

GRUPY ODKRYWCÓW

E-LABORATORIUM MATEMATYCZNEGO




SPIS TREŚCI

| | | |
|-----------|--|----------|
| PROJEKT 1 | PROGRAMUJEMY INTERAKTYWNY KALKULATOR LOKAT | str. 1 |
| PROJEKT 2 | PROGRAMUJEMY PLANSZĘ Z DYNAMICZNYM WYKRESEM FUNKCJI KWADRATOWEJ | str. 29 |
| PROJEKT 3 | KĄTY ŚRODKOWY I WPISANY - WAŻNE ZALEŻNOŚCI | str. 40 |
| PROJEKT 4 | SZTUKA PRZEWIDYWANIA – TAJEMNICE PRAWDOPODOBIENSTWA | str. 55 |
| PROJEKT 5 | PROGRAMUJEMY EDYTOR DO RYSOWANIA WYKRESÓW FUNKCJI | str. 61 |
| PROJEKT 6 | CIEKAWY ZALEŻNOŚCI BRYŁ NA PRZYKŁADZIE WIEŁOŚCIANÓW PRLATONSKICH | str. 75 |
| PROJEKT 7 | STATYSTYKA W PRAKTYCE – ZBIERAMY I ANALIZUJEMY DANE | str. 100 |
| PROJEKT 8 | DYNAMICZNY WIELOKĄT – BADAMY SUMĘ KĄTÓW WIELOKĄTA | str. 106 |



[Strona główna](#)

NARZĘDZIA POMOCNICZE ▾

[Elitmat Nauczyciel](#)[wyloguj](#) 

Aktualnie pracujesz z klasą:

-- wybierz klasę -- ▾

[Materiały](#) » [BelferBOX](#) » [Grupy Odkrywców](#)[« POWRÓT](#)

PROGRAMUJEMY INTERAKTYWNY KALKULATOR LOKAT

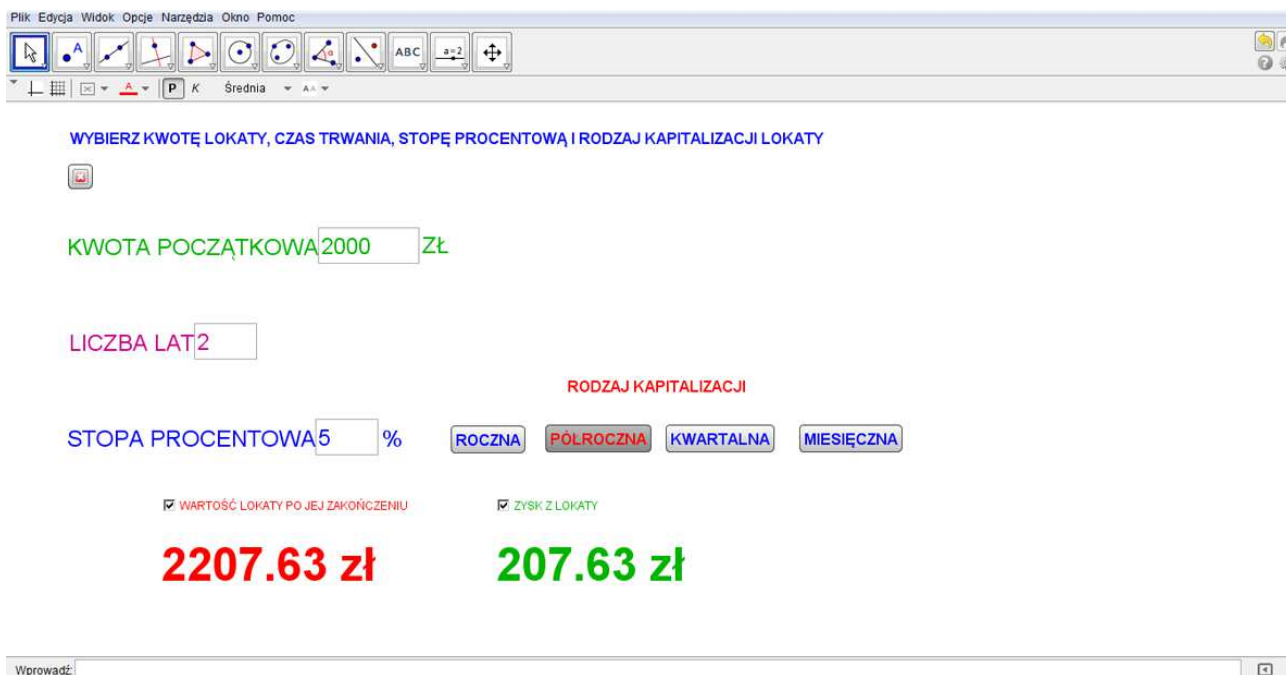
Zadaj wybranej klasie

>> III b - profil og., zadane do: 03-10-2015 K [sprawdź wyniki](#)>> I a - klasa mat-fiz., zadane do: 11-10-2015 K [sprawdź wyniki](#)**Autor: Dariusz Kulma**

Współcześnie jesteśmy świadkami coraz szybszych zmian zachodzących w wykorzystywaniu nowych technologii w otaczającym nas świecie. Program GeoGebra posiada szeroki wachlarz narzędzi przydatnych do samodzielnego tworzenia uniwersalnych plansz, które można wykorzystywać na co dzień. Przykładem może być kalkulator lokat. Zautomatyzowanie obliczeń matematycznych może nie tylko sprawić, że zaoszczędzimy czas, ale także zmniejszymy prawdopodobieństwo popełnienia błędu.

Celem projektu jest wykonanie interaktywnego kalkulatora lokat wykorzystującego wzór na procent składany. Pozwoli on w łatwy i przystępny sposób obliczać kwotę po zakończeniu lokat wraz z odsetkami oraz zysk z lokaty.

Poniżej znajduje się obraz przedstawiający efekt końcowy wykonanej planszy:



WYBIERZ KWOTĘ LOKATY, CZAS TRWANIA, STOPE PROCENTOWĄ I RODZAJ KAPITALIZACJI LOKATY

KWOTA POCZĄTKOWA 2000 zł

LICZBA LAT 2

RODZAJ KAPITALIZACJI

STOPA PROCENTOWA 5 %

RODZAJ KAPITALIZACJI: ROCZNA, PÓLROCZNA, KWARTALNA, MIESIĘCZNA

WARTOŚĆ LOKATY PO JEJ ZAKOŃCZENIU ZYSK Z LOKATY

2207.63 zł **207.63 zł**

Wprowadź:

Aby wykonać samodzielnie planszę pobierz plik z materiałów do druku.

Sprawdź się!

1. Wpłacasz 3000 zł na konto o oprocentowaniu 4% w skali roku. Ile będzie pieniędzy na koncie po 5 latach, jeśli odsetki dopisywane są co kwartał?
2. Wpłacasz 5000 zł na konto o oprocentowaniu 2,5% w skali roku. Jaki będzie zysk z tej lokaty, wiedząc, że odsetki dopisywane są co pół roku?
3. Wpłacasz do banku 10 000 zł na okres jednego roku. Która lokata będzie dla Ciebie najkorzystniejsza?

*lokata X - oprocentowanie w stosunku rocznym 3,5%, kapitalizacja odsetek co kwartał,

*lokata Y - oprocentowanie w stosunku rocznym 4%, kapitalizacja odsetek co pół roku,

*lokata Z - oprocentowanie w stosunku rocznym 3,8%, kapitalizacja odsetek co miesiąc.

Materiały do druku

- Tworzenie krok po kroku kalkulatora lokat



INSTRUKCJA WYKONANIA

PROGRAMUJEMY INTERAKTYWNY KALKULATOR LOKAT

CEL PROJEKTU

Celem pracy jest wykonanie interaktywnego kalkulatora lokat wykorzystującego wzór na procent składany. Do wykonania planu interaktywnej potrzebujemy programu GeoGebra.

Kalkulator ma obliczać:

- kwotę po zakończeniu lokat wraz z odsetkami
- zysk z lokaty

Dane, które należy podać kalkulatorowi lokat to:

- początkowa kwota lokaty z wartościami od 0 zł do 1 000 000 zł
- czas trwania lokaty w latach z wartościami od 0 do 50
- roczną stopę procentową z wartościami od 0% do 100%
- rodzaj kapitalizacji odsetek: roczne, półroczne, kwartalne, miesięczne.

OCZEKIWANY EFEKT

Plik: Edycja Widok Opcje Narzędzia Okno Pomoc

WYBIERZ KWOTĘ LOKATY, CZAS TRWANIA, STOPĘ PROCENTOWĄ I RODZAJ KAPITALIZACJI LOKATY

KWOTA POCZĄTKOWA 2000 ZŁ

LICZBA LAT 2

STOPA PROCENTOWA 5 %

RODZAJ KAPITALIZACJI

ROCZNA PÓLROCZNA KWARTALNA MIESIĘCZNA

WARTOŚĆ LOKATY PO JEJ ZAKOŃCZENIU ZYSK Z LOKATY

2207.63 zł **207.63 zł**

Wprowadź



WSTĘP TEORETYCZNY

Pamiętasz, że w dziale Liczby rzeczywiste uczyłeś się o wzór na procent składany, dzięki któremu można było obliczyć wartość lokaty po jej zakończeniu w zależności od kwoty początkowej, czasu trwania lokaty oraz stopy procentowej. Wzór ten ma postać:

$$K_n = K \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

gdzie:

K_n – kwota po zakończeniu lokaty

K – kwota początkowa lokaty

n – czas trwania lokaty w latach

p – roczna stopa procentowa

Sprawdźmy wzór na przykładzie.

Przykład 1

Wpłacono 20 000 zł na lokatę trzyletnią o oprocentowaniu rocznym 6%. Oblicz wartość tej lokaty po jej zakończeniu.

Wypiszmy dane:

$$K = 20\,000 \text{ zł}$$

$$n = 3 \text{ lata}$$

$$p = 6\%$$

Podstawiamy do wzoru i wykonujemy obliczenia. Warto skorzystać z kalkulatora

$$K_n = 20\,000 \cdot \left(1 + \frac{6}{100}\right)^3 = 20\,000 \cdot 1.06^3 = 20\,000 \cdot 1,191016 = 23\,820,32 \text{ zł}$$

Po trzech latach wartość lokaty wyniesie 23 820,32 zł.

W przypadku pełnych lat trwania lokaty wzór sprawdza się bardzo dobrze. Problemem jest sytuacja, gdy kapitalizacja następuje częściej niż po 1 roku np. półroczna, kwartalna czy miesięczna.

Zmieńmy nasz początkowy przykład.

Przykład 2

Wpłacono 20 000 zł na lokatę trzyletnią o oprocentowaniu rocznym 6% z półroczną kapitalizacją odsetek. Oblicz wartość tej lokaty po jej zakończeniu.

W takiej sytuacji oprocentowanie po połowie roku (jednym okresie kapitalizacyjnym) wyniesie połowę rocznego, czyli 3% (6% : 2). Otrzymamy taką wartość, gdy we wzór na procent składany pomnożymy wartość mianownika przez 2, czyli przez ilość okresów kapitalizacji w ciągu roku.



Ilość okresów kapitalizacji wyniesie 6 (po 2 na każdy z 3 lat). We wzorze wystarczy ilość lat pomnożyć przez ilość okresów kapitalizacji w ciągu roku.

Otrzymamy więc następujące działanie:

$$K_n = 20\,000 \cdot \left(1 + \frac{6}{100 \cdot 2}\right)^{3 \cdot 2} = 20\,000 \cdot \left(1 + \frac{3}{100}\right)^6 = 20\,000 \cdot 1.03^6 \approx 23\,881,05 \text{ zł}$$

Nasze obliczenia można uogólnić do wzoru, w którym dodamy liczbę kapitalizacji, którą oznaczymy jako l . Wzór przyjmie postać

$$K_n = K \cdot \left(1 + \frac{p}{100 \cdot l}\right)^{n \cdot l},$$

gdzie:

K_n – kwota po zakończeniu lokaty

K – kwota początkowa lokaty

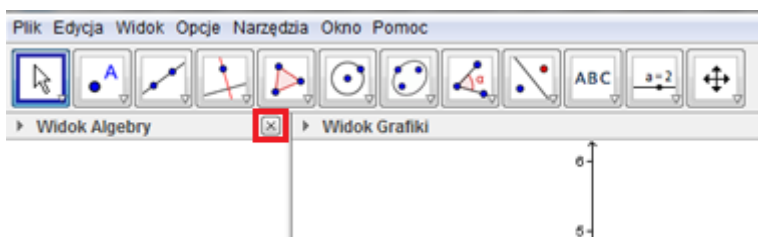
n – czas trwania lokaty w latach

p – roczna stopa procentowa

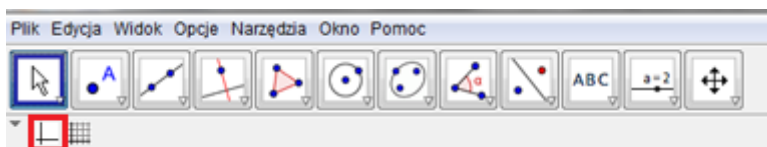
l – ilość okresów kapitalizacji w ciągu jednego roku

WYKONANIE TECHNICZNE

1. Otwórz program GeoGebra lub zainstaluj go (program znajduje się w StudentBox-ie)
2. Zamknij **Widok Algebra**



ukryj **widok osi**



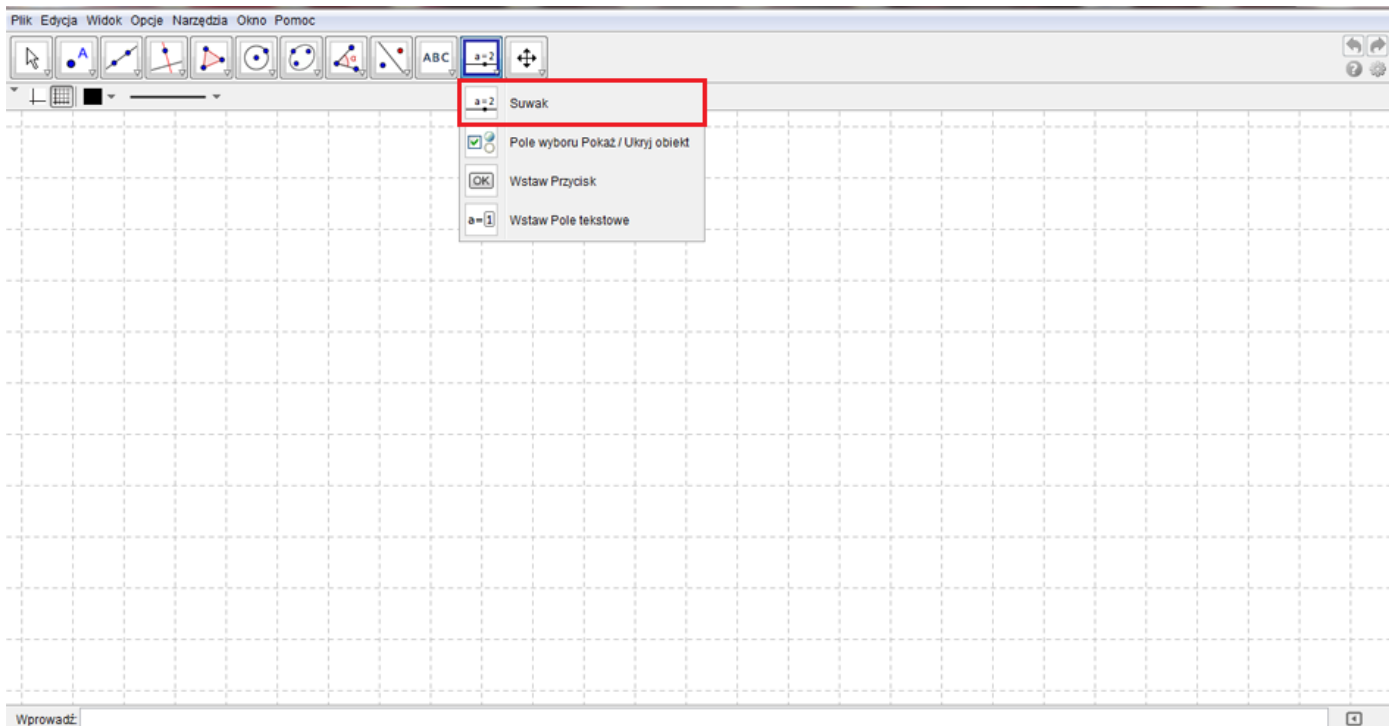


oraz włącz **widok siatki**.

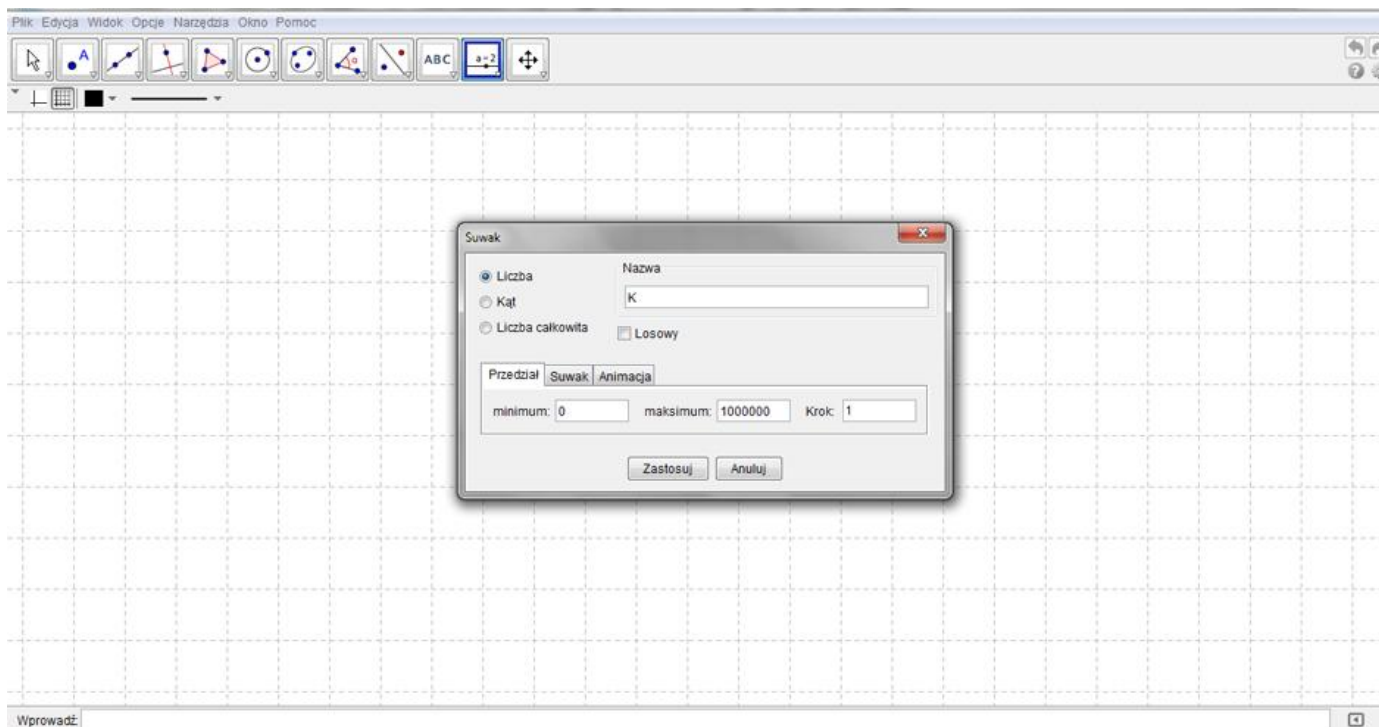


Teraz będziemy zajmować się wprowadzaniem zmiennych o takich nazwach jak we wzorze na procent składany.

3. Wybierz z paska narzędzi **Suwak** i kliknij kursorem na obszar roboczy.



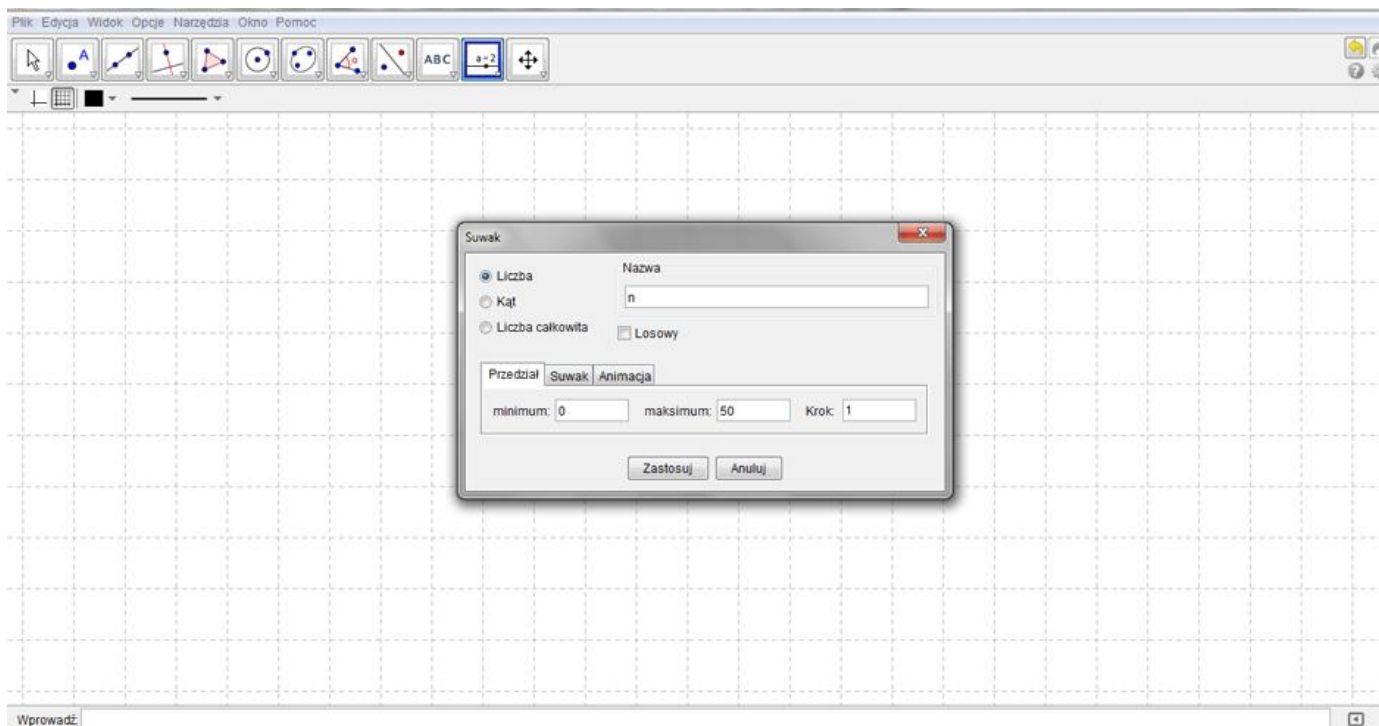
4. Wpisz nazwę suwaka jako K oraz ustal zakres od 0 do 1 000 000 z krokiem 1. Kliknij komendę Zastosuj.
Suwak ten pozwoli nam zmieniać wartość lokaty od 0 do 1 000 000 zł dla pełnych złotych.



5. Analogicznie wstaw kolejne suwaki.

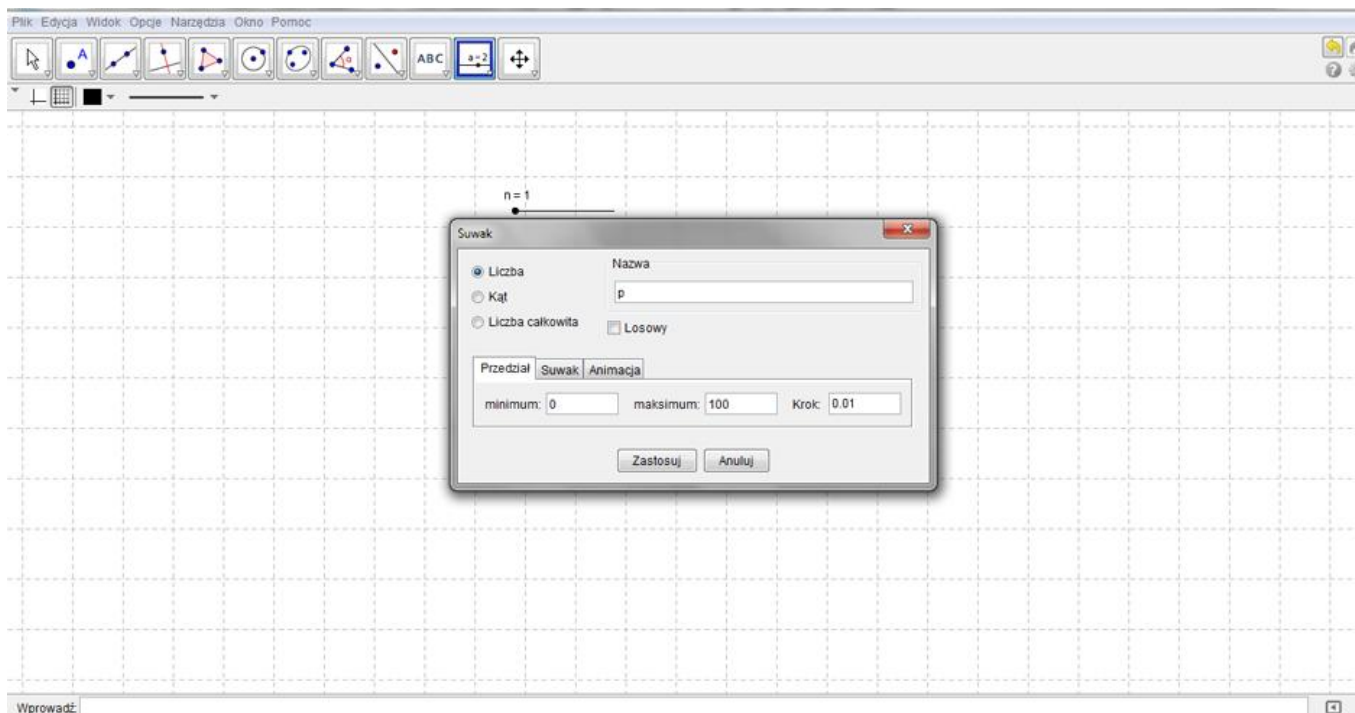
- 5.1. Drugi o nazwie suwaka n zakresem od 0 do 50 z krokiem 1.

Suwak ten pozwoli nam zmieniać czas trwania lokaty w latach od 0 do 50 lat.



5.2. Trzeci o nazwie p – zakres od 0 do 100 z zakresem 0.01

Suwak będzie pozwalał zmieniać oprocentowanie lokat od 0% do 100% z krokiem 0.01. Ułamek jest tu bardzo wskazany. Dzięki temu będziemy mogli ustawiać oprocentowanie z wartościami do części setnych np. 4.75 %.



5.3. Ostatni suwak o nazwie l z zakresem od 1 do 12 i krokiem 1

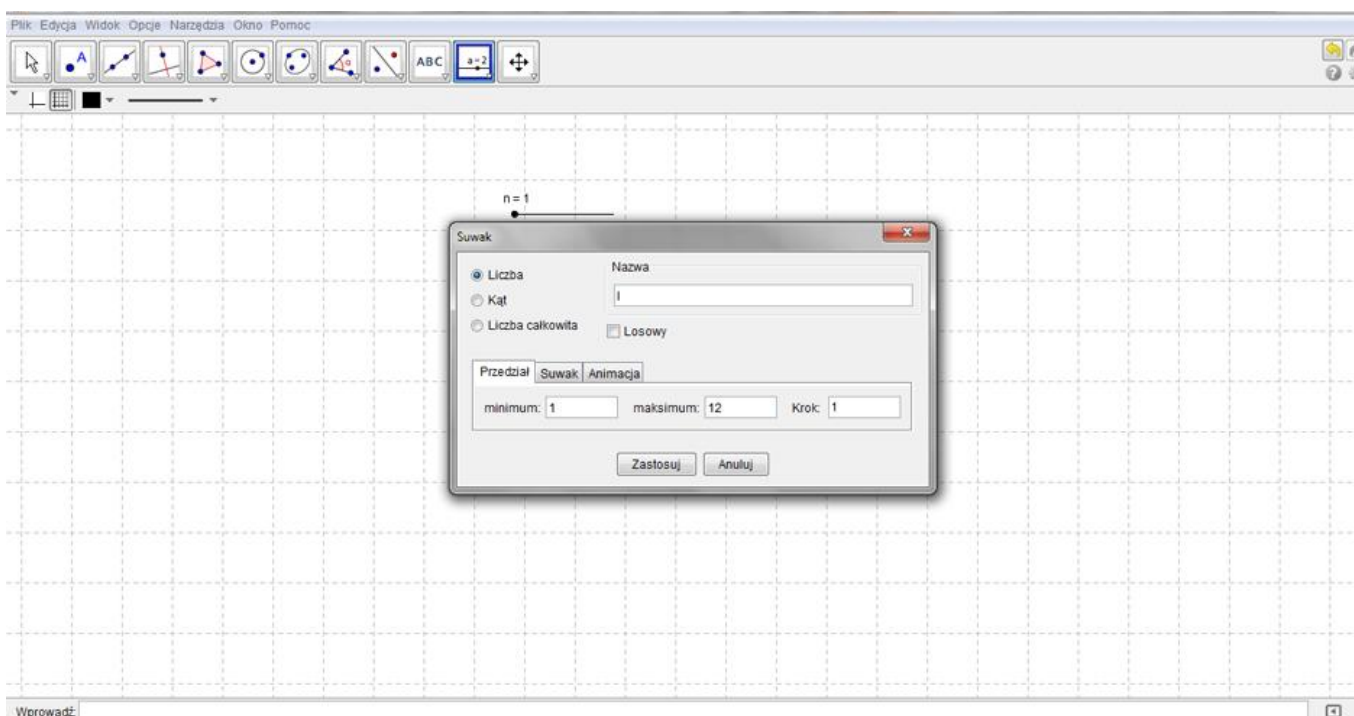
Liczba l będzie zmieniać ilość okresów kapitalizacji w ciągu roku np.

