polskie Towarzystwo Matematyczne realizuje projekt "Wespół w zespół z Matematyką bez Granic" współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Zadanie 9. Forma spódnicy (4 punkty)

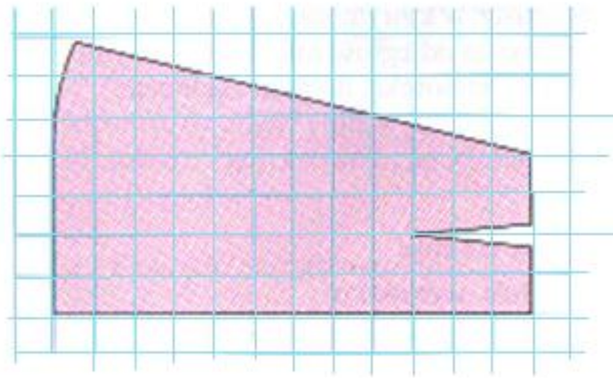
Na rysunku przedstawiono formę spódnicy w skali 1:8. Wiedząc, że kratka na planie ma bok o długości 0,5cm oblicz:

a) Długość, spódnicy w rzeczywistości,

b) Jaką długość na rysunku wykonanym w tej samej skali będzie miała spódnica, której rzeczywista długość wynosi 64cm?

c) Jaką długość na rysunku wykonanym w skali 1: 4 miałaby spódnica o długości 84cm?

d) W jakiej skali wykonana jest forma spódnicy o długości 72cm, jeśli na planie jest to odcinek o długości 12cm?



Zadanie 10. Lustro w salonie krawieckim (4 punkty)

Właściciel salonu krawieckiego planuje zakup takiego lustra, żeby klienci przymierzający ubrania mogli w nim zobaczyć odbicie całej sylwetki. Jaką wysokość powinno mieć ustawione pionowo lustro, aby mogła przejrzeć się w nim osoba o wzroście 2m?

Rozwiązania oraz schemat oceniania zestawu
Rozwiążmy razem – „Podobny czy niepodobny"

Zadanie 1. Dwa zegary (10 punktów)

1 stycznia 2011 roku o godzinie 12 w południe pewne dwa zegary wskażą prawidłową godzinę. O jednym z nich wiemy, że w ciągu doby spieszy się minutę, drugi w tym czasie spóźnia się o 1 minutę. Po jakim czasie oba zegary pokażą tę samą godzinę? Czy będzie to jeszcze w 2011 roku?

Rozwiązanie:

Różnica czasu między dwoma zegarami w ciągu doby wynosi 2 minuty, zaś w ciągu 30 dni – 60 minut, czyli 1 godzinę. Jeżeli różnica czasu między nimi wyniesie 24 godziny, to pokażą one tę samą godzinę. Będzie to miało miejsce po 720 dniach, czyli nie nastąpi to w roku 2011.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Poprawne przetłumaczenie	2
B	Właściwe rozwiązanie w języku polskim	2
C	Uzasadnienie w języku polskim	2
D	Poprawne przetłumaczenie rozwiązania na język obcy	4

Aufgabe 1. Zwei Uhren(10 Punkte)

Lösung:

Der Unterschied zwischen diesen zwei Uhren beträgt 2 Minuten, in 30 Tagen dagegen – 60 Minuten, also 1 Stunde. Wenn der Zeitunterschied zwischen ihnen 24 Stunden beträgt, dann zeigen sie die gleiche Stunde. Das wird nach 720 Tagen stattfinden, also es wird im Jahre 2011 nicht auftreten.

Punktwertung:

Tätigkeits nummer	Etappen der Aufgabenlösung	Punktenz ahl
A	Richtige Übersetzung	2
B	Richtige Lösung in Polnisch	2
C	Begründung in Polnisch	2
D	Richtige Übersetzung der Lösung in eine Fremdsprache	4

Tarea 1. Dos relojes (10 puntos)

Solución:

La diferencia del tiempo entre dos relojes durante venticuatro horas es de 2 minutos, mientras que durante 30 días – 60 minutos, es decir 1 hora. Si la diferencia del tiempo entre ellos será 24 horas, ambos indicaron la misma hora. Eso tendrá lugar después de 720 días, es decir no pasará en 2011.

Puntuación:

Número de la actividad	Etapas de la solución de la tarea	Cantidad de puntos
A	Traducción correcta	2
B	Solución adecuada en polaco	2
C	Motivación en polaco	2
D	Traducción correcta de la solución en lengua extranjera	4

Exercise 1. Two Clocks (10 points)

Solution:

Difference of time between two clocks is 2 minutes in a 24 hour period, in a 30 days period – 60 minutes (1 hour). Time difference between them should be 24 hours to indicate the same time. It will happen after 720 days. So, it will not be in 2011.

Points:

Activity	Stages of solution	Points
A	Correct translation	2
B	Right solution in Polish	2
C	Argumentation in Polish	2
D	Correct translation of solution in foreign language	4

Exercice 1. Deux horloges (10 points)

Solution:

La différence de temps entre les deux horloges toutes les 24 heures est de deux minutes et en 30 jours – 60 minutes, cela veut dire une heure. Si la différence est de 24 heures, elles indiqueront la même heure. Cela aura lieu au bout de 720 jours, donc cela n’arrivera pas en 2011.

Pointage:

Activité	Solution étape par étape	Nombre de points
A	Traduction correcte	2
B	Solution correcte en polonais	2
C	Justification en langue polonaise	2
D	Traduction correcte de la solution en langue étrangère	4

Esercizio 1. Due orologi (10 punti) **Soluzione:**

La differenza del tempo fra due orologi durante ventiquattro ore fa 2 minuti, invece nel corso di 30 giorni – 60 dunque 1 ora. Se la differenza del tempo fra loro fara 24 ore, allora segneranno la stessa ora. Questo avrà luogo dopo 720 giorni, dunque non nel corso dell’anno 2011.

Punteggio:

Numero dell'attività	Tappe della soluzione	Numero di punti
A	Traduzione corretta	2
B	Soluzione corretta nella lingua polacca	2
C	Argomentazione nella lingua polacca	2
D	Traduzione corrretta nella lingua straniera	4

Zadanie 2. Przydrożne słupki (5 punktów)

Rozwiązanie:

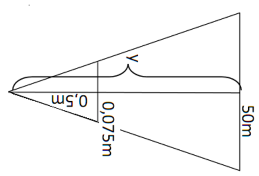
Z podobieństwa trójkątów zapisujemy zależność między ich podstawwami i wysokościami:

$$\frac{y}{50} = \frac{0,5}{0,075}$$

$0,075y = 25$

$y = 333,(3)$ [m]

Odp. Chłopiec stoi w odległości około 333m.



Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Wykonanie rysunku z ujednoliconą jednostką	2
B	Ułożenie proporcji- skorzystać z podobieństwa trójkątów	1
C	Obliczenie długości odcinka y	1
D	Podanie odpowiedzi	1

Zadanie 3. Księżyce Saturna (4 punkty)

Rozwiązanie:

a) $l = \pi d$

$l_T = \pi \cdot 5100[km]$

$l_H = \pi \cdot 170[km]$

$$\frac{l_T}{l_H} = \frac{5100\pi}{170\pi} = 30$$

Odp. Stosunek długości równików wynosi 30.

b) $\frac{v_1}{v_2} = \frac{2000}{500} = 40$

Odp. Stosunek prędkości statków wynosi 40.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Wyznaczenie długości równików księżyców	2
B	Obliczenie stosunku długości równików	1
C	Obliczenie stosunku prędkości statków	1

Polskie Towarzystwo Matematyczne realizuje projekt "Wespół w zespół z Matematyką bez Granic"
współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Zadanie 4. Dźwig (4 punkty)

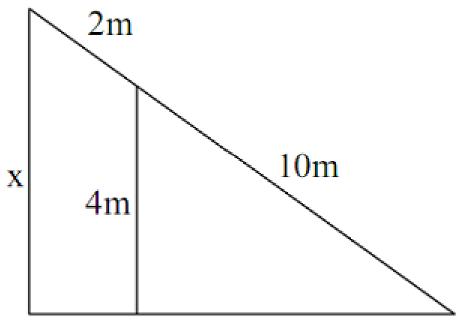
Rozwiązanie:

$\frac{10}{4} = \frac{12}{x}$

$x = \frac{48}{10} = 4{,}8$

$4{,}8 - 4 = 0{,}8[m]$

Odp. Dźwig mógłby podnieść ciężar o 0,8m wyżej



Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Wykonanie rysunku	1
B	Ułożenie proporcji- zastosowanie twierdzenia Talesa	1
C	Rozwiązanie równania	1
D	Obliczenie wysokości podnoszenia przez dźwig	1

Zadanie 5. Czerwone ciałko krwi (3 punkty)

Rozwiązanie:

a) skala powiększająca $1500:1$

b) $6mm:1500 = 0{,}004[mm]$

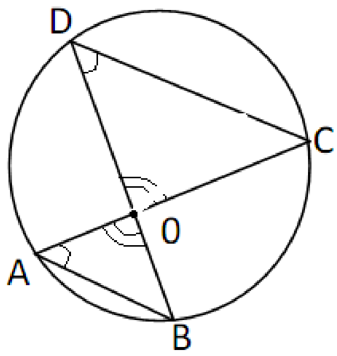
c) $0{,}004 \cdot 2000 = 8[mm]$

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Podanie skali fotografii	1
B	Obliczenie rzeczywistej średnicy ciałka	1
C	Obliczenie średnicy obrazu ciałka w nowej skali	1

Zadanie 6. Cztery przystanie (5 punktów)

Rozwiązanie:



Trójkąty ABO i CDO są podobne, bo równe są kąty BAC i BDC (oparte na tym samym łuku), i kąty AOB i DOC (kąty wierzchołkowe).
Zatem $\frac{|AO|}{|DO|} = \frac{|AB|}{|DC|}$, ale trasy AB i DC pokonane są w tym samym czasie, więc i trasy AO i DO też pokonane są w tym samym czasie. Zatem prom i motorówka spotkały się w punkcie O wspólnym dla tych tras.

Punktacja:

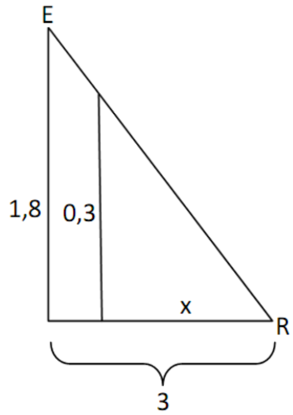
Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Wykazanie podobieństwa trójkątów	2
B	Ułożenie proporcji	1
C	Wyciągnięcie wniosków z proporcji	1
D	Wskazanie punktu spotkania	1

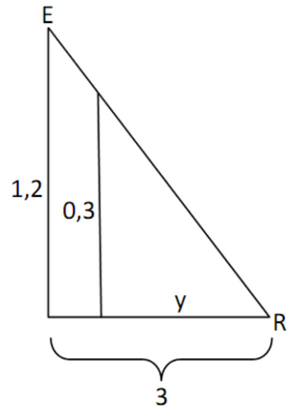
Polskie Towarzystwo Matematyczne realizuje projekt "Wespół w zespół z Matematyką bez Granic"
współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Zadanie 7. Teatr cieni (6 punktów)

Rozwiązanie:

R- reflektor
E- ekran
Z własności figur podobnych:





$$\frac{3}{1,8}=\frac{x}{0,3}$$
$1,8x = 0,9 \; x = 0,5 \; [\mathrm{m}]$

$$\frac{3}{1,2}=\frac{y}{0,3}$$
$1,2y = 0,9$
$y = 0,75 \; [\mathrm{m}]$

Odp. Jeśli cień ma mieć wysokość 1,8m to kształt postaci musi znajdować się w odległości 0,5m od reflektora
Jeśli ma mieć wysokość 1,2m, to odlegość od reflektora musi wynosić 0,75m.

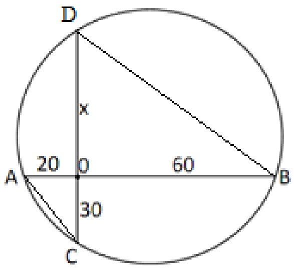
Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Wykonanie rysunków	2
B	Obliczenie długości odcinka x	2
C	Obliczenie długości odcinka y	2

Zadanie 8. Pływając po jeziorze (5 punktów)

Rozwiązanie:

Oznaczmy przez A i B oraz C i D końce cięciw okręgu, a przez O ich punkt wspólny.



Kąty wpisane oparte na tym samym łuku to (zgodnie z rysunkiem):
$\measuredangle CAO$ taki jak $\measuredangle CAB$ oraz $\measuredangle ODB$ taki jak $\measuredangle\ CDB$,
$\measuredangle\ ACO$ taki jak $\measuredangle ACD$ *oraz* $\measuredangle OBD$ taki jak $\measuredangle ADB$.
Natomias $\measuredangle AOC$ *i* $\measuredangle DOB$ są kątami wierzchołkowymi. O jest punktem przecięcia się cięciw.
Trójkąty AOC i BOD są trójkątami podobnymi.
Z podobieństwa tych trójkątów otrzymujemy:
$\frac{x}{20} = \frac{60}{30}$, stąd x = 40[m]

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Sporządzenie rysunku	1
B	Wykazanie podobieństwa trójkątów	2
C	Ułożenie równania w postaci proporcji	1
D	Obliczenie długości odcinka x	1

Zadanie 9. Forma spódnicy (4 punkty)

Rozwiązanie:

a) $6 \cdot 8 = 48$ [cm]

b) $64 : 8 = 8$ [cm]

c) 84:4=21 [cm]

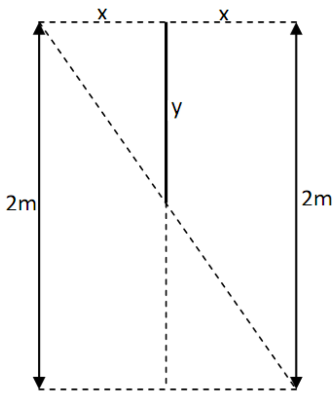
d) 72:12=6 czyli jest to skala 1:6

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie długości spódnicy w skali- podpunkt a	1
B	Obliczenie długości odcinka - podpunkt b	1
C	Obliczenie długości odcinka - podpunkt c	1
D	Obliczenie skali -podpunkt d	1

Polskie Towarzystwo Matematyczne realizuje projekt "Wespół w zespół z Matematyką bez Granic"
współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Zadanie 10. Lustro w salonie krawieckim (4 punkty)



Rozwiązanie:

x – odległość od lustra

y – wysokość lustra

Korzystamy z podobieństwa trojkątów prostokątnych:

$$\frac{x}{y} = \frac{2x}{2}$$

$$y = 1$$

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Wykonanie rysunku pomocniczego z opisem	2
B	Ułożenie proporcji z wykorzystaniem podobieństwa trójkątów	1
C	Obliczenie wysokości lustra	1

Pakiet G-3.5 „Kręcidełka”

I Treści merytoryczne:

- pole i objętość graniastosłupa,
- pole i objętość ostrosłupa,
- pole i objętość walca,
- pole i objętość stożka,
- pole i objętość kuli.

II Cele szczegółowe:

- rozwiązywanie zadań praktycznych na pole i objętość graniastosłupa,
- zastosowanie pola i objętości ostrosłupa w zadaniach tekstowych,
- wykorzystanie pola i objętości walca w zadaniach praktycznych,
- rozwiązywanie zadań rachunkowych na pole i objętość stożka,
- zastosowanie miar brył obrotowych w zadaniach tekstowych.

III Metody i formy pracy:

- praca w grupach,
- burza mózgów,
- meta – plan,
- mapa myśli.

IV Przebieg zajęć:

Spotkanie 1: „Ćwiczenia otwierające” (1 godzina lekcyjna)

1. Sprawy organizacyjne (sprawdzenie obecności).
2. Podział uczniów na zespoły zadaniowe (grupy 4 - 5 osobowe).
3. Wybór liderów, sekretarzy, asystentów poszczególnych grup (zespoły zadaniowe w innym składzie niż na poprzednich spotkaniach).
4. Praca w grupach: każdy zespół wymyśla dla siebie nazwę (związaną z matematyką, działaniami społecznymi, historycznymi lub współczesnymi postaciami świata odkryć, dokonań naukowych) oraz **logo** zespołu.
5. Przedstawienie nazw i logo przez poszczególne grupy.
6. Rozdanie każdej z grup zestawów ćwiczeń otwierających oraz materiałów potrzebnych do rozwiązywania zadań.
7. Przedstawienie i porównanie rozwiązań zadań przez przedstawicieli grup.
8. Zebranie kart z rozwiązaniami.

Polskie Towarzystwo Matematyczne realizuje projekt "Wespół w zespół z Matematyką bez Granic"
współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

9. Podsumowanie zajęć.
10. Zakończenie zajęć.

Uwaga: Rozwiązania poszczególnych zadań uczniowie powinni zapisywać na oddzielnych kartkach, podpisanych nazwą zespołu i oznakowanych poprzez logo. Materiały dla uczniów stanowi pierwsza strona dokumentu Ćwiczenia otwierające.

Bibliografia do zestawu ćwiczeń otwierających:

[1] Chodnicki J., w zespole, *Zadania dla klasy 7 szkoły podstawowej*, WSiP, Warszawa 1996 (zad.1)
[2] Krawcewicz Z., Zasada B., *Matematyka w pigułce,* WSiP, Warszawa 1995 (zad.2)
[3] Urbańczyk A., Urbańczyk W., *Matematyka 2*, Operon, Gdynia 2007 (zad.3,)
[4] Uliasz R., Kamińska B., *Matematyka na co dzień*, Wydawnictwo Nowik, Opole 2002 (zad.4)

Spotkanie 2: „Rozwiążmy razem” (2 godziny lekcyjne)

1. Uczniowie siadają we wcześniej ustalonych zespołach zadaniowych.
2. Nauczyciel rozdaje jeden egzemplarz zestawu zadań „Rozwiążmy razem”.
3. Uczniowie dokonują podziału, która grupa będzie rozwiązywała dane zadanie. Zestaw zadań uczniowie powinni pociąć i rozdzielić zadania do odpowiednich grup.
4. Każda grupa rozwiązuje zadania samodzielnie. Po rozwiązaniu zadania uczniowie redagują odpowiedź na karcie odpowiedzi (kartka formatu A4).
5. Jeżeli dany zespół zadaniowy zakończy pracę, to jej członkowie powinni przyłączyć się i pomóc w rozwiązywaniu zadań innym grupom.
6. Nauczyciel zbiera karty z rozwiązanymi zadaniami.
7. Zakończenie zajęć.

Bibliografia do zestawu rozwiążmy razem:

[1] Bińkowska M., Gawrońska-Kornobis E., Staniszewska L., Sawińska-Stuła A., *zadanie autorski* (zad.3)
[2] Bobiński Z., Nodzyński P., *Koło matematyczne w gimnazjum*, Wydawnictwo Aksjomat, Toruń, 2010 (zad.1)
[3] Bobiński Z., w zespole, *Koło matematyczne w gimnazjum*, Wydawnictwo Aksjomat, Toruń, 2010 (zad.8)
[4] Dróbka N., Szymański K., *Zbiór zadań dla klasy 3 gimnazjum,* Wydawnictwo Juka, Warszawa 2001 (zad.9)
[5] Dubicka A., w zespole, *Zadania dla klasy 3 gimnazjum*, WSiP, Warszawa 2001 (zad.2)
[6] Karolak T., *Powtórka przed egzaminem gimnazjalnym z przedmiotów matematyczno-przyrodniczych*, Wydawnictwo Skrypt, Warszawa 2005 (zad.7)
[7] Krawcewicz Z., w zespole, *Matematyka dla zreformowanego gimnazjum*, Wydawnictwo Rea, Warszawa, 1999 (zad.4, zad.5)
[8] Paczesna W., *Matematyka Nowej Ery dla klasy 3*, Wydawnictwo nowa Era, Warszawa, 2004 (zad.6)
[9] Palczewska - Groth D., w zespole, *Potrafię obliczyć*, Wydawnictwo Seneka, Sopot 2009 (zad10)

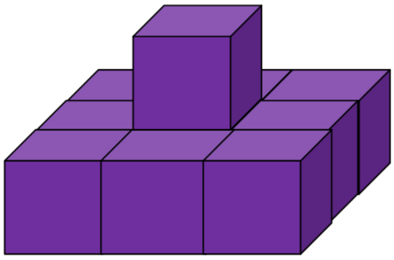
Spotkanie 3. „Ćwiczenia podsumowujące” (1 godzina lekcyjna)

1. Nauczyciel rozdaje poprawione i wypunktowane karty pracy zespołom zadaniowym.
2. Liderzy poszczególnych grup prezentują rozwiązania zadań.
3. Nauczyciel ocenia pracę zespołów zadaniowych (pozytywne wzmocnienie).
4. Podsumowanie zajęć.

Uwaga: Karty odpowiedzi uczniów z zestawu „Rozwiążmy razem” będą stanowić załącznik do raportu z realizacji zajęć.

Spotkanie 1: Ćwiczenia otwierające „Kręcidełka"

Exercise 1, Pyramid from blocks (10 points)



There was built some pyramid from playing blocks on the table (see the picture) and then it was painted with colour. How many blocks have 6 coloured walls? How many blocks have five, four three and two painted walls, respectively? And at last, how many blocks have only one coloured wall? Are there any blocks not coloured? (Note: we assume that the paint doesn't penetrate into pyramid's interior).

Aufgabe 1. Eine Pyramide aus Bauklötzen (10 Punkte)

Auf einem Tisch stellte man eine Pyramide aus Bauklötzen auf (wie auf der Zeichnungund sie wurden mit einer Farbe übergossen. Wie viele Bauklötze haben sechs bemalte Wände, wie viele haben fünf, wie viele haben vier, wie viele haben drei, wie viele haben zwei und wie viele haben nur eine bemalte Wand? Gibt es nicht bemalte Bauklötze? (Achtung. Wir setzen voraus, dass die Farbe in das Innere der Pyramide nicht eindringt).

Exercice 1. Une piramide de cubes (10 points)

Une pyramide de cubes a été placée sur une table (comme sur le dessin) et arrosée de peinture. Combien y a-t-il de cubes à 6 faces, 5 faces, 4 faces, 3 faces, 2 faces et une face peintes ? Y a-t-il des cubes qui ne sont pas peints? (Attention. On présuppose que la peinture ne s'infiltre pas à l'intérieur de la pyramide).

Esercizio 1. Piramide di cubi (10 punti)

Sulla tavola è stata costruita una piramide di cubi (come sul disegno) sulla quale vienne buttato via il colore. Quanta cubi hanno colorate 6 faccette, quanti 5 faccette e quanti 4 faccette, quanti 3 faccette, quanti 2 faccette, e quanti 1 faccetta? Ci sono i cubi non colorati? (Annotazione. Supponiamo che il colore non penetra dentro la piramide).

Tarea 1. La pirámide de cubos (10 puntos)

Sobre la mesa han puesto una pirámide de cubos (como en el dibujo) bañandolos con la pintura. ¿Cuántos cubos tienen 6 facetas pintadas, cuántos 5 facetas, cuántos 4 facetas, cuántos 3 facetas, cuántos 2 facetas, y cuántos una faceta? ¿Hay cubos no pintados? (Atención! Suponemos que la pintura no penetra al dentro).

Zadanie 2. Kulisty balonik (6 punktów)

Kulisty balonik dopełniono gazem i wówczas powierzchnia balonika zwiększyła się o 21% w stosunku do stanu poprzedniego. O ile procent zwiększyła się objętość balonika?

Zadanie 3. Ciągle pada (2 punkty)

Przeciętna roczna suma opadów w Polsce wynosi 600mm. Oblicz, ile km^3 wody opada na nasze terytorium. Przyjmij, że powierzchnia Polski wynosi 313 tysięcy km^2.

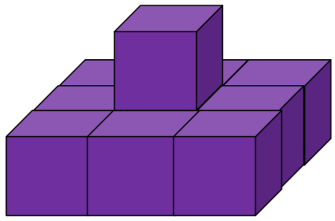
Zadanie 4. Agatka piecze ciasto (4 punkty)

Agatka przygotowała kruche ciasto na ciasteczka i kruchy placek z owocami. Uformowała z niego kulę o średnicy 15cm i włożyła do lodówki. Po schłodzeniu trzeba było ciastem wyłożyć prostokątną blachę o wymiarach 23cm x 31cm, tak aby jego grubość wynosiła 5mm. Jaką część ciasta Agatka przeznaczy na placek, a jaką na ciasteczka?

Rozwiązania oraz schemat punktacji zestawu ćwiczeń otwierających - „Kręcidełka”

Zadanie 1. Piramida z klocków (10 punktów)

Na stole ustawiono piramidę z klocków (jak na rysunku) i oblano je dokładnie farbą. Ile klocków ma pomalowanych 6 ścian, ile 5 ścian, ile 4 ściany, ile 3 ściany, ile 2 ściany, a ile 1 ścianę? Czy są klocki nie pomalowane? (Uwaga. Zakładamy, że farba nie przenika do wnętrza piramidy).



Rozwiązanie:

Nie ma klocków, które maja pomalowanych: 6, 4 ściany lub 1 ścianę. Jeden klocek ma pomalowanych 5 ścian. Są cztery klocki o pomalowanych 3 ścianach i cztery o pomalowanych 2 ścianach. Jest jeden nie pomalowany klocek.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	poprawne przetłumaczenie	2
B	właściwe rozwiązanie w języku polskim	4
C	poprawne przetłumaczenie rozwiązania na język obcy	4

Exercise 1. Pyramid from blocks (10 points)

Solution:

There are no blocks with 6 and 4 coloured walls and no blocks with 1 coloured wall. One block has 5 coloured walls. There are 4 blocks with 3 coloured walls and 4 blocks with 2 coloured walls. There is only one not coloured block.

Points:

Activity	Stages of Solution	Points
A	Correct translation	2
B	Right solution in Polish	4
C	Correct translation of solution in English	4

Aufgabe 1. Eine Pyramide aus Bauklötzen (10 Punkte)

Lösung:

Es gibt keine Bauklötze, die 6, 4 oder 1 bemalte Wand haben. Ein Bauklotz hat 5 bemalte Wände. Es gibt vier Bauklötze mit 3 bemalten Wänden und vier mit 2 bemalten Wänden. Es gibt einen Bauklotz, der nicht bemalt ist.

Punktwertung:

Tätigkeits nummer	Etappen der Aufgabenlösung	Punktezahl
A	Richtige Übersetzung	2
B	Richtige Lösung in Polnisch	4
C	Richtige Übersetzung der Lösung in eine Fremdsprache	4

Exercice 1. Une piramide de cubes (10 points)

Solution:

Il n'y a pas de cubes à 5, 4 ou une face peintes. Il y en a un à 5 faces peintes. Il y en a 4 à 3 faces peintes et 4 à 2 faces peintes. Il y a un cube qui n'est pas peint.

Pointage:

Activité	Solution étape par étape	Nombre de points
A	Traduction correcte	2
B	Solution correcte en langue polonaise	4
C	Traduction correcte de la solution en langue étrangère	4

Esercizio 1. Piramide di cubi (10 punti)

Soluzione:

Non ci sono cubi i quali hanno dipinte : 6, 4 faccette o 1 faccetta. Un cubo ha dipinte 5 faccette. Ci sono quattro cubi con 3 faccette colorate e quattro con 2 faccette dipinte. C'è un solo cubo non colorato.

Punteggio:

Numero dell'attività	Tappe della soluzione dell'esercizio	Numero di punti
A	Soluzione corretta	2
B	Soluzione corretta nella lingua polacca	4
C	Traduzione corretta della soluzione nella lingua straniera	4

Tarea 1. La pirámide de cubos (10 puntos)

Solución:

No hay cubos que tienen pintadas: 6, 4 facetas o 1 faceta. Un cubo tiene 5 facetas pintadas. Hay cuatro cubos con 3 facetas pintadas y cuatro con 2 facetas pintadas. Hay un cubo pintado.

Puntuación:

Número de la actividad	Etapas de la solución de la tarea	Cantidad de puntos
A	Traducción correcta	2
B	Solución adecuada en polaco	4
C	Traducción correcta de la solución en lengua extranjera	4

Polskie Towarzystwo Matematyczne realizuje projekt "Wespół w zespół z Matematyką bez Granic"
współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Zadanie 2. Kulisty balonik (6 punktów)

Rozwiązanie:

Wyznaczamy powierzchnię balonika przed dopełnieniem gazem (100%)

$P = 4\pi R^2$

Wyznaczamy powierzchnię balonika po dopełnieniu gazem (121%)

$P_1 = 4\pi R_1^2$

Wyznaczamy stosunek obu powierzchni:

$$\frac{P_1}{P} = \frac{4\pi R_1^2}{4\pi R^2} = \frac{R_1^2}{R^2} = \left(\frac{R_1}{R}\right)^2 = 1{,}21$$

Wyznaczamy stosunek obu promieni:

$$\frac{R_1}{R} = \sqrt{1{,}21}$$

$$\frac{R_1}{R} = 1{,}1$$

Wyznaczamy promień balonika po dopełnieniu:

$R_1 = 1{,}1R$

Wyznaczamy objętość balonika przed dopełnieniem:

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$$

Wyznaczamy objętość balonika po dopełnieniu:

$$V_1 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R_1^3$$

$$V_1 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (1{,}1R)^3$$

Obliczamy, o ile procent zwiększyła się objętość balonika po dopełnieniu gazem:

$$\frac{V_1}{V} = \frac{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (1{,}1R)^3}{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3} = 1{,}331 = 133{,}1\%$$

$133{,}1\% - 100\% = 33{,}1\%$

Odp. Objętość balonika zwiększyła się o 33,1%.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Wyznaczenie powierzchni balonika przed i po dopełnieniu	1
B	Wyznaczenie stosunku obu powierzchni balonika	1
C	Wyznaczenie stosunku obu promieni	1
D	Wyznaczenie promienia balonika po dopełnieniu	1
E	Wyznaczenie objętości balonika przed i po dopełnieniu	1
F	Wyznaczenie procentu zwiększenia objętości balonika	1

Zadanie 3. Ciągle pada (2 punkty)

Rozwiązanie:

Suma opadów 600mm oznacza, że roczna suma opadów w Polsce wynosi 600mm.

Zamieniamy jednostki długości:

$600\text{mm} = 0{,}6\text{m} = 0{,}0006\text{km}$

Obliczamy objętość wody:

$V = 313000\text{km}^2 \cdot 0{,}0006\text{km} = 187{,}8[\text{km}^3]$

Odp. Na terytorium Polski opada średnio 187,8km^3 wody.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Zamiana jednostek długości	1
B	Obliczenie objętości wody	1

Zadanie 4. Agatka piecze ciasto (4 punkty)

Rozwiązanie:

Obliczamy objętość kuli ze wzoru: $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$

gdzie R to promień kuli, a wartość $\pi \approx 3{,}14$:

$$V \approx \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 7{,}5^3$$

$$V \approx 1766{,}25\text{cm}^3$$

Obliczamy objętość ciasta na blasze:

$23 \cdot 31 \cdot 0{,}5 = 356{,}5[cm^3]$

Ciasto na blasze stanowi:

$$\frac{356{,}5}{1766{,}25} \approx 0{,}2 = \frac{1}{5}\text{objętości kuli}$$

$$1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

Odp. Agatka na placek przeznaczy $\frac{1}{5}$ ciasta, a na ciasteczka $\frac{4}{5}$ ciasta.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie objętości kuli	1
B	Obliczenie objętości ciasta na blasze	1
C	Obliczenie części ciasta na placek i na ciasteczka	2

Polskie Towarzystwo Matematyczne realizuje projekt "Wespół w zespół z Matematyką bez Granic"
współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Spotkanie 2: Rozwiążmy razem - „Kręcidełka"

Exercise 1. Board with numbers (10 points)

The circuit board was divided into 6 sectors and to every sector it was some different number from 1 to 6 corresponded. We change these numbers by addition to numbers in two sectors the same number. We repeat this operation many times. Will we achieve the same numbers in all sectors at some moment?

Aufgabe 1. Scheibe mit Zahlen (10 Punkte)

Eine Scheibe teilte man in sechs Sektoren auf und in jeden Sektor trug man eine andere Zahl von 1 bis 6 ein. Wir ändern diese Zahlen durch das Addieren einer gleichen Zahl zu zwei von diesen Zahlen. Das Verfahren wiederholen wir mehrmals. Wird in einem Moment dieselbe Zahl in allen Sektoren?

Exercice 1. Une cible avec des chiffres (10 points)

On a partagé la cible en six secteurs et inscrit dans chaque secteur un chiffre différent de 1 à 6. On change ces chiffres en ajoutant le même chiffre dans deux secteurs. On répète plusieurs fois la même opération. Y aura-t-il, à un moment donné, le même chiffre dans tous les secteurs ?

Esercizio 1. Disco coi numeri (10 punti)

Il disco viene diviso in sei settori ed in ogni settore è iscritto un altro numero da 1 fino a 6. Cambiamo questi numeri aggiungendo a due di loro la stessa cifra. Ripetiamo questa operazione molte volte. È possibile che una volta nei tutti settori sarà la stessa cifra ?

Tarea 1. El disco con las cantidades (10 puntos)

Han dividido un disco en seis sectores y en cada sector han escrito una otra cantidad desde 1 hasta 6. Cambiamos estas cantidades añadiendo a dos de ellas la misma cantidad.
Repetimos estas operaciones muchas veces. ¿Se hallará en algún momento en todos los sectores la misma cantidad?