$l = 1$ – oznacza kapitalizacja roczną (jeden okres kapitalizacji na rok),

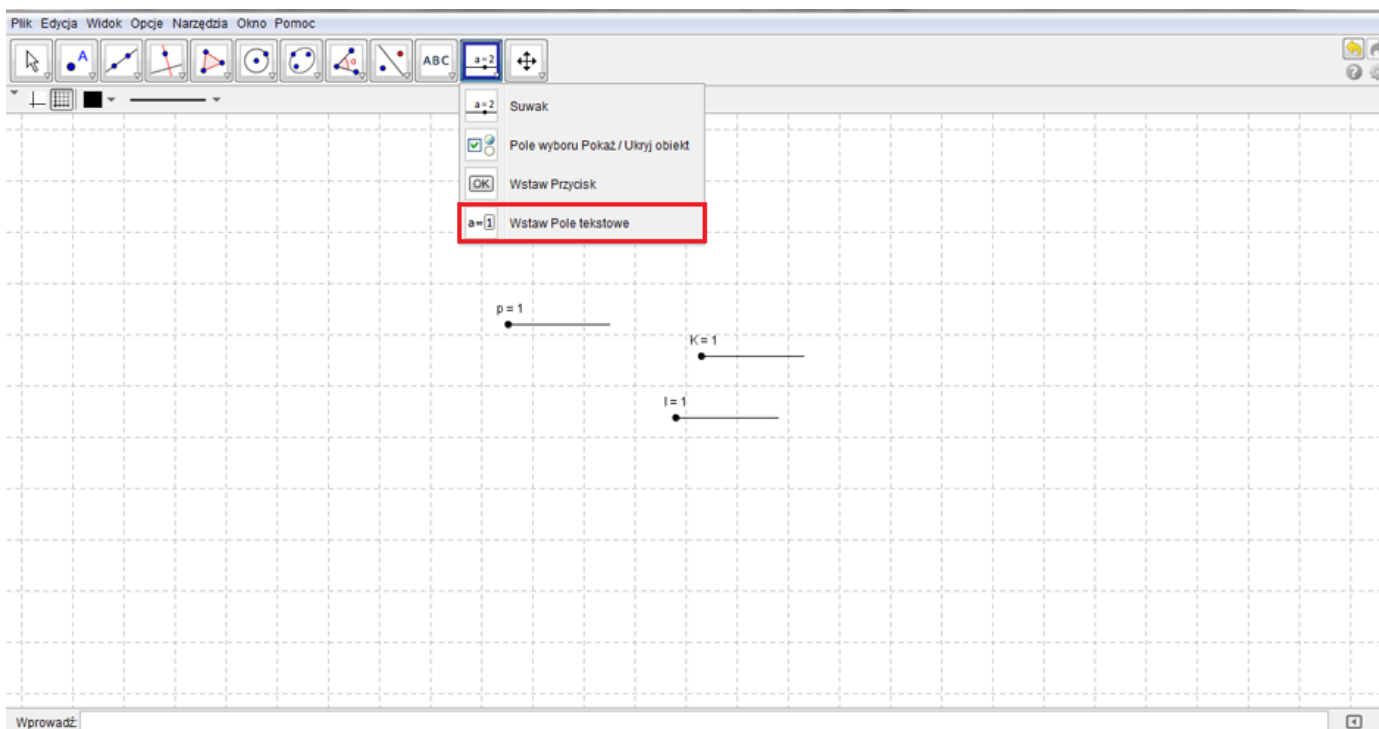
$l = 2$ – kapitalizacja półroczna (dwa okresy kapitalizacji na rok),

$l = 4$ – kapitalizację kwartalną (cztery okresy kapitalizacji na rok),

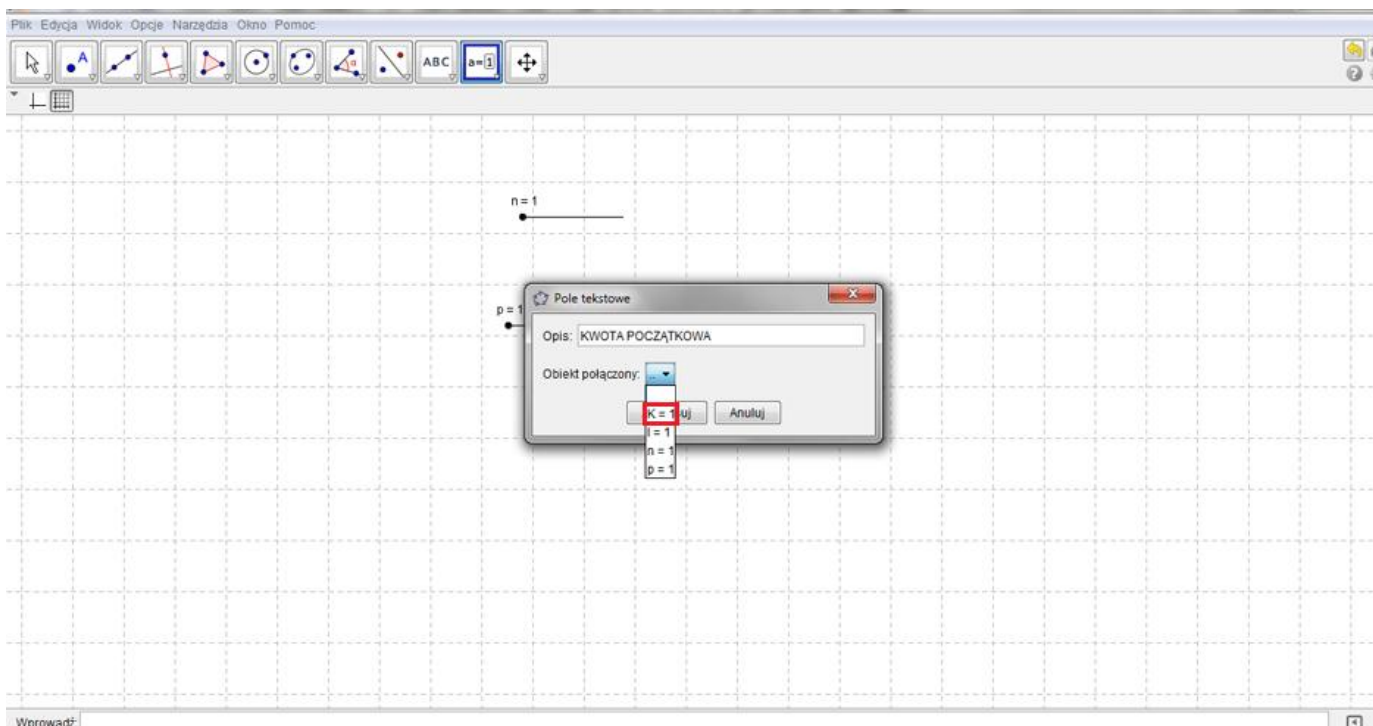
$l = 12$ – kapitalizacja miesięczna (dwanaście razy w roku, po każdym miesiącu).



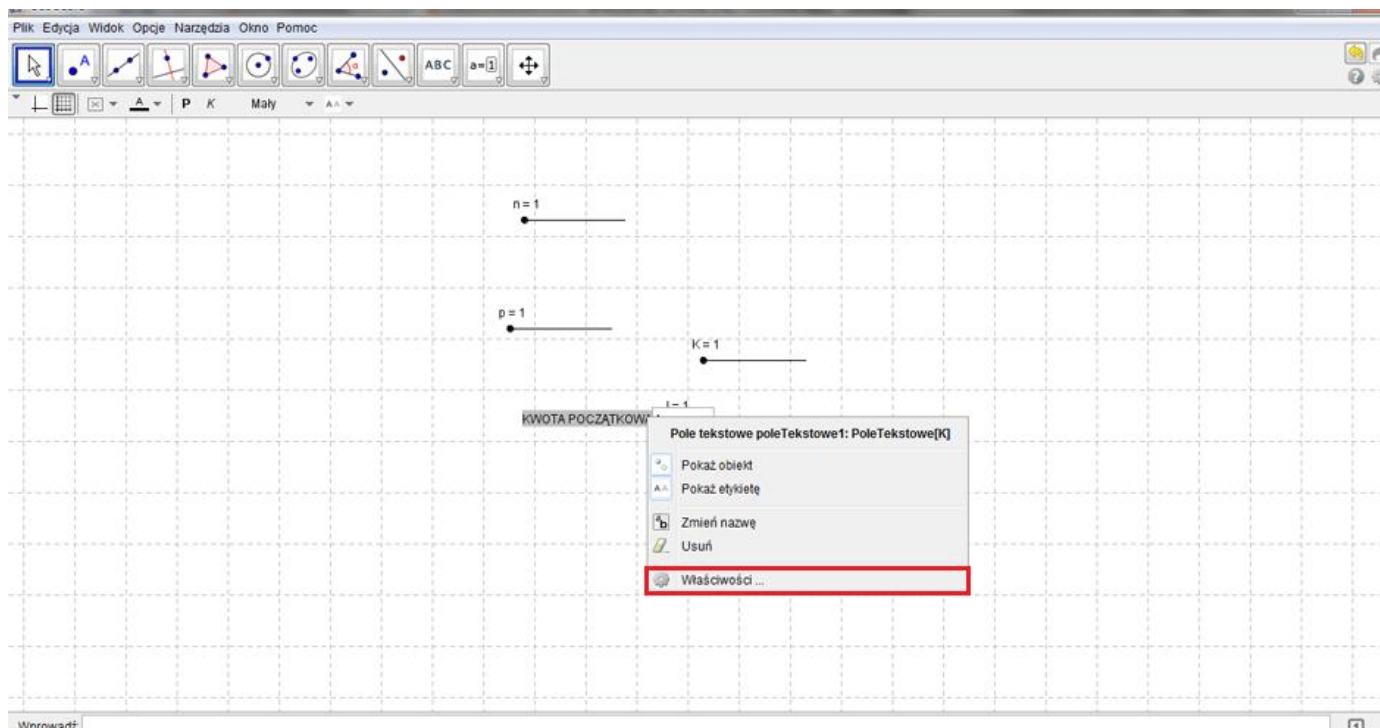
6. Za pomocą narzędzia **Wstaw pole tekstowe** wstaw pole tekstowe, klikając na obszar roboczy



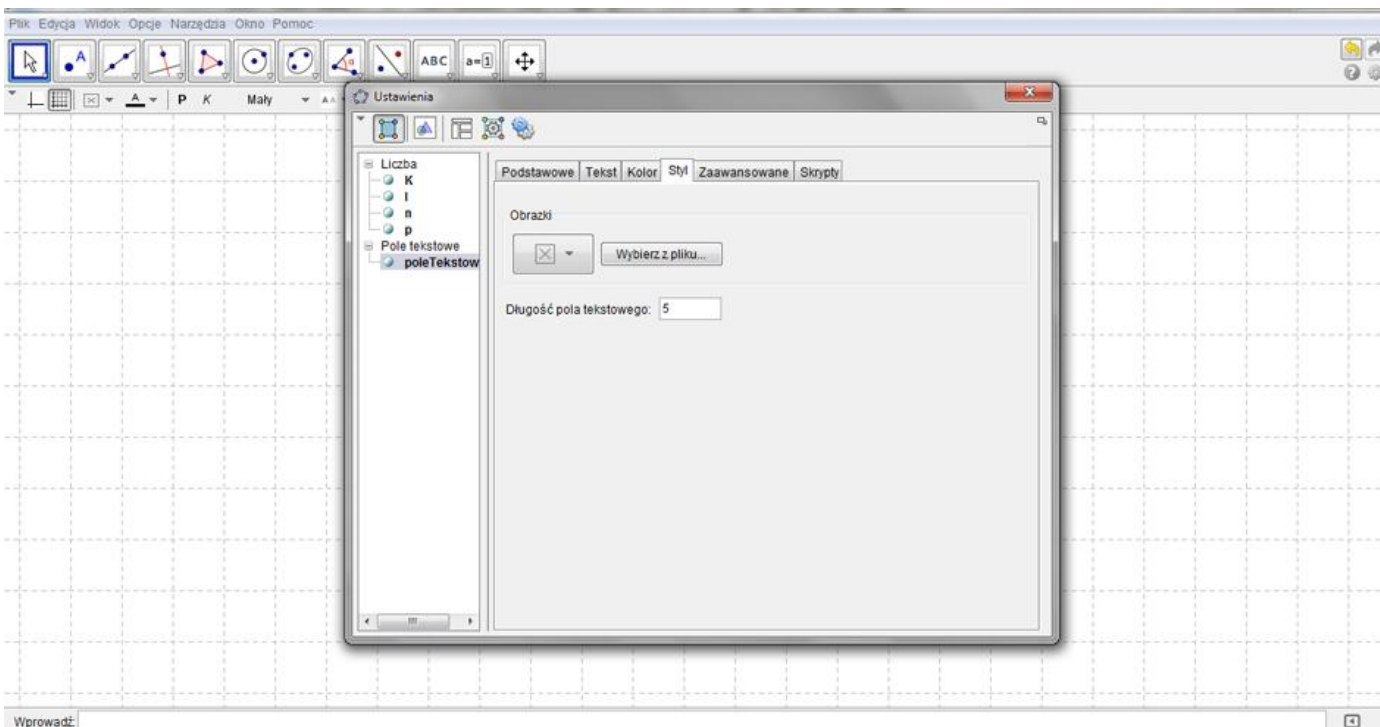
7. Otworzy się okienko, gdzie w opisie wpisz KWOTA POCZĄTKOWA, a następnie w Obiekt połączony wybierz suwak K i kliknij komendę Zastosuj. Dzięki temu pojawi się wartość suwaka K i kliknij komendę Zastosuj. Dzięki temu w obszarze roboczym pojawi się wartość suwaka K . Za prostokątem dopisz po spacji jednostki waluty, czyli zł i zatwierdź.



8. Najedź kursorem na powstałe pole tekstowe i kliknij na nie prawym przyciskiem myszy. Na wyświetlonym okienku kliknij **Właściwości**.

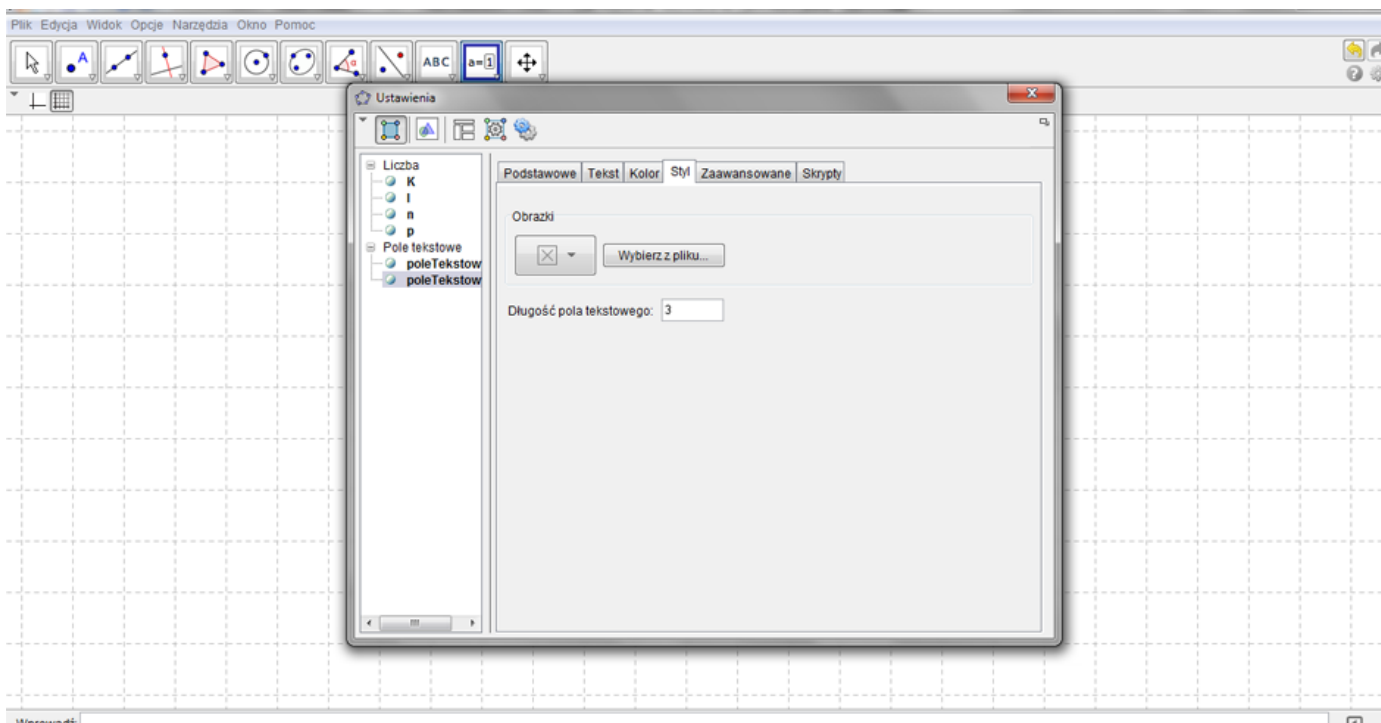
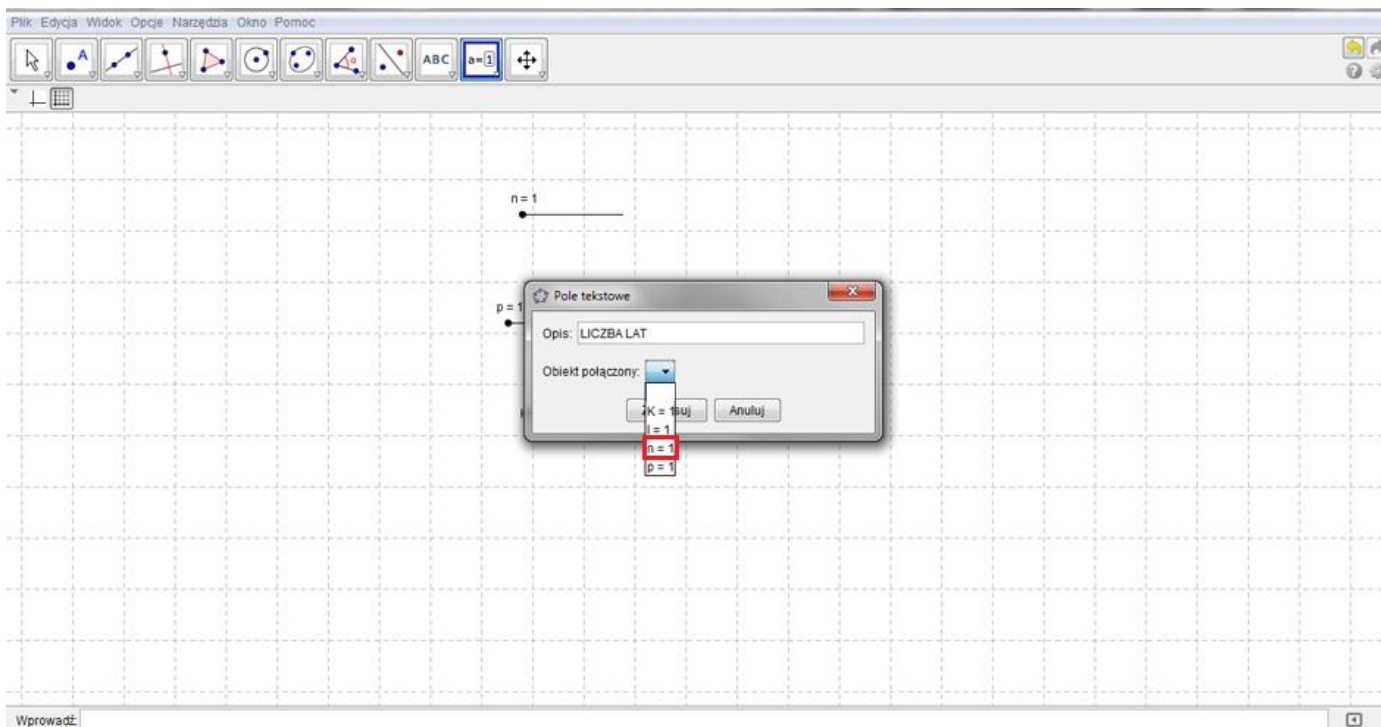


9. Przejdź do zakładki **Style** i zmień Długość pola tekstowego na 5, a następnie zatwierdź klawiszem Enter oraz zamknij okno **Ustawienia**



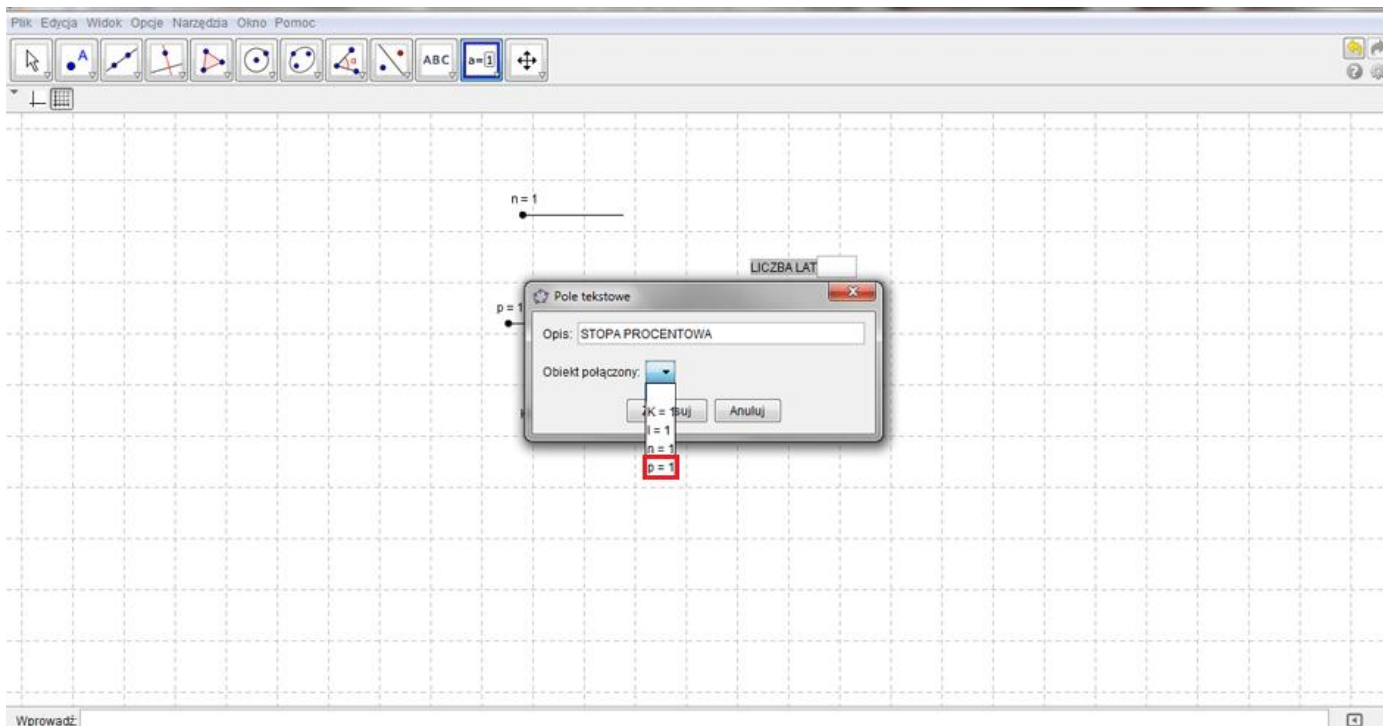
10. Analogicznie wstaw kolejne pola tekstowe

- 10.1. Tworząc pole tekstowe LICZBA LAT w Obiekcie połączonym wybierz suwak n oraz we Właściwościach w zakładce **Style** Długość pola tekstowego zmień na 3

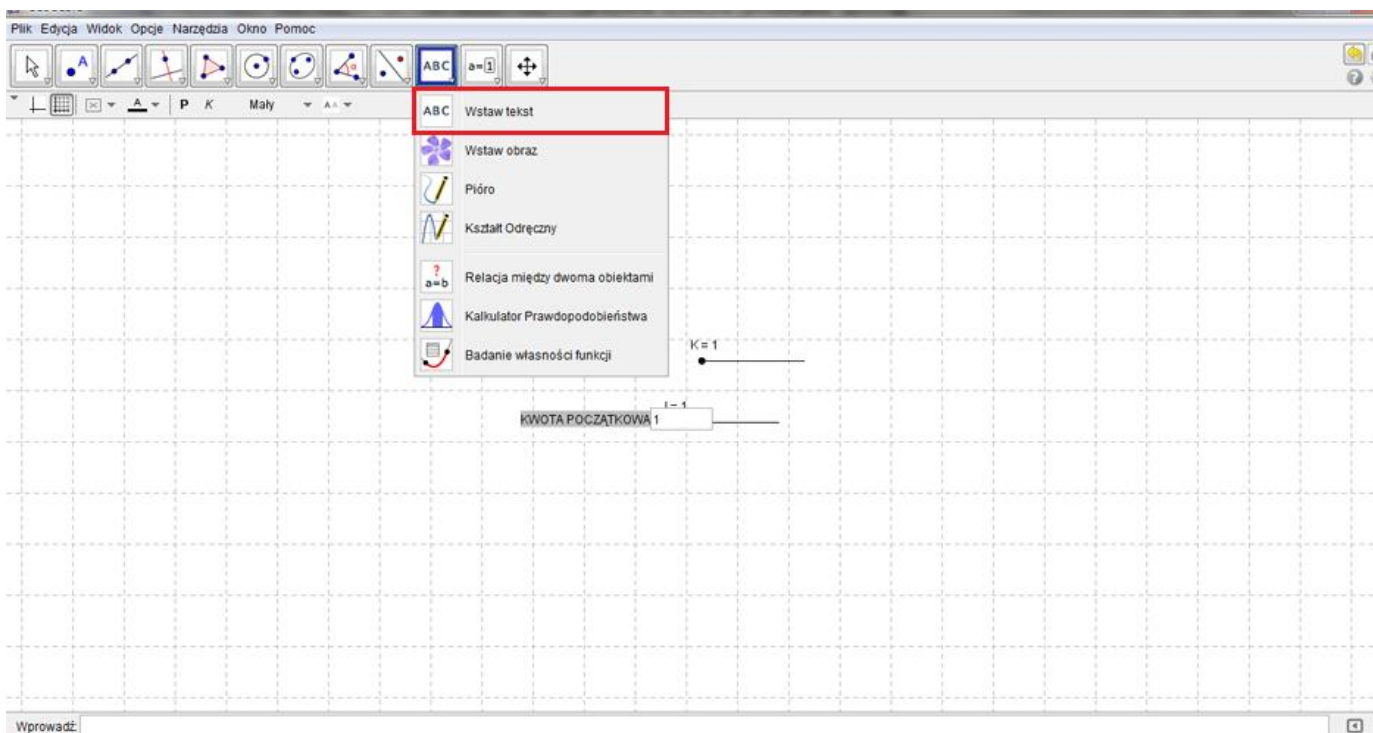




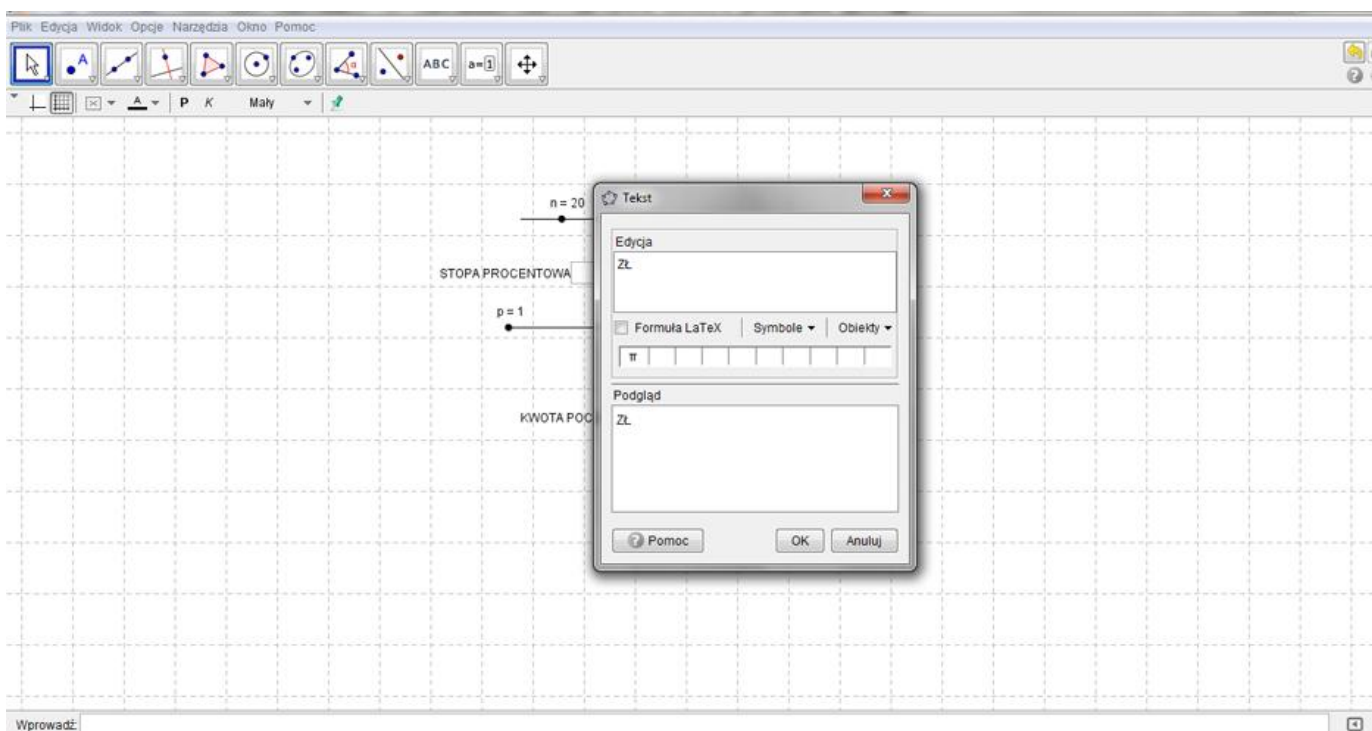
- 10.2. Tworząc pole tekstowe STOPA PROCENTOWA w Obiekcie połączonym wybierz suwak p oraz we Właściwościach w zakładce **Style** Długość pola tekstowego zmień na 3



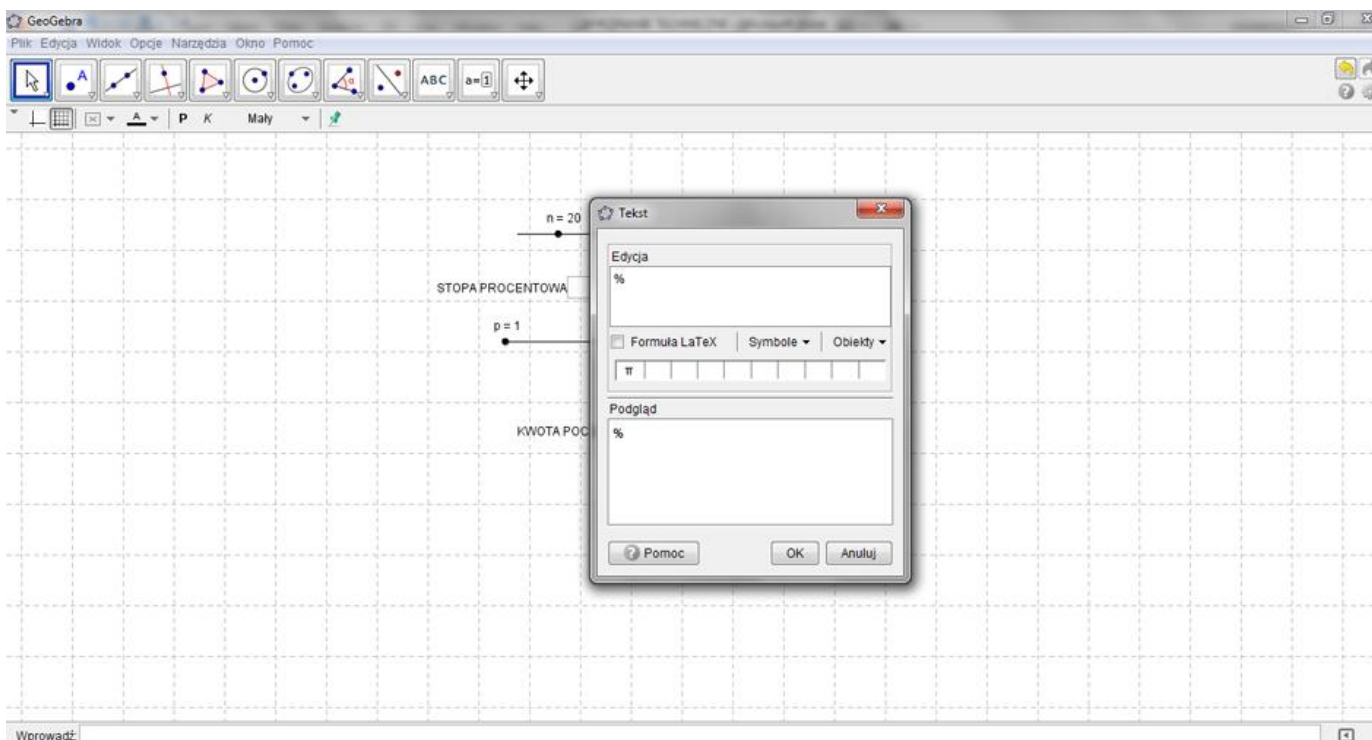
11. Korzystając z narzędzia **Wstaw tekst** wstaw tekst, klikając na obszar roboczy



12. W polu **Edycja** wpisz Zł i kliknij komendę OK



13. Analogicznie stwórz tekst z %



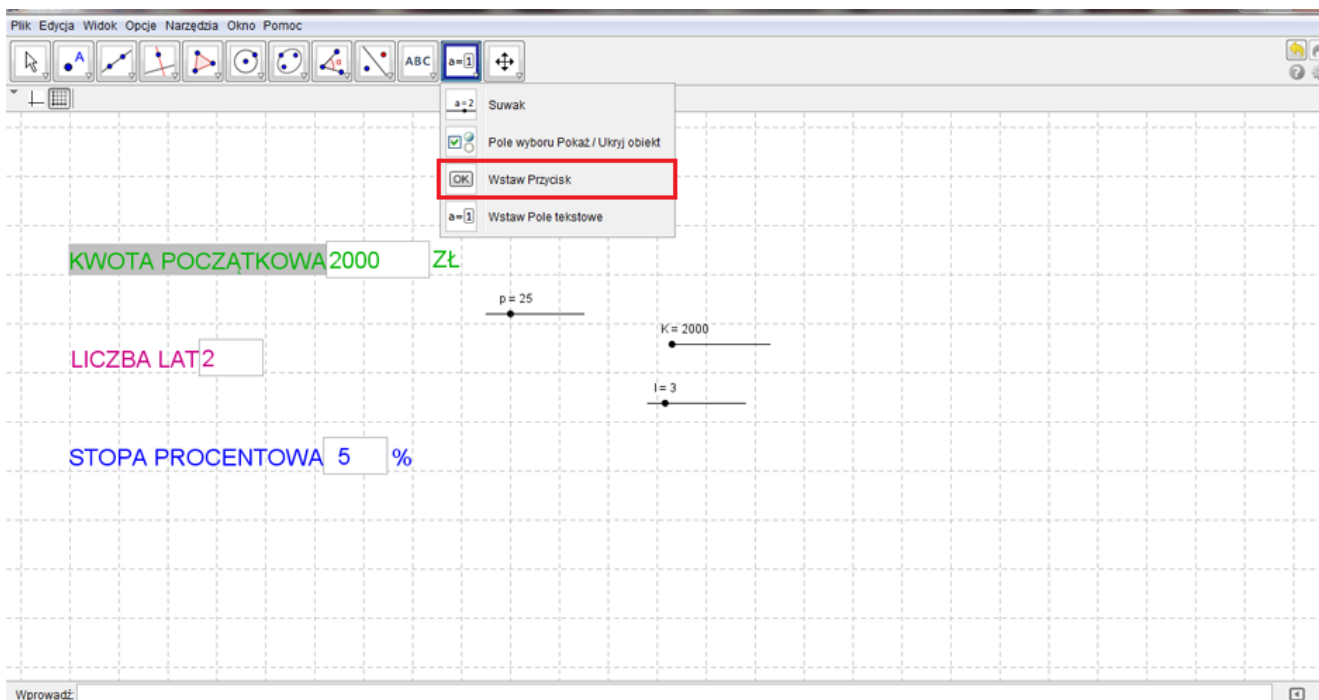
Po wstawieniu pól tekstowych i tekstów możemy się zająć ich ustawieniem i edycją.