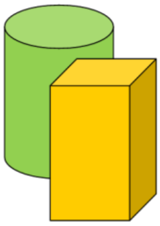
Zadanie 2. Sok z pomarańczy (4 punkty)

Średnica obranej ze skórki pomarańczy ma 8cm. Wyciśnięty z niej sok stanowi 40% jej objętości. Ile trzeba obrać takich pomarańczy, aby otrzymany z nich sok napełnił naczynie o objętości 1 litra?

Zadanie 3. Ośmiościan w sześcianie (5 punktów)

W sześcian o krawędzi 6dm wpisano ośmiościan foremny tak, że każdy wierzchołek ośmiościanu leży dokładnie w środku ściany sześcianu. Oblicz objętość ośmiościanu.

Zadanie 4. Pojemniki na olej (4 punkty)



Pojemnik w kształcie walca o promieniu 15cm i wysokości 40cm jest pełen oleju. Aby przelać olej przygotowano pojemnik w kształcie prostopadłościanu, którego podstawa ma wymiary 20cm x 30cm. Jaka co najmniej powinna być wysokość nowego pojemnika na olej ?

Zadanie 5. Cembrowana studnia (7 punktów)

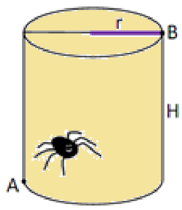
Na zbudowanie 18 metrowej studni zużyto 12 cementowych cembrowin o średnicy przekroju 1m i grubości 10cm. Ile ważyły cembrowiny, jeżeli 1 m^3 cementu waży 1,25t? Ile litrów wody jest w studni, jeśli 5 cembrowin pozostało bez wody?

Zadanie 6. Piłki tenisowe (4 punkty)

Piłka tenisowa ma średnicę około 6,7cm. Czy kartka papieru formatu A4 wystarczy do zrobienia tuby w kształcie walca, w której zmieszczą się 3 takie piłki?

Format A4 ma wymiary 210mm na 297mm. Przy wykonaniu pojemnika nie robimy „denka".

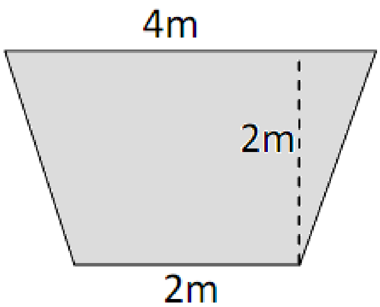
Zadanie 7. Wędrówka pająka (3 punkty)



Pająk idzie od punktu A do punktu B po powierzchni walca. Jaka jest długość najkrótszej drogi, którą musi pokonać pająk, aby dojść z punktu A do punktu B, jeżeli promień walca r = 1 a wysokość H= 6?

Zadanie 8. Kursy wywrotek (3 punkty)

Robotnicy wykopali rów o długości 60m i przekroju przedstawionym na rysunku (trapezu równoramiennego). Ziemię z wykopu wywożono wywrotkami, z których każda zabierała jednorazowo 5m^3 ziemi. Ile kursów musiały łącznie wykonać wywrotki?

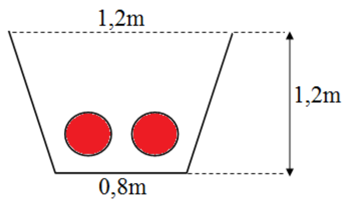


Zadanie 9. Przelewanie płynu (5 punktów)

Naczynie w kształcie stożka o średnicy 2,4dm i wysokości 18cm jest całkowicie napełnione płynem. Płyn ten przelano do naczynia w kształcie walca, którego średnica podstawy ma 1dm. Jaka jest głębokość płynu w drugim naczyniu?

Zadanie 10. Remont ulicy (5 punktów)

Podczas remontu ulicy wykopano kanał ciepłowniczy długości 50m, którego przekrój poprzeczny ma kształt i wymiary podane na rysunku. Ułożono w nim dwie zaizolowane rury ciepłownicze o średnicy 30cm każda. Ile metrów sześciennych ziemi potrzeba, aby zasypać 50-metrowyrów z umieszczonymi w nim rurami?



Rozwiązania oraz schemat oceniania zestawu Rozwiążmy razem „Kręcidełka”

Zadanie 1. Tarcza z liczbami (10 punktów)

Tarczę podzielono na sześć sektorów i w każdy sektor wpisano inną liczbę od 1 do 6. Zmieniamy te liczby przez dodanie do dwóch z nich tej samej liczby. Operacje te powtarzamy wielokrotnie. Czy w którymś momencie we wszystkich sektorach będzie ta sama liczba.

Rozwiązanie:

Suma 1+2+3+4+5+6=21 jest liczbą nieparzystą. Dodając do liczb w dwóch sektorach tę samą liczbę zwiększamy sumę o liczbę parzystą, czyli suma pozostaje nieparzysta, więc niepodzielna przez 6.
Odp. Powtórzenie się tej samej liczby nie nastąpi nigdy.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Poprawne przetłumaczenie	2
B	Właściwe rozwiązanie w języku polskim	4
C	Poprawne przetłumaczenie rozwiązania na język obcy	4

Exercise 1. Board with numbers (10 points)

Solution:

Sum 1+2+3+4+5+6=21 is an odd number. Adding to numbers in two sectors the same number we increase a sum by even number. So, a sum is again odd and not divisible by 6.
Answer: We will never achieve the same sum in all sectors.

Points:

Activity	Stages of Solution	Points
A	Correct translation	2
B	Right solution in Polish	4
C	Correct translation of solution into English	4

Aufgabe 1. Scheibe mit Zahlen (10 Punkte)

Lösung:

Die Summe 1+2+3+4+5+6=21 ist eine ungerade Zahl. Wenn wir zu zwei Zahlen in zwei Sektoren dieselbe Zahl addieren, vergrößern wir die Summe um eine gerade Zahl, also die Summe bleibt ungerade und ist deswegen durch 6 nicht teilbar.
Antwort Eine Wiederholung derselben Zahl erfolgt nie.

Polskie Towarzystwo Matematyczne realizuje projekt "Wespół w zespół z Matematyką bez Granic" współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Punktwertung:

Tätigkeits nummer	Etappen der Aufgabenlösung	Punktezahl
A	Richtige Übersetzung	2
B	Richtige Lösung in Polnisch	4
C	Richtige Übersetzung der Lösung in eine Fremdsprache	4

Exercice 1. Une cible avec des chiffres (10 points)

Solution:

La somme 1+2+3+4+5+6=21 est un nombre impair. En ajoutant le même chiffre dans deux secteurs, on augmente la somme d'un nombre pair, or la somme reste impaire, donc indivisible par 6.
Réponse: La répétition du même chiffre n'aura jamais lieu.

Pointage:

Activité	Solution étape par étape	Nombre de points
A	Traduction correcte	2
B	Solution correcte en langue polonaise	4
C	Traduction correcte de la solution en langue étrangère	4

Esercizio 1. Disco coi numeri (10 punti)

Soluzione:

La somma 1+2+3+4+5+6=21 è un numero dispari. Aggiungendo ai numeri in due settori la stessa cifra aumentiamo la somma di numero pari, dunque la somma rimane dispari, allora non divisibile in 6.
Risposta: La ripetizione dello stesso numero non avrà mai luogo.

Punteggio:

N dell'attività	Tappe della soluzione dell'esercizio	Numero di punti
A	Soluzione corretta	2
B	Soluzione corretta nella lingua polacca	4
C	Traduzione corretta della soluzione nella lingua straniera	4

Tarea 1. El disco con las cantidades (10 puntos)

Solución:

La suma 1+2+3+4+5+6=21 es una cantidad impar. Añadiendo a las cantidades en dos sectores la misma cantidad aumentamos la suma a una cantidad par, es decir la suma queda impar, entonces es indivisible en 6.
Respuesta. La repetición de la misma cantidad no sucederá jamás.

Puntuación:

Número de la actividad	Etapas de la solución de la tarea	Cantidad de puntos
A	Traducción correcta	2
B	Solución adecuada en polaco	4
C	Traducción correcta de la solución en lengua extranjera	4

Polskie Towarzystwo Matematyczne realizuje projekt "Wespół w zespół z Matematyką bez Granic"
współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Zadanie 2. Sok z pomarańczy (4 punkty)

Rozwiązanie:

Obliczamy objętość jednej pomarańczy:

$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$

$R = 8 : 2 = 4\ [cm]$

$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 4^3 \approx 267{,}9\ [cm^3]$

Objętość soku z jednej pomarańczy:

$40\% \cdot 267{,}9 = 107{,}16\ [cm^3]$

Chcąc napełnić naczynie o objętości 1l trzeba obrać:

$1000cm^3 : 107{,}16cm^3 \approx 9{,}33$

Odp. Trzeba obrać 10 pomarańczy.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie objętości jednej pomarańczy	1
B	Obliczenie objętości soku z jednej pomarańczy	1
C	Obliczenie ilości pomarańczy	1
D	Podanie odpowiedzi	1

Zadanie 3. Ośmiościan w sześcianie (5 punktów)

Rozwiązanie:

Krawędź sześcianu $a = 6dm$

Wyznaczamy wysokość h – połowy ośmiościanu

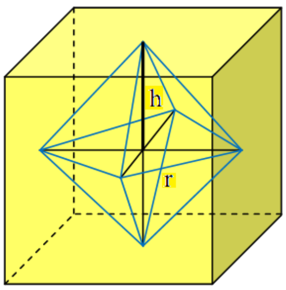
$h = \frac{1}{2}a = 3dm$

Wyznaczamy krawędź x – bok ośmiościanu:

$x^2 = \frac{6^2}{4} + \frac{6^2}{4}$

$x^2 = 9 + 9$

$x^2 = 18$



Wyznaczamy objętość ośmiościanu:

$V = 2 \cdot \frac{1}{3} x^2 \cdot h$

$V = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 18 \cdot 3$

$V = 36 [dm^3]$

Odp. Objętość tego ośmiościanu wynosi $36dm^3$.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Wykonanie rysunku poglądowego	2
B	Wyznaczenie krawędzi ośmiościanu	1
C	Obliczenie objętości ośmiościanu	2

Zadanie 4. Pojemniki na olej (4 punkty)

Rozwiązanie:

Obliczamy objętość walca, podstawiając za $\pi \approx 3,14$:

$V_w = \pi \cdot r^2 \cdot H$

$V_w \approx 3,14 \cdot 15^2 \cdot 40 \approx 28260\ [cm^3]$

Obliczamy objętość prostopadłościanu, gdzie a, b, c są wymiarami prostopadłościanu:

$V_p = abc$

$V_p = 20 \cdot 30 \cdot c = 600 \cdot c$

Z równości objętości obu pojemników wynika:

$V_w = V_p$

stąd $28260 = 600 \cdot c$

$c \approx 47,1\ [cm]$

Odp. Wysokość nowego pojemnika na olej powinna wynosić co najmniej 47,1cm.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie objętości walca	1
B	Wyznaczenie objętości prostopadłościanu	1
C	Ułożenie równania porównującego objętości obu pojemników	1
D	Obliczenie wysokości pojemnika	1

Zadanie 5. Cembrowana studnia (7 punktów)

Rozwiązanie:

Obliczamy objętość cembrowin dużej $- V_D$ i małej $- V_m$:

$V_D = \pi \cdot R^2 \cdot H$

$V_D \approx 3,14 \cdot 0,5^2 \cdot 18 \approx 14,14 m^3$

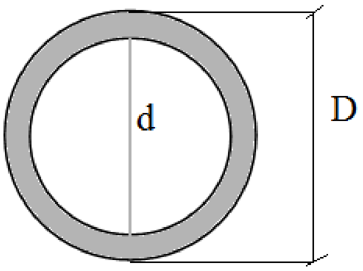
$V_m = \pi \cdot r^2 \cdot 18 \approx 9,04 m^3$

Obliczamy objętość pierścienia studni $- V$:

$V = V_D - V_m = 14,13 - 9,04 = 5,09\ [m^3]$

Obliczamy wagę cembrowin:

$5,09 \cdot 1,25 = 6,36 [t]$



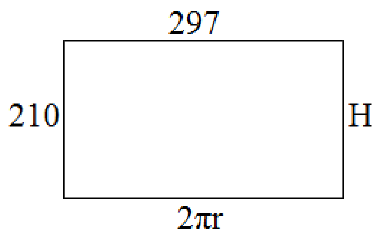
Obliczamy wysokość 7 cembrowin – H_w
Poniweważ wysokość 1 cembrowiny wynosi 1,5m,
$H_w = 1{,}5 \cdot 7 = 10{,}5$ [m]
Obliczamy objętość wody – V_w w studni:
$V_w = \pi \cdot r^2 \cdot H_w$
$V_w \approx 3{,}14 \cdot 0{,}16 \cdot 10{,}5 = 5{,}28\ [m^3] = 5280\ [l]$
Odp. Cembrowiny ważyły 6,36ton ; w studni jest 5280 litrów wody.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie objętości zewnętrznej cembrowiny	1
B	Obliczenie objętości wewnętrznej cembrowiny	1
C	Obliczenie objętości studni	1
D	Obliczenie wagi cembrowin	1
E	Obliczenie wysokości wody w studni	1
F	Obliczenie objętości wody w studni	1
G	Zamiana jednostek objętości	1

Zadanie 6. Piłki tenisowe (4 punkty)

Rozwiązanie:



Obliczamy promień piłki tenisowej:
średnica d = 6,7cm = 67mm
promień $R = \frac{1}{2}d = 33{,}5$mm
Obliczamy promień walca:
$2\pi r = 297$
$r = \frac{297}{2\pi}$
$r \approx 47{,}29$
Porównujemy promienie piłki i tuby:
$r > R$,
$47{,}29 > 33{,}5$
co oznacza, że jedna piłka tenisowa zmieści się na pewno
Sprawdzamy, czy w walcu zmieszczą się 3 piłki:
$210 : 67 \approx 3{,}13$
Odp. W tubie zmieszczą się trzy piłki tenisowe.

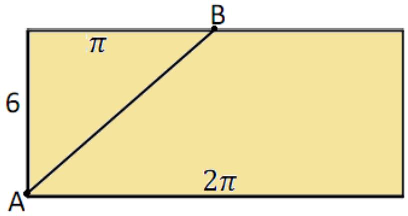
Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie promienia piłki tenisowej	1
B	Wyznaczenie promienia tuby	1
C	Porównanie obu promieni	1
D	Obliczenie wysokości trzech piłek	1

Zadanie 7. Wędrówka pająka (3 punkty)

Rozwiązanie:

Rozwijając powierzchnię boczną walca otrzymujemy prostokąt o wysokości 6 i podstawie 2π



Z twierdzenia Pitagorasa otrzymujemy, że odległość punktu A od punktu B jest równa:

$|AB| = \sqrt{\pi^2 + 6^2} \approx 6{,}77$

Odp. Najkrótsza droga pająka wynosi 6,77 [j]

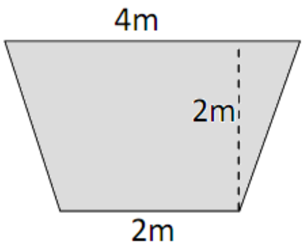
Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Narysowanie powierzchni bocznej walca	1
B	Zastosowanie tw. Pitagorasa do obliczenia drogi $\lvert AB\rvert$	1
C	Obliczenie drogi $\lvert AB\rvert$	1

Zadanie 8. Kursy wywrotek (3 punkty)

Rozwiązanie:

Rów ma kształt graniastosłupa o podstawie będącej trapezem równoramiennym przedstawionym na rysunku i wysokości 60m;



Obliczamy objętość wykopanej ziemi:

$V = P_p \cdot H$

$V = \frac{1}{2}(4+2)2 \cdot 60$

$V = 360[m^3]$

Obliczamy, ile kursów muszą wykonać wywrotki:

$360:5 = 72$

Odp. Wywrotki muszą wykonać łącznie 72 kursy.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie objętości rowu	2
B	Obliczenie liczby kursów	1

Zadanie 9. Przelewanie płynu (5 punktów)

Rozwiązanie:

Objętość płynu w naczyniu wypełniającym stożek i w kształcie walca jest taka sama:

$V_s = V_w$

$\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_s^2 \cdot H_s = \pi \cdot r_w^2 \cdot H_w$

$\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 1{,}2^2 \cdot 1{,}8 = \pi \cdot 0{,}5^2 \cdot H_w$

gdzie H_w – oznacza głębokość płynu w naczyniu w kształcie walca:

$\frac{1}{3} \cdot 1{,}44 \cdot 1{,}8 = 0{,}25 \cdot H_w$

$H_w = 3{,}456$ [dm]

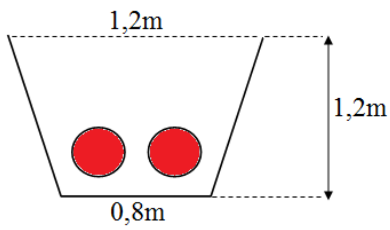
$H_w \approx 34{,}6$ [cm]

Odp. Głębokość płynu w drugim naczyniu wynosi około 34,6cm.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Zapisanie zależności pomiędzy objętościami obu naczyń	1
B	Zastosowanie wzoru na objętość stożka	1
C	Zastosowanie wzoru na objętość walca	1
D	Obliczenie głębokości płynu w drugim naczyniu	2

Zadanie 10. Remont ulicy (5 punktów)



Rozwiązanie:

Obliczamy objętość kanału ze wzoru na objętość graniastosłupa prostego o podstawie trapezu:

$V = P_p \cdot H$

$V = \frac{(1{,}2 + 0{,}8) \cdot 1{,}2}{2} \cdot 50$

$V = 60$ [m³]

Obliczamy objętość dwóch rur:

$V = 2 \cdot \pi \cdot 0{,}15^2 \cdot 50$

$V = 2{,}25 \cdot \pi \approx 3{,}14 \cdot 2{,}25 = 7{,}065[m^3]$

Obliczamy objętość ziemi potrzebnej do zasypania kanału ciepłowniczego:

$60 - 7{,}065 = 52{,}935\ [m^3]$

Odp. Do zasypania rowu potrzeba $52{,}935 m^3$ ziemi.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie objętości kanału	2
B	Obliczenie objętości rur	2
C	Obliczenie objętości ziemi	1

Pakiet G-3.6 „Wszędzie matematyka”

I Treści merytoryczne:

- kursy walut,
- prędkość, droga, czas,
- obliczenia w fizyce,
- obliczenia w chemii,
- średnia arytmetyczna liczb.