14. Przenieś wszystko na lewą stronę obszaru roboczego i ustaw pod sobą (tak jak jest to pokazane w Oczekiwany efekcie, na początku tego pliku).

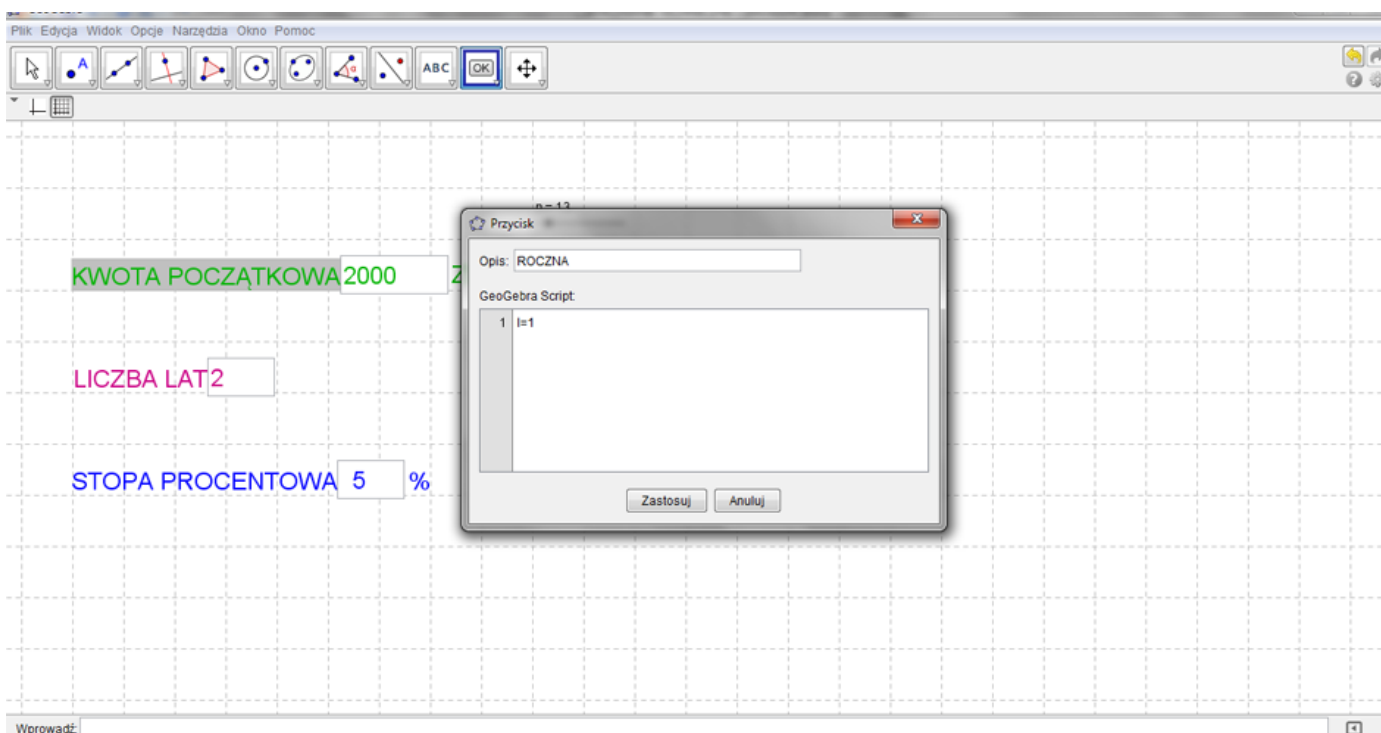
15. Klikając w każde wstawione pole tekstowe i teksty (KWOTA POCZĄTKOWA, LICZBA LAT, STOPA PROCENTOWA oraz Zł i %) zmień ich wielkość i kolor. Zrobisz to za pomocą polecenia **Edycja/Właściwości**, przechodząc do zakładki **Tekst** i **Kolor**

Teraz zajmiemy się przyciskami odpowiedzialnymi za rodzaj kapitalizacji.

16. Za pomocą narzędzia **Wstaw przycisk** wstaw przycisk, klikając na obszar roboczy



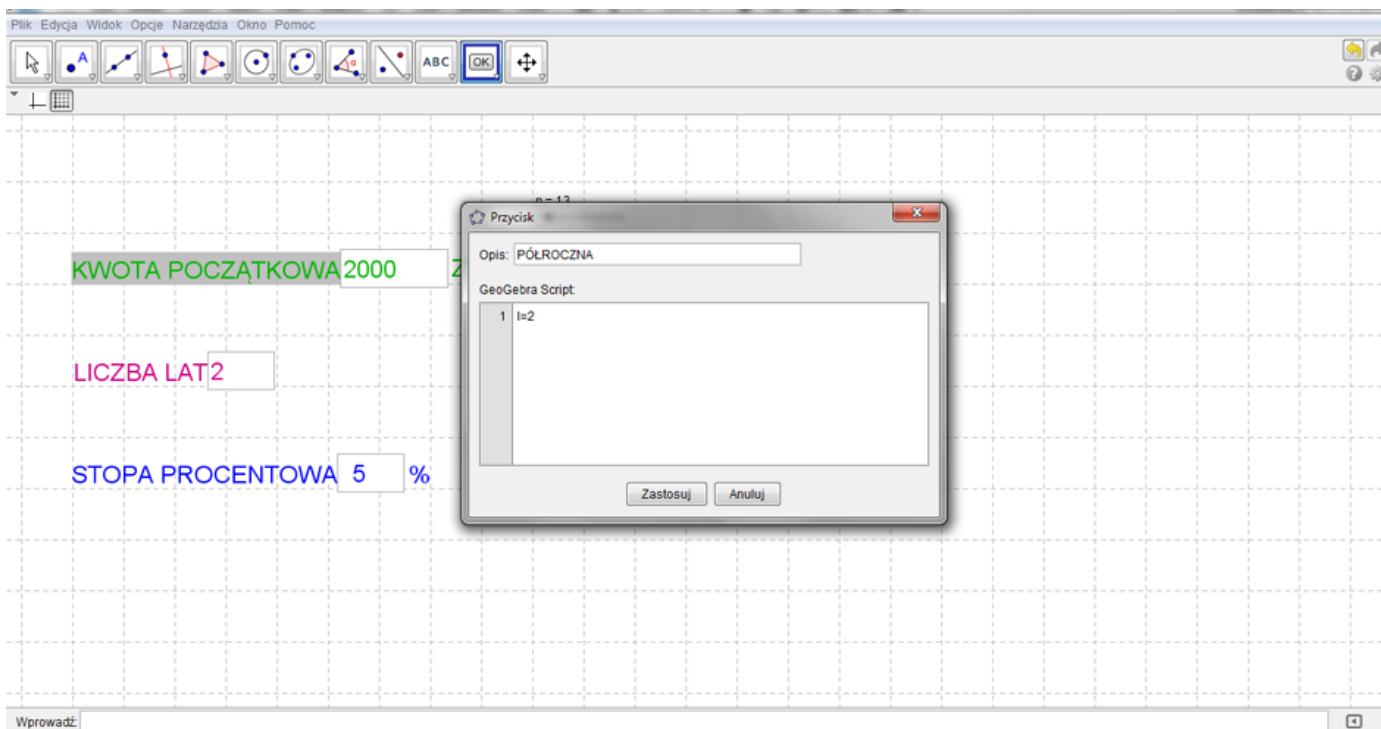
17. Nazwij go ROCZNA, a w polu **GeoGebra Script** wpisz $l = 1$ i kliknij komendę Zastosuj



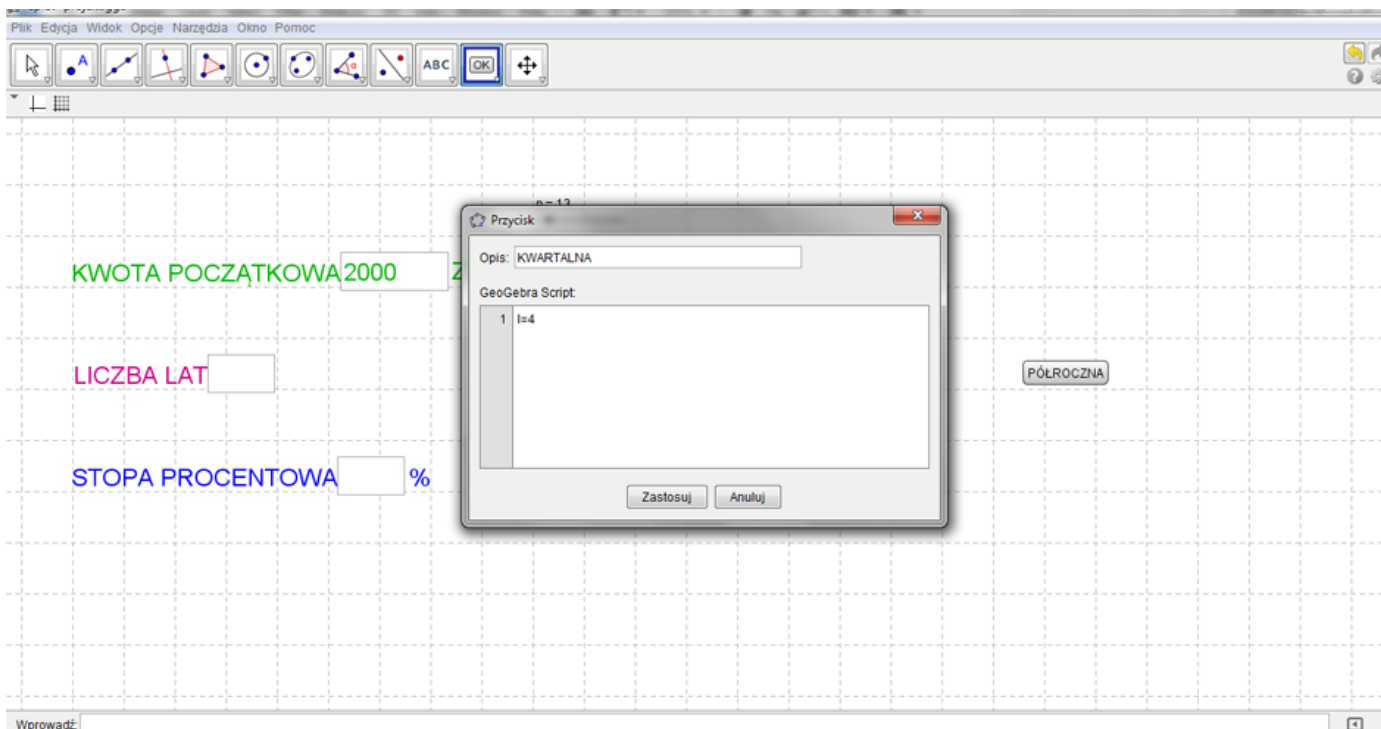


18. Analogicznie wstaw kolejne przyciski

18.1. Tworząc przycisk PÓŁROCZNA w polu **GeoGebra Script** wpisz $l = 2$

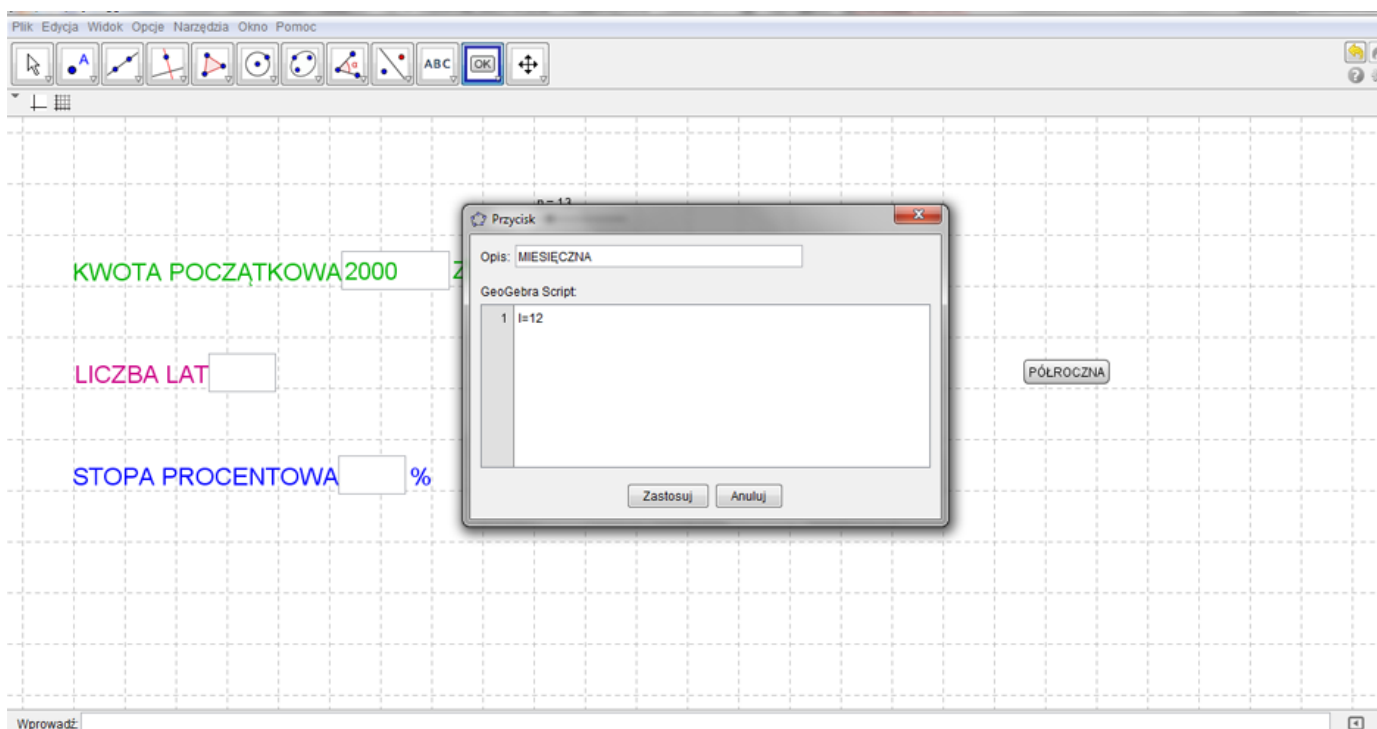


18.2. Tworząc przycisk KWARTALNA w polu **GeoGebra Script** wpisz $l = 4$





18.3. Tworząc przycisk KWARTALNA w polu **GeoGebra Script** wpisz $l = 12$

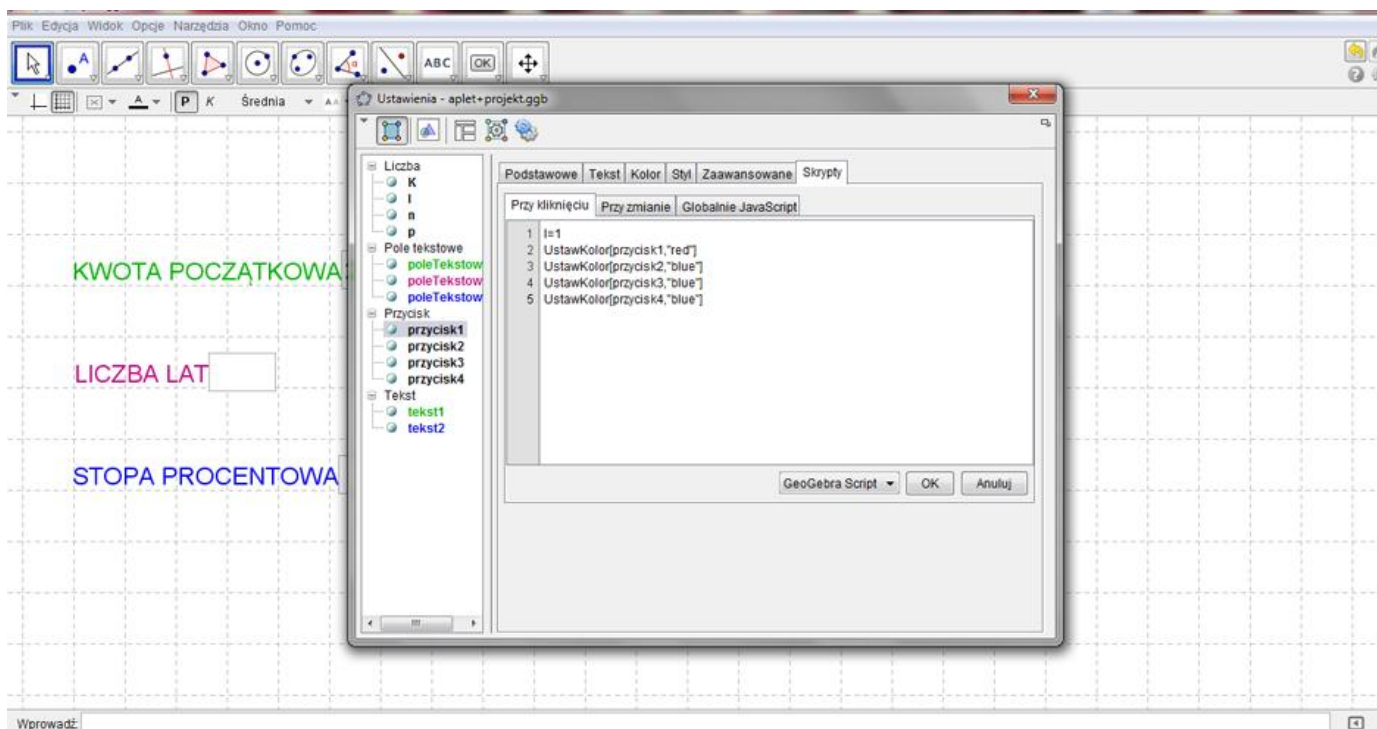


Po wstawieniu przycisków możemy się zająć ich ustawieniem i edycją.

19. Przenieś je na prawą stronę obszaru roboczego i ustaw obok siebie (tak jak jest to pokazane w Oczekiwany efekt, na początku tego pliku)
20. Klikając w każdy wstawiony przycisk (ROCZNA, PÓŁROCZNA, KWARTALNA, MIESIĘCZNA) zmień jego wielkość i kolor. Zrobisz to za pomocą polecenia **Edycja/Właściwości**, przechodząc do zakładki **Kolor** i **Styl**
21. Aby po kliknięciu wybranego przycisku zmieniał on swój kolor, aby wiadomo było jaka kapitalizacja została wybrana, należy za pomocą polecenia **Edycja/Właściwości** przejść do zakładki **Skrypty**, w podzakładce **Po kliknięciu** dopisać formułę:

```
UstawKolor[przycisk1,"red"]
UstawKolor[przycisk2,"blue"]
UstawKolor[przycisk3,"blue"]
UstawKolor[przycisk4,"blue"]
```

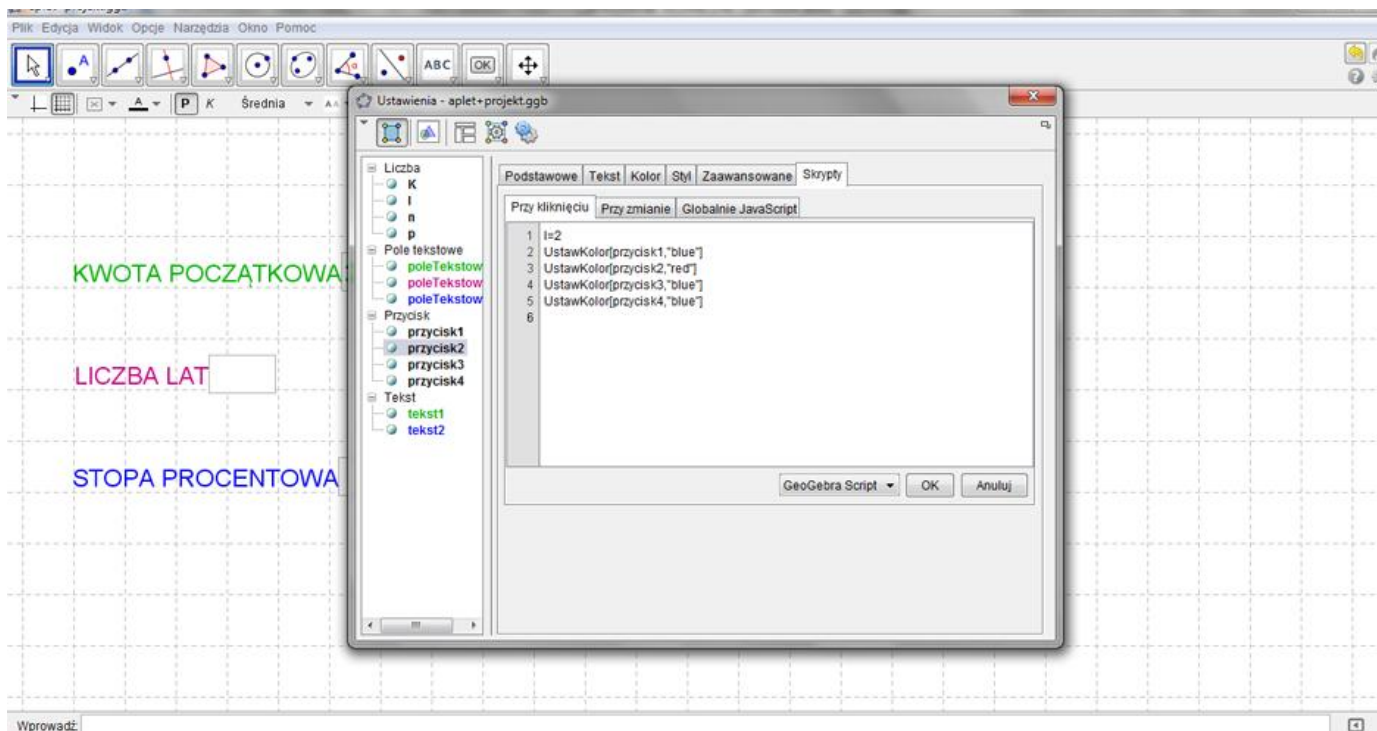
i zatwierdzić komendą OK



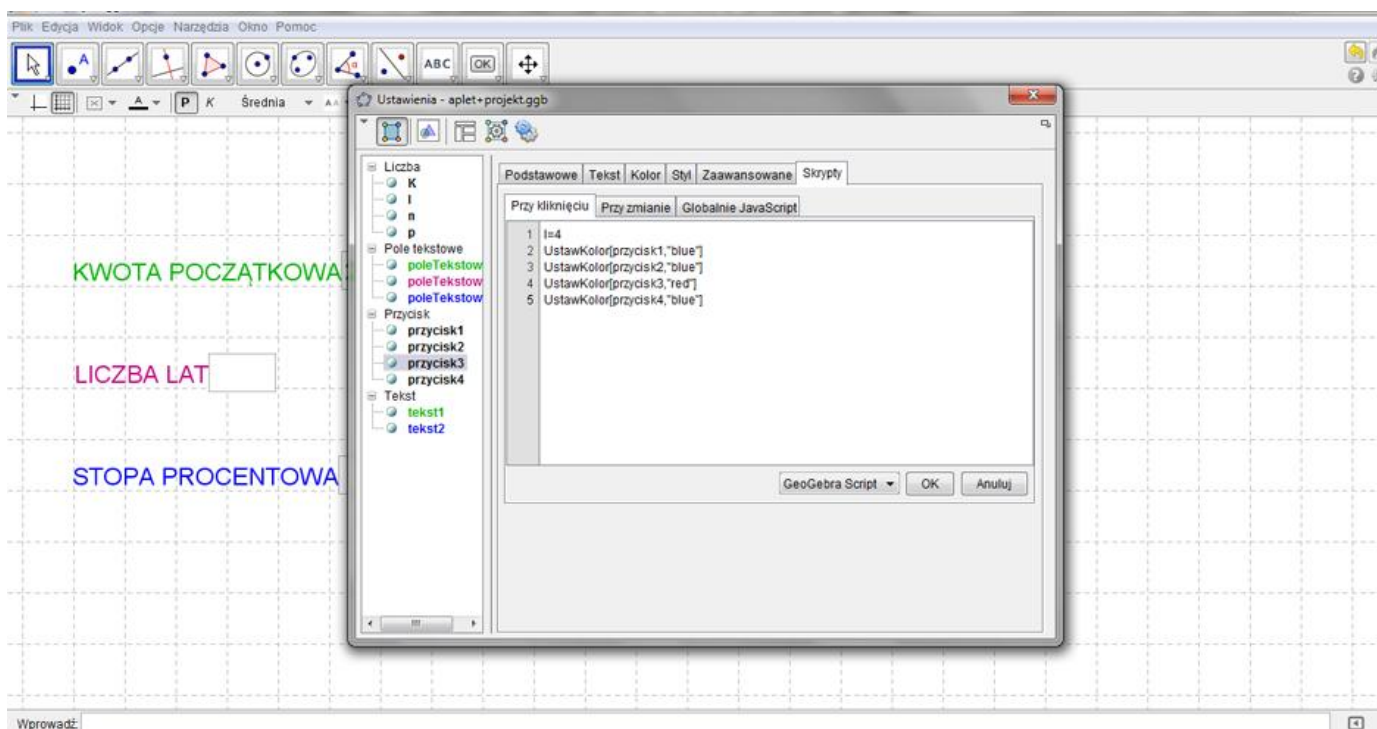
Dotyczy to pierwszego przycisku. Oznacza to, że klikając na przycisk ROCZNA podświetli on się na czerwono, a reszta przycisków będzie podświetlona na niebiesko. Kolory przycisków mogą być inne niż podane tutaj.

22. Analogicznie postępuj w przypadku kolejnych przycisków

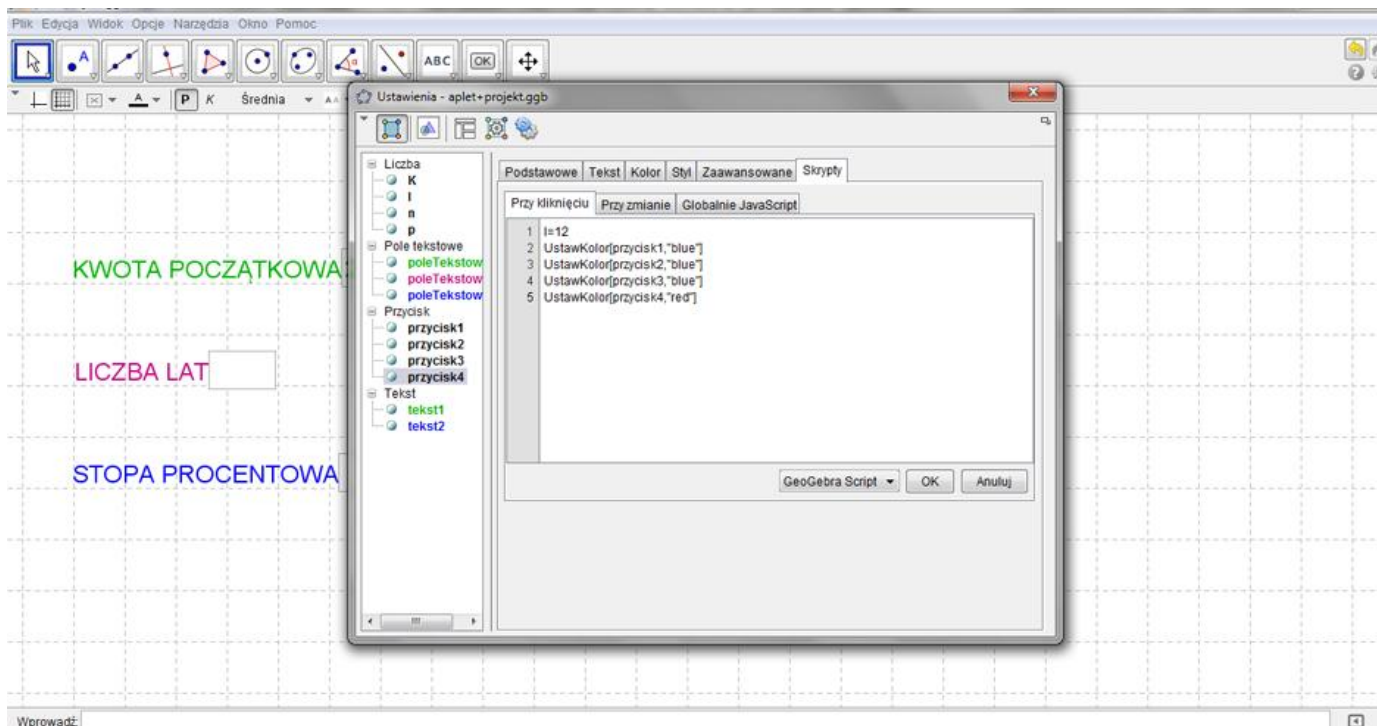
22.1.



22.2.



22.3.



Mamy już oznaczone zmienne z zakresami. Możemy już obliczyć wartość lokat po określonym czasie.

23. Wpisz w **Polu Wprowadzania** wzór na procent składany wykorzystując nasze zmienne.



24. Nazwijmy naszą wartość lokaty po jej zakończeniu jako przychód. W GeoGebraze spacja zastępuje znak mnożenia. Zatem:

$$\text{przychód} = K (1 + p/(100 l))^{(l n)}$$

The screenshot shows the GeoGebra calculator window. The input field contains the formula: $\text{przychód} - K(1 + p/(100 l))^{(l n)}$. The interface includes a menu bar (Plik, Edycja, Widok, Opcje, Narzędzia, Okno, Pomoc), a toolbar with various drawing tools, and a grid background. The calculator window has a title bar and a close button. The input field is highlighted with a red box.

Zatwierdź enterem.

25. W **Polu Wprowadzania** wpisz teraz zmienną zysku. W tym celu od przychodu musimy odjąć początkową kwotę lokaty, która oznaczyliśmy jako K. Zatem:

$$\text{zysk} = \text{przychód} - K$$

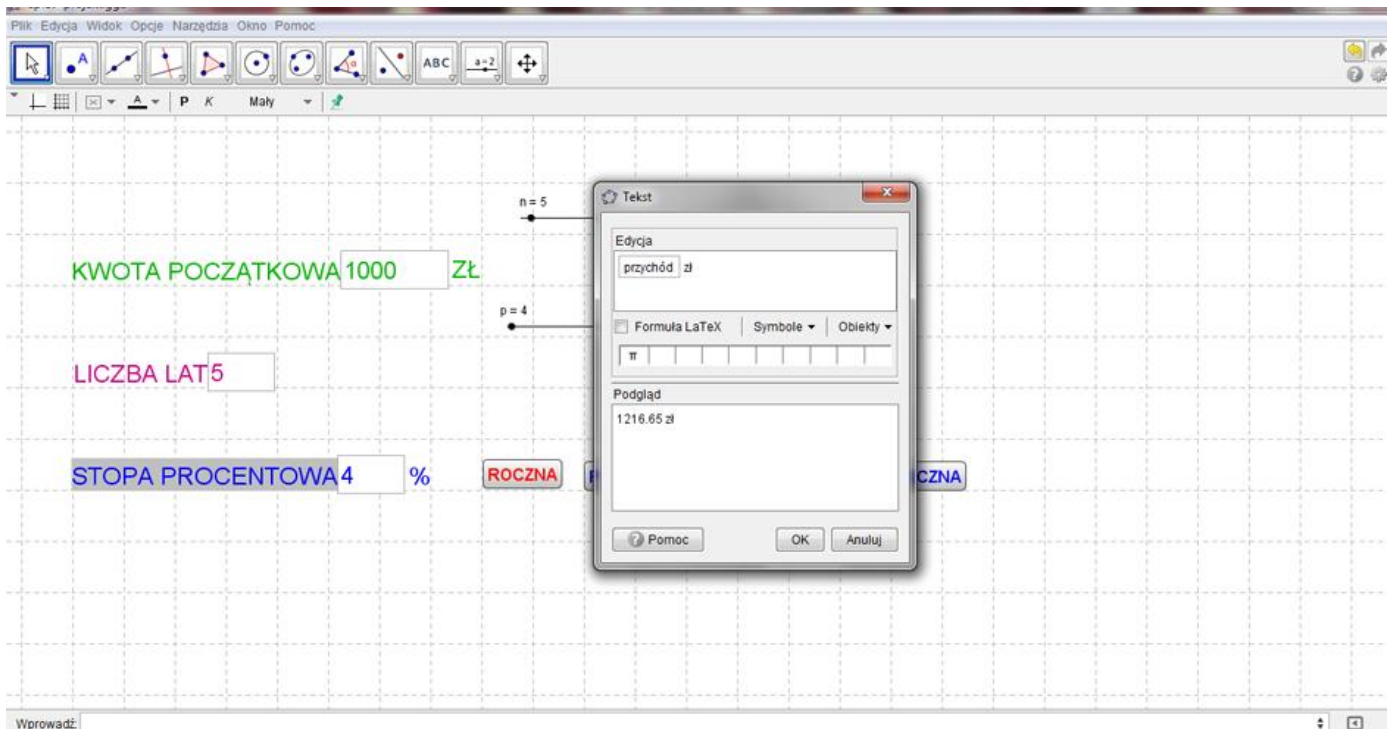
The screenshot shows the GeoGebra calculator window. The input field contains the formula: $\text{zysk} = \text{przychód} - K$. The interface is identical to the previous screenshot, but the input field now contains the new formula. The input field is highlighted with a red box.

Zatwierdź enterem.

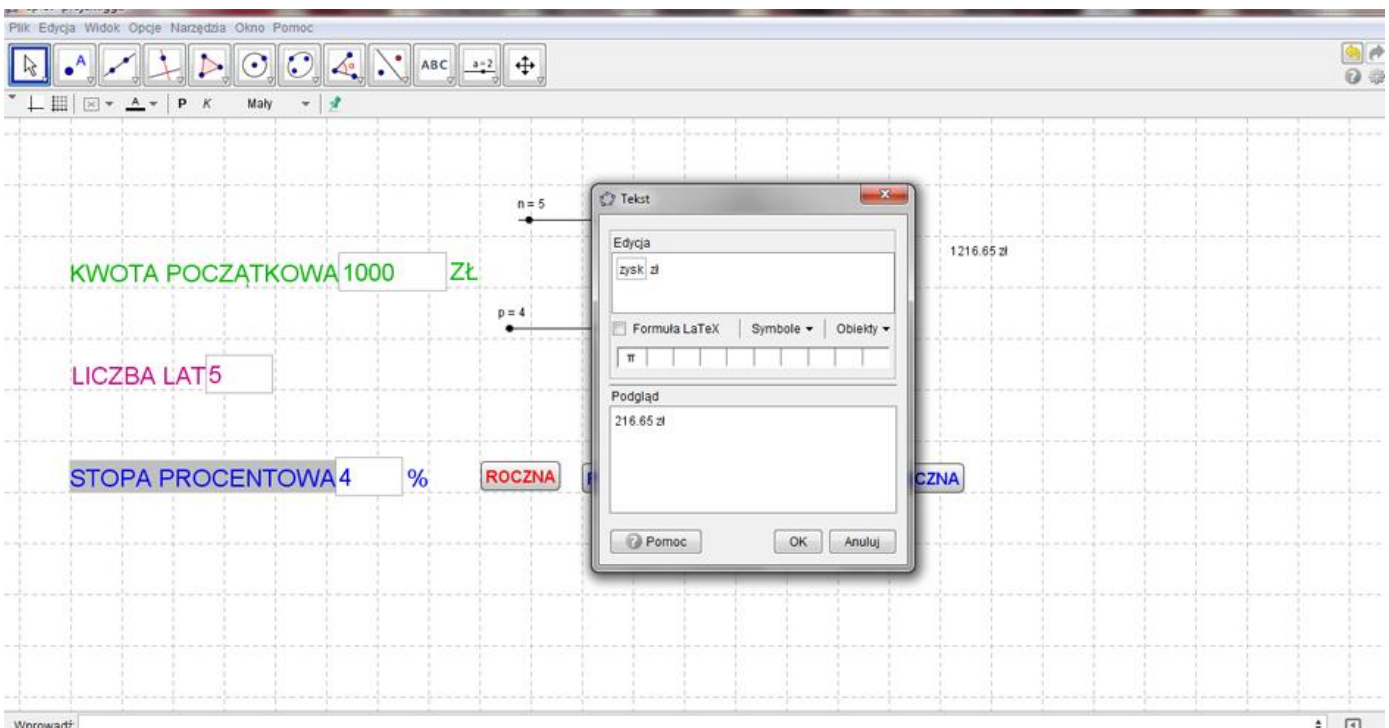
Nie widzisz jeszcze obliczeń, ale program już liczy wartość lokaty po jej zakończeniu oraz zysk z tej lokaty.

26. Za pomocą narzędzia **Wstaw tekst** wstaw tekst, klikając na obszar roboczy.

27. Otworzy się okienko, gdzie można wpisać tekst. Kliknij w zakładkę **Obiekty** i wybierz „(puste pole formuły)”. W okienku **Edycji tekstu** pojawi się prostokąt, w który wpisz słowo *przychód*. Dzięki temu w podglądzie pojawi się wartość lokaty po jej zakończeniu. Za prostokątem dopisz po spacji jednostki waluty, czyli zł i zatwierdź.



28. Analogicznie postępuj by na ekranie pojawiła się wartość zysku.

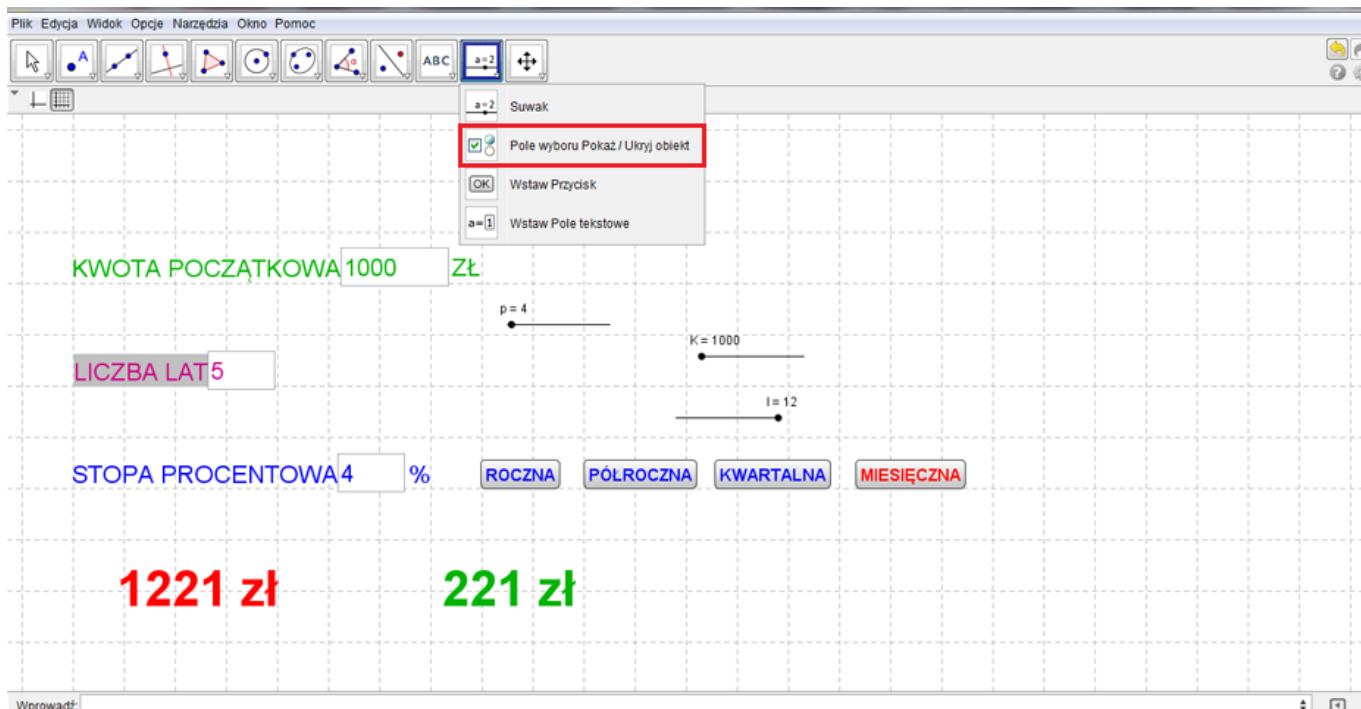




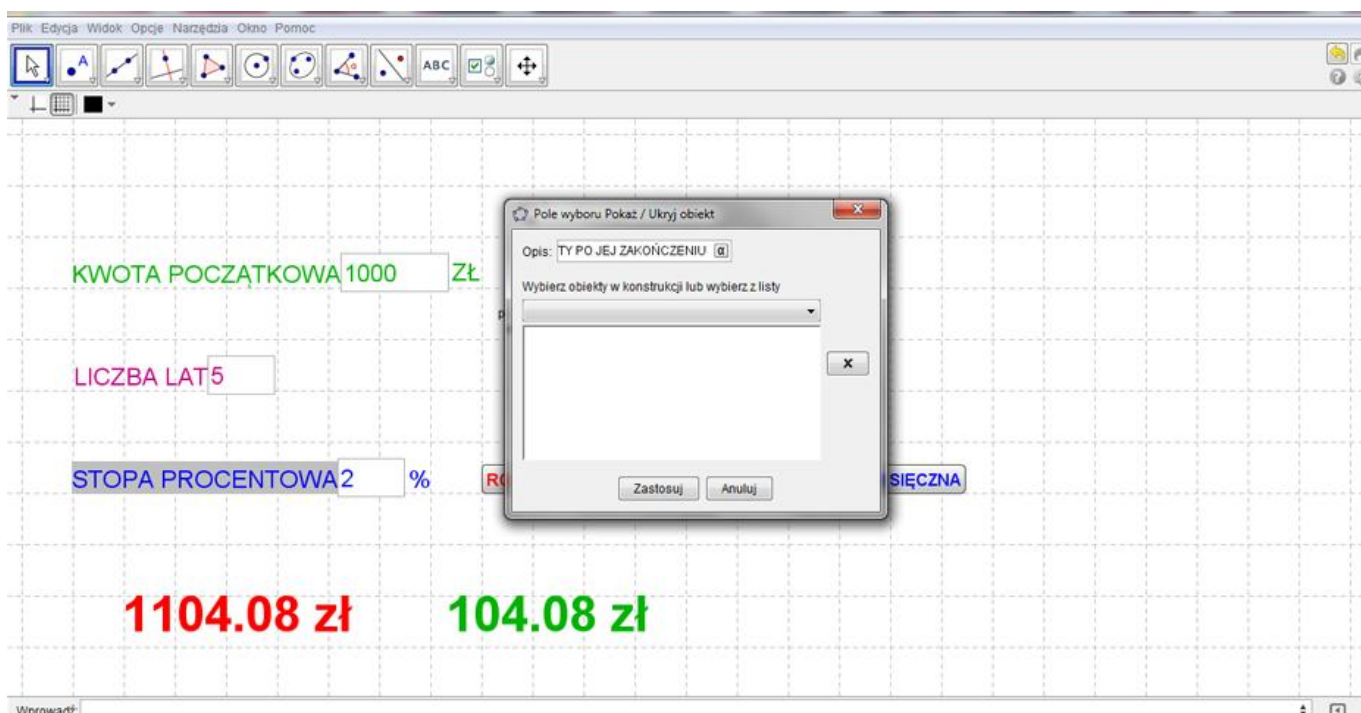
29. Klikając w każdy wstawiony tekst, który w obszarze roboczym będzie się wyświetlał jako określone kwoty, zmień jego wielkość i kolor. Zrobisz to za pomocą polecenia **Edycja/Właściwości**, przechodząc do zakładek **Kolor** i **Styl**. Zmień także położenie tekstów, tak jak jest to pokazane w Oczekiwanym efekcie.

Spróbuj w puste pola wpisać dowolne liczby i zaobserwuj jak się zmieniają kwoty umieszczone na dole.

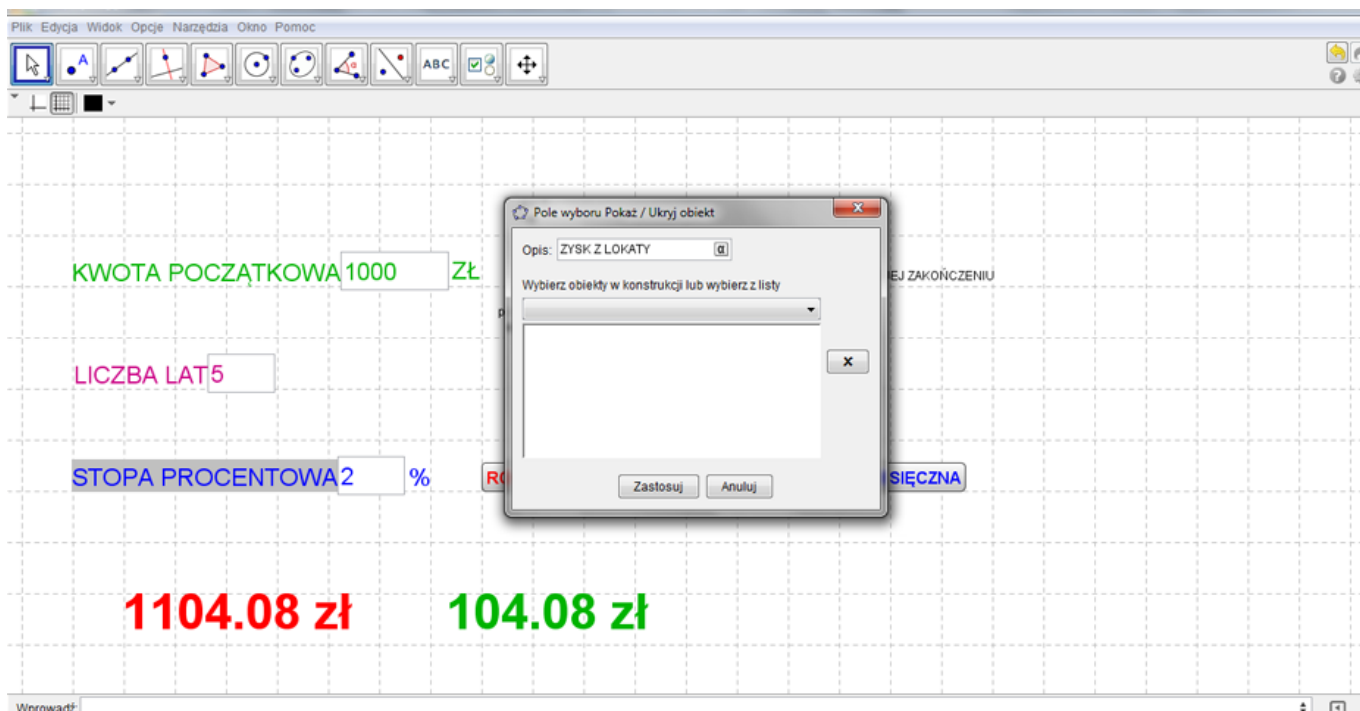
*Dzięki narzędziu **Pole wyboru Pokaż/Ukryj obiekt** możemy sprawić, że pola przychód i zysk będą pojawiać się wtedy, kiedy my o tym zdecydujemy.*



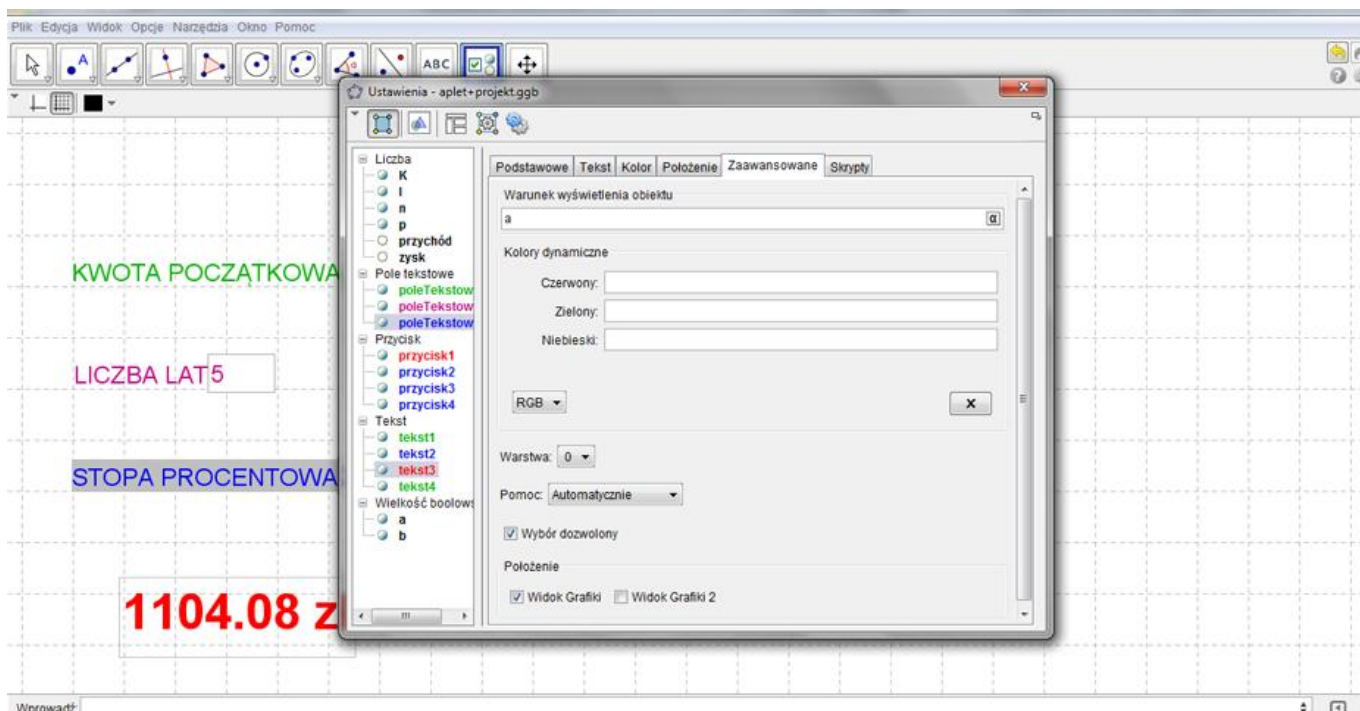
30. Za pomocą narzędzia **Pole wyboru Pokaż/Ukryj obiekt** stwórz pole wyboru WARTOŚĆ LOKATY PO JEJ ZAKOŃCZENIU, klikając na obszar roboczy, a następnie Zatwierdź.



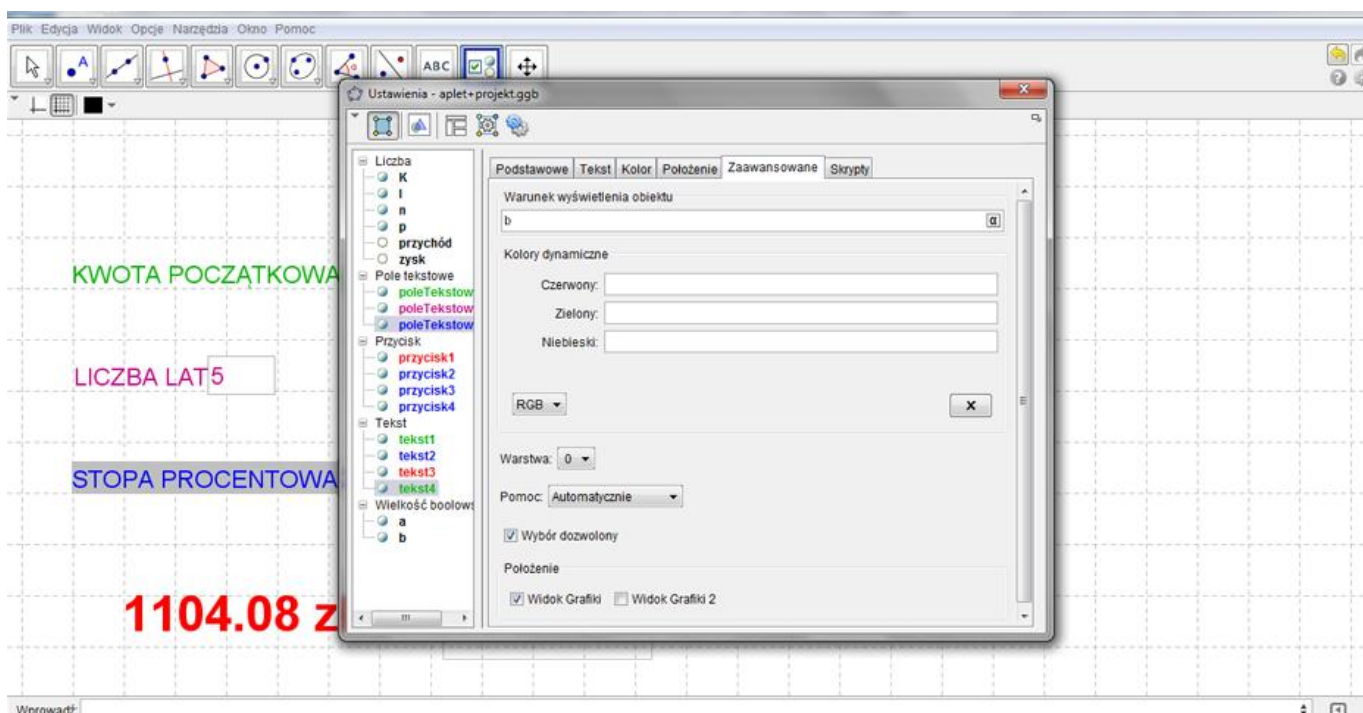
31. Analogicznie postępuj w przypadku kolejnego pola wyboru: ZYSK Z LOKATY



32. Prawym przyciskiem myszy kliknij na kwotę, która jest przychodem (to większa liczba) i przejdź do zakładki **Zaawansowane**. W polu **Warunek wyświetlenia obiektu** wpisz wielkość boolowską (która jest odpowiednikiem pola **Pole wyboru Pokaż/Ukryj Obiekt**) odpowiedzialną za WARTOŚĆ LOKATY PO JEJ ZAKOŃCZENIU (sprawdzisz to najeżdżając na odpowiednie **Pole wyboru Pokaż/Ukryj Obiekt**) i zatwierdź Enterem.



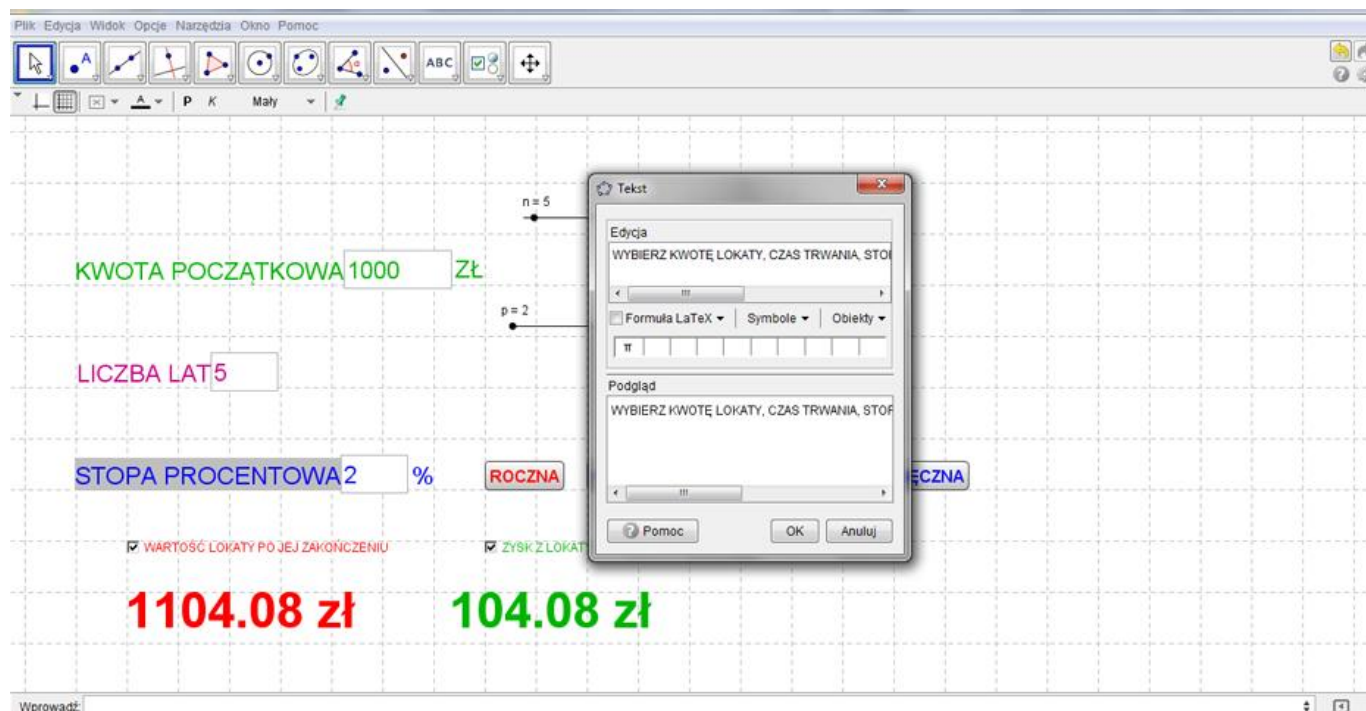
33. Analogicznie postępuj z kwotą zysk. W zakładce **Zaawansowane** wpisz wielkość boolowską b



34. Pola WARTOŚĆ LOKATY PO JEJ ZAKOŃCZENIU, ZYSK Z LOKATY w odpowiednie miejsca i nadaj im odpowiednie kolory za pomocą polecenia **Edycja/Właściwości**, przechodząc do zakładki **Kolor**

Wszystkie wielkości, które były nam potrzebne zostały już wprowadzone, więc możemy teraz zająć się uporządkowaniem planszy, aby była bardziej czytelna.

35. Za pomocą narzędzia **Wstaw tekst** wstaw tekst, klikając na obszar roboczy. W polu Edycja wpisz WYBIERZ KWOTĘ LOKATY, CZAS TRWANIA, STOPĘ PROCENTOWĄ I RODZAJ KAPITALIZACJI LOKATY i zatwierdź Enterem. Będzie to nasz tytuł.





36. Zmień jego kolor i powiększ czcionkę, a także zmień położeniem, tak jak jest to pokazane w Oczekiwanych efekcie

WYBIERZ KWOTĘ LOKATY, CZAS TRWANIA, STOPE PROCENTOWĄ I RODZAJ KAPITALIZACJI LOKATY

$n = 5$

KWOTA POCZĄTKOWA 1000 Zł

$p = 2$

LICZBA LAT 5

$K = 1000$

$I = 1$

STOPA PROCENTOWA 2 %

ROZDZIAŁY: Roczna, Półroczna, Kwartalna, Miesięczna

WARTOŚĆ LOKATY PO JEJ ZAKOŃCZENIU

ZYSK Z LOKATY

1104.08 zł **104.08 zł**

Wprowadź:

37. Za pomocą narzędzia [Wstaw tekst](#) wstaw tekst, klikając na obszar roboczy. W polu Edycja wpisz RODZAJ KAPITALIZACJI i zatwierdź Enterem. Będzie to nasz podtytuł odnośnie kapitalizacji. Sformatuj go, analogicznie do poprzedniego tekstu.