II Cele szczegółowe:

- kształtowanie umiejętności wykonywania obliczeń w różnych sytuacjach praktycznych,
- nabywanie biegłości w rozwiązywaniu zadań tekstowych związanych z procentami,
- sprawne obliczanie prędkości, drogi i czasu, mając dwie pozostałe wielkości,
- kształtowanie sprawności w zamianie jednostek prostych i złożonych;
- wskazywanie znaczenia matematyki w różnych dziedzinach życia.

III Metody i formy pracy:

- praca w grupach,
- burza mózgów,
- meta – plan,
- mapa myśli.

IV Przebieg zajęć:

Spotkanie 1: „Ćwiczenia otwierające” (1 godzina lekcyjna)

1. Sprawy organizacyjne (sprawdzenie obecności).
2. Podział uczniów na zespoły zadaniowe (grupy 4 - 5 osobowe).
3. Wybór liderów, sekretarzy, asystentów poszczególnych grup (zespoły zadaniowe w innym składzie niż na poprzednich spotkaniach).
4. Praca w grupach: każdy zespół wymyśla dla siebie nazwę (związaną z matematyką, działaniami społecznymi, historycznymi lub współczesnymi postaciami świata odkryć, dokonań naukowych) oraz **logo** zespołu.
5. Przedstawienie nazw i logo przez poszczególne grupy.
6. Rozdanie każdej z grup zestawów ćwiczeń otwierających oraz materiałów potrzebnych do rozwiązywania zadań.
7. Przedstawienie i porównanie rozwiązań zadań przez przedstawicieli grup.
8. Zebranie kart z rozwiązaniami.
9. Podsumowanie zajęć.
10. Zakończenie zajęć.

Polskie Towarzystwo Matematyczne realizuje projekt "Wespół w zespół z Matematyką bez Granic" współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Uwaga: Rozwiązania poszczególnych zadań uczniowie powinni zapisywać na oddzielnych kartkach, podpisanych nazwą zespołu i oznakowanych poprzez logo. Materiały dla uczniów stanowi pierwsza strona dokumentu Ćwiczenia otwierające.

Bibliografia do zestawu ćwiczeń otwierających:

[1] Chodnicki J., w zespole, *Zadania dla klasy 7 szkoły podstawowej*, WSiP, Warszawa 1996 (zad.1)
[2] Krawcewicz Z., Zasada B., *Matematyka w pigułce,* WSiP, Warszawa 1995 (zad.2)
[3] Urbańczyk A., Urbańczyk W., *Matematyka 2,* Operon, Gdynia 2007 (zad.3,)
[4] Uliasz R., Kamińska B., ,*Matematyka na co dzień ,*Wydawnictwo Nowik, Opole 2002 (zad.4)

Spotkanie 2: „Rozwiążmy razem” (2 godziny lekcyjne)

1. Uczniowie siadają we wcześniej ustalonych zespołach zadaniowych.
2. Nauczyciel rozdaje jeden egzemplarz zestawu zadań „Rozwiążmy razem”.
3. Uczniowie dokonują podziału, która grupa będzie rozwiązywała dane zadanie. Zestaw zadań uczniowie powinni pociąć i rozdzielić zadania do odpowiednich grup.
4. Każda grupa rozwiązuje zadania samodzielnie. Po rozwiązaniu zadania uczniowie redagują odpowiedź na karcie odpowiedzi (kartka formatu A4).
5. Jeżeli dany zespół zadaniowy zakończy pracę, to jej członkowie powinni przyłączyć się i pomóc w rozwiązywaniu zadań innym grupom.
6. Nauczyciel zbiera karty z rozwiązanymi zadaniami.
7. Zakończenie zajęć.

Bibliografia do zestawu rozwiążmy razem:

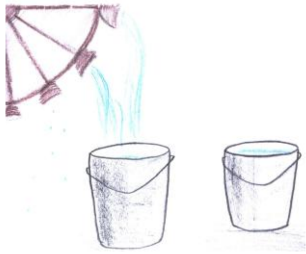
[1] Bobiński Z., Nodzyński P., *Koło matematyczne w gimnazjum*, Wydawnictwo Aksjomat, Toruń, 2010 (zad.1, zad.7)
[2] Bińkowska M., Gawrońska-Kornobis E., Staniszewska L., Sawińska-Stuła A., *zadanie autorski* (zad.3, zad.8)
[3] Dołęga E., Dołęga S., *Matematyka- podręcznik 3,*Operon, Gdynia 2007 (zad.6)
[4] Dubicka A., w zespole, *Zadania dla klasy 3 gimnazjum*, WSiP, Warszawa 2001 (zad.2)
[5] Dworecka K., Kochanowski Z., *Konkursy matematyczne*, WSiP, Warszawa 1997 (zad.5)
[6] Krawcewicz Z., Zasada B., *Matematyka w pigułce,* WSiP, Warszawa 1995 (zad.4)
[7] Paczesna W., *Matematyka Nowej Ery dla klasy 3*, Wydawnictwo nowa Era, Warszawa, 2004 (zad.6, zad.9, zad.10)
[8] Pawłowicz M., Cewe A., *Kangur europejski i inne konkursy z matematyki*, Wydawnictwo Podkowa, Gdańsk 1996 (zasd.3)

Spotkanie 3. „Ćwiczenia podsumowujące” (1 godzina lekcyjna)

1. Nauczyciel rozdaje poprawione i wypunktowane karty pracy zespołom zadaniowym.
2. Liderzy poszczególnych grup prezentują rozwiązania zadań.
3. Nauczyciel ocenia pracę zespołów zadaniowych (pozytywne wzmocnienie).
4. Podsumowanie zajęć.

Uwaga: Karty odpowiedzi uczniów z zestawu „Rozwiążmy razem” będą stanowić załącznik do raportu z realizacji zajęć.

Spotkanie 1: Ćwiczenia otwierające „Wszędzie matematyka"



Tarea 1. Sacar agua (10 puntos)

¿Es posible, por medio de recipientes con la capacidad de 9 litros y 15 litros, medir exactamente 8 litros de agua, sacandola del río? Motiva tu respuesta.

Exercise 1. Scooping water (10 points)

Is it possible to measure off exactly 8 litres of water scooping it from the river and using two containers with capacity 9 litres and 15 litres.
Substantiate the answer.

Aufgabe 1. Das Wasserschöpfen (10 Punkte)

Kann man mit Hilfe von Gefäßen von Fassungsvermögen 9 und 15 Liter genau 8 Liter aus einem Fluss geschöpften Wasser abmessen? Begründe die Antwort.

Exercice 1. Puisage d'eau (10 points)

Peut-on mesurer précisément 8 litres d'eau puisés d'une rivière à l'aide de récipients de 9 et de 15 litres de volume? Justifie ta réponse.

Esercizio 1. Come attingere l'acqua (10 punti)

È possibile coi recipienti di 9 litri e di 15 litri di misurare precisamente 8 litri d'acqua, attingendola dal fiume? Giustificare la risposta.

Zadanie 2. Kurs dolara (3 punkty)

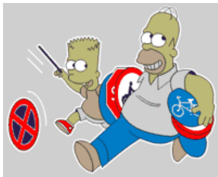
Kurs dolara w trzech kantorach wymiany walut był wczoraj rano taki sam. Następnie, w pierwszym z nich, kurs ten wzrósł przed południem o 1%, a po południu zmalał o 1%. W drugim, przed południem zmalał o 1%, a po południu wzrósł o 1%. W trzecim kantorze kurs ten nie uległ zmianom. W którym z tych kantorów kurs dolara był pod koniec wczorajszego dnia najwyższy?

Zadanie 3. Kwas siarkowy (2 punkty)

Jaka jest procentowa zawartość siarki w cząsteczce kwasu siarkowego H_2SO_4. Wynik zaokrąglij do części dziesiątych.

Masa atomowa wodoru wynosi 1, tlenu - 16 i siarki - 32.

Zadanie 4. Niebezpieczne miejsca na drodze (2 punkty)



Przepisy o ruchu drogowym zalecają, by na drodze, na której dopuszczalna prędkość wynosi 90km/h, ostrzegawcze znaki drogowe ustawiać w odległości 250m od niebezpiecznego miejsca. Kierowca jedzie z maksymalną dopuszczalną prędkością. Ile czasu upłynie od minięcia przez niego znaku do niebezpiecznego miejsca?

Rozwiązania oraz schemat punktacji zestawu ćwiczeń otwierających „Wszędzie matematyka"

Zadanie 1. Czerpanie wody (10 punktów)

Czy można przy pomocy naczyń o pojemności 9 litrów i 15 litrów odmierzyć dokładnie 8 litrów wody, czerpiąc ją z rzeki? Odpowiedź uzasadnij.

Rozwiązanie:

Uzasadnienie
Pojemność obu naczyń wyrażają się liczbami podzielnymi przez 3. Posługując się tymi naczyniami można odmierzyć wyłącznie taka ilość litrów wody, która wyraża się za pomocą liczby 3. Liczba 8 nie jest podzielna przez 3 , więc nie można odmierzyć 8 litrów wody.
Odp. Za pomocą tych naczyń nie można odmierzyć ośmiu litrów wody

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Poprawne przetłumaczenie na język polski	2
B	Właściwe rozwiązanie w języku polskim	4
C	Poprawne przetłumaczenie rozwiązania na język obcy	4

Tarea 1. Sacar agua (10 puntos)

Solución:

Motivación:
Las capacidades de dos recipientes se traducen en cantidades divisibles en 3.
Sirviendose de estos recipientes es posible medir solamente tal cantidad de litros que se traduce en la cantidad 3. La cantidad 8 no es divisible en 3, entonces no se puede medir 8 litros de agua.
Respuesta. Por medio de estos recipientes no se puede medir 8 litros de agua.

Puntuación:

Número de la actividad	Etapas de la solución de la tarea	Cantidad de puntos
A	Traducción correct en polaco	2
B	Solución adecuada en polaco	4
C	Traducción correcta de la solución en lengua extranjera	4

Exercise 1. Scooping water (10 points)

Solution:

Argumentation:
The capacities of both containers are the numbers divisible by 3. Using these containers we can measure off only such amount of litres which can be divisible by 3. The number 8 is not divisible by 3. So, we can't measure off such amount of water.
Answer: We can't measure off 8 litres of water using these containers.

Points:

Activity	Stages of solution	Points
A	Correct translation into Polish	2
B	Right solution in Polish	4
C	Correct translation of solution into foreign language	4

Aufgabe 1. Das Wasserschöpfen (10 Punkte)

Lösung:

Begründung
Die Verfassungsvermögen von beiden Gefäßen drücken sich in durch 3 teilbaren Zahlen aus. Mit Hilfe von diesen Gefäßen kann man ausschließlich solche Wassermenge abmessen, die sich mit Hilfe von der Zahl 3 ausdrückt. Die Zahl 8 ist durch 3 nicht teilbar, man kann also 8 Liter Wasser nicht abmessen.
Antw. Mit Hilfe von diesen Gefäßen kann man acht Liter Wasser nicht abmessen.

Punktwertung:

Tätigkeits nummer	Etappen der Aufgabenlösung	Punktezahl
A	Richtige Übersetzung ins Polnisch	2
B	Richtige Lösung in Polnisch	4
C	Richtige Übersetzung der Lösung in eine Fremdsprache	4

Exercice 1. Puisage d'eau (10 points)

Solution:

Justification:
Le volume des deux récipients est exprimé par des nombres divisibles par 3. Avec ces récipients, on ne peut que mesurer la quantité de litres d'eau exprimée à l'aide du chiffre 3. Le chiffre 8 n'est pas divisible par 3, donc on ne peut pas mesurer 8 litres d'eau.
Réponse: Avec ces récipients, on ne peut pas mesurer huit litres d'eau.

Pointage:

Activité	Solution étape par étape	Nombre de points
A	Traduction correcte en langue polonaise	2
B	Solution correcte en langue polonaise	4
C	Traduction correcte de la solution en langue étrangère	4

Esercizio 1. Come attingere l'acqua (10 punti)

Soluzione:
Giustificazione
La capienza di due recipienti è il numero diviso in 3. Usando questi recipienti è possibile misurare solo la capienza di litri divisa in 3. Il numero 8 non si può dividere in 3, dunque non è possibile misurare 8 litri d'acqua. Risposta: Con questi recipienti non è possibile misurare otto litri d'acqua.

Punteggio:

Numero dell'attività	Tappe della soluzione dell'esercizio	Numero di punti
A	traduzione corretta nella lingua polacca	2
B	soluzione corretta nella lingua polacca	4
C	traduzione corretta della soluzione nella lingua straniera	4

Zadanie 2. Kurs dolara (3 punkty)

Rozwiązanie:

Oznaczmy przez x kurs, jaki osiągnął dolar wczoraj rano w każdym z trzech kantorów.

Pod koniec wczorajszego dnia kurs ten wynosił odpowiednio:

$x \cdot 1{,}01 \cdot 0{,}99$ – w I kantorze,

$x \cdot 0{,}99 \cdot 1{,}01$ – w II kantorze,

x – w III kantorze.

Ponieważ $1{,}01 \cdot 0{,}99 = 0{,}9999 < 1$,
więc najwyższy kurs był wczoraj wieczorem w kantorze trzecim.

Odp. Najwyższy kurs dolara był w kantorze trzecim.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie kursu w kantorze I	1
B	Obliczenie kursu w kantorze II	1
C	Porównanie trzech kursów dolara	1

Zadanie 3. Kwas siarkowy (2 punkty)

Rozwiązanie:

Obliczamy masę atomową cząsteczki kwasu siarkowego:

$2 \cdot 1 + 32 + 4 \cdot 16 = 2 + 32 + 64 = 98$

Obliczamy procentową zawartość siarki w cząsteczce kwasu siarkowego:
$\frac{32}{98} \cdot 100\% = \frac{3200}{98}\% \approx 32{,}7[\%]$

Odp. Zawartość siarki w cząsteczce kwasu siarkowego wynosi 32,7%.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie masy atomowej cząsteczki kwasu siarkowego	1
B	Obliczenie procentowej zawartość siarki w kwasie	1

Zadanie 4. Niebezpieczne miejsca na drodze (2 punkty)

Rozwiązanie:

Oznaczmy przez t – czas dotarcia do niebezpiecznego miejsca;

ponieważ jest to ruch jednostajny, więc $t = \frac{s}{V}$,

gdzie s – droga oraz V – prędkość

$$s = 250m$$

$$V = 90\frac{km}{h} = 25\frac{m}{s}$$

$$t = \frac{250}{25} = 10[s]$$

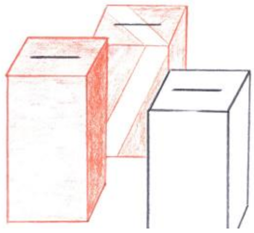
Odp. Od znaku do niebezpiecznego miejsca upłynie 10 sekund.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Zamiana jednostek	1
B	Obliczenie czasu	1

Spotkanie 2: Rozwiążmy razem - „Wszędzie matematyka"

Tarea 1. Tres urnas(10 puntos)



En cada de tres urnas han instalado dos esferas: en una dos blancas, en segunda dos negras, en la tercera una blanca y una negra
Han puesto las inscripciones sobre su contenido de este manera que ninguna de ellas no corresponde a la verdad. ¿De qué urna hay que sacar una esfera para poder adivinar, después de haber constatado su color, de qué color es la segunda esfera en esta urna?

Exercise 1 Three urns (10 points)

There are 6 balls in three urns: two white balls in first urn, two black balls in the second urn and at last one white ball and one black ball in the third urn. The cards describing the contents of urns are set in such way that all three urn's descriptions say untruth. Choose one ball from only one urn and say what is the second ball's colour in this urn? Which urn should you pick out?

Aufgabe 1. Drei Urnen (10 Punkte)

In drei Urnen werden jeweils zwei Kugeln gelegt: in der ersten Urne zwei weiße Kugeln, in der zweiten zwei schwarze, und in der dritten eine weiße und eine schwarze Kugel. Die Aufschriften, die die Urneninhalte betreffen, wurden auf solche Weise geordnet, dass keine von denen der Wahrheit entspricht. Aus welcher Urne soll man eine Kugel ziehen, um, nach der Feststellung von ihrer Farbe die Farbe von der anderen Kugel aus derselben Urne zu erraten?

Exercice 1. Trois urnes (10 points)

Dans chacune des trois urnes on a mis deux sphères : dans l'une – deux sphères blanches, dans l'autre – deux noires, et dans la troisième – une blanche et une noire. Aucune indication sur les urnes n'est vraie.
De quelle urne faut-il tirer une sphère pour deviner la couleur de la deuxième sphère après avoir vu celle de la première?

Esercizio 1. Tre urne (10 punti)

In tre urne sono messe due palle in ogni urna: nella prima due bianche, nella seconda due nere, e nella terza una bianca ed una nera. Le iscrizioni concernenti il contenuto sono sbagliate su ogni urna. Dalla quale urna bisogna prendere una palla per poter dire di che colore è l'altra palla della stessa urna?

Polskie Towarzystwo Matematyczne realizuje projekt "Wespół w zespół z Matematyką bez Granic"
współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

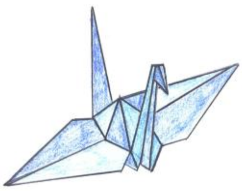
Zadanie 2. Ludzie ludziska (5 punktów)

W pokoju znajduje się 9 osób. Średnia ich wieku wynosi 25 lat. W innym pokoju znajduje się 11 osób, ze średnią wieku 45 lat. Jaka będzie średnia wieku, kiedy wszystkie osoby znajdą się razem?

Zadanie 3. Wypadek na basenie (4 punkty)

Na brzegu prostokątnego basenu o boku $|AB| = 70m$ znajdowali się dwaj pływacy, jeden na boku prostopadłym do AB w odległości 56m od A, a drugi na przeciwległym boku w odległości 28m od B. Na brzegu AB bawiło się dziecko. Nagle wpadło do wody i zaczęło tonąć. Obaj pływacy, płynąc z jednakową prędkością, dopłynęli jednocześnie do dziecka i uratowali je. W jakiej odległości od punktu A znajdowało się dziecko?

Zadanie 4. Wielowarstwowa bibułka (5 punktów)

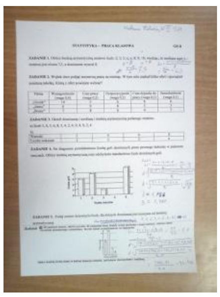


Cienką bibułkę o grubości $\frac{1}{16}mm$ składamy na pół, znów na pół, jeszcze raz na pół i tak dalej. Przypuśćmy, że naszą bibułkę złożyliśmy (w wyobraźni, bo inaczej nie da się tego wykonać) 50 razy. Jaka będzie grubość tak złożonej bibułki?

Zadanie 5. Złota korona (5 punktów)

Złotnik, aby zbadać, czy korona ważąca 7,465kg została wykonana z czystego złota, bez domieszki srebra, zanurzył ją do wody. Okazało się, że straciła ona pozornie na wadze 467g. Złoto traci w wodzie pozornie na wadze 0,052 swego ciężaru, a srebro 0,095 swego ciężaru. Oblicz, ile srebra, a ile złota było w tej koronie?

Zadanie 6. Sprawdziany z matematyki (5 punktów)



Na każdym z pięciu sprawdzianów z matematyki można dostać maksymalnie 90 punktów. Semestralną ocenę *bardzo dobry* otrzymuje uczeń, który uzyska 90% wszystkich punktów. Z czterech pierwszych sprawdzianów Maciek dostał w sumie 350 punktów. Ile co najmniej punktów musi zdobyć na ostatnim sprawdzianie, jeśli chce dostać piątkę na semestr?

Zadanie 7. Stopy miedzi (5 punktów)

Od dwóch kawałków stopu o różnej zawartości procentowej miedzi ważących 10kg i 8kg, odcięto jednakowe wagowo kawałki. Każdy z odciętych kawałków stopiono z pozostałą resztą drugiego stopu i okazało się, że procentowa zawartość miedzi w otrzymanych stopach jest jednakowa. Ile ważył każdy z odciętych kawałów?

Zadanie 8. Piechur (4 punkty)

Piechur szedł przez 3 godziny z prędkością 6km/h, a przez następne 2 godziny z prędkością 4km/h. Jaka była średnia prędkość piechura na całej trasie?

Zadanie 9. Maciej buduje dom (4 punkty)

Maciej w budowanym domu w kształcie prostopadłościanu o wymiarach podstawy10m na 8m położył symetryczny dach dwuspadowy. Kąty α między dachem a stropem wynoszą po 60^{o}.

a) Oblicz, czy w najwyższym miejscu na strychu będzie mógł swobodnie stanąć dorosły człowiek?

b) Oblicz, jaką powierzchnię dachu Maciej musi pokryć dachówką, jeśli dach wystaje 50cm poza krawędź ściany?

Zadanie 10. Waga szalkowa (3 punkty)

Szalki pewnej wagi pozostają w równowadze, gdy są puste. Na jednej szalce położono 1kg cukru i okazało się, że aby zrównoważyć szalki wystarczy położyć na drugą odważniki o masie 0,8kg. O jakiej masie należy położyć odważniki na pierwszej szalce, aby zrównoważyć 1kg cukru położony na drugiej szalce?

Polskie Towarzystwo Matematyczne realizuje projekt "Wespół w zespół z Matematyką bez Granic"
współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Rozwiązania oraz schemat oceniania zestawu
Rozwiążmy razem – „Wszędzie matematyka”

Zadanie 1.Trzy urny (10 punktów)

W trzech urnach umieszczono po dwie kule: w jednej dwie białe, w drugiej dwie czarne, a w trzeciej jedną białą i jedną czarną. Napisy dotyczące zawartości umieszczono w ten sposób, że żaden nie odpowiada prawdzie. Z której urny należy wybrać jedną kulę, aby po stwierdzeniu jakiego jest koloru, odgadnąć jakiego koloru jest druga kula w tej urnie?

Rozwiązanie:

Kulę należy wybrać z urny z napisem czarna i biała. Jeśli wyciągniemy kule białą, to druga też musi być biała. Jeśli wyciągniemy kulę czarną, to druga też musi być czarna. (Pamiętamy, że napisy na urnach nie odpowiadały prawdzie).

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Poprawne przetłumaczenie na język polski	2
B	Właściwe rozwiązanie w języku polskim	4
C	Poprawne przetłumaczenie rozwiązania na język obcy	4

Tarea 1. Tres urnas (10 puntos)

Solución:

Hay que sacar una esfera con la inscripción: negra y blanca. Si sacamos una esfera blanca, la segunda debe ser también blanca. Si sacamos una esfera negra, la segunda debe ser también negra.(Recordamos que las inscripciones sobre las urnas no correspondían a la verdad).

Puntuación:

Número de la actividad	Etapas de la solución de la tarea	Cantidad de puntos
A	Traducción correcta en polaco	2
B	Solución adecuada en polaco	4
C	Traducción correcta de la solución en lengua extranjera	4

Exercise 1. Three urns (10 points)

Solution:

We should choose the urn with the superscription: white ball and black ball. The superscriptions lie so, picking white ball we deduce that the second one is also white and choosing black ball the second should be black, too.

Points:

Activity	Stages of solution	Points
A	Correct translation into Polish	2
B	Right solution in Polish	4
C	Correct translation of solution into foreign language	4

Aufgabe 1. Drei Urnen (10 Punkte)

Lösung:

Eine Kugel soll man aus der Urne mit dem Aufschrift schwarz und weiß ziehen. Wenn wir eine weiße Kugel ziehen, muss die andere auch weiß sein. Wenn wir eine schwarze Kugel ziehen, muss die andere auch schwarz sein. (Wir vergessen nicht, dass die Aufschriften auf den Urnen der Wahrheit nicht entsprachen).

Punktwertung:

Tätigkeit snummer	Etappen der Aufgabenlösung	Punktezahl
A	Richtige Übersetzung ins Polnisch	2
B	Richtige Lösung in Polnisch	4
C	Richtige Übersetzung der Lösung in eine Fremdsprache	4

Exercice 1. Trois urnes (10 points)

Solution:

Il faut tirer une sphère de l'urne sur laquelle est écrit « noire et blanche ». Si nous tirons une sphère blanche, la deuxième doit aussi être blanche. Si nous tirons une sphère noire, la deuxième doit aussi être noire. (n'oublions pas que les indications sur les urnes sont fausses).

Pointage:

Activité	Solution étape par étape	Nombre de points
A	Traduction correcte en langue polonaise	2
B	Solution correcte en langue polonaise	4
C	Traduction correcte de la solution en langue étrangère	4

Esercizio 1. Tre urne (10 punti)

Soluzione:

La palla deve essere presa dall'urna con l'iscrizione bianca e nera. Se la palla presa è bianca, l'altra deve essere anche bianca. Se prendiamo la palla nera, allora la seconda deve essere anche nera. (Ricordiamo, che le iscrizioni sulle urne sono sbagliate).

Punteggio:

Numero dell'attività	Tappe della soluzione dell'esercizio	Numero di punti
A	Traduzione corretta nella lingua polacca	2
B	Soluzione corretta nella lingua polacca	4
C	Traduzione corretta della soluzione nella lingua straniera	4

Zadanie 2. Ludzie ludziska (5 punktów)

Rozwiązanie:

Wyznaczamy sumę lat osób obecnych w I pokoju:

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_9}{9} = 25$$

Obliczamy sumę lat: $25 \cdot 9$

Wyznaczamy sumę lat osób obecnych osób w II pokoju:

$$\frac{b_1 + b_2 + b_3 + \cdots + b_{11}}{11} = 45$$

Obliczamy sumę lat: $45 \cdot 11$

Wyznaczamy średnią wieku wszystkich osób:

$$\frac{25 \cdot 9 + 45 \cdot 11}{20} = 36\ [\text{lat}]$$

Odp. Średnia wieku wszystkich osób wynosi 36 lat.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Wyznaczenie średniej wieku w I pokoju	1
B	Obliczenie sumy lat osób w I pokoju	1
C	Wyznaczenie średniej wieku w II pokoju	1
D	Obliczenie sumy lat osób w II pokoju	1
E	Obliczenie średniej wieku wszystkich osób	1

Zadanie 3. Wypadek na basenie (4 punkty)

Rozwiązanie:

Stosujemy twierdzenie Pitagorasa, zauważając, że z równości obu dróg (s) wynika równość:

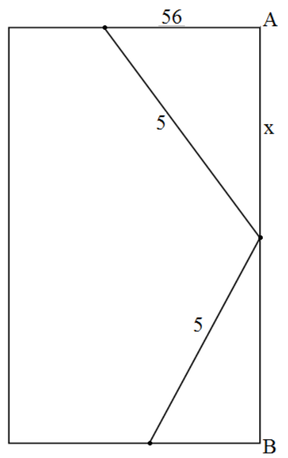
$x^2 + 56^2 = (70 - x)^2 + 28^2$

$x^2 + 3136 = 4900 - 140x + x^2 + 784$

$3136 = 4900 - 140x + 784$

$140x = 2548$

$x = 18{,}2\ [\text{m}]$



Odp. Dziecko topiło się w odległości 18,2m o punktu A.

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Sporządzenie rysunku z oznaczeniami	1
B	Zastosowanie twierdzenia Pitagorasa- ułożenie równania	2
C	Obliczenie odległości dziecka od punktu A	1

Zadanie 4. Wielowarstwowa bibułka (5 punktów)

Rozwiązanie:

Obliczamy, ile warstw będzie miał pakiet po 50 – krotnym złożeniu bibułki:
po 1 złożeniu – 2 warstwy
po 2 złożeniu – 2^2 warstwy = 4
po 3 złożeniu – 2^3 warstwy = 8
po 4 złożeniu – 2^4 warstwy = 16, itd.
po 50 złożeniu – 2^{50} warstwy
Obliczamy grubość całego pakietu:

$$\frac{1}{16}\,[\mathrm{mm}]\cdot 2^{50} = \frac{1}{2^4}\,[\mathrm{mm}]\cdot 2^{50} = 2^{46}[\mathrm{mm}]$$

Szacujemy wielkość tej liczby:
$2^{10} = 1024$,
więc $2^{46} = 2^{10}\cdot 2^{10}\cdot 2^{10}\cdot 2^{10}\cdot 2^{6} = 1024\cdot 1024\cdot 1024\cdot 1024\cdot 64$ [mm]
jest to więcej niż:
$1000\cdot 1000\cdot 1000\cdot 1000\cdot 64$ [mm] $= 64\cdot 1000\cdot 1000\cdot 1000$ [m] $=$
$64\cdot 1000\cdot 1000$ [km] $= 64\,000\,000$ [km]

Odp. Grubość bibułki po 50 - krotnym złożeniu wynosi $64\,000\,000$ [km].

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Analiza zależności złożeń od warstw bibułki	2
B	Obliczenie grubości pakietu	1
C	Oszacowanie liczby będącej grubością pakietu	1
D	Zamiana jednostek długości	1

Zadanie 5. Złota korona (5 punktów)

Rozwiązanie:

Oznaczmy za x – masę złota w [g],
a za y – masę srebra w [g].
Uwzględniając warunki zadania układamy układ równań:

$$\begin{cases} x + y = 7465 \\ 0{,}052x + 0{,}095y = 467 \end{cases}$$

Rozwiązując układ równań otrzymujemy:

$$\begin{cases} x \approx 5632\ [\mathrm{g}] \\ y \approx 1833\ [\mathrm{g}] \end{cases}$$

Odp. W koronie było 5,632kg złota i 1,833kg srebra.

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Zamiana jednostek	1
B	Ułożenie układu równań	1
C	Rozwiązanie układu równań	2
D	Podanie poprawnej odpowiedzi z jednostką	1

Zadanie 6. Sprawdziany z matematyki (5 punktów)

Rozwiązanie:

Z warunków zadania odczytujemy:
maksymalna ilość punktów – 450,
uzyskana ilość punktów – 350,
minimalna ilość punktów do uzyskania na ostatnim sprawdzianie – x
układamy równanie:

$$\frac{350+x}{450}\cdot 100\% = 90\%$$

$$\frac{350+x}{450} = 0{,}9$$

$x = 55.$

Odp. Maciek musi uzyskać co najmniej 55 punktów, aby dostać piątkę na semestr.

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Oznaczenie niewiadomych	1
B	Ułożenie równania	2
C	Rozwiązanie równania	2

Zadanie 7. Stopy miedzi (5 punktów)

Rozwiązanie:

Oznaczmy wagę odciętego kawałka stopu przez x.
Niech w pierwszym kawałku stopu zawartość procentowa miedzi równa jest p, a w drugim kawałku – q.
Zatem zawartość miedzi w kawałku odciętym od I stopu jest równa $\frac{p}{100}\cdot x$
a w kawałku odciętym od II stopu jest równa $\frac{q}{100}\cdot x$
Wówczas z treści zadania wynika:

$$\frac{p(10-x)+qx}{10}=\frac{q(8-x)+px}{8}$$

$$10[q(8-x)+px]=8[p(10-x)+qx]$$

$$9x(p-q)=40(p-q)$$

$$x=\frac{40}{9}=4\frac{4}{9}\ [kg]$$

Odp. Każdy z odciętych kawałków waży $4\frac{4}{9}$ kg.

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Analiza warunków zadania	1
B	Ułożenie równania	2
C	Rozwiązanie równania	2

Zadanie 8. Piechur (4 punkty)

Rozwiązanie:

Obliczamy długość I trasy: $3\cdot 6km=18\ [km]$,

długość II trasy: $2\cdot 4km=8\ [km]$

oraz długość całej trasy: $18+8=26\ [km]$.

Obliczamy średnią prędkość piechura:

$26\ [km]:5\ [h]=5{,}2\left[\frac{km}{h}\right]$.

Odp. Średnia prędkość piechura na całej trasie wynosi 5,2 km/h.