WYBIERZ KWOTĘ LOKATY, CZAS TRWANIA, STOPE PROCENTOWĄ I RODZAJ KAPITALIZACJI LOKATY

$n = 5$

KWOTA POCZĄTKOWA 1000 Zł

$p = 2$

LICZBA LAT 5

$K = 1000$

$I = 11$

RODZAJ KAPITALIZACJI

STOPA PROCENTOWA 2 %

ROZDZIAŁY: Roczna, Półroczna, Kwartalna, Miesięczna

WARTOŚĆ LOKATY PO JEJ ZAKOŃCZENIU

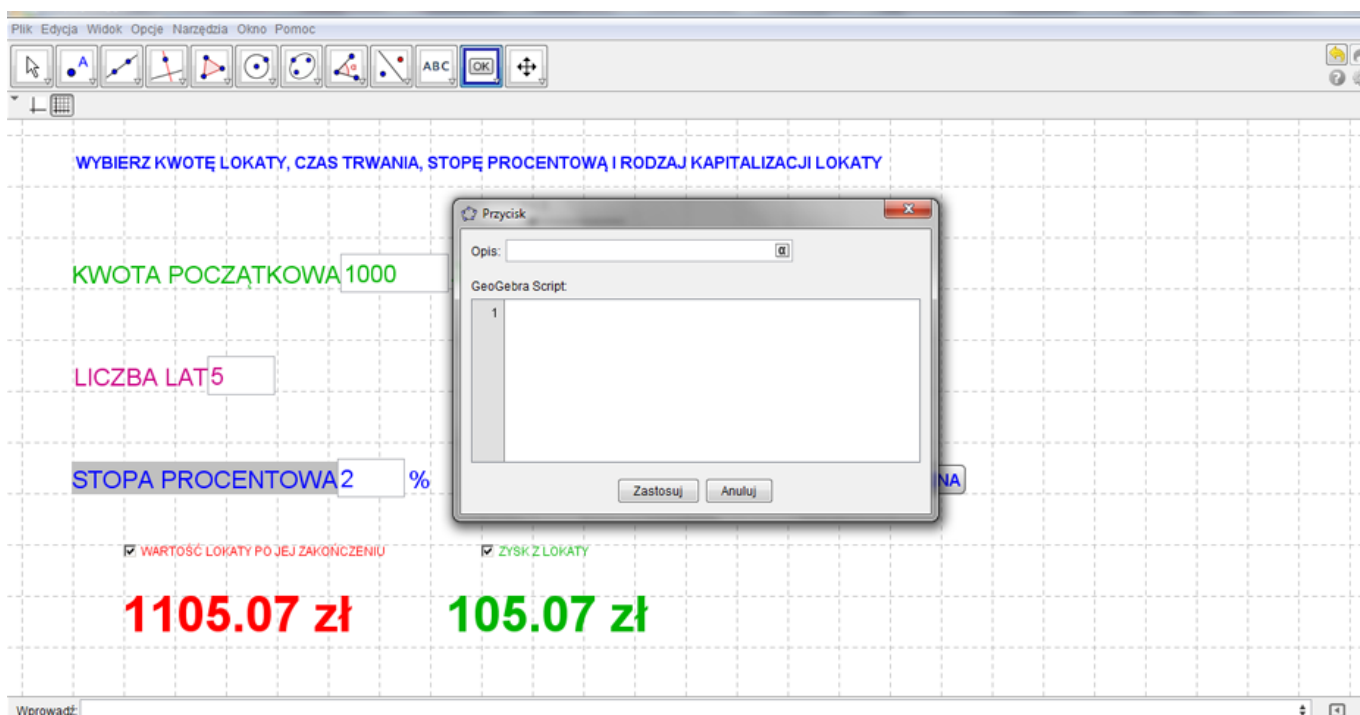
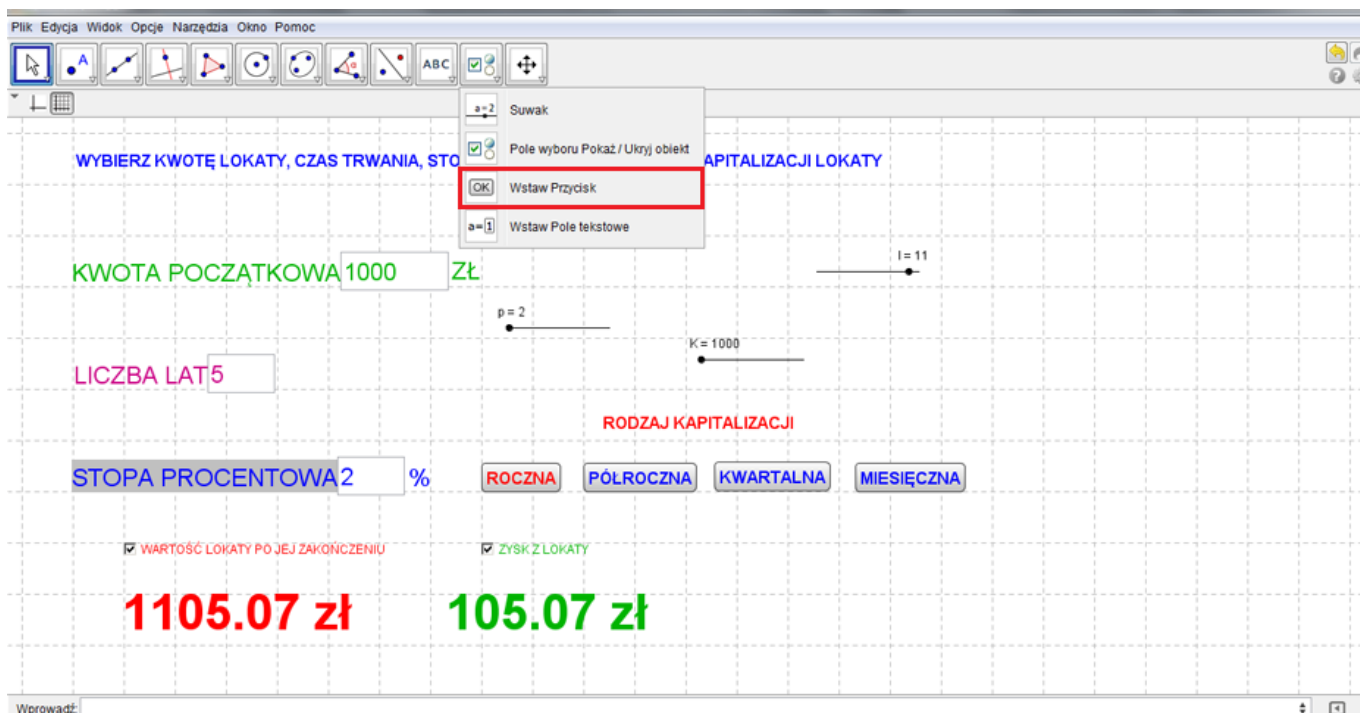
ZYSK Z LOKATY

1105.07 zł **105.07 zł**

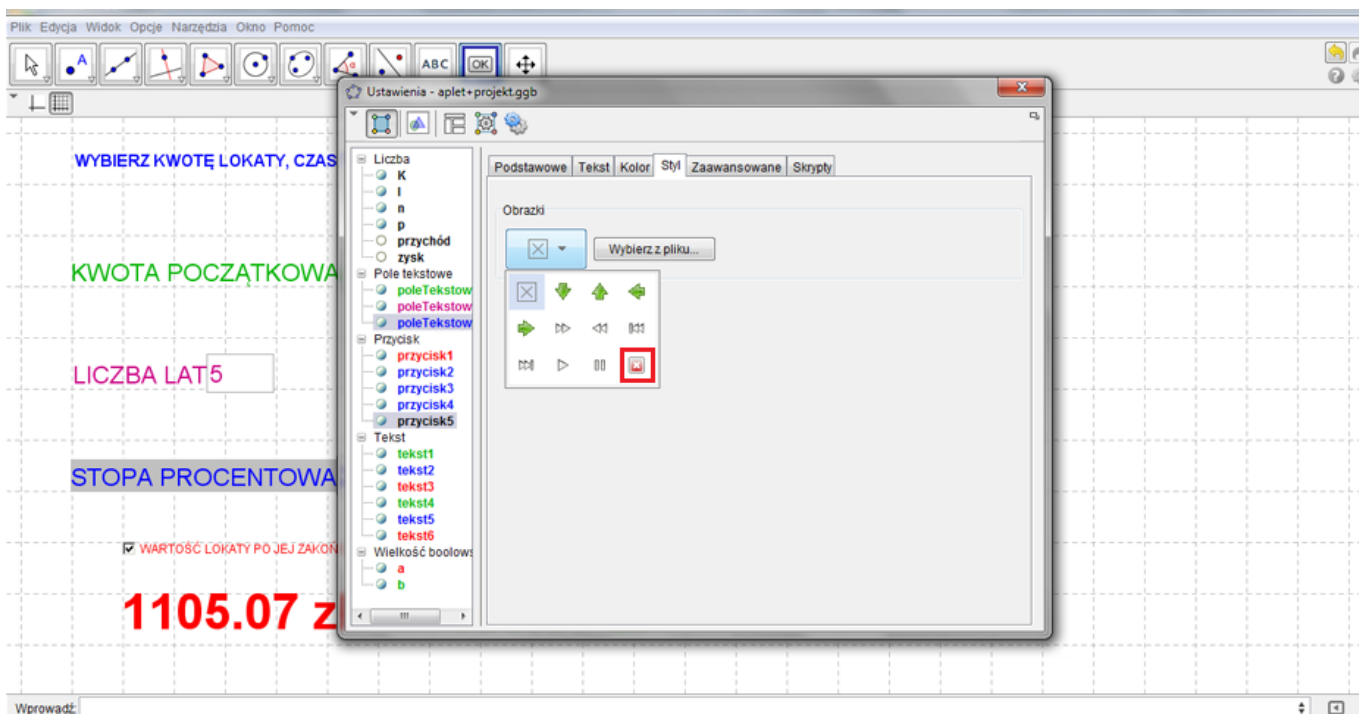
Wprowadź:



38. Aby plansza się wyczyściła stworzymy przycisk, który będzie za to odpowiedzialny. Za pomocą narzędzia **Przycisk** wstaw przycisk, klikając na obszar roboczy. Nie zadawaj mu nazwy.



39. Kliknij na niego prawym przyciskiem myszy i przejdź do zakładki **Style**. Wybierz ikonę



40. Przejdź do zakładki **Skrypty**, a następnie Po Kliknięciu i wpisz następującą formułę

a=false

b=false

K=0

n=0

p=0

l=1

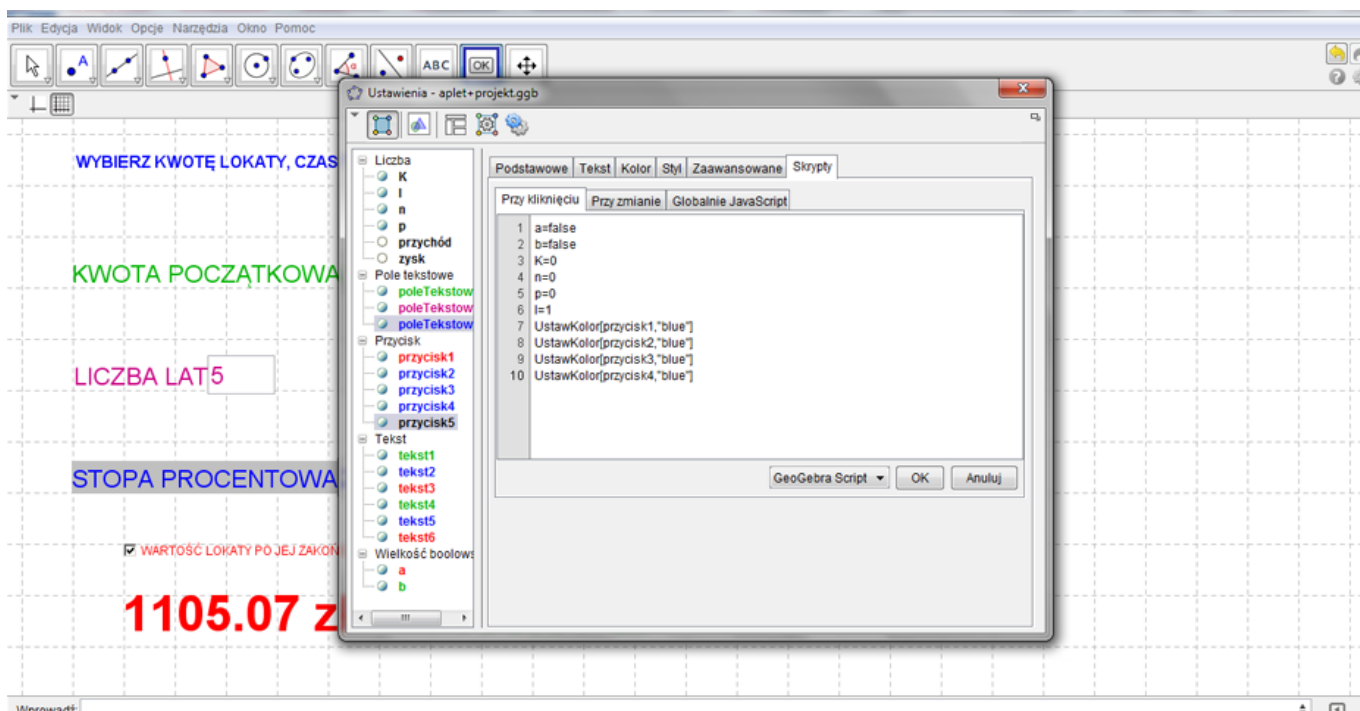
UstawKolor[przycisk1,"blue"]

UstawKolor[przycisk2,"blue"]

UstawKolor[przycisk3,"blue"]

UstawKolor[przycisk4,"blue"]

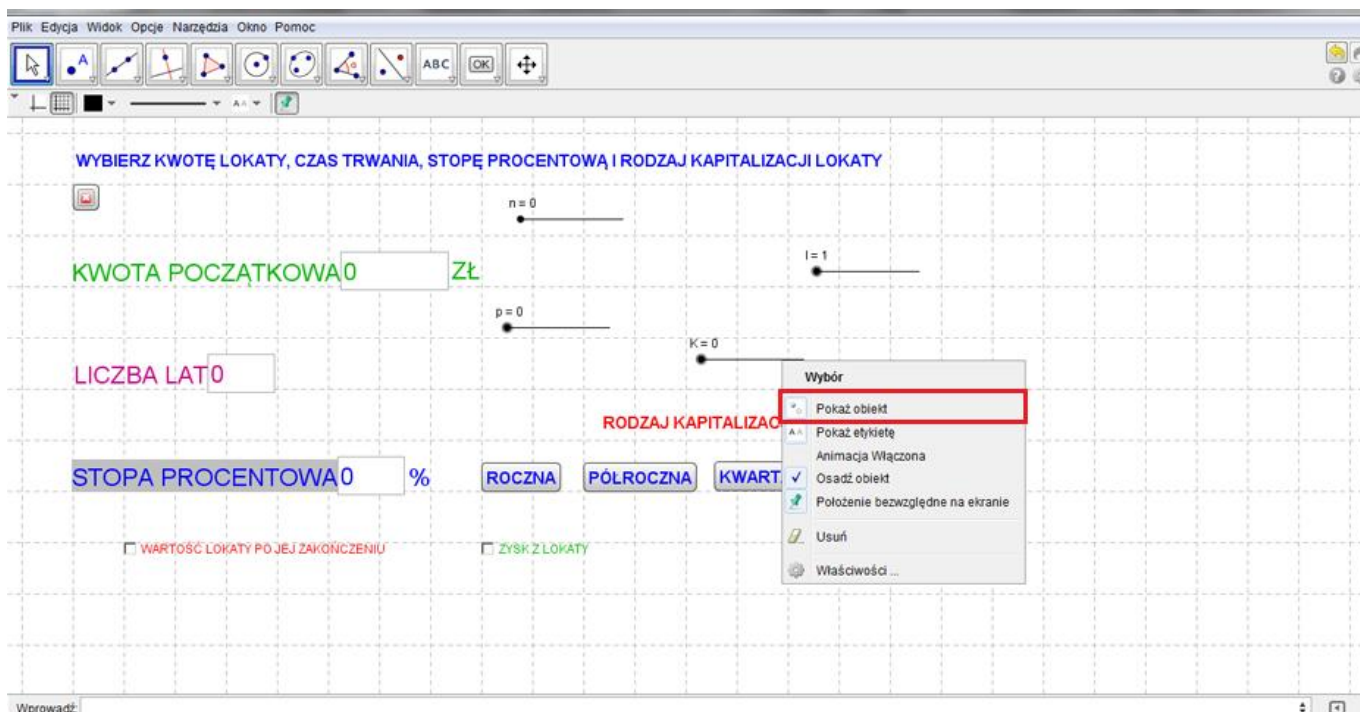
i kliknij przycisk OK.



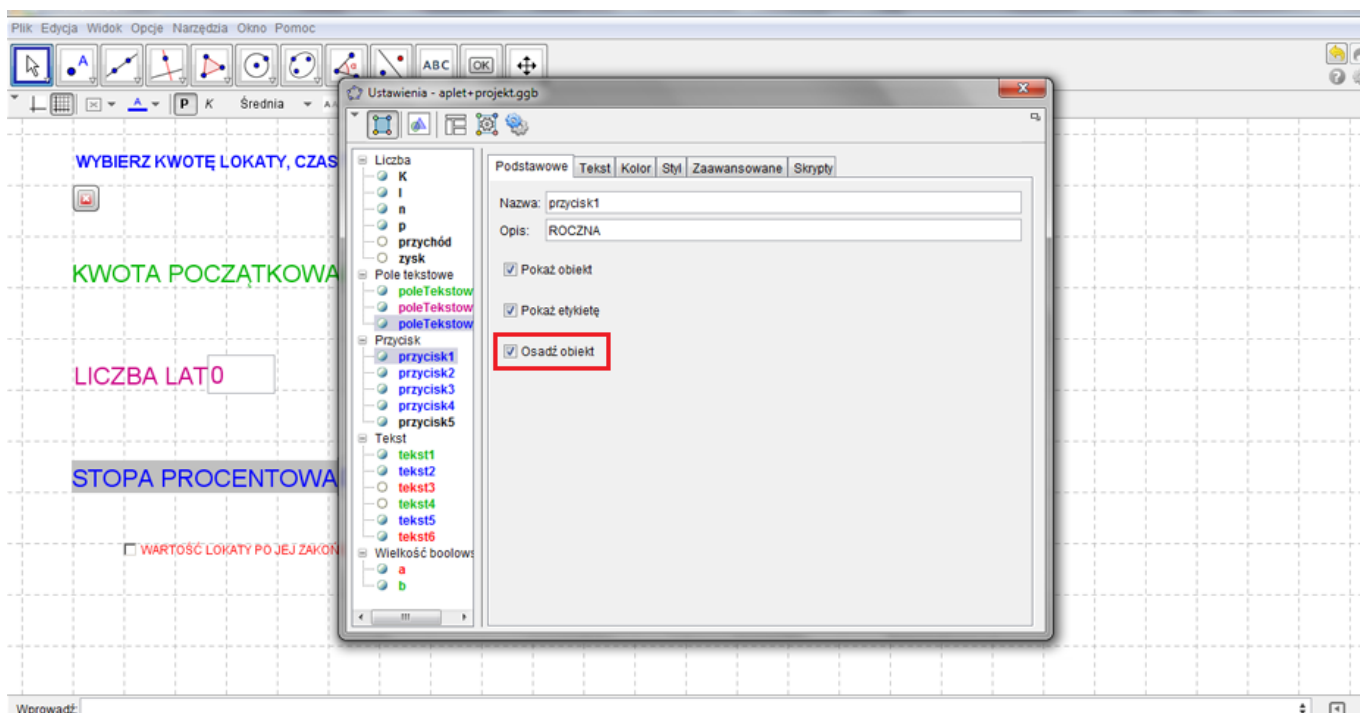
41. Zamknij okno **Właściwości**

Teraz możesz sprawdzić, czy powstały przycisk działa.

42. Zaznacz suwaki p , l , K oraz n i kliknij na wyświetlony obszar prawym przyciskiem myszy. W wyświetlonym okienku odznacz **Pokaż obiekt**

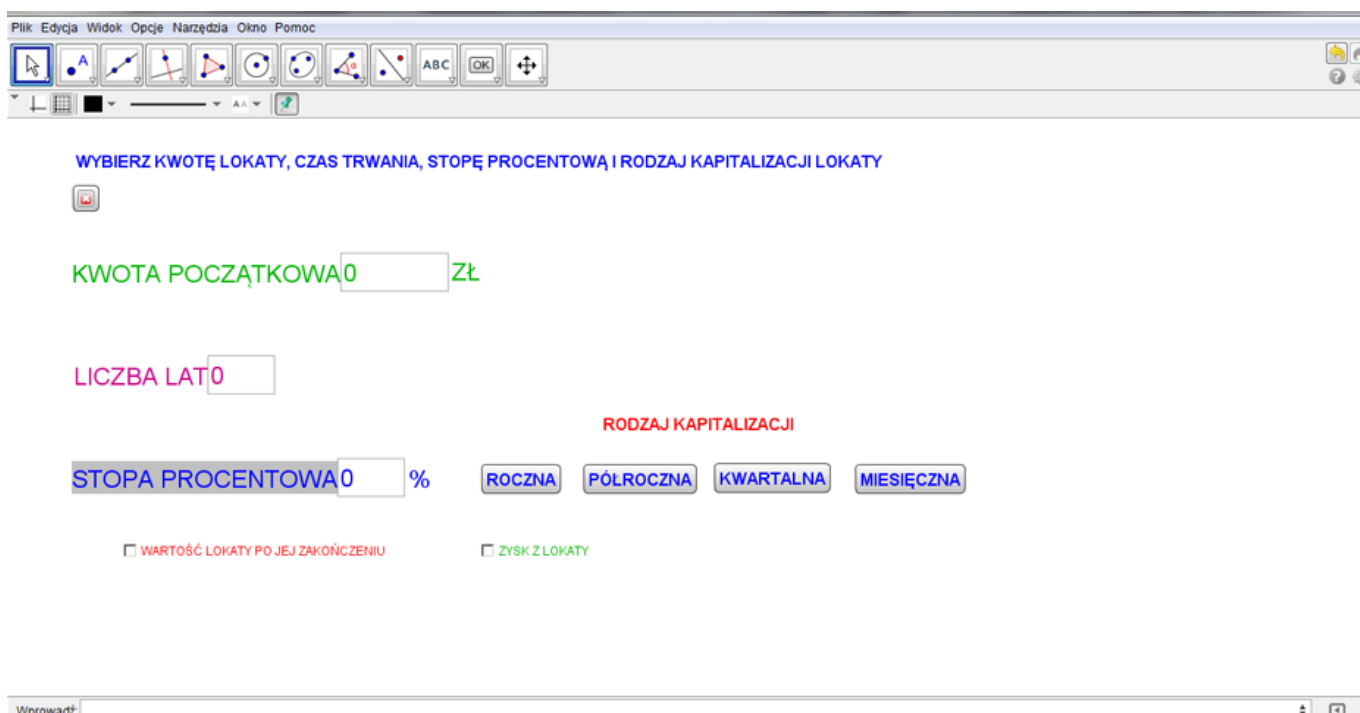


43. Aby wyświetlane pola na planszy się nie przesuwały, klikając prawym przyciskiem myszy, w wyświetlonym okienku zaznacz **Osadź obiekt**



44. Analogicznie postępuj ze wszystkimi polami na planszy

45. Wyłącz **widok siatki**




46. Zapisz plik

[Strona główna](#)

NARZĘDZIA POMOCNICZE ▾

Elitmat Nauczyciel

wyloguj 

Aktualnie pracujesz z klasą:

-- wybierz klasę -- ▾

[Materiały](#) » [BelferBOX](#) » [Grupy Odkrywców](#)[« POWRÓT](#)

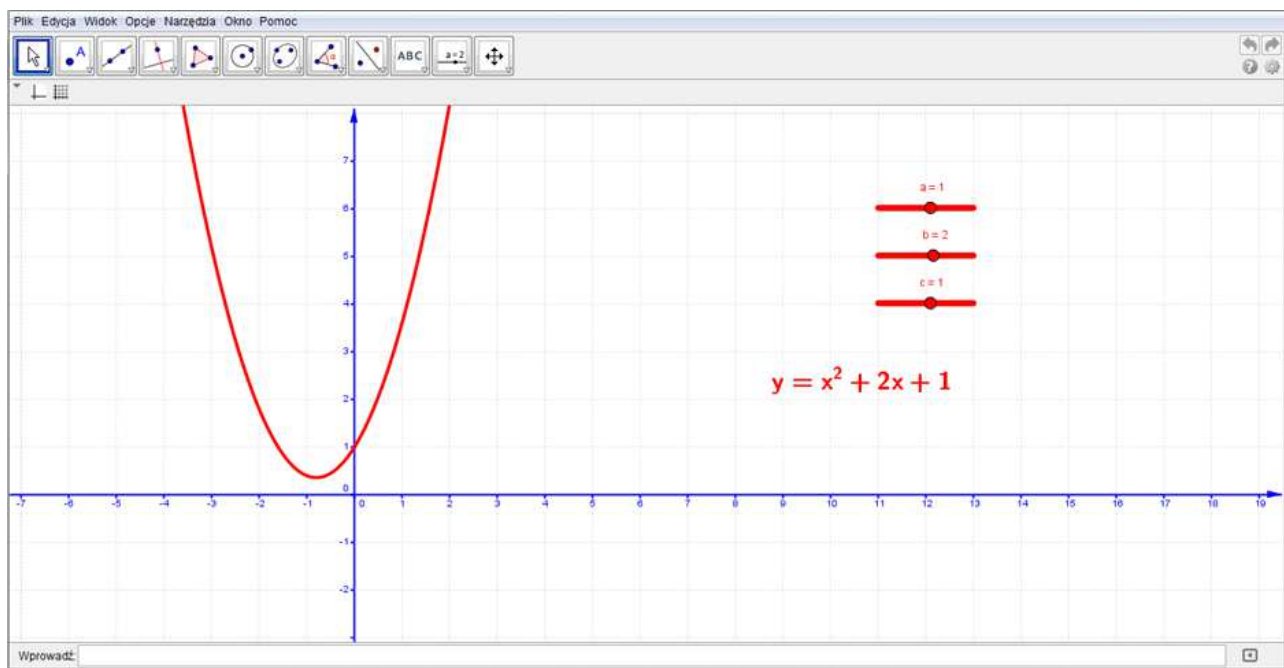
PROGRAMUJEMY PLANSZĘ Z DYNAMICZNYM WYKRESEM FUNKCJI KWADRATOWEJ

Zadaj wybranej klasie

Autor: Dariusz Kulma

Celem pracy jest wykonanie dynamicznego wykresu funkcji kwadratowej, który pozwoli na przejrzyste zobrazowanie jak zmienia się funkcja w zależności od podanych współczynników .

Poniżej znajduje się obraz przedstawiający efekt końcowy wykonanej planszy:



Aby wykonać samodzielnie planszę pobierz plik z materiałów do druku.

Wykonaj następujące czynności.

1. Zmieniaj współczynnik a . Co zauważyłeś, gdy współczynnik a jest dodatni, a co gdy jest ujemny?
2. Co się dzieje z wykresem funkcji, gdy współczynnika $a=0$?
3. Co się dzieje z wykresem funkcji, gdy a jest dodatnie i coraz większe?
4. Ustaw dowolne parametry a i b , a następnie zmieniaj współczynnik c . Co możesz powiedzieć o przecięciu osi OY?

Materiały do druku

- PROGRAMUJEMY PLANSZĘ Z DYNAMICZNYM WYKRESEM FUNKCJI KWADRATOWEJ



INSTRUKCJA WYKONANIA

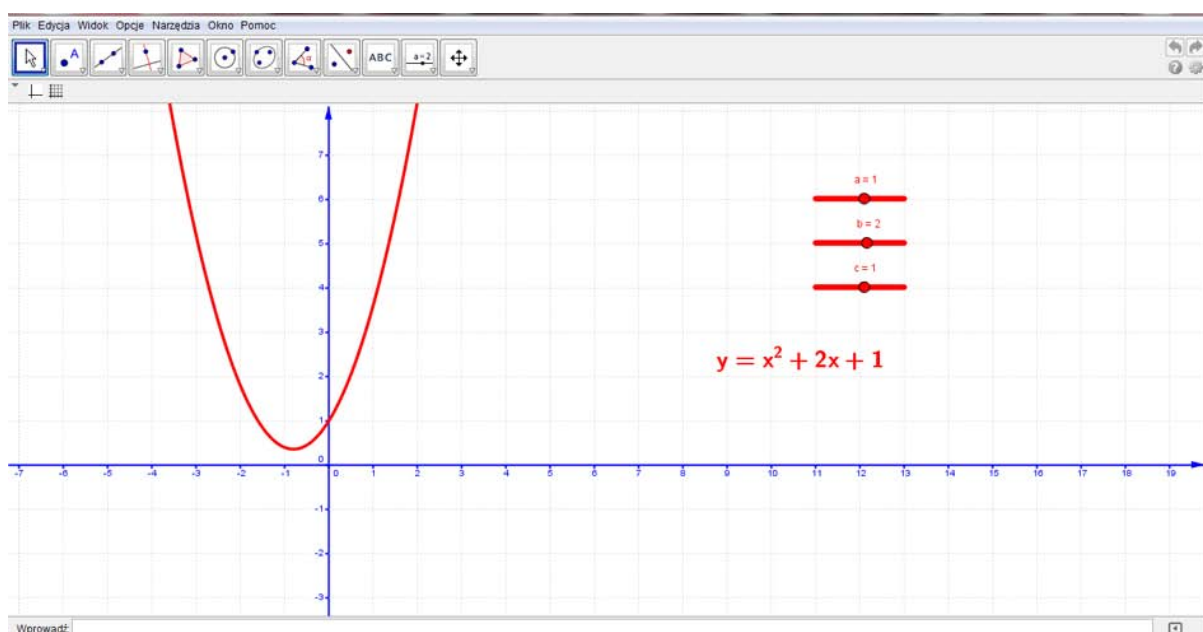
PROGRAMUJEMY PLANSZĘ Z DYNAMICZNYM WYKRESEM FUNKCJI KWADRATOWEJ

CEL PROJEKTU

Celem pracy jest wykonanie dynamicznego wykresu funkcji kwadratowej. Do wykonania planszy interaktywnej potrzebujemy programu GeoGebra.

Wykres funkcji będzie uzależniony od trzech współczynników, których wartości będzie można zmieniać. Dzięki temu będziemy mogli przeprowadzać różne obserwacje dotyczące wzajemnej zależności współczynników i wykresu.

OCZEKIWANY EFEKT



WSTĘP TEORETYCZNY

W naszej planszy interaktywnej zastosujemy wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej. Wzór ten ma postać:

$$y = ax^2 + bx + c$$

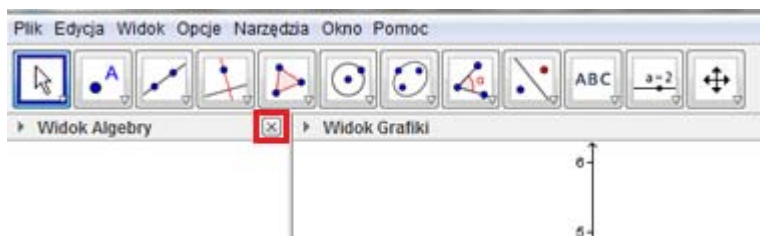
gdzie:

a, b, c – współczynniki funkcji kwadratowej

Przypomnijmy, że wykresem funkcji kwadratowej jest parabola.