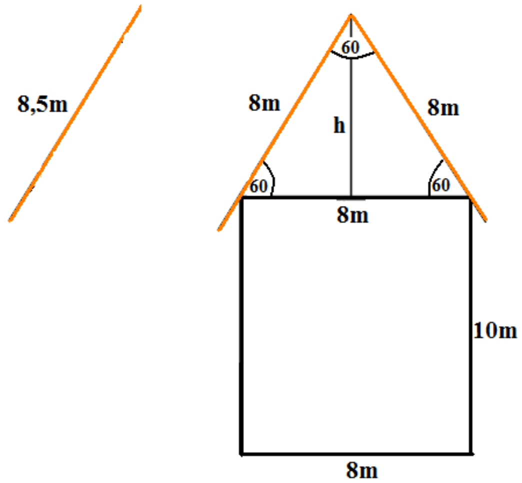
Polskie Towarzystwo Matematyczne realizuje projekt "Wespół w zespół z Matematyką bez Granic" współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie długości trasy piechura	3
B	Obliczenie średniej prędkości piechura	1

Zadanie 9. Maciej buduje dom (4 punkty)

Rozwiązanie:



Obliczamy wysokość dachu
(wysokość trójkąta równobocznego):

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2} \approx \frac{8 \cdot 1{,}73}{2} = 6{,}92[\mathrm{m}],$$

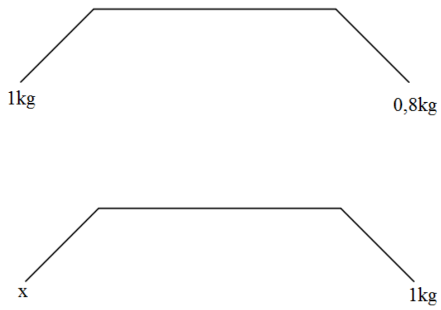
stąd wynika, że człowiek może stać na strychu.
Obliczamy powierzchnię 1 połaci dachowej:
$8{,}5\ [\mathrm{m}] \cdot 10\ [\mathrm{m}] = 85\ [\mathrm{m}^2]$
Obliczamy powierzchnię całego dachu:
$2 \cdot 85\ [\mathrm{m}^2] = 170\ [\mathrm{m}^2]$.
Odp. Dorosły człowiek może stać na strychu domu, którego powierzchnia dachu wynosi $170[m^2]$.

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Wykonanie rysunku poglądowego	1
B	Obliczenie wysokości dachu	1
C	Obliczenie połaci dachowej	2

Zadanie 10. Waga szalkowa (3 punkty)

Rozwiązanie:



Obliczamy masę odważników, układając proporcję:

$$\frac{1}{x} = \frac{0{,}8}{1}$$

$$x = \frac{1\mathrm{kg} \cdot 1\mathrm{kg}}{0{,}8\mathrm{kg}} = 1{,}25\ [\mathrm{kg}].$$

Odp. Należy położyć odważniki o masie 1,25kg.

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Wykonanie rysunku poglądowego	1
B	Ułożenie proporcji - równania	1
C	Obliczenie masy odważników	1

Pakiet G-3.7 „Zabawy z matematyką”

I Treści merytoryczne:

- zadania logiczne,
- liczby Fibonacciego,
- gra sudoku,
- przelewanie płynów,
- kwadraty magiczne.

II Cele szczegółowe:

- kształtowanie umiejętności logicznego myślenia,
- kształcenie precyzji matematycznej,
- wykorzystywanie dojrzałości matematycznej do rozwiązywania łamigłówek logicznych,
- ćwiczenie rozwiązywania zadań typu „rozkosze łamania głowy”,
- rozumienie zabawy matematyką.

III Metody i formy pracy:

- praca w grupach,
- burza mózgów,
- meta – plan,
- mapa myśli.

IV Przebieg zajęć:

Spotkanie 1: „Ćwiczenia otwierające” (1 godzina lekcyjna)

1. Sprawy organizacyjne (sprawdzenie obecności).
2. Podział uczniów na zespoły zadaniowe (grupy 4 - 5 osobowe).
3. Wybór liderów, sekretarzy, asystentów poszczególnych grup (zespoły zadaniowe w innym składzie niż na poprzednich spotkaniach).
4. Praca w grupach: każdy zespół wymyśla dla siebie nazwę (związaną z matematyką, działaniami społecznymi, historycznymi lub współczesnymi postaciami świata odkryć, dokonań naukowych) oraz **logo** zespołu.
5. Przedstawienie nazw i logo przez poszczególne grupy.
6. Rozdanie każdej z grup zestawów ćwiczeń otwierających oraz materiałów potrzebnych do rozwiązywania zadań.
7. Przedstawienie i porównanie rozwiązań zadań przez przedstawicieli grup.
8. Zebranie kart z rozwiązaniami.

Polskie Towarzystwo Matematyczne realizuje projekt "Wespół w zespół z Matematyką bez Granic"
współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

9. Podsumowanie zajęć.
10. Zakończenie zajęć.

Uwaga: Rozwiązania poszczególnych zadań uczniowie powinni zapisywać na oddzielnych kartkach, podpisanych nazwą zespołu i oznakowanych poprzez logo. Materiały dla uczniów stanowi pierwsza strona dokumentu „Ćwiczenia otwierające".

Bibliografia do zestawu ćwiczeń otwierających:

[1] Bińkowska M., Gawrońska-Kornobis E., Staniszewska L., Sawińska-Stuła A., *zadanie autorski* (zad.1, zad.2)
[2] Jarek P.,w zespole, *Miniatury matematyczne,* Wydawnictwo Aksjomat, Toruń 2001 (zad.3)
[3] Towarzystwo Upowszechniania Wiedzy i Nauk Matematycznych, *Matematyczne przygody Kangurków,* Wydawnictwo Aksjomat, Toruń 2009 (zad.4)

Spotkanie 2: „Rozwiążmy razem" (2 godziny lekcyjne)

1. Uczniowie siadają we wcześniej ustalonych zespołach zadaniowych.
2. Nauczyciel rozdaje jeden egzemplarz zestawu zadań „Rozwiążmy razem".
3. Uczniowie dokonują podziału, która grupa będzie rozwiązywała dane zadanie. Zestaw zadań uczniowie powinni pociąć i rozdzielić zadania do odpowiednich grup.
4. Każda grupa rozwiązuje zadania samodzielnie. Po rozwiązaniu zadania uczniowie redagują odpowiedź na karcie odpowiedzi (kartka formatu A4).
5. Jeżeli dany zespół zadaniowy zakończy pracę, to jej członkowie powinni przyłączyć się i pomóc w rozwiązywaniu zadań innym grupom.
6. Nauczyciel zbiera karty z rozwiązanymi zadaniami.
7. Zakończenie zajęć.

Bibliografia do zestawu rozwiążmy razem:

[1] Bińkowska M., Gawrońska-Kornobis E., Staniszewska L., Sawińska-Stuła A., *zadanie autorski* (zad.4)
[2] Bobiński Z., w zespole, *Liga zadaniowa,* Wydawnictwo Aksjomat, Toruń 2004 (zad.3, zad8, zad.10)
[3] Dobrowolska M. w zespole *Kalendarz gimnazjalisty*, GWO, Gdańsk 207 (zad. 1)
[4] Kowal S., *500 zagadek matematycznych,* Wydawnictwo Wiedza Powszechna, Warszawa 1994 (zad.2)
[5] Kulma D., *Kwadratolandia, matematyczne wyzwania,* Wydawnictwo ELITMAT, Mińsk Mazowiecki 2009 (zad.5)
[6] Langdon N., Snape C., *Ścieżki matematyki,* GWO, Gdańsk 1998 (zad.6)
[7] Romanowicz Z., Piegat E., *100 zadań z błyskiem,* Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław 1996 (zad.9)
[8] Towarzystwo Upowszechniania Wiedzy i Nauk Matematycznych, *Matematyczne przygody Kangurków,* Wydawnictwo Aksjomat, Toruń 2009 (zad.7)

Spotkanie 3: „Ćwiczenia podsumowujące" (1 godzina lekcyjna)

1. Nauczyciel rozdaje poprawione i wypunktowane karty pracy zespołom zadaniowym.
2. Liderzy poszczególnych grup prezentują rozwiązania zadań.
3. Nauczyciel ocenia pracę zespołów zadaniowych (pozytywne wzmocnienie).
4. Podsumowanie zajęć.

Uwaga: Karty odpowiedzi uczniów z zestawu „Rozwiążmy razem" będą stanowić załącznik do raportu z realizacji zajęć.

Spotkanie 1: Ćwiczenia otwierające „Zabawy z matematyką”

Exercise1. Toilette of Mr Violet (10 points)

Mr Violet has decided to wash his head with shampoo “Healthy hair” regularly every three days. He started on Friday, 1 January 2010. On what day of the week will he wash his hair the last time in the year 2010?

Aufgabe 1. Die Toilette von Herrn Adalbert (10 Punkte)

Herr Adalbert entschloss sich, seine Haare regelmäßig je drei Tage mit dem Shampoo „Gesunde Haare” zu waschen. Er begann am 1. Januar 2010, am Freitag. An welchem Tag wird er seine Haare zum letzten Mal im Jahre 2010 waschen?

Tarea 1. El aseo de Don Adalberto (10 puntos)

Don Adalberto decidió lavarse la cabeza con un champú “Cabellos sanos” regularmente todos tres días. Comenzó el viernes 1 de enero de 2010. ¿ En qué día de la semana se lavará la cabeza la última vez en el año 2010?

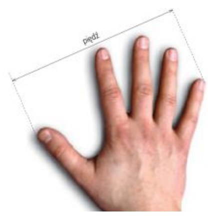
Esercizio 1. Toletta di Signor Alberto (10 punti)

Signor Alberto ha deciso di lavarsi la testa ogni tre giorni, con lo sciampo „Capelli sani”. Ha cominciato il 1 gennaio 2010, venerdi. Quale giorno della settimana laverà la testa ultima volta nel 2010 ?

Exercice 1. La toilette de Monsieur Adalbert (10 points)

Monsieur Adalbert a décidé de se laver les cheveux régulièrement tous les trois jours avec le schampoing « Les cheveux sains ».Il a commencé le vendredi premier janvier 2010. Quel jour de la semaine se lavera-t-il les cheveux pour la dernière fois en 2010 ?

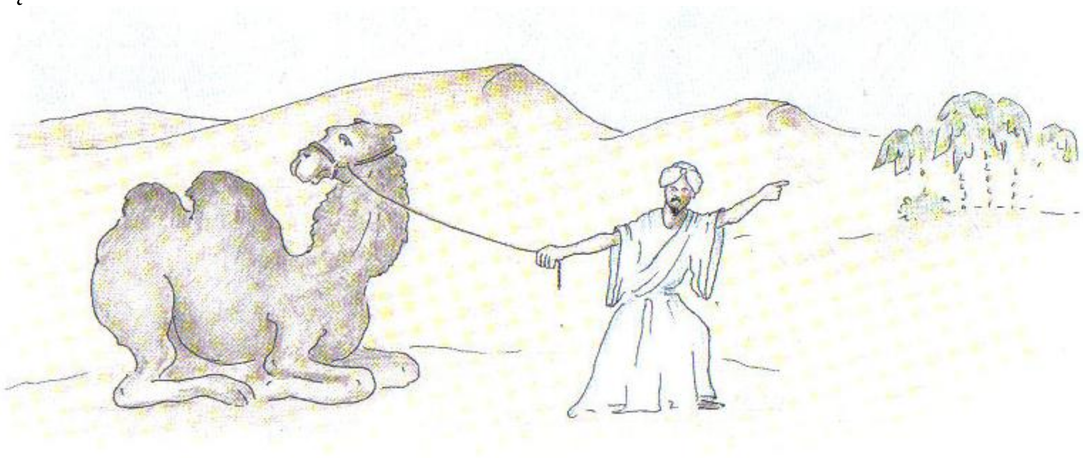
Zadanie 2. Dawne miary (2 punkty)



Ile *stóp* ma jeden *łokieć*, jeżeli 4 *piędzi* to 1 *stopa*, a 6 *piędzi* to 1 *łokieć?*

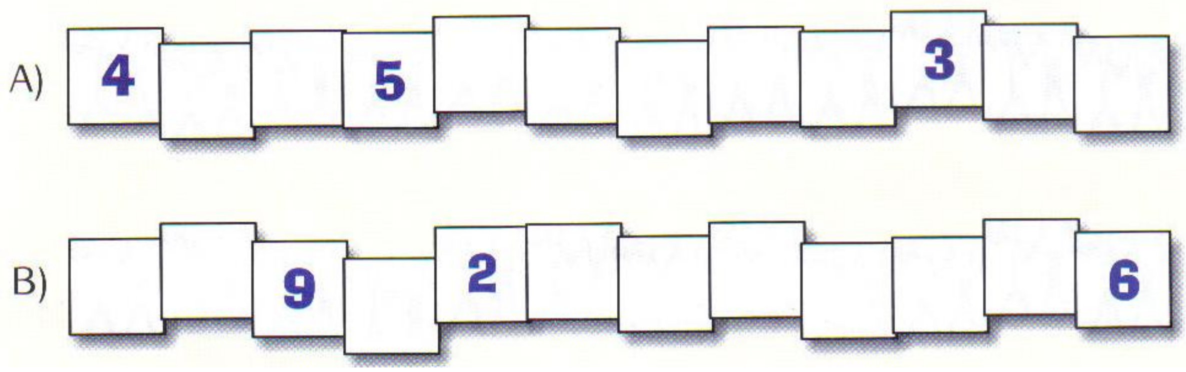
Zadanie 3. Wędrowiec na pustyni (5 punktów)

Wędrowiec zamierza przejechać na wielbłądzie przez pustynie szlak długości 100km. W ciągu jednego dnia może on przejechać 20km i w tym czasie zużywa jeden pojemnik wody. Ma on do dyspozycji piętnaście pojemników wody, jednak za jednym razem może on wziąć tylko trzy pojemniki. Jednakże może on przejechać więcej niż 60km, przygotowując po drodze punkty, w których umieści odpowiednie zapasy wody. Czy mając tę ilość wody może on przejechać przez pustynię?



Zadanie 4. Wypełnianka (2 punkty)

W puste pola wpisz liczby tak, aby suma w każdych czterech kolejnych polach była równa 20.



Rozwiązania oraz schemat punktacji zestawu ćwiczeń otwierających „Zabawy z matematyką”

Zadanie 1. Toaleta Pana Wojciecha (10 punktów)

Pan Wojciech postanowił regularnie, co trzy dni, myć głowę szamponem „Zdrowe włosy”. Zaczął 1 stycznia 2010 roku, w piątek. W jakim dniu tygodnia umyje głowę po raz ostatni w 2010 roku?

Rozwiązanie:

Rok 2010 ma 365 dni. Skoro 1 stycznia był piątek, to ostatni dzień roku też wypadnie w piątek, ponieważ
$365 = 1 + 7 \cdot 52$
Pan Wojtek myje głowę w dniach o kolejnych numerach $1; 1+3; 1+3\cdot 2, \dots\dots$. ostatni taki dzień ma kolejny numer $1+3\cdot 121 = 364,$ jest to więc czwartek.

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Poprawne przetłumaczenie na język polski	2
B	Właściwe rozwiązanie w języku polskim	4
C	Poprawne przetłumaczenie rozwiązania na język obcy	4

Exercise 1. Toilette of Mr Violet (10 points)

Solution:

The year 2010 has 365 days. On 1 January it was and the last day of this year is also Friday because of
$365 = 1 + 7 \cdot 52$
Mr Violet washes his head on the days with the numbers: $1; 1+3; 1+3\cdot 2, \dots\dots$. The last such day has the number $1+3\cdot 121 = 364,$ and it is Thursday.

Points:

Activity	Stages of solution	Points
A	Correct translation in Polish	2
B	Right solution in Polish	4
C	Correct translation of solution into foreign language	4

Aufgabe 1. Die Toilette von Herrn Adalbert (10 Punkte)

Lösung:

Das Jahr 2010 hat 365 Tage. Wenn am 1. Januar war, so fällt der letzte Jahrestag auch auf einen Freitag, weil
$365 = 1 + 7 \cdot 52$
Herr Adalbert wäscht seine Haare an Tagen von folgenden Nummern $1; 1+3; 1+3\cdot 2, \dots\dots$. Der letzte von solchen Tagen hat folgenden Nummer $1+3\cdot 121 = 364,$ es ist also ein Donnerstag.

Polskie Towarzystwo Matematyczne realizuje projekt "Wespół w zespół z Matematyką bez Granic"
współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Punktwertung:

Tätigkeits nummer	Etappen der Aufgabenlösung	Punkteza hl
A	Richtige Übersetzung ins Polnisch	2
B	Richtige Lösung in Polnisch	4
C	Richtige Übersetzung der Lösung in eine Fremdsprache	4

Tarea 1. El aseo de Don Adalberto (10 puntos)

Solución:

El año 2010 tiene 365 días. Si el 1 de enero era viernes, El último día de este año será también el viernes, porque:

$365 = 1 + 7 \cdot 52$

Don Adalberto se lava la cabeza los días numerados sucesivamente: $1; 1+3; 1+3\cdot 2, \dots\dots$. El último tal día tiene un número siguiente: $1+3\cdot 121 = 364,$ entonces es jueves.