WYKONANIE TECHNICZNE

1. Otwórz program GeoGebra lub zainstaluj go (program znajduje się w StudentBox-ie)
2. Zamknij **Widok Algebra**

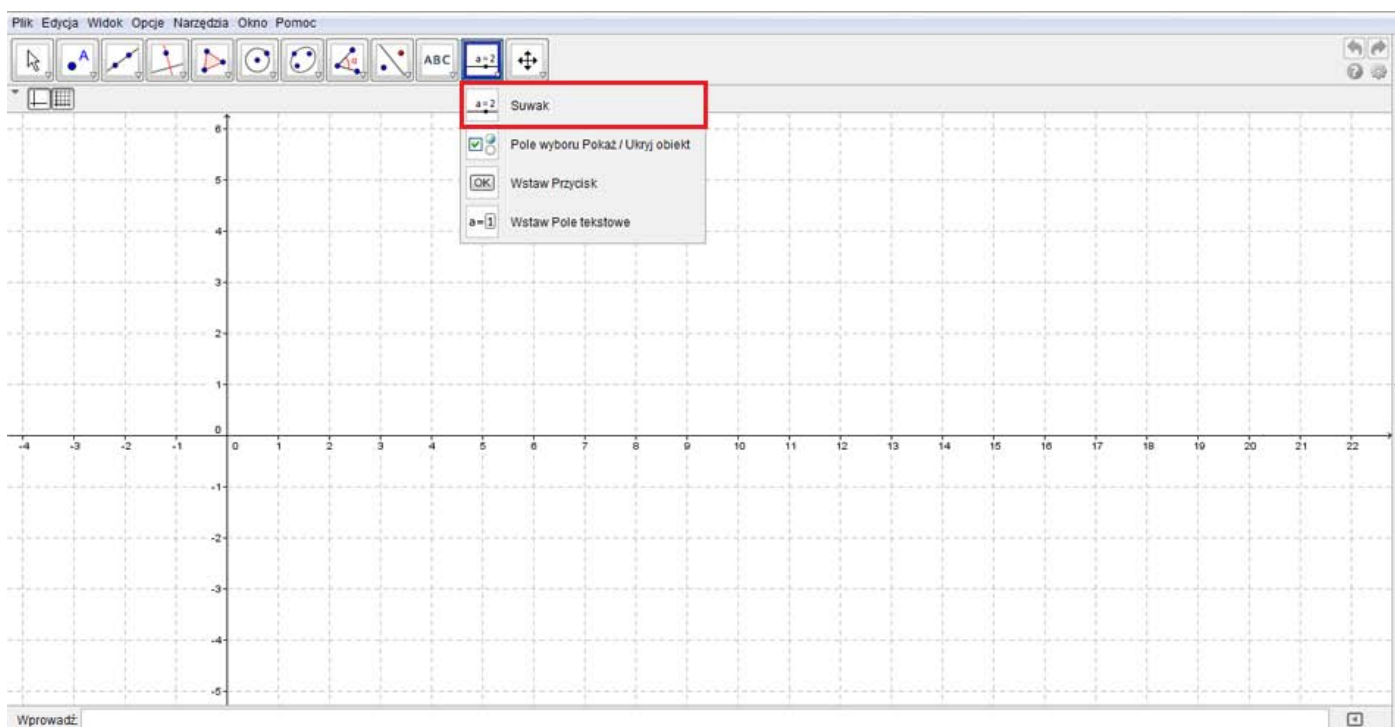


oraz włącz **widok siatki**.

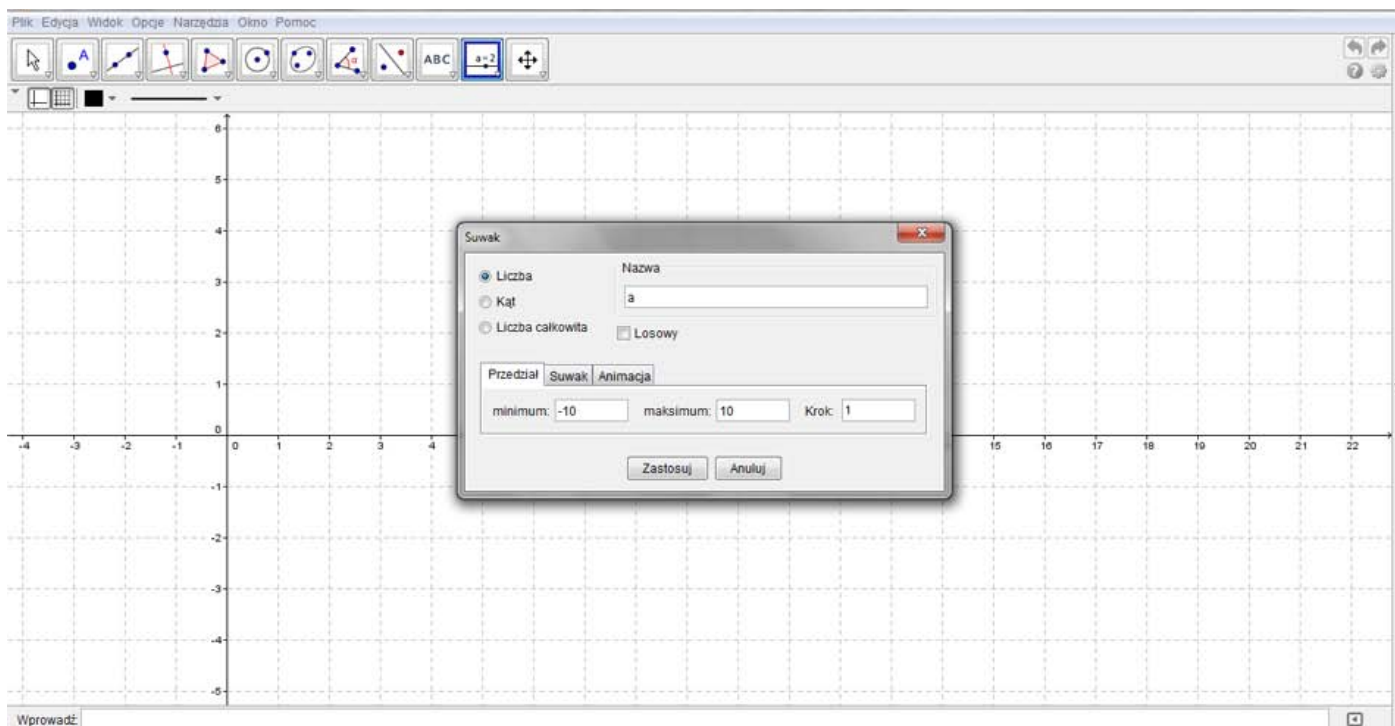


Teraz będziemy zajmować się wprowadzaniem zmiennych o takich nazwach je we wzorze ogólnym funkcji kwadratowej.

3. Wybierz z paska narzędzi **Suwak** i kliknij kursorem na obszar roboczy.



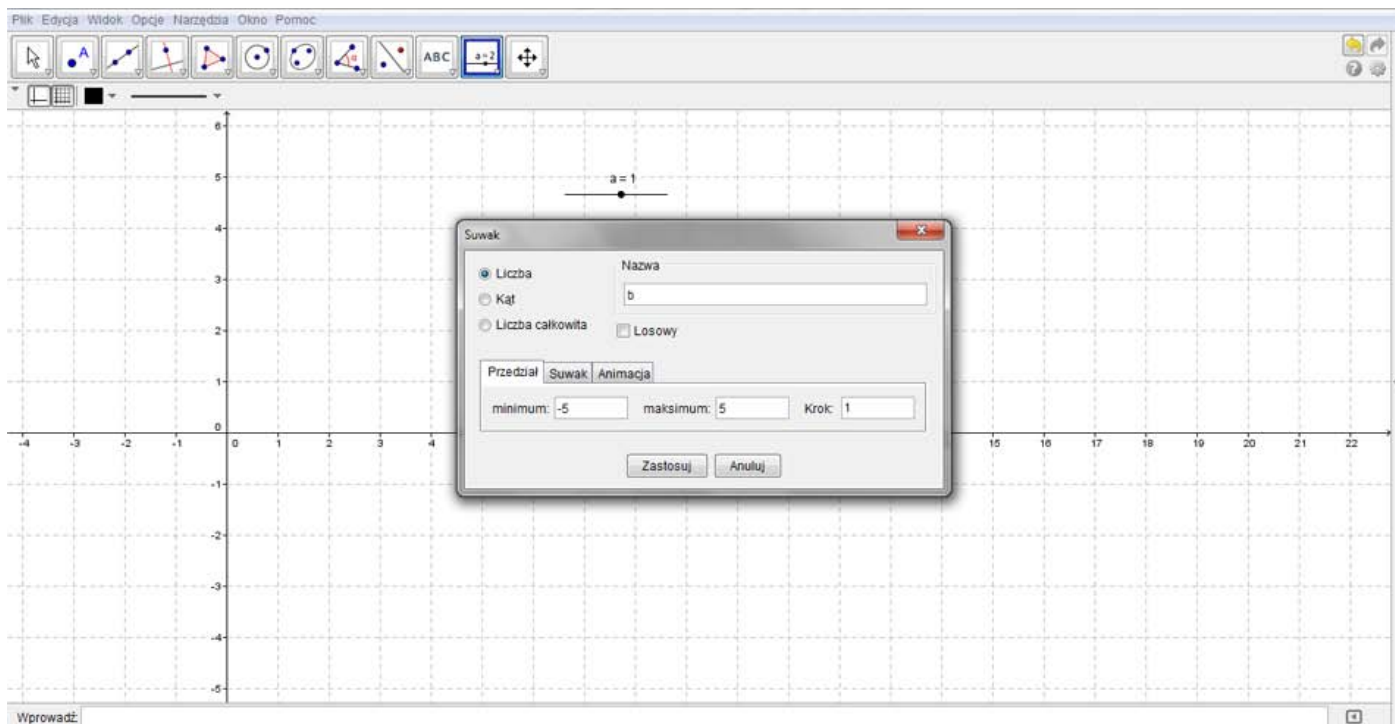
4. Wpisz nazwę suwaka jako a oraz ustal zakres od -10 do 10 z krokiem 1 . Kliknij komendę Zastosuj.
Suwak ten pozwoli nam zmieniać wartość współczynnika a od -10 do 10 .



5. Analogicznie wstaw kolejne suwaki.

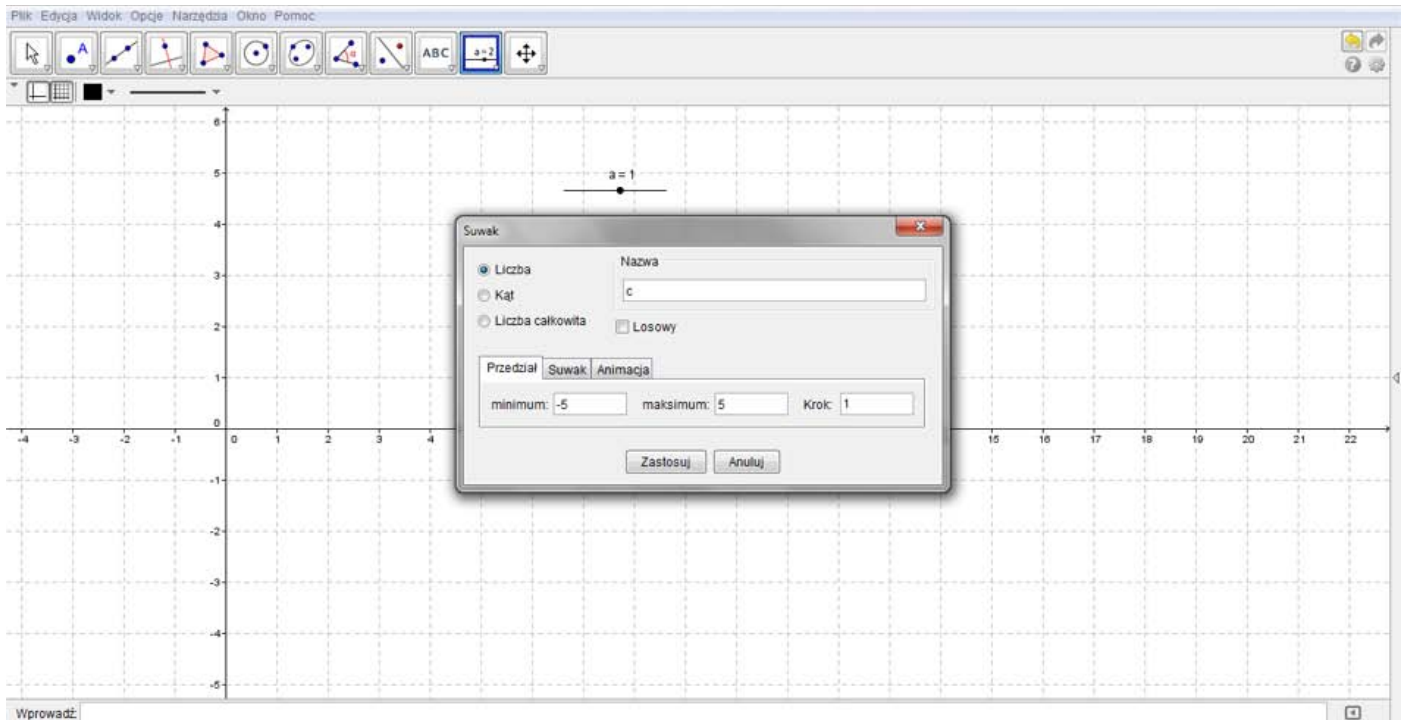
- 5.1. Drugi o nazwie suwaka b zakresem od -5 do 5 z krokiem 1 .

Suwak ten pozwoli nam zmieniać wartość współczynnika b od -5 do 5 .



5.2. Trzeci o nazwie c – zakres od -5 do 5 z krokiem 5 .

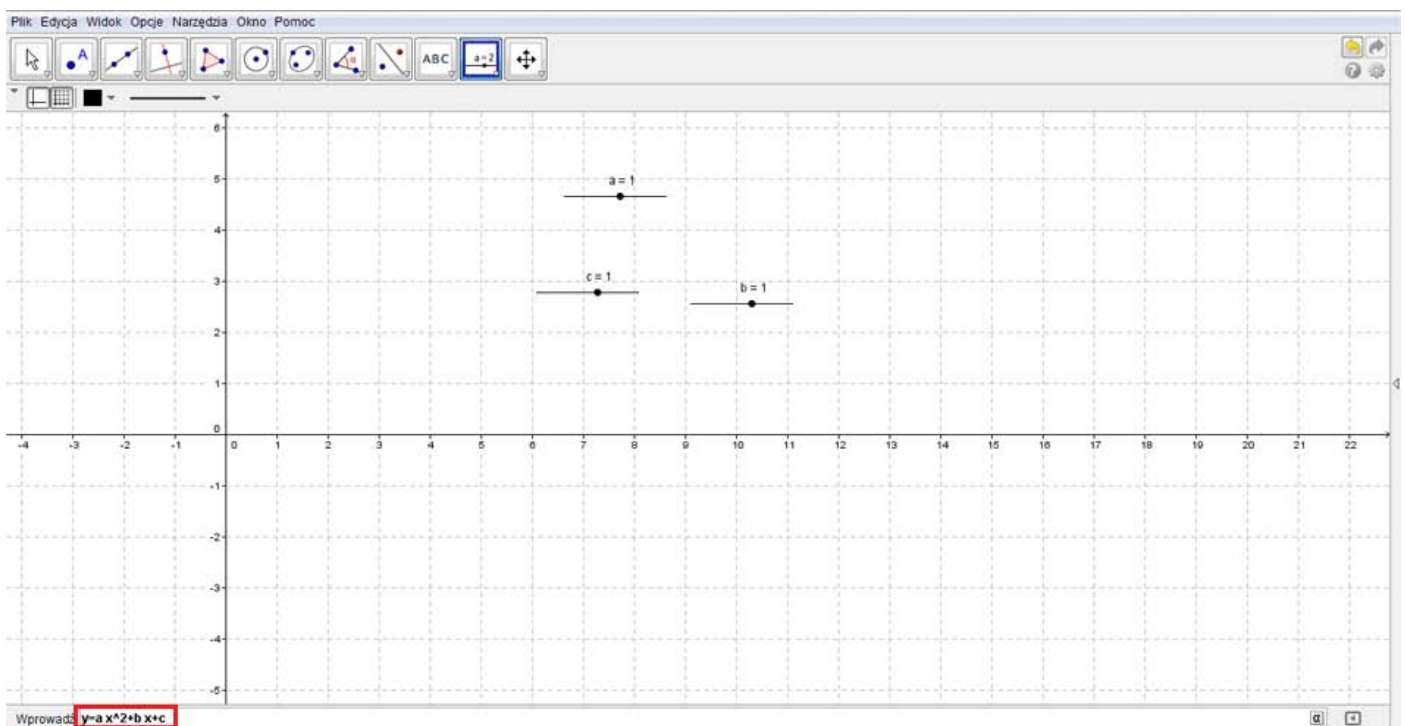
Suwak ten pozwoli nam zmieniać wartość współczynnika b od -5 do 5 .



6. W **Polu Wprowadzania** wpisz wzór ogólny funkcji kwadratowej, czyli:

$$y = ax^2 + bx + c$$

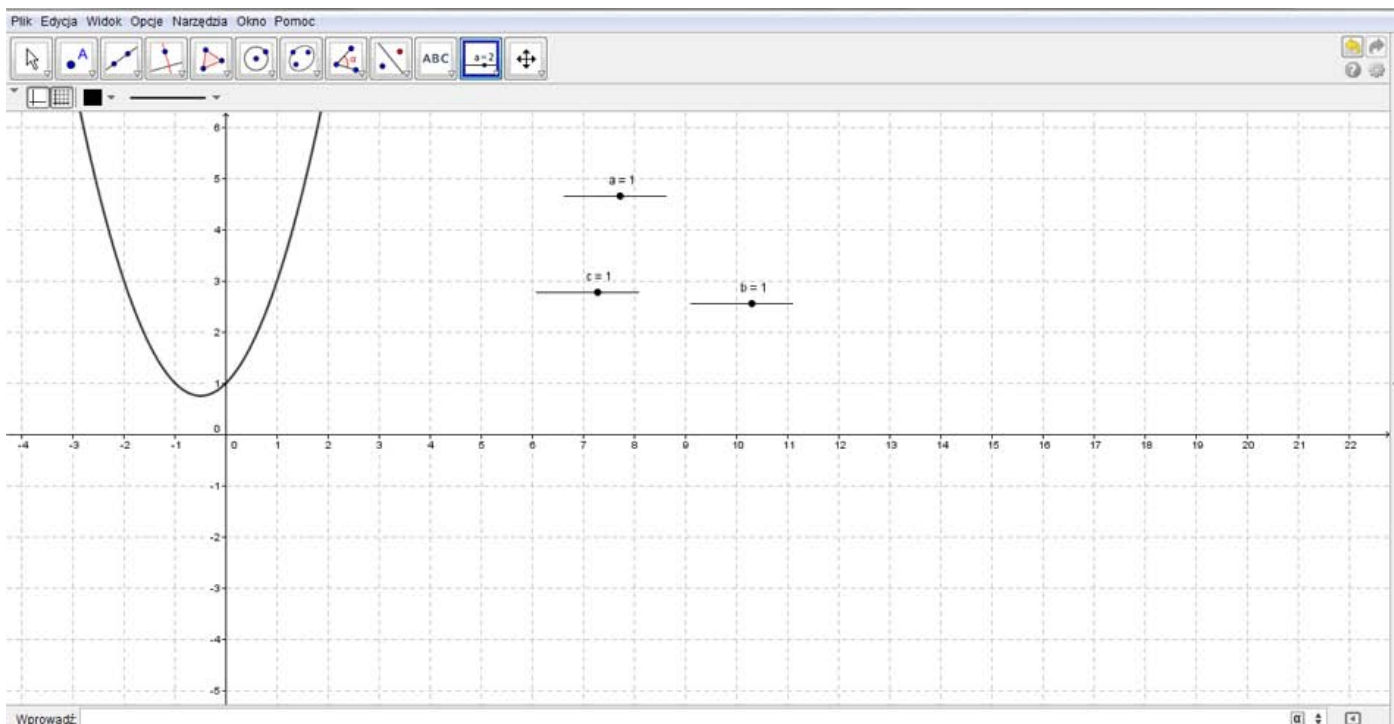
Pamiętaj, pomiędzy współczynnikami a zmienną x wpisz spację. W programie GeoGebra oznacza to działanie mnożenia.



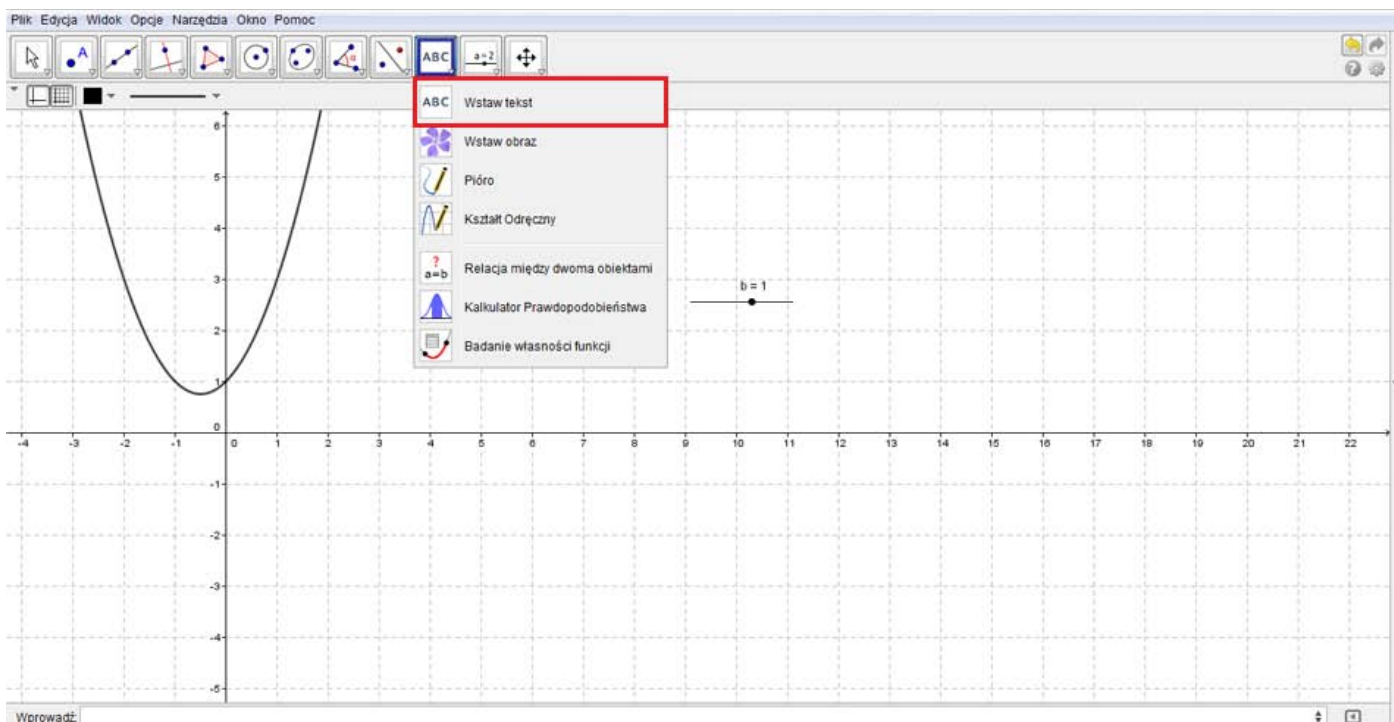
Zatwierdź enterem.

Projekt "E-laboratorium matematyczne - małymi krokami do wielkich sukcesów"
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego.

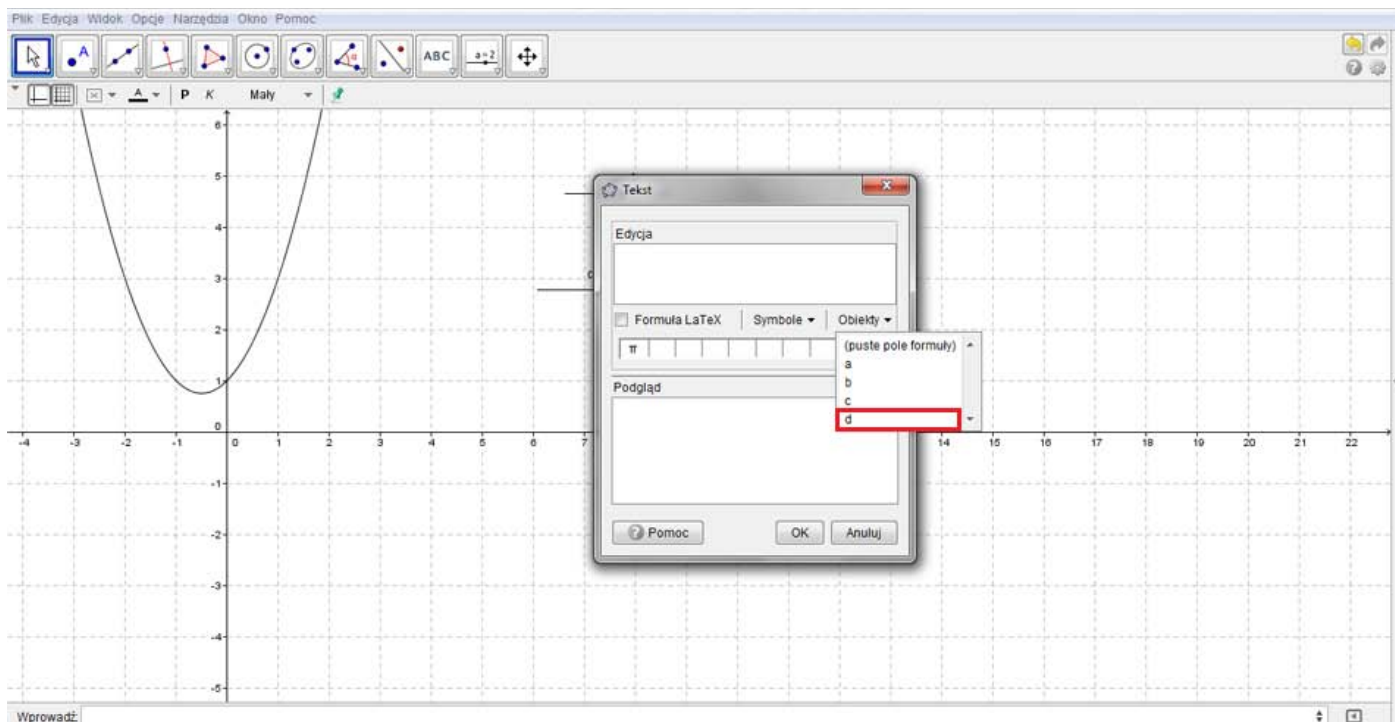
Po zatwierdzeniu klawiszem enterem na wykresie powinien pojawić się wykres paraboli.
Zmieniając wartości suwaków zmienia się wykres funkcji kwadratowej.



7. Aby na planszy pojawił się wzór funkcji kwadratowej użyj narzędzia **Wstaw tekst**, klikając na obszar roboczy.



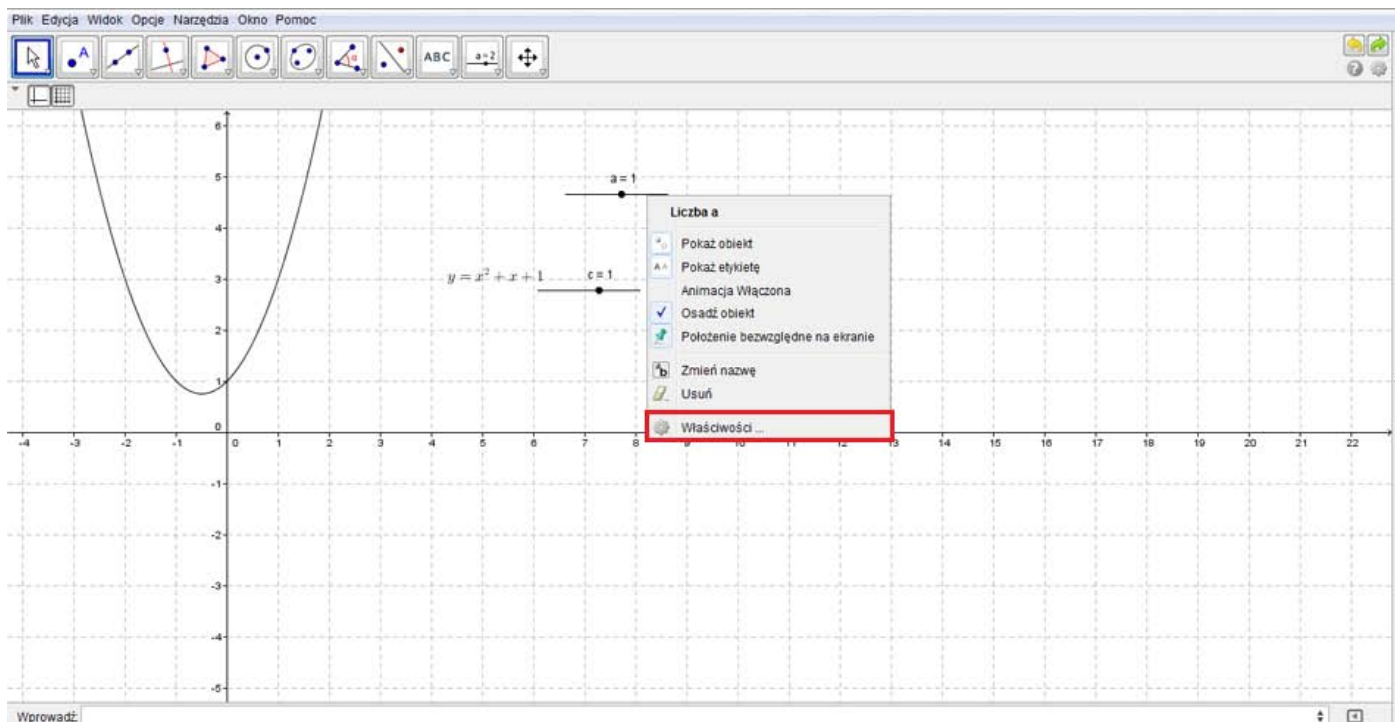
8. W zakładce **Obiekty** wybierz zmienną d . Program GeoGebra domyślnie nazwał tak wzór funkcji kwadratowej, który był wcześniej wprowadzany.



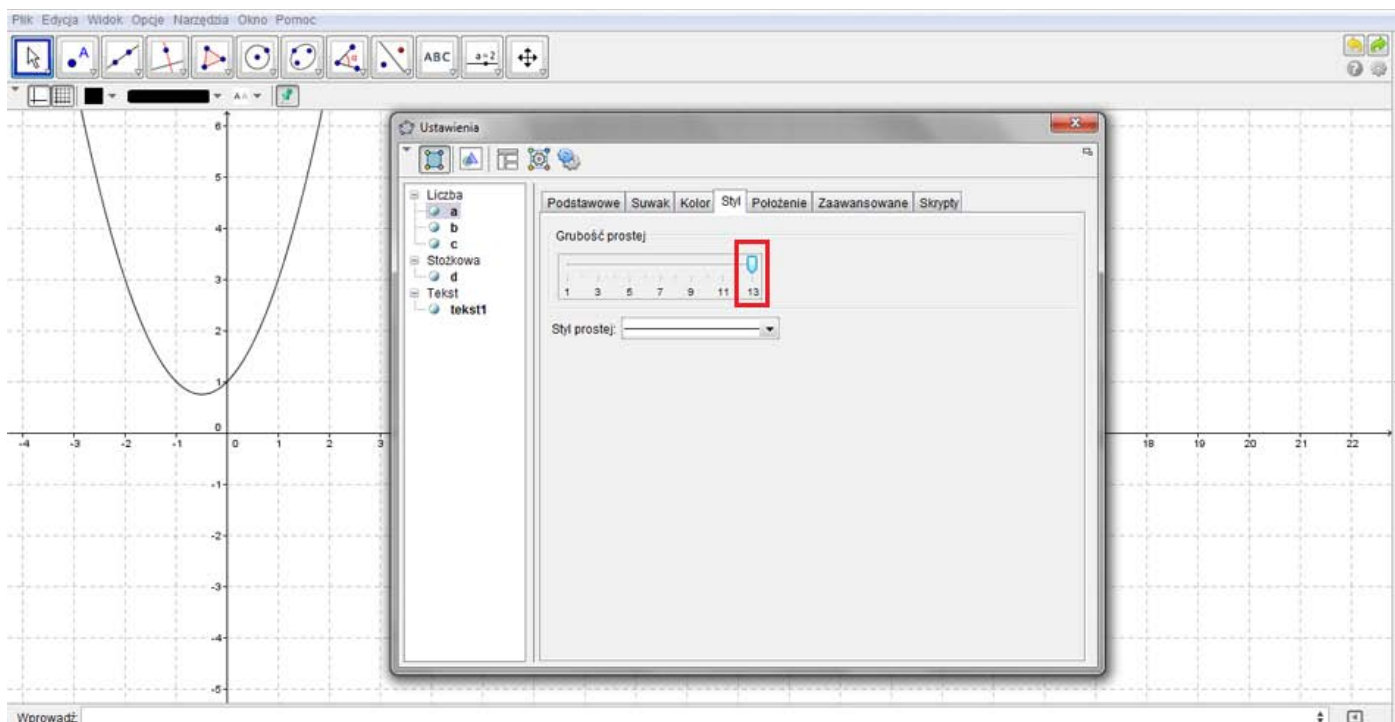
9. Nie zamykając okna **Tekst** włącz **Formułę LaTeX**, czyli symboli matematycznych i kliknij komendę OK.

Wszystkie wielkości, które były nam potrzebne zostały już wprowadzone, więc możemy teraz zająć się uporządkowaniem planszy, aby była bardziej czytelna.

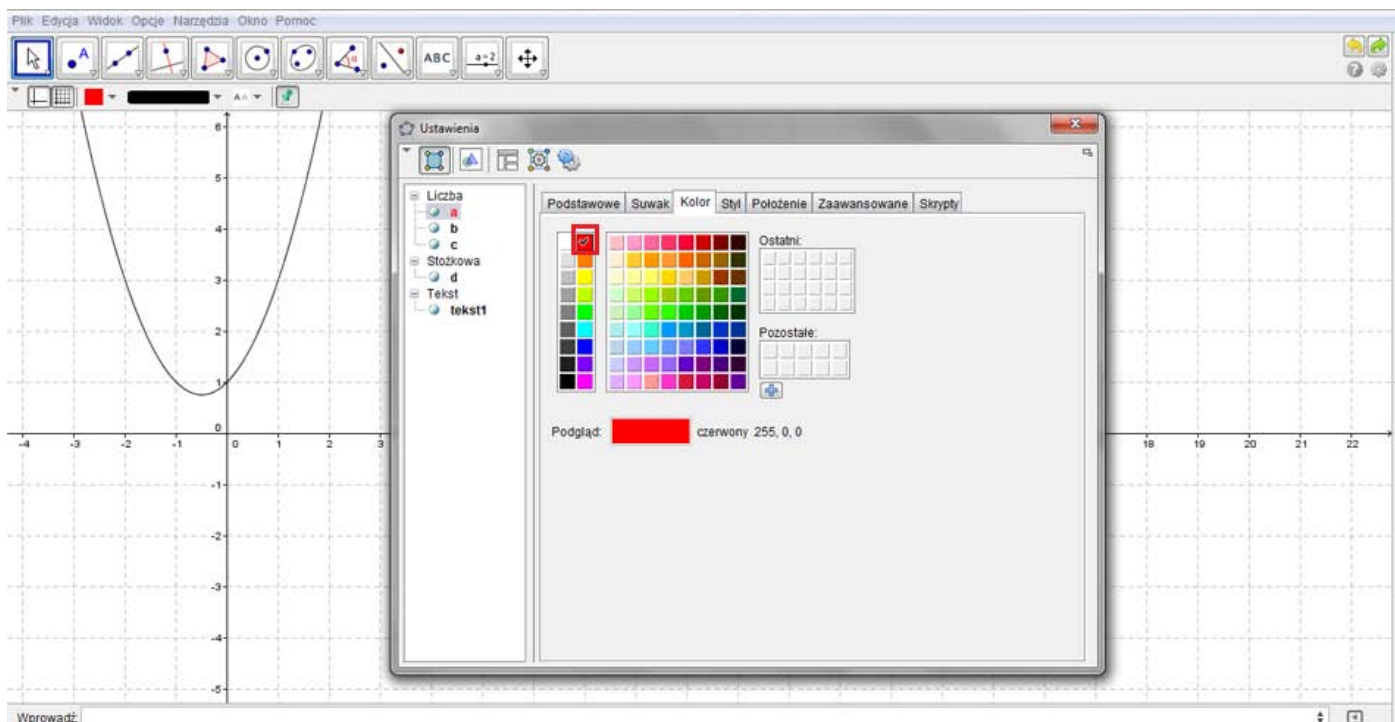
10. Najedź na każdy wstawiony suwak a i kliknij na niego prawym przyciskiem myszy. Na wyświetlonym okienku kliknij **Właściwości**.



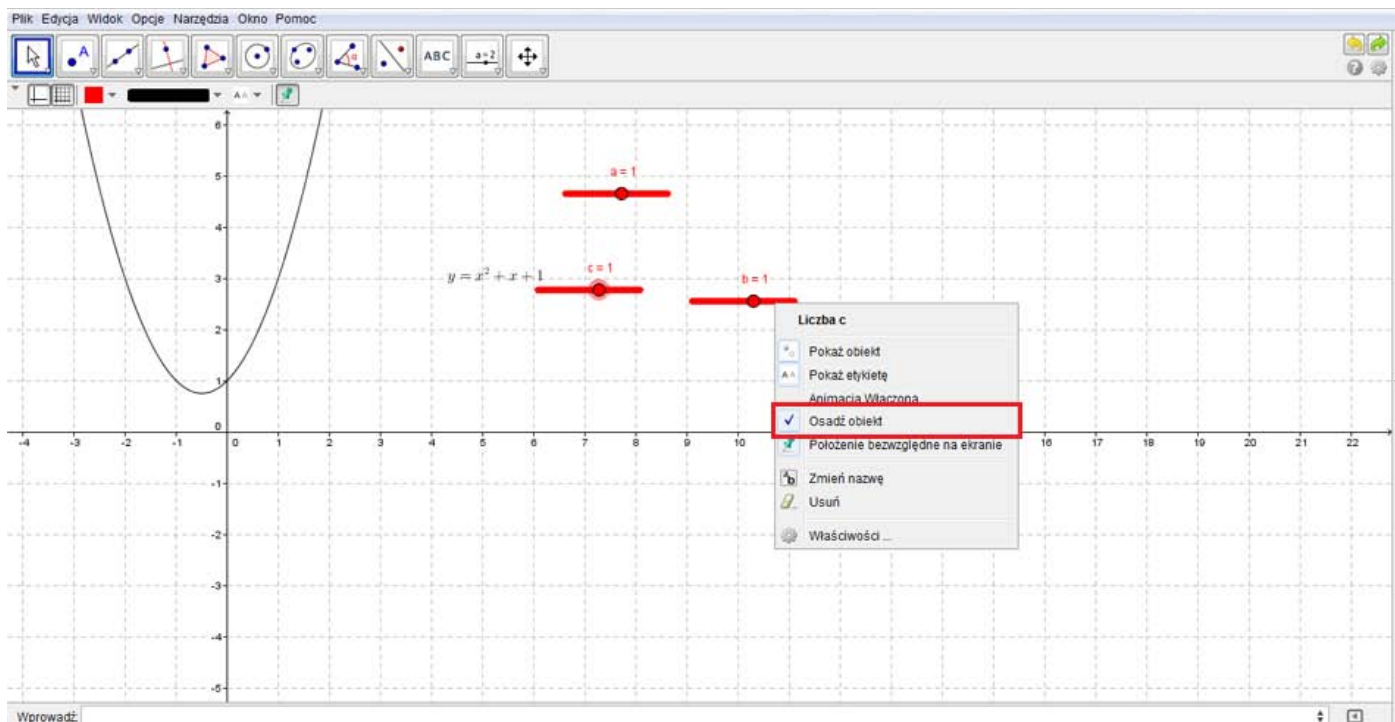
11. Przejdź do zakładki **Style** i zmień szerokość na maksymalną, czyli 13.



12. Przechodząc do zakładki **Kolor** zmień jego kolor.



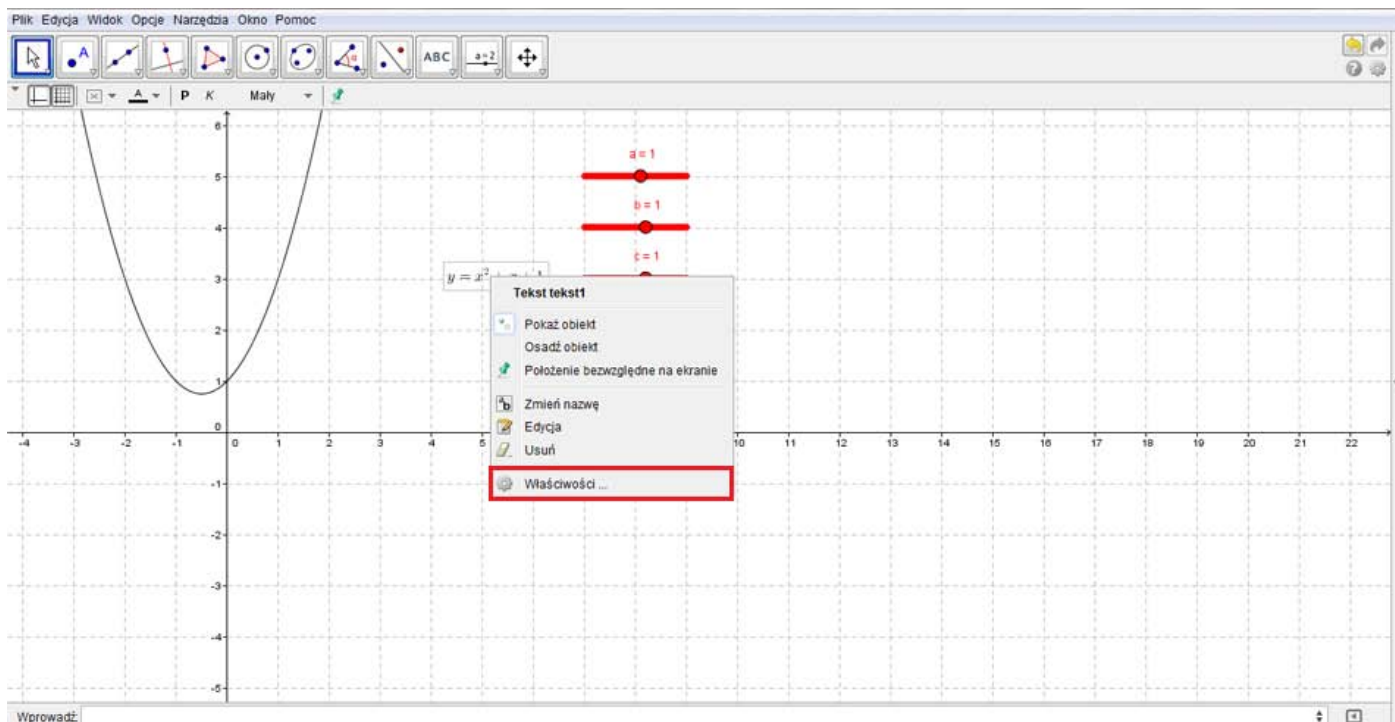
13. Aby zmienić położenie suwaków najedź na niego, naciśnij prawy przycisk myszy i odznacz polecenie **Osadź obiekt**.

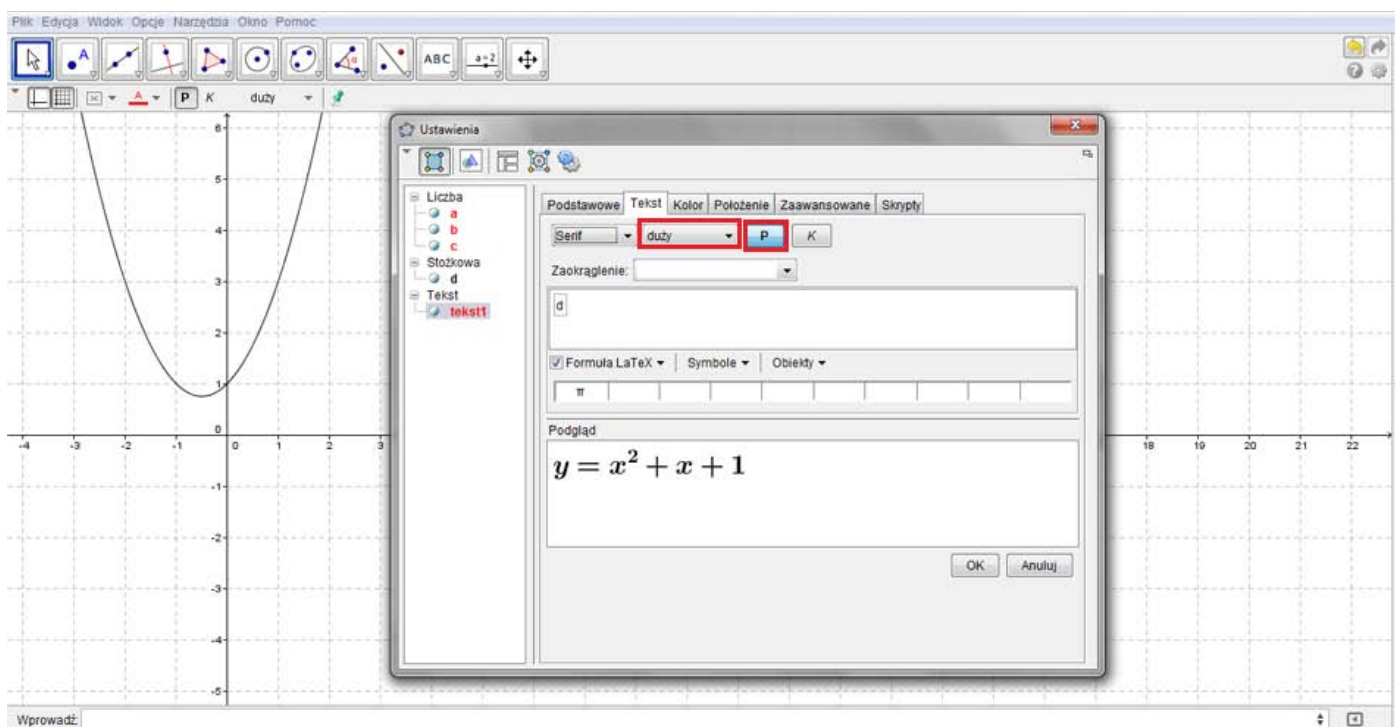


14. Analogicznie postępuj w przypadku suwaków b i c .

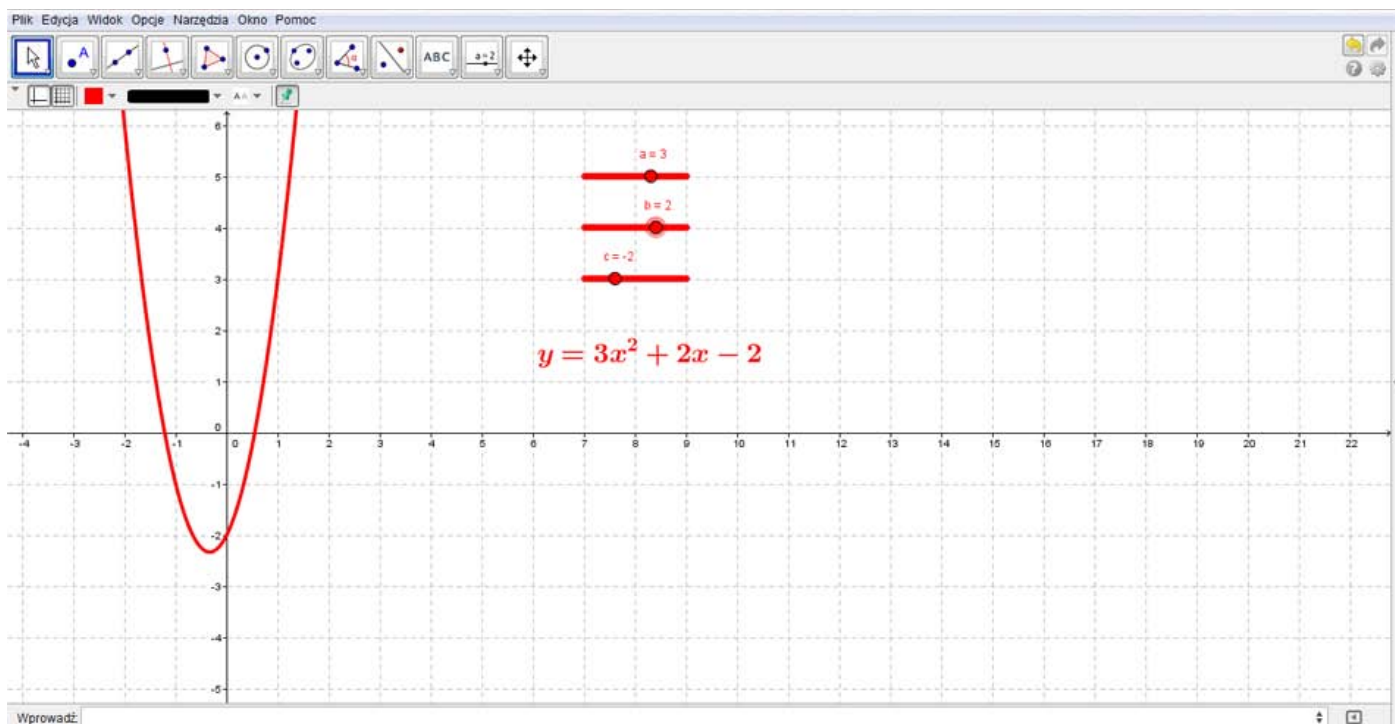
Teraz zajmiemy się tekstem przedstawiającym wzór funkcji kwadratowej.

15. Najedź na wstawiony tekst i kliknij na niego prawym przyciskiem myszy. Na wyświetlonym okienku kliknij **Właściwości**. W zakładce **Tekst** zmień czcionkę na dużą oraz zaznacz bold. W zakładce **Kolor** zmień kolor czcionki.





16. Najeżdżając na wykres funkcji kwadratowej zmień jego kolor i styl.




Mamy już gotową interaktywną parabol.

17. Zapisz plik

[Strona główna](#)

NARZĘDZIA POMOCNICZE ▾

Elitmat Nauczyciel

wyloguj 

Aktualnie pracujesz z klasą:

-- wybierz klasę -- ▾

[Materiały](#) » [BelferBOX](#) » [Grupy Odkrywców](#)[« POWRÓT](#)

KĄTY ŚRODKOWY I WPISANY - WAŻNE ZALEŻNOŚCI

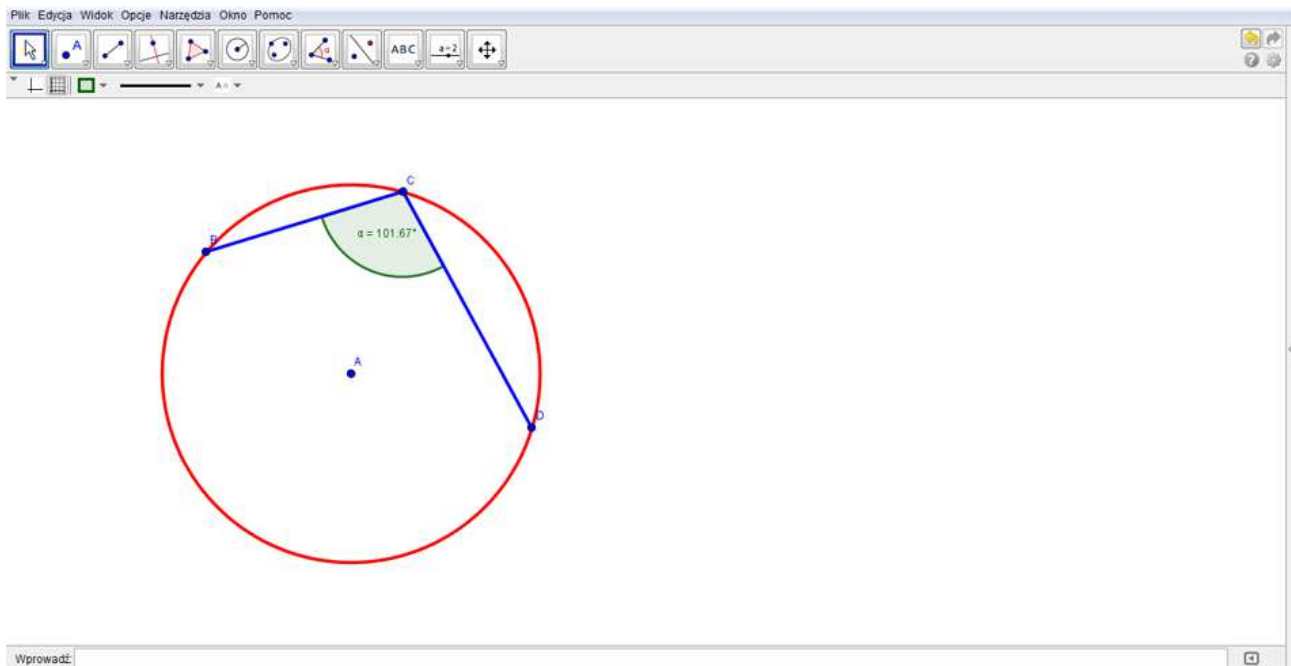
Zadaj wybranej klasie

Autor: Dariusz Kulma

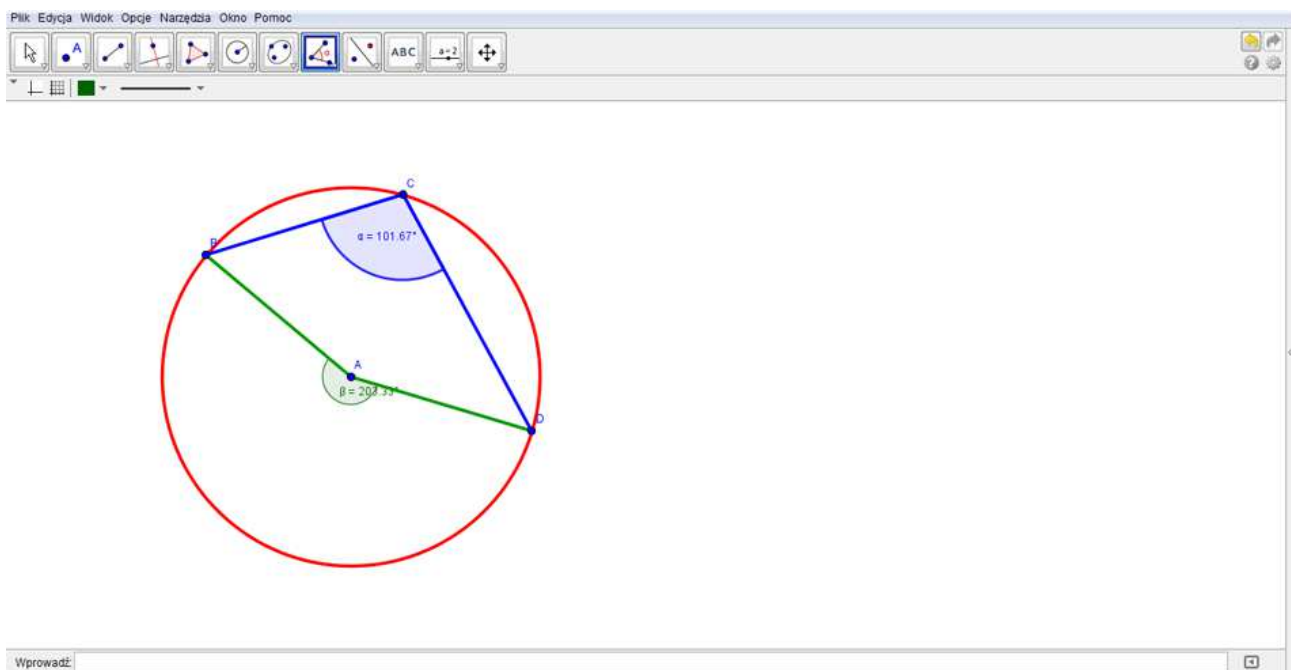
Celem projektu jest zobrazowanie zależności między kątami środkowym i wpisanym.

Poniżej znajduje się obraz przedstawiający efekt końcowy wykonanych plansz:

OCZEKIWANY EFEKT - PLANSZA 1



OCZEKIWANY EFEKT - PLANSZA 2



Aby wykonać samodzielnie plansze pobierz plik z materiałów do druku.

PLANSZA 1. Wykonaj następujące obserwacje:

1. Zmieniaj położenie punktu C czyli wierzchołka kąta, ale tak, aby znajdował się pomiędzy punktami B i D. Co można zauważyć?
2. Ponów ostatnie doświadczenie, ale ustaw punkty B i D w innych miejscach. Co możesz zauważyć? Czy zmiana punktu C ma znaczenie dla zmiany wartości kąta? Jaki jest wniosek?

PLANSZA 2. Wykonaj następujące obserwacje:

1. Zmieniaj położenie punktów B i D. Co możesz powiedzieć o zależności między kątem środkowym i wpisanym? Czy widzisz jakąś zależność? Wykonaj tę obserwację na różnych ustawieniach. Jaki jest wniosek?

2. Zauważ co się stanie, gdy ustawisz kąt środkowy równy 180 stopni. Jaki jest wtedy kąt wpisany? Zauważ, że w takiej sytuacji ramiona kąta środkowego tworzą średnicę. Jaki jest wniosek?

Materiały do druku

- KĄTY ŚRODKOWY I WPISANY - WAŻNE ZALEŻNOŚCI

INSTRUKCJA WYKONANIA

KĄT ŚRODKOWY I WPISANY – WAŻNE ZALEŻNOŚCI

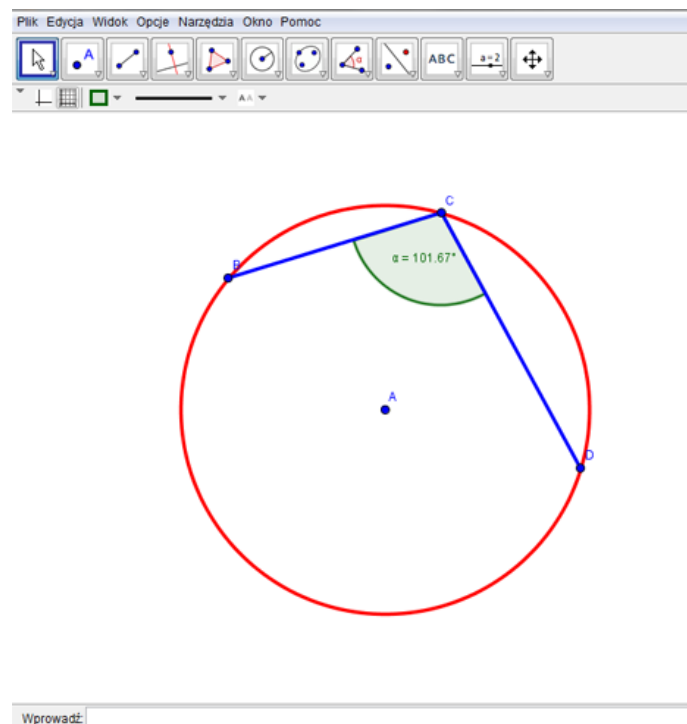
CEL PROJEKTU

Wykonamy dwie plansze interaktywne. Do wykonania planszy interaktywnej potrzebujemy programu GeoGebra.

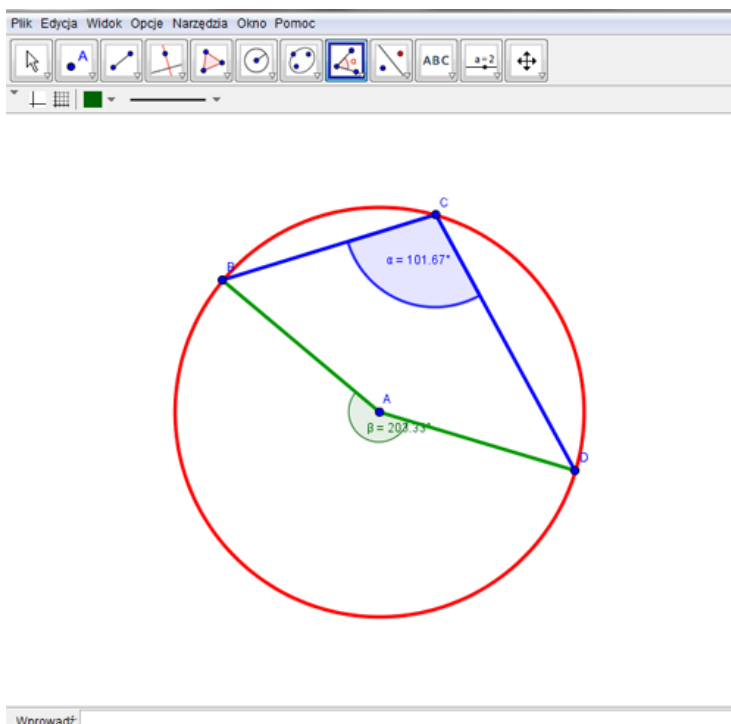
PLANSZA 1 - Skonstruujemy kąt wpisany oparty na łuku, tak aby można było zmieniać jego położenie.

PLANSZA 2 - Skonstruujemy kąt środkowy i kąt wpisany w jednym okręgu tak, aby można było zmieniać wartości kątów.

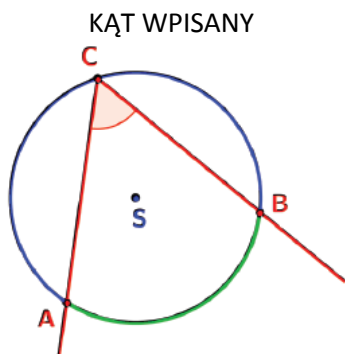
OCZEKIWANY EFEKT - PLANSZA 1



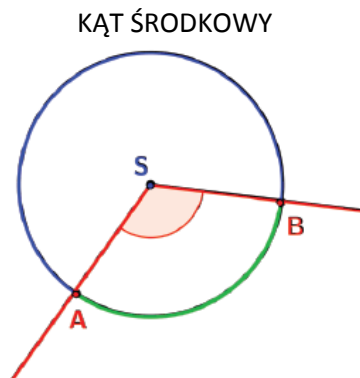
OCZEKIWANY EFEKT - PLANSZA 2



WSTĘP TEORETYCZNY



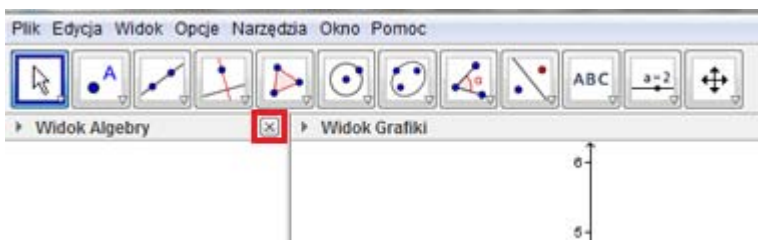
Kątem wpisanym w okrąg nazywamy kąt wypukły, którego wierzchołkiem jest dowolny punkt na okręgu, a w ramionach tego kąta zawierają się cięciwy .



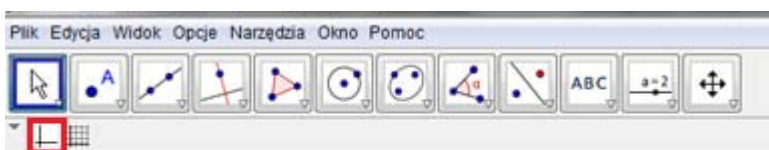
Kątem środkowym nazywamy kąt, którego wierzchołkiem jest środek okręgu.