Puntuación:

Número de la actividad	Etapas de la solución de la tarea	Cantidad de puntos
A	Traducción correct en polaco	2
B	Solución adecuada en polaco	4
C	Traducción correcta de la solución en lengua extranjera	4

Esercizio 1. Toletta di Signor Alberto (10 punti)

Soluzione:

L'anno 2010 ha 365 giorni. Se il 1 gennaio cade venerdi, dunque ultimo giorno dell'anno sarà anche venerdi, perché

$365 = 1 + 7 \cdot 52$

Signor Alberto lava la testa i giorni coi numeri successivi $1; 1+3; 1+3\cdot 2, \dots\dots$. Ultimo giorno avrà il numero successivo $1+3\cdot 121 = 364,$ allora è giovedi.

Punteggio:

Numero dell'attività	Tappe della soluzione dell'esercizio	Numero di punti
A	traduzione corretta nella lingua polacca	2
B	soluzione corretta nella lingua polacca	4
C	traduzione corretta della soluzione nella lingua straniera	4

Exercice 1. La toilette de Monsieur Adalbert (10 points)

Solution:

Il y a 365 jours en 2010. Puisque le premier janvier est tombé un vendredi, le dernier jour de l'année tombera aussi un vendredi, car :
$365 = 1 + 7 \cdot 52$
Monsieur Adalbert se lave les cheveux les jours portant les numéros suivants $1; 1 + 3; 1 + 3 \cdot 2, \dots \dots$. Le dernier de ces jours portera le numéro $1 + 3 \cdot 121 = 364$, c'est alors un vendredi.

Pointage:

Activité	Solution étape par étape	Nombre de points
A	Traduction correcte en langue polonaise	2
B	Solution correcte en langue polonaise	4
C	Traduction correcte de la solution en langue étrangère	4

Zadanie 2. Dawne miary (2 punkty)

Rozwiązanie:

Obliczamy, ile stóp ma 6 piędzi:
skoro 4 piędzi $=$ 1 stopa,
więc 6 piędzi $=$ 1,5 stopy.
Obliczamy, ile stóp ma 1 łokieć:
skoro 6 piędzi $=$ 1,5 stopy,
więc 1 łokieć $=$ 1,5 stopy.
Odp. Jeden łokieć ma 1,5 stopy.

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie ilości stóp w 6 piędziach	1
B	Obliczenie ilości stóp w 1 łokciu	1

Zadanie 3. Wędrowiec na pustyni (5 punktów)

Rozwiązanie:

Pierwszy punkt zapasowy, w którym zgromadzi się odpowiedni „magazyn" z wodą znajduje się na dwudziestym kilometrze trasy. Za jednym razem, biorąc trzy pojemniki wody, może on przejechać trasę 20km tam i z powrotem, zostawiając jeden pojemnik z wodą w punkcie zapasowym. Postępując tak cztery razy, zgromadzi on tam cztery pojemniki wody. Następnie, biorąc ostatnie trzy pojemniki, dojeżdża do punktu zapasowego na dwudziestym kilometrze. W ten sposób łączna liczba pojemników z wodą w tym punkcie równa jest sześć. Drugi punkt zapasowy organizuje on na czterdziestym kilometrze trasy. Biorąc trzy pojemniki może on dostarczyć na drugi punkt zapasowy jeden pojemnik z wodą i wrócić do pierwszej „bazy". Zużywając tylko jeden pojemnik z wodą dostarcza on do drugiego punktu zapasowego ostatnie dwa pojemniki z wodą. I tak na czterdziestym kilometrze trasy znajdują się trzy pojemniki z wodą, które pozwolą pokonać ostatnie 60 kilometrów trasy.

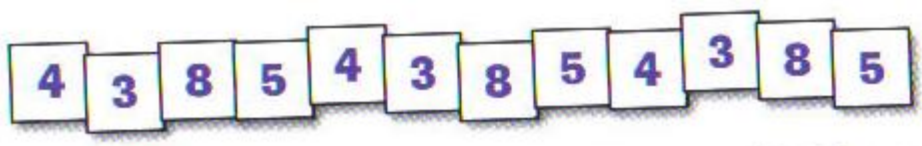
Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Analiza warunków zadania	1
B	Znalezienie logicznego rozwiązania	4

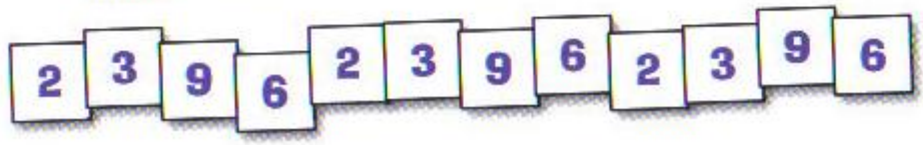
Zadanie 4. Wypełnianka (2 punkty)

Rozwiązanie:

Odpowiedź przedstawiono na diagramie.



A



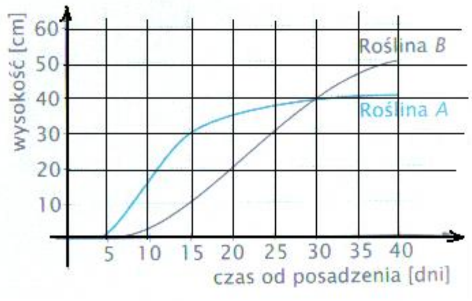
B

Punktacja:

Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Wypełnienie diagramu A	1
B	Wypełnienie diagramu B	1

Spotkanie 2: Rozwiążmy razem - „Zabawy z matematyką"

Exercise 1. We plant the flowers (10 points)



Graphs show an amplitude of the heights of two flowers planted on the same day.
On the basis of the picture answer the questions:

a) How many centimetres is the flower A taller than the flower B after 15 days from planting?

b) How many days after planting have the both flowers the same height?

c) How many days after the flower A has the flower B reached a height of 30 cm?

d) How many days was the flower A smaller than the flower B?

Aufgabe 1. Wir pflanzen Pflanzen an (10 Punkte)

Die Diagramme stellen die Höhenänderungen von zwei an demselben Tag angepflanzten Pflanzen dar.
Aufgrund des Diagramms antworte auf die Fragen:

a) Um wie viel Zentimeter war die Pflanze A höher als die Pflanze B nach 15 Tagen seit der Anpflanzung?

b) Nach wie vielen Tagen nach der Anpflanzung waren die Pflanzen von gleicher Höhe?

c) Nach wie vielen Tagen nach der Pflanze A erreichte die Pflanze B eine Höhe von 30 cm?

d) Wie viele Tage lang war die Pflanze A kleiner als die Pflanze B?

Tarea 1. Plantamos plantas (10 puntos)

Las curvas representativas representan El cambio de la altura de dos plantas plantadas el mismo día tego dnia.
Basándose en la curva representativa responde a las preguntas:

a) ¿A cuántos centímetros la planta A era más alta que la planta B después de 15 días desde su plantación?

b) ¿Después de cuántos días desde su plantación las dos plantas tenían la misma altura?

c) ¿Después de cuántos días después de la planta A, la planta B tomó la altura de 30cm?

d) ¿Por cuántos días la planta A era más baja que la planta B?

Polskie Towarzystwo Matematyczne realizuje projekt "Wespół w zespół z Matematyką bez Granic"
współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Esercizio 1. Piantiamo i vegetali (10 punti)

Il diagramma mostra il cambiamento d'altezza di due vegetali piantati lo stesso giorno. Guardando il diagramma rispondi alle domande:

a) Di quanti centimetri la pianta A è stata più grande della pianta B dopo 15 giorni?

b) Dopo quanti giorni le due piante hanno avuto la stessa altezza?

c) Quanti giorni dopo la pianta A la pianta B ha raggiunto l'altezza di 30 cm?

d) Quanti giorni la pianta A è stata più bassa della pianta B?

Exercice 1. Nous plantons des plantes (10 points)

Les diagrammes présentent l'évolution de deux végétaux plantées le même jour. En t'appuyant sur le diagramme, réponds aux questions:

a) De combien de centimètres la plante A a-t-elle poussé par rapport à la plante B, 15 jours après avoir été plantée?

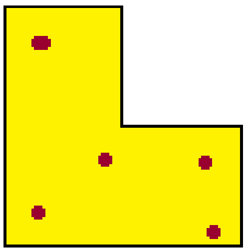
b) Combien de jours après avoir été plantées, les végétaux sont-ils au même stade d'évolution?

c) Combien de jours après la plante A, la plante B a-t-elle atteint 30cm?

d) Pendant combien de jours la plante A a-t-elle été plus petite que la plante B?

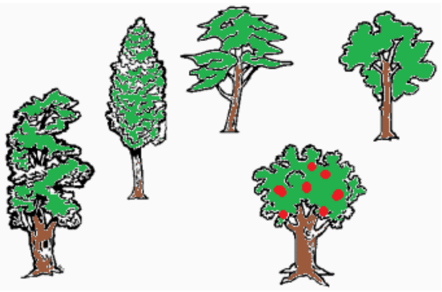
Zadanie 2. Kwadratowy tort (3 punkty)

Z kwadratowego tortu odcięto najpierw czwartą część, jak pokazano na rysunku. Jak pozostałą część tortu podzielić na cztery równe części?



Zadanie 3. Miliarder dziwak (2 punkty)

Pewien miliarder dziwak pozostawił swoim synom następujący testament: „W moim ogrodzie rosną kolejno posadzono drzewa: 1 - czereśnia, 2 - grusza, 3 - jabłoń, 4 - śliwa. Pod jednym z nich zakopałem skarb. Żeby go znaleźć musicie zrywać po jednym liściu z tych drzew w następujący sposób: 1 2 3 4 3 2 1 2 3 4 3… Pod drzewem, z którego zerwiecie 3003 liść znajduje się skarb." Pomóż spadkobiercom znaleźć odpowiednie drzewo.



Zadanie 4. Sudoku (5 punktów)

Rozwiąż sudoku.
Jego rozwiązanie polega na wpisywaniu do diagramu brakujących cyfr w taki sposób, aby w każdym poziomym wierszui w każdej pionowej kolumnie oraz w każdym małym kwadracie 3x3 kratki (o pogrubionych bokach) znalazły się wszystkie cyfry od 1 do 9. Każda z cyfr w wierszu, kolumnie czy w małym kwadracie może być wpisana tylko raz.

	4		9				1	
6			7					
	8	9	3		2			4
							7	
5		8				4		3
	7							
7			8		6	3	4	
					7			2
	1				9		6	

Zadanie 5. Królewna i narzeczony (3 punkty)

Rodzice królewny Martolinki Cyferki, chcąc pozbyć się jednego z kandydatów do ręki córki, zadali mu następujące zadanie do obliczenia:

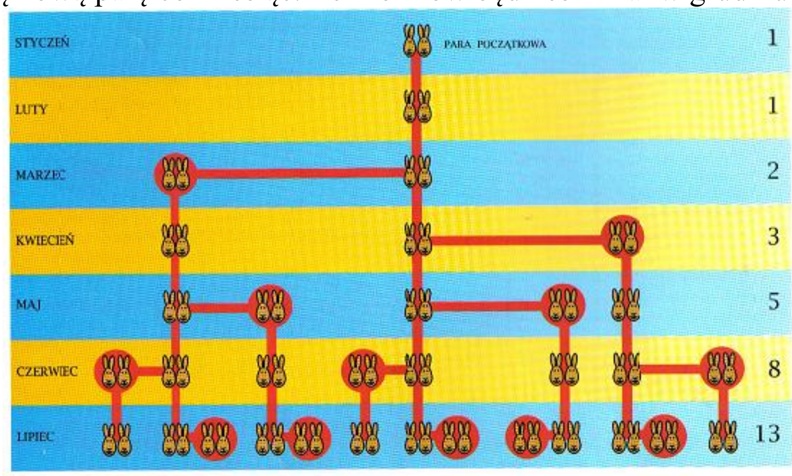
$$2009\frac{11}{13}\cdot 2010\frac{11}{13}-2008\frac{11}{13}\cdot 2011\frac{11}{13}=?$$

Myśleli, że mają z tym kandydatem już spokój. On jednak błyskawicznie obliczył poprawny wynik. A ty?

Polskie Towarzystwo Matematyczne realizuje projekt "Wespół w zespół z Matematyką bez Granic"
współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

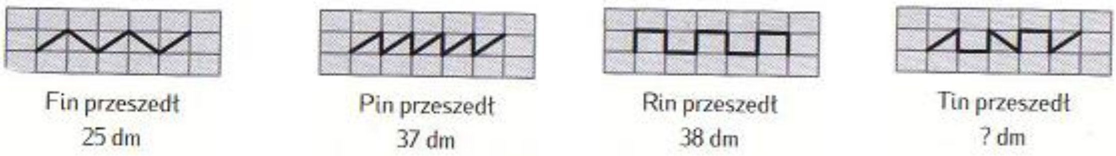
Zadanie 6. Króliki i liczby – zagadka Fibonacciego (6 punków)

W styczniu dostałeś parę nowo narodzonych królików. Po dwóch miesiącach para ta rodzi po raz pierwszy nową parę, a potem regularnie jedną nową parę, co miesiąc. Podobnie ma się rzecz z każdą nową parą królików: po dwóch miesiącach od urodzenia rodzi ona po raz pierwszy nową parę, a potem jedną nową parę co miesiąc. Ile królików będziesz miał w grudniu?



Zadanie 7. Wędrujące ślimaki (4 punkty)

Po placu wybrukowanym identycznymi prostokątnymi kostkami wędrują 4 ślimaki: Fin, Pin, Rin i Tin. Poniżej pokazano trasę wędrówki każdego ślimaka i informację o jej długości.



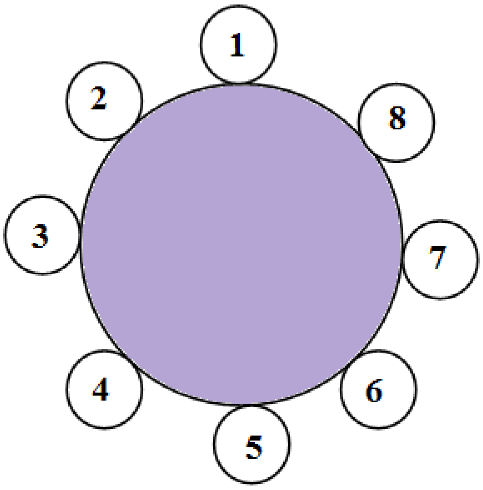
Oblicz długość trasy ślimaka Tina.

Zadanie 8. Gąsior wina (7 punktów)

Francuski matematyk *Poisson* nocując kiedyś w zajeździe błyskawicznie rozwiązał takie zadanie: „Kupiono gąsior wina o pojemności 8 kwart. Wino należało podzielić na dwie równe części. Jak to zrobić, gdy w zajeździe są tylko dwa naczynia, jedno o pojemności 5 kwart, a drugie o pojemności 3 kwart”. Spróbuj swoich sił matematyku rozwiązując to zadanie.

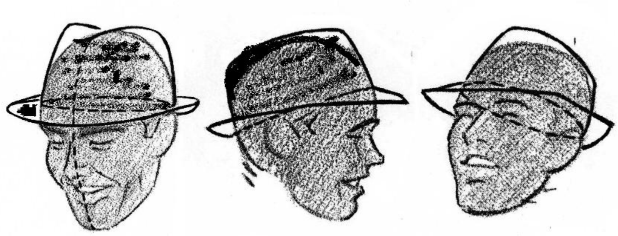
Zadanie 9. Zagadka urodzinowa (5 punktów)

Cztery pary małżeńskie: Agata i Jan, Beata i Karol, Celina i Leon oraz gospodarze: Danuta i Marian spotkali się na wspólnej kolacji z okazji urodzin Mariana. Wszyscy siedzieli przy okrągłym stole w taki sposób, że każda pani miała obok siebie dwóch panów i małżeństwa były rozdzielone. Agata siedziała między Karolem i Marianem, który zajmował miejsce po prawej stronie Agaty. Jan siedział obok Danuty. Kto siedział obok Beaty na prawo od niej?



Zadanie 10. Panowie w kapeluszach (5 punktów)

Trzech panów posadzono na krzesłach jednego za drugim. Trzeci widzi dwóch przed sobą, a drugi jednego. Spośród pięciu kapeluszy (3 czerwone i 2 białe) założono każdemu jeden, ale żaden z nich nie wie, jaki jego kapelusz ma kolor, natomiast widzi, jakie kapelusze mają panowie siedzący przed nim. Na pytanie: „Jaki kapelusz masz na głowie", trzeci mówi: "nie wiem", drugi - „nie wiem", a pierwszy, po tamtych odpowiedziach mówi: "mam na głowie kapelusz czerwony". Skąd to wiedział?



Polskie Towarzystwo Matematyczne realizuje projekt "Wespół w zespół z Matematyką bez Granic"
współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Rozwiązania oraz schemat oceniania zestawu Rozwiążmy razem „Zabawy z matematyką"

Zadanie 1. Sadzimy rośliny (10 punktów)

Wykresy przedstawiają zmianę wysokości dwóch roślin posadzonych pewnego dnia.

Na podstawie wykresu odpowiedz na pytania:

a) O ile centymetrów roślina A była wyższa od rośliny B po 15 dniach od posadzenia?

b) Po ilu dniach od posadzenia obie rośliny miały tę sama wysokość?

c) Po ilu dniach po roślinie A roślina B osiągnęła wysokość 30cm?

d) Przez ile dni roślina A była niższa od rośliny?

Rozwiązanie:

a) Po 15 dniach od posadzenia roślina A buła wyższa od rośliny B o 20cm.

b) Obie rośliny po 30 dniach od posadzenia miały tę samą wysokość.

c) Roślina b osiągnęła wysokość 30cm po 10 dniach po roślinie A.

d) Przez 25 dni roślina A była niższa od rośliny B.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Poprawne przetłumaczenie na język polski	2
B	Właściwe rozwiązanie w języku polskim	4
C	Poprawne przetłumaczenie rozwiązania na język obcy	4

Exercise 1. We plant the flowers (10 points)

Solution:

a) After 15 days from planting the flower A is 20 cm taller than the flower B.

b) The both flowers have the same height after 30 days from planting.

c) Flower B has reached a height of 30 cm exactly 10 days after the flower A.

d) During a 25 day period the flower A was smaller than the flower B.

Points:

Activity	Stages of solution	Points
A	Correct translation in Polish	2
B	Right solution in Polish	4
C	Correct translation of solution into English	4

Aufgabe 1. Wir pflanzen Pflanzen an (10 Punkte)

Lösung:

a) Nach 15 Tagen seit der Anpflanzung war die Pflanze A um 20 cm höher als die Pflanze B.

b) Beide Pflanzen waren von dergleichen Höhe nach 30 Tagen nach der Anpflanzung

c) Die Pflanze B erreichte die Höhe von 30cm nach 10 Tagen nach der Pflanze A.

d) 5 Tage lang war die Pflanze A kleiner als die Pflanze B.

Punktwertung:

Tätigkeits nummer	Etappen der Aufgabenlösung	Punktezahl
A	Richtige Übersetzung ins Polnisch	2
B	Richtige Lösung in Polnisch	4
C	Richtige Übersetzung der Lösung in eine Fremdsprache	4

Tarea 1. Plantamos plantas (10 puntos)

Solución:

a) Después de 15 días desde su plantación, la planta A era más alta de la planta B de 20cm.

b) Las dos plantas, después de 30 días desde su plantación tenían la misma altura.

c) La planta B tomó la altura de 30cm después de 10 días después de la planta A.

d) Durante 25 días la planta A era más baja que la planta B.

Puntuación:

Número de la actividad	Etapas de la solución de la tarea	Cantidad de puntos
A	Traducción correcta en polaco	2
B	Solución adecuada en polaco	4
C	Traducción correcta de la solución en lengua extranjera	4

Esercizio 1. Piantiamo i vegetali (10 punti)

Soluzione:

a) Dopo 15 giorni la pianta A è stata più alta della pianta B di 20 cm.

b) Dopo 30 giorni le due piante hanno avuto la stessa altezza.

c) La pianta B ha raggiunto l'altezza di 30 cm 10 giorni dopo la pianta A.

d) Durante 25 giorni la pianta A è stata più bassa della pianta B.

Punteggio:

Numero dell'attività	Tappe della soluzione dell'esercizio	Numero di punti
A	Traduzione corretta nella lingua polacca	2
B	Soluzione corretta nella lingua polacca	4
C	Traduzione corretta nella lingua straniera	4

Exercice 1. Nous plantons des plantes (10 points)

Solution:

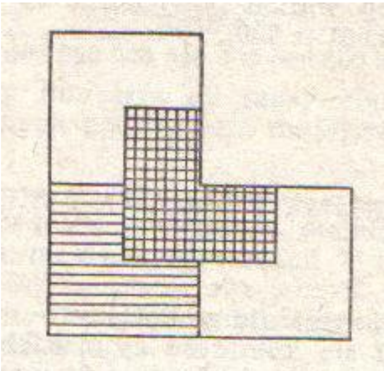
a) La plante A a plus vite poussé que la plante B de 20 cm, 15 jours après sa plantation.
b) Les deux plantes ont été au même stade d'évolution 30 jours après leur plantation.
c) La plante B a atteint 30 cm de hauteur 10 jours après la plante B.
d) La plante A a été plus grande que la plante B pendant 25 jours.

Punteggio:

Activité	Solution étape par étape	Nombre de points
A	traduction correcte en langue polonaise	2
B	solution correcte en langue polonaise	4
C	traduction correcte de la solution en langue étrangère	4

Zadanie 2. Kwadratowy tort (3 punkty)

Rozwiązanie:



Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Narysowanie prawidłowego podziału tortu	3

Zadanie 3. Miliarder dziwak (2 punkty)

Rozwiązanie:

Synowie powinni zauważyć, że operacja zrywania liści z drzew stanowi cykl, powtarzajacy się z częstotliwością 6:

$3003 = 6 \cdot 500 + 3$

Liść o numerze 3003 będzie zatem znajdował się pod drzewem o numerze 3.

Odp. Skarb zakopany jest pod jabłonią.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Znalezienie cyklu w szeregu liczb	1
B	Znalezienie drzewa	1

Zadanie 4. Sudoku (5 punktów)

Rozwiązanie:

3	**4**	7	**9**	8	5	2	**1**	6
6	2	5	**7**	1	4	8	3	9
1	**8**	**9**	**3**	6	**2**	7	5	**4**
2	3	4	6	9	8	1	7	5
5	6	**8**	2	7	1	**4**	9	**3**
9	**7**	1	5	4	3	6	2	8
7	9	2	**8**	5	**6**	**3**	**4**	1
4	5	6	1	3	**7**	9	8	**2**
8	**1**	3	4	2	**9**	5	**6**	7

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Za prawidłowe rozwiązanie sudoku	5

Zadanie 5. Królewna i narzeczony (3 punkty)

Rozwiązanie:

Oznaczmy jako $x = 2008\frac{11}{13}$.
Podstawiając do działania, otrzymamy następujące wyrażenie algebraiczne:
$(x+1)(x+2) - x(x+3) = x^2 + 3x + 2 - x^2 - 3x = 2$
Odp. Wartość działania wynosi 2.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Oznaczenie niewiadomej x	1
B	Obliczenie wartości działania	2

Zadanie 6. Króliki i liczby – zagadka Fibonacciego (6 punków)

Rozwiązanie:

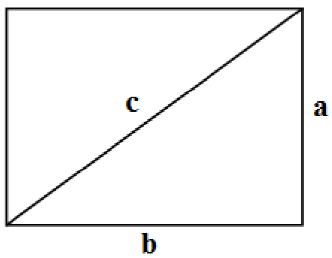
Diagram powyżej (treść zadania) pokazuje, w jaki ciąg układają się liczby par królików w kolejnych miesiącach; liczby tego ciągu znane są jako liczby Fibonacciego.
Każda nowa liczba ciągu powstaje jako suma dwóch poprzednich.
Oto sytuacja w sierpniu: $8 + 13 = 21$, gdzie
$8 -$ pary urodzone w sierpniu,
$13 -$ pary urodzone wcześniej,
$21 -$ ósma liczba Fibonacciego.
We wrześniu będzie $13 + 21 = 34$,
w październiku $21 + 34 = 55$,
w listopadzie $34 + 55 = 89$,
w grudniu $55 + 89 = 144$.
Odp. W grudniu będziesz miał 144 pary królików, czyli 288 królików.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Określenie własności liczb- przyrostu par	1
B	Określenie ilości par królików w sierpniu	1
C	Określenie ilości par królików w kolejnych miesiącach i w grudniu	4

Zadanie 7. Wędrujące ślimaki (4 punkty)

Rozwiązanie:



Niech a oznacza długość krótszego boku, b długość dłuższego boku prostokątnej kostki, a c niech będzie długością przekątnej.
Ślimak **Fin** przebył trasę długości $5c = 25$, czyli $c = 5[\mathrm{dm}]$
Ślimak **Pin** przebył trasę długości $5 \cdot 5 + 4a = 37$, czyli $a = 3[\mathrm{dm}]$
Ślimak **Rin** przebył trasę długości $6 \cdot 3 + 5b = 38$, czyli $b = 4[\mathrm{dm}]$
Trasa ślimaka **Tina** ma długość $3 \cdot 5 + 4 \cdot 3 + 2 \cdot 4 = 35$ [dm]
Odp. Ślimak Tin przebył trasę długości 35dm.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Obliczenie długości tras ślimaków	4

Zadanie 8. Gąsior wina (7 punkty)

Rozwiązanie:

Z gąsiora o pojemności 8 kwart przelewamy wino do naczynia 5 kwartowego lub do 3 kwartowego notując kolejne ruchy w postaci trójek liczb (x,y,z),
gdzie x oznacza liczbę kwart w gąsiorze 8 kwartowym,
y — w 5 kwartowym, zaś z — w 3 kwartowym.
Podany niżej ciąg przedstawia stan po kolejnych przelaniach wina:
$(8,0,0) \to (3,5,0) \to (3,2,3) \to (6,2,0) \to (6,0,2) \to (1,5,2) \to (1,4,3) \to (4,4,0)$.
Odp. W gąsiorze pozostaną 4 kwarty w naczyniu 5 kwartowym a naczynie 3 kwartowe będzie puste.

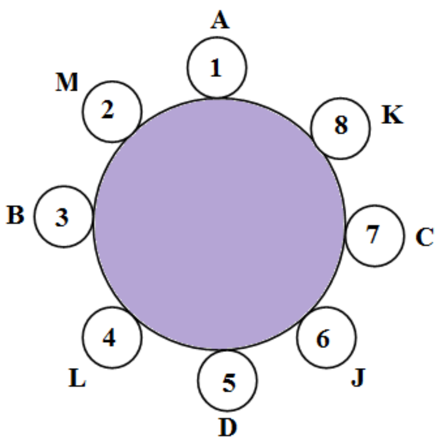
Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Przedstawienie kolejnych przelań wina - po 1 punkcie	7

Zadanie 9. Zagadka urodzinowa (5 punktów)

Rozwiązanie:

Jeżeli miejsca przy stole ponumerujemy liczbami od 1 do 8 w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara i przyjmiemy, że Agata siedziała na miejscu numer 1, to Karol i Marcin zajmowali odpowiednio miejsca 8 i 2.
Danuta nie mogła zajmować miejsca oznaczonego 3. Nie mogła też zajmować miejsca o numerze 7, bo wtedy Jan zajmowałby miejsce 6, a Leon musiałby siedzieć na miejscu 4 i obok niego musiałaby siedzieć Celina (na miejscu 3 lub 5). Zatem Dorota zajmowała miejsce 5. Gdyby Jan zajmował miejsce 4, to Leon siedziałby na miejscu 6 i wtedy na miejscu 7 nie mogłaby siedzieć ani Beata ani Celina. Zatem Jan zajmował miejsce 6, a Leon miejsce 4. Beata i Celina siedziały odpowiednio na miejscach 3 i 7.
Odp. Obok Beaty po prawej stronie siedział Leon.



Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Określenie miejsca przy stole gości	5

Zadanie 10. Panowie w kapeluszach (5 punktów)

Rozwiązanie:

Gdyby trzeci widział przed sobą dwa białe kapelusze, wiedziałby, że ma na głowie czerwony kapelusz. Ponieważ powiedział, że nie wie, jaki to kolor, to przed sobą widział albo dwa czerwone kapelusze, albo jeden czerwony i jeden biały.
Gdyby drugi widział przed sobą biały kapelusz, wiedziałby, że musi mieć czerwony. Odpowiedź, że nie zna koloru swego kapelusza świadczyła o tym, że przed sobą ma kapelusz czerwony. Pierwszy musiał to przemyśleć.

Punktacja:

Czynność	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
A	Analiza logiczna zadania i wyciągnięcie wniosków	5

Bibliografia

[1] Bińkowska M., Gawrońska- Kornobis E., Staniszewska L., Sawińska- Stuła A., *zadania autorskie.*

[2] Bobiński Z., w zespole, *Koło matematyczne w gimnazjum*, Wydawnictwo Aksjomat, Toruń 2010.

[3] Bobiński Z., w zespole, *Liga zadaniowa*, Wydawnictwo Aksjomat, Toruń 2004.

[4] Bobiński Z., Nodzyński P., *Koło matematyczne w gimnazjum*, Wydawnictwo Aksjomat, Toruń 2010.

[5] Bobiński Z., Nodzyński P., w zespole, *Miniatury matematyczne*, Wydawnictwo Aksjomat, Toruń 2004.

[6] Bogusz L., Zarzycki P., *Łamigłówki logiczne*, GWO, Gdańsk, 2007.

[7] Bogusz L., Zarzycki P., *Łamigłówki logiczne*, GWO, Gdańsk, 2007.

[8] Boniecka P., w zespole, *Wrocławskie konkursy matematyczne*, Wydawnictwo Ofek, Jelenia Góra 1992.

[9] Braun M., Lech J., *Matematyka 3, zbiór zadań do gimnazjum*, GWO, Gdańsk, 2008.

[10] Butkiewicz E., *Testy z przedmiotów matematyczno- przyrodniczych*, Operon, Gdynia,2010.

[11] Chodnicki J., w zespole, *Matematyka 2001*, WSiP, Warszawa, 1996.

[12] Chodnicki J., w zespole, *Zadania dla klasy 7 szkoły podstawowej*, WSiP, Warszawa 1996.

[13] Dobrowolska M., w zespole *Kalendarz gimnazjalisty*, GWO, Gdańsk 2007.

[14] Dołęga E., Dołęga S., *Matematyka- podręcznik 3,*Operon, Gdynia 2007.

[15] Dróbka N., Szymański K., *Zbiór zadań dla klasy 3 gimnazjum,* Wydawnictwo Juka, Warszawa 2001.

[16] Dubicka A.,w zespole, *Zadania dla klasy 3 gimnazjum*, WSiP, Warszawa 2001.

[17] Dworecka K., Kochanowski Z., *Konkursy matematyczne*, WSiP, Warszawa 1997.

[18] Jarek P., w zespole, *Miniatury matematyczne*, Wydawnictwo Aksjomat, Toruń 2001.

[19] Jędrzejewicz P., Żurek A., *Zbiór zadań dla kółek matematycznych w szkole podstawowej*, GWO, Gdańsk 2004.

[20] Kalisz S.w zespole, *Czy chcesz mieć szóstkę*?, Wydawnictwo NOWIK, Opole, 1996,

[21] Karolak T., *Powtórka przed egzaminem gimnazjalnym z przedmiotów matematyczno-przyrodniczych*, Wydawnictwo Skrypt, Warszawa 2005.

[22] Kowal S., *500 zagadek matematycznych*, Wydawnictwo Wiedza Powszechna, Warszawa 1994.

[23] Krawcewicz Z., w zespole, *Matematyka dla zreformowanego gimnazjum*, Wydawnictwo Rea, Warszawa, 1999.

[24] Krawcewicz Z., Zasada B., *Matematyka w pigułce,* WSiP, Warszawa 1995,

[25] Kulma D., *Kwadratolandia, matematyczne wyzwania*, Wydawnictwo ELITMAT, Mińsk Mazowiecki 2009.

[26] Langdon N., Snape C., *Ścieżki matematyki,* GWO, Gdańsk 1998.

[27] Łęska W., Łęski S., *Zbiór zadań dla Asa*, Wydawnictwo Adam, Warszawa, 1997.

[28] Paczesna W., *Matematyka Nowej Ery dla klasy 3*, Wydawnictwo nowa Era, Warszawa, 2004.
[29] Paczesna W., Mostowski K., *Matematyka Nowej Ery podręcznik do klasy III gimnazjum*,Wydawnictwo Nowa Era, Warszawa 2004.
[30] Paczesna W., Mostowski K., *Matematyka Nowej Erypodręcznik do klasy II gimnazjum*, Wydawnictwo Nowa Era, Warszawa 2003.
[31] Palczewska - Groth D., w zespole, *Potrafię obliczyć*, Wydawnictwo Seneka, Sopot 2009.
[32] Pawłowicz M., Cewe A. *Kangur europejski i inne konkursy z matematyki*, Wydawnictwo Podkowa, Gdańsk 1996.
[33] Romanowicz Z., Piegat E., *100 zadań z błyskiem,* Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław 1996.
[34] Uliasz R., Kamińska B., *Matematyka na co dzień ,*Wydawnictwo Nowik, Opole 2002.
[35] Urbańczyk A., Urbańczyk W., *Matematyka 2*, Operon, Gdynia 2007.
[36] Vohland U., *Łamigłówki i zagadki liczbowe*, Wydawnictwo Jedność, Kielce 2004.
[37] Towarzystwo Upowszechniania Wiedzy i Nauk Matematycznych, *Matematyczne przygody Kangurków,* Wydawnictwo Aksjomat, Toruń 2009.

Bińkowska M., Gawrońska- Kornobis E., Staniszewska L., Sawińska- Stuła A., *autorskie rysunki i fotografie*