WYKONANIE TECHNICZNE – PLANSZA 1

1. Otwórz program GeoGebra lub zainstaluj go (program znajduje się w StudentBox-ie)
2. Zamknij **Widok Algebra**



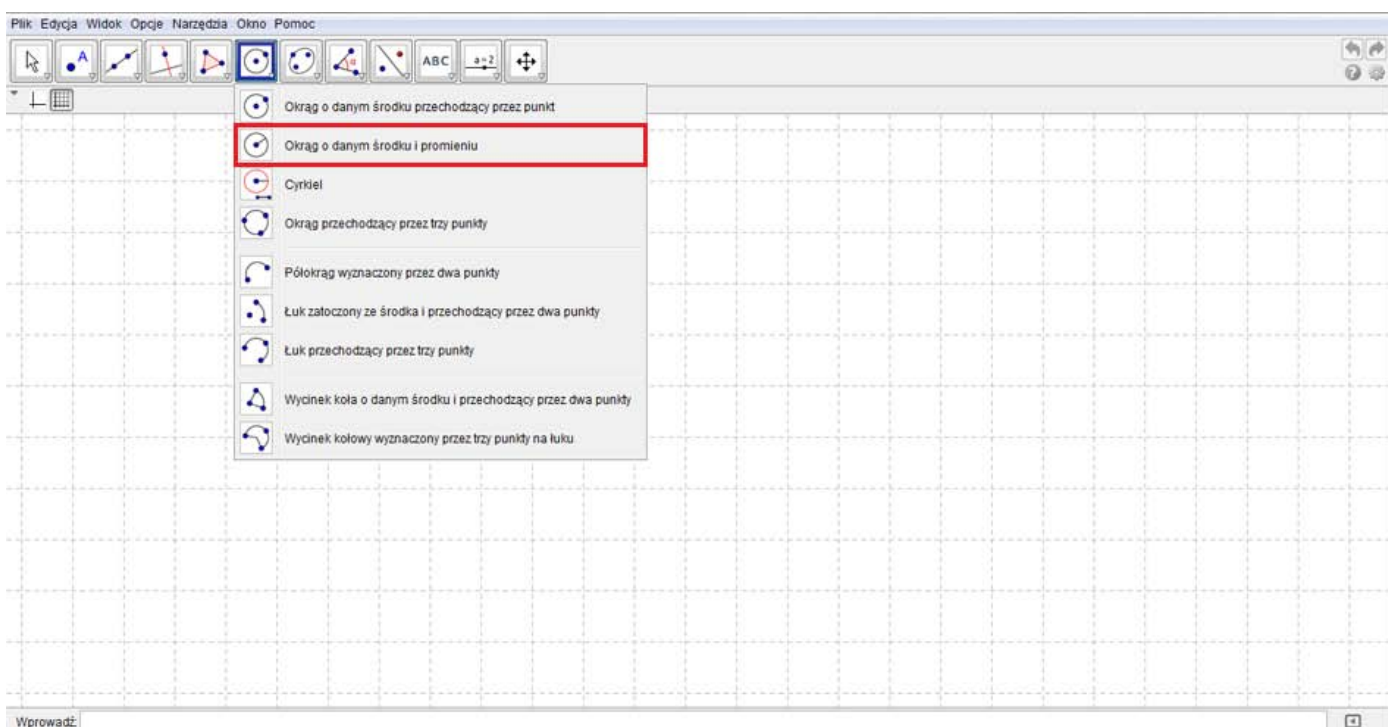
ukryj **widok osi**



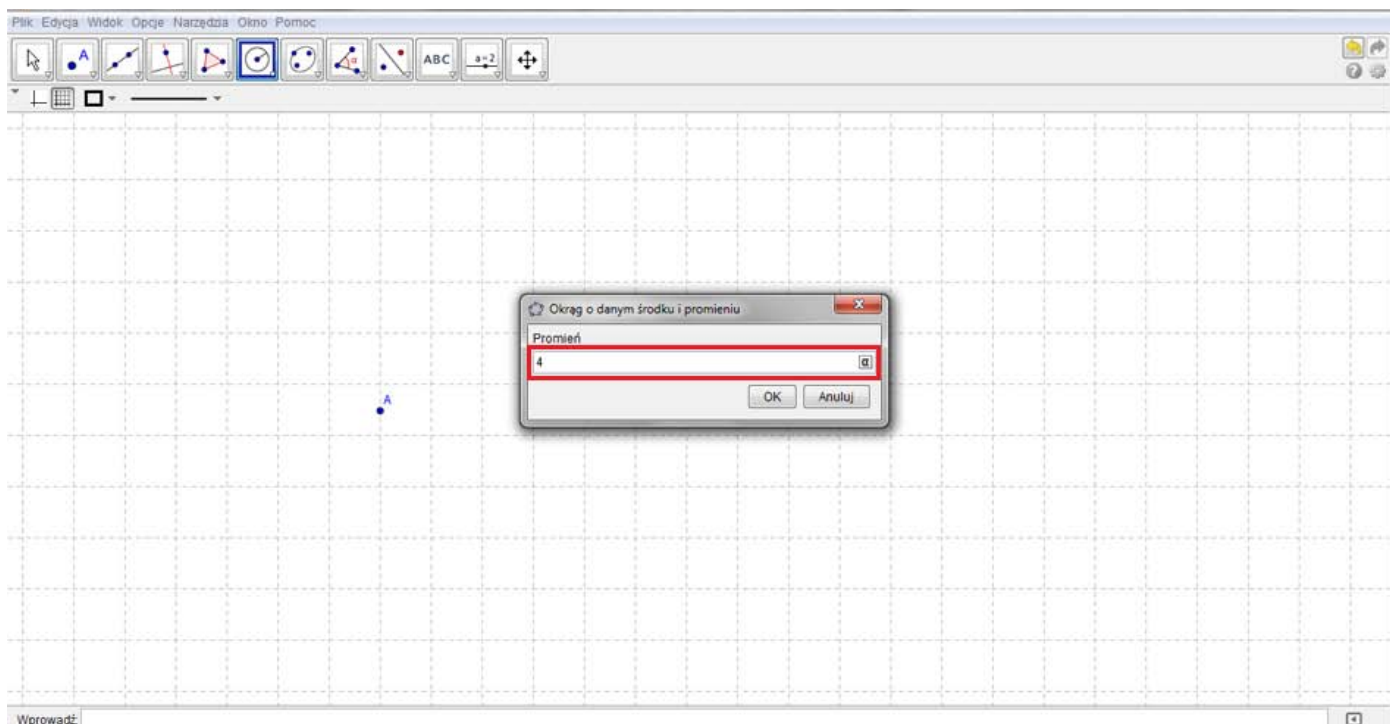
oraz włącz **widok siatki**.



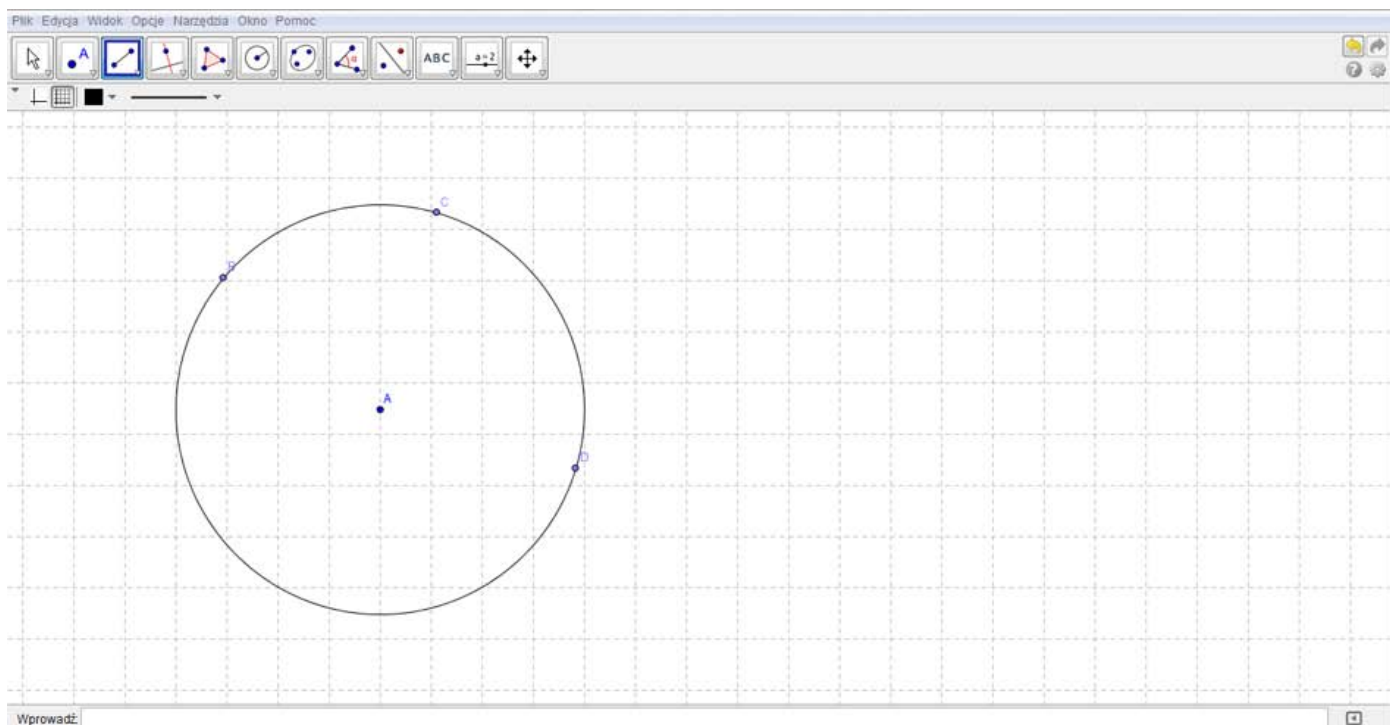
3. Wybierz z paska narzędzi **Okrag o danym środku i promieniu** i kliknij kursorem na obszar roboczy.



4. Pojawił się punkt A , który jest środkiem okręgu. Następnie w wyświetlone okienko, które decyduje o długości promienia okręgu wpisz wartość 4.

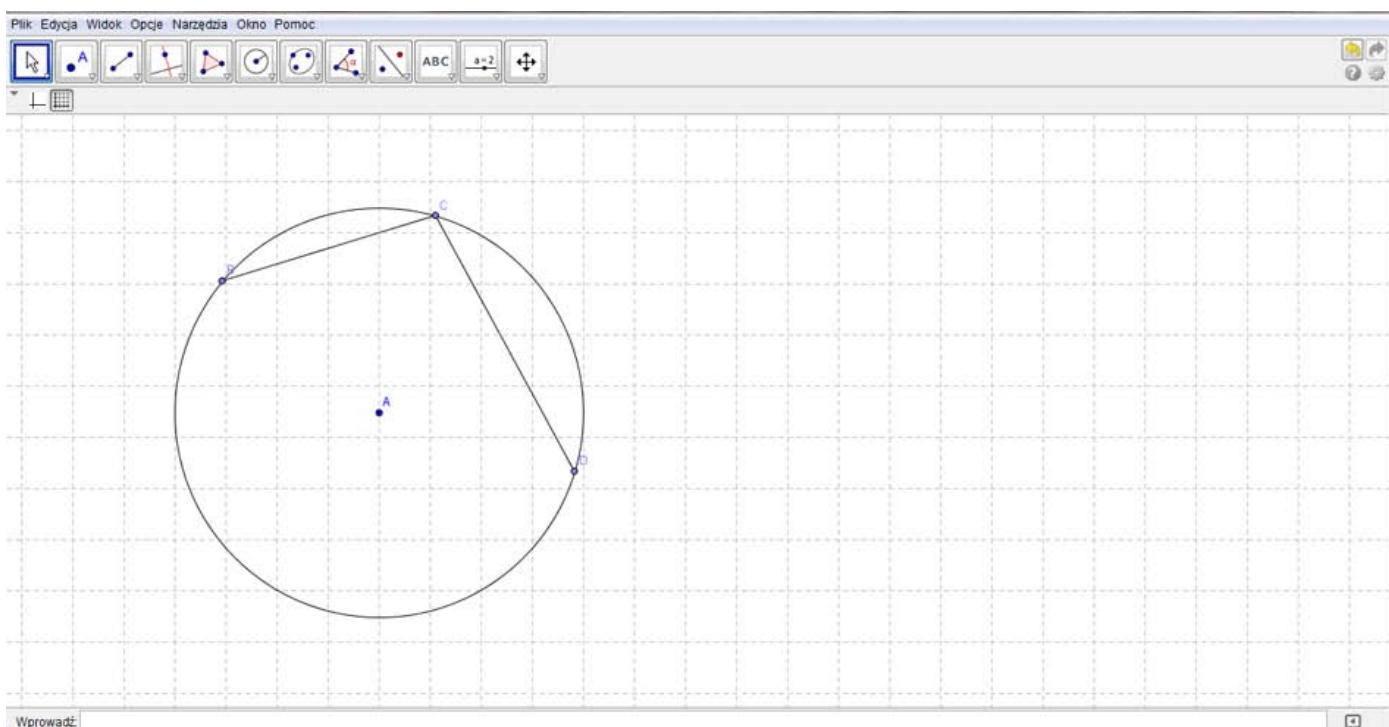
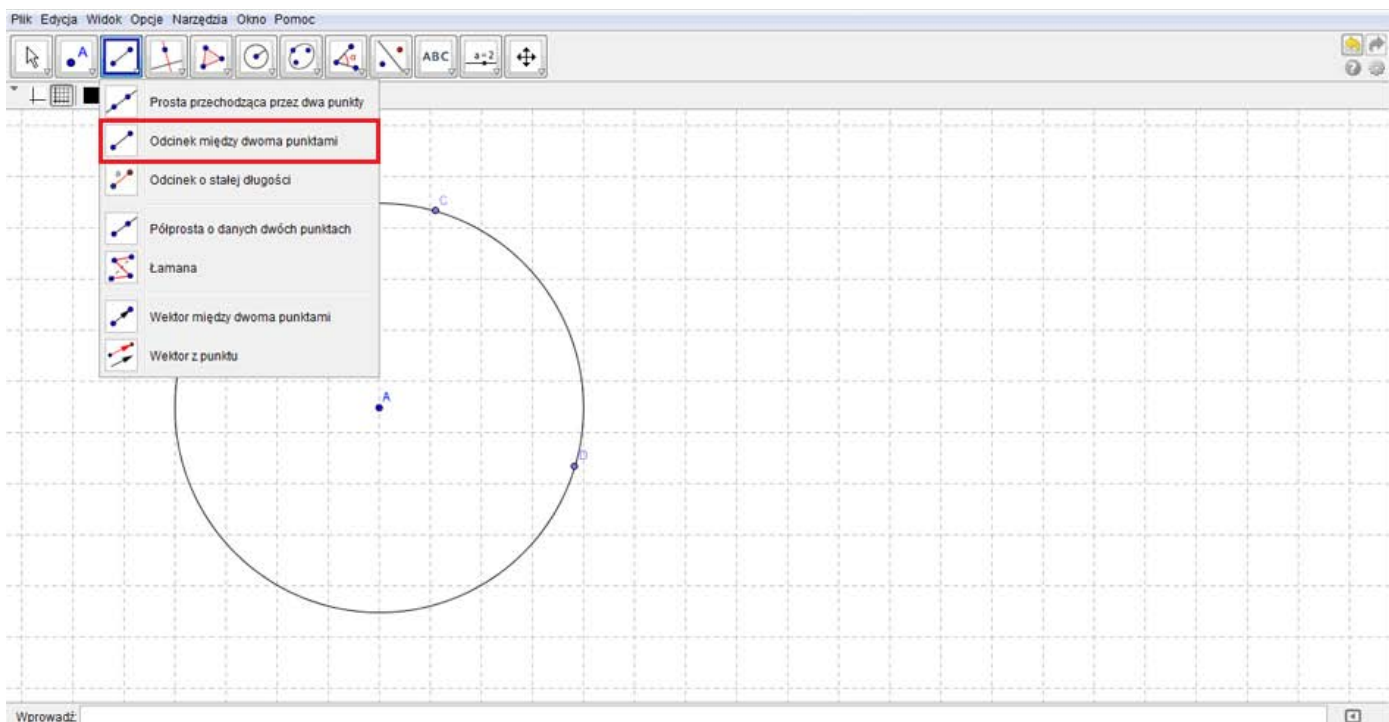


5. Korzystając z narzędzia **Nowy Punkt** wprowadź trzy punkty znajdujące się na okręgu. Program domyślnie nazwie je B , C , D . Punkty te można przesuwać na okręgu.

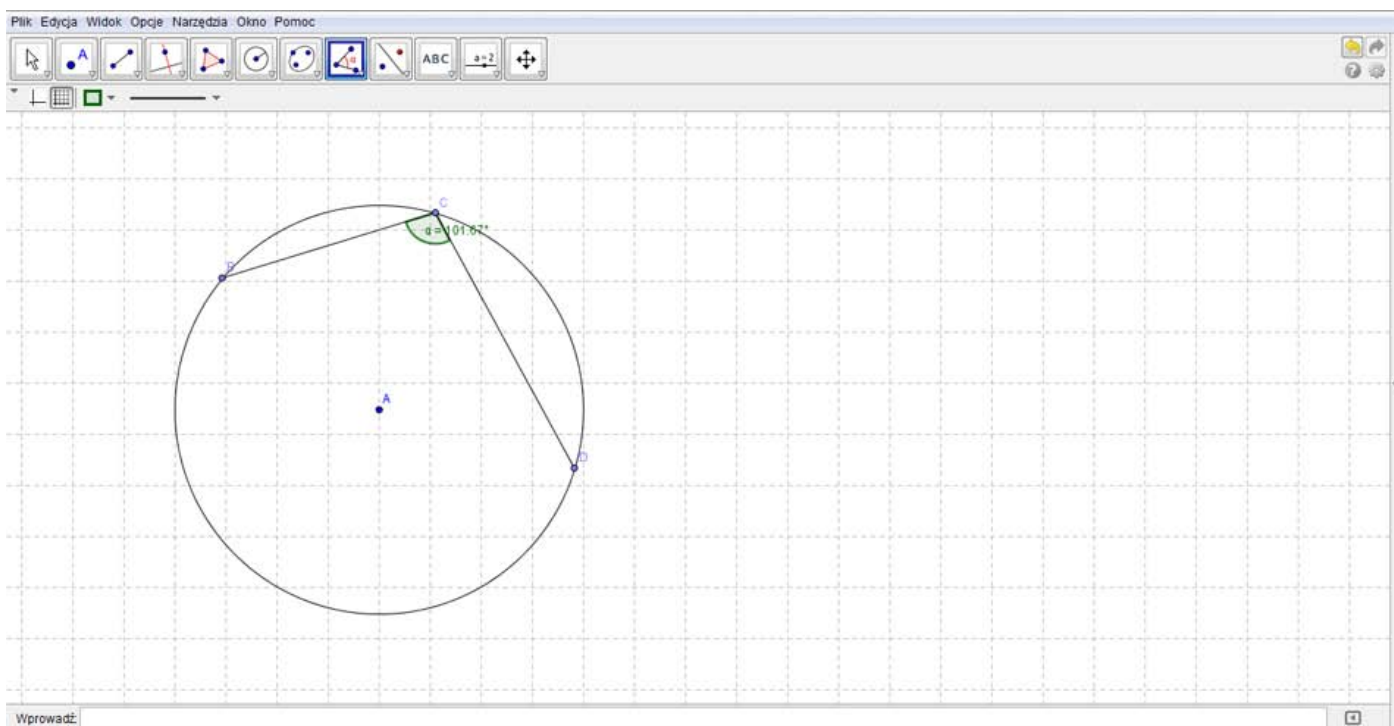
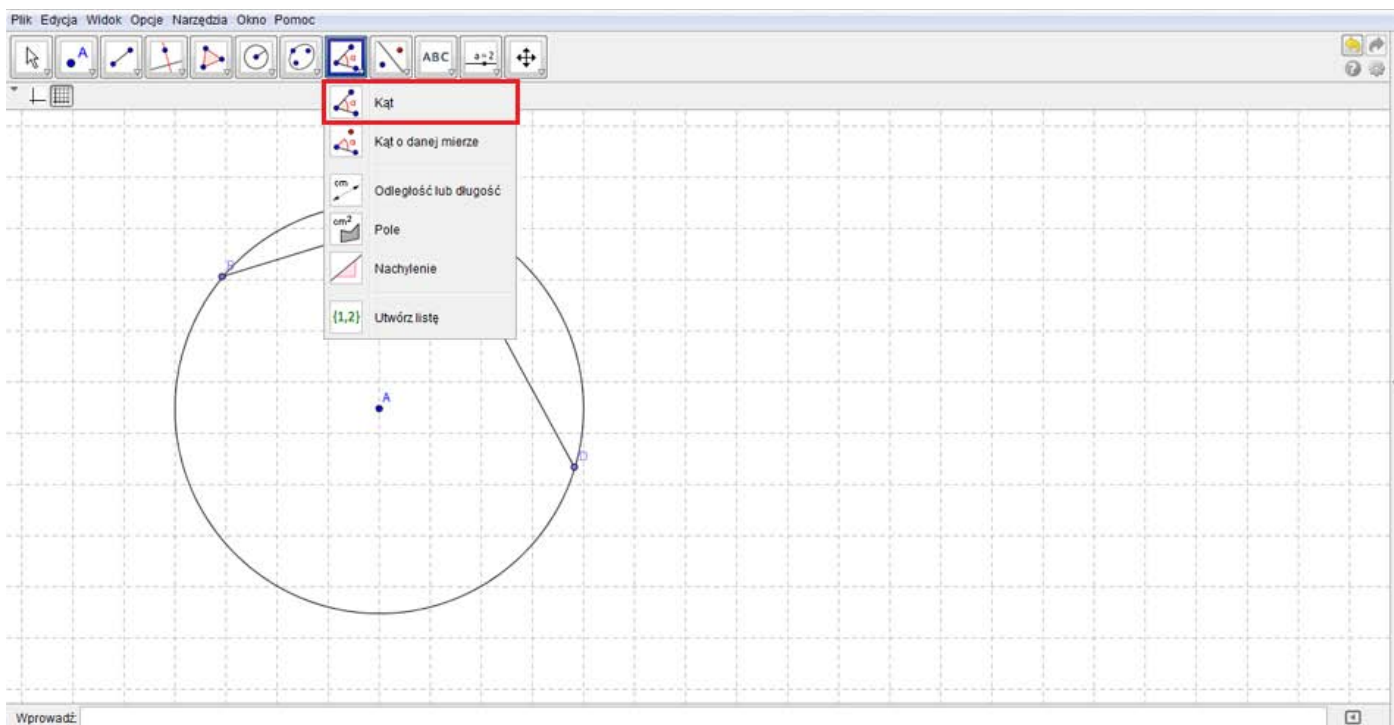




6. Korzystając z narzędzia **Odcinek między dwoma punktami** zaznacz odcinki BC i CD .

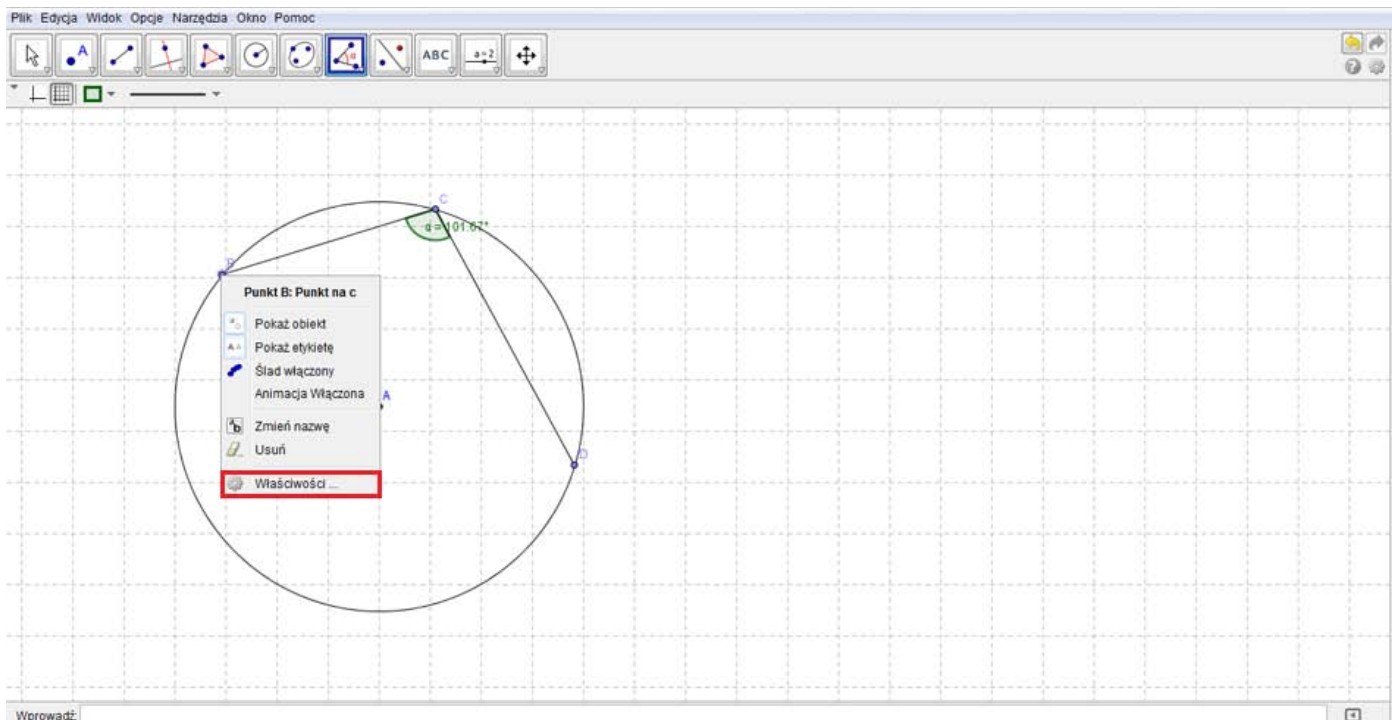


7. Korzystając z narzędzia **Kąt** i kliknij kolejno punkty B, C, D tworząc kąt BCD . Kąt ten jest kątem wpisanym.

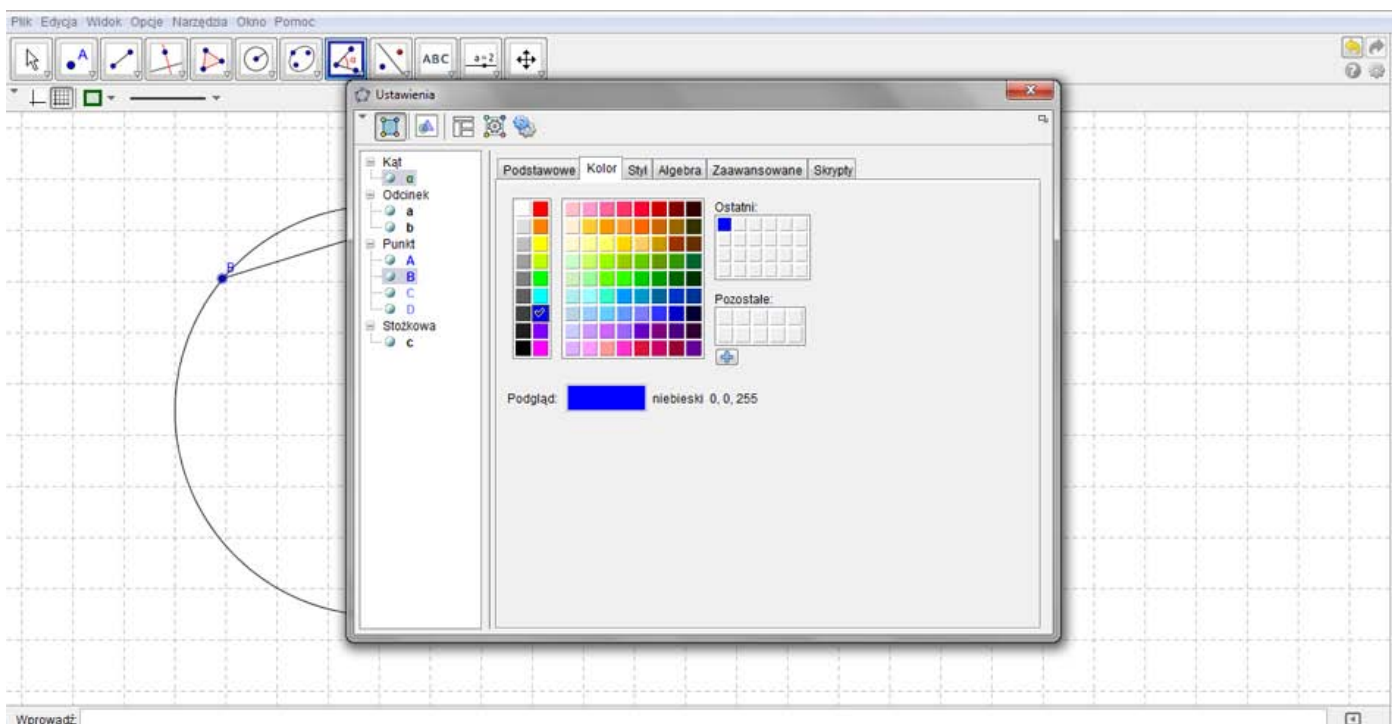


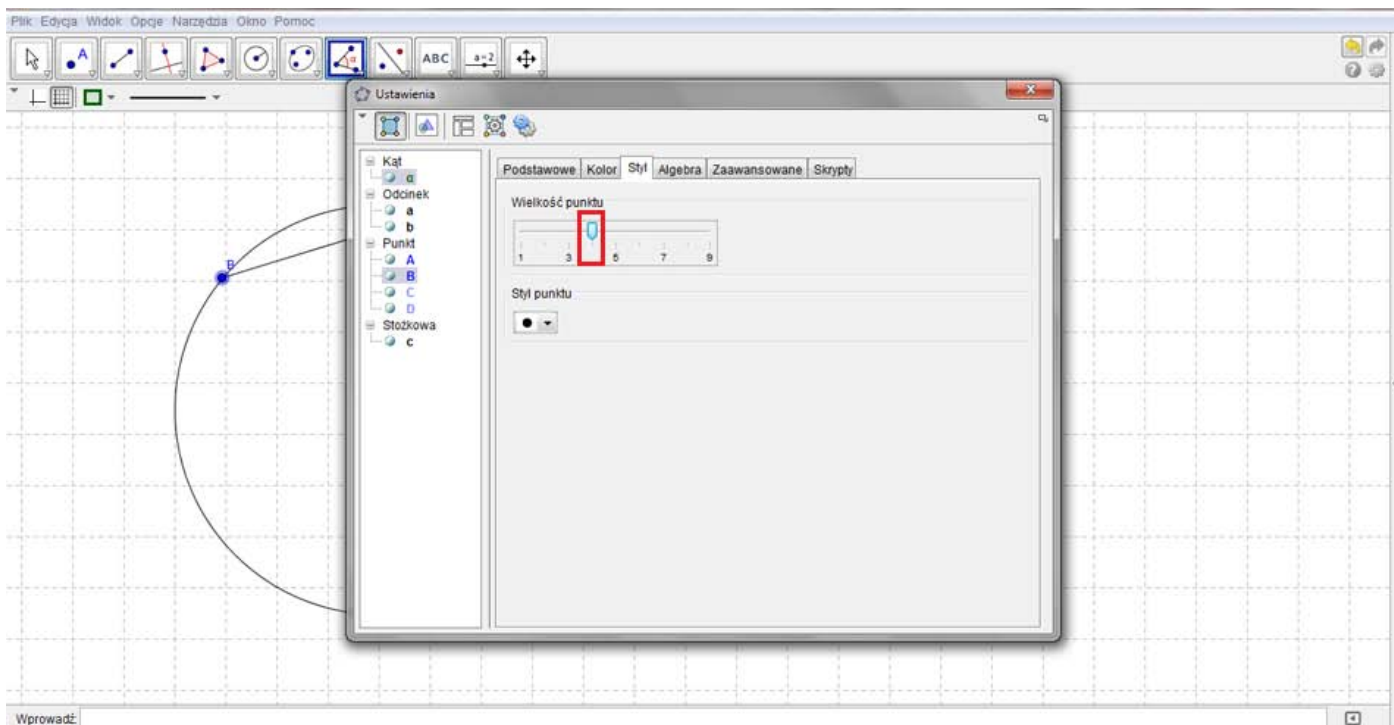
Wszystkie wielkości, które były nam potrzebne zostały już wprowadzone, więc możemy teraz zająć się uporządkowaniem planszy, aby była bardziej czytelna.

8. Najedź na wstawiony punkt *B* i kliknij na niego prawym przyciskiem myszy. Na wyświetlonym okienku kliknij **Właściwości**.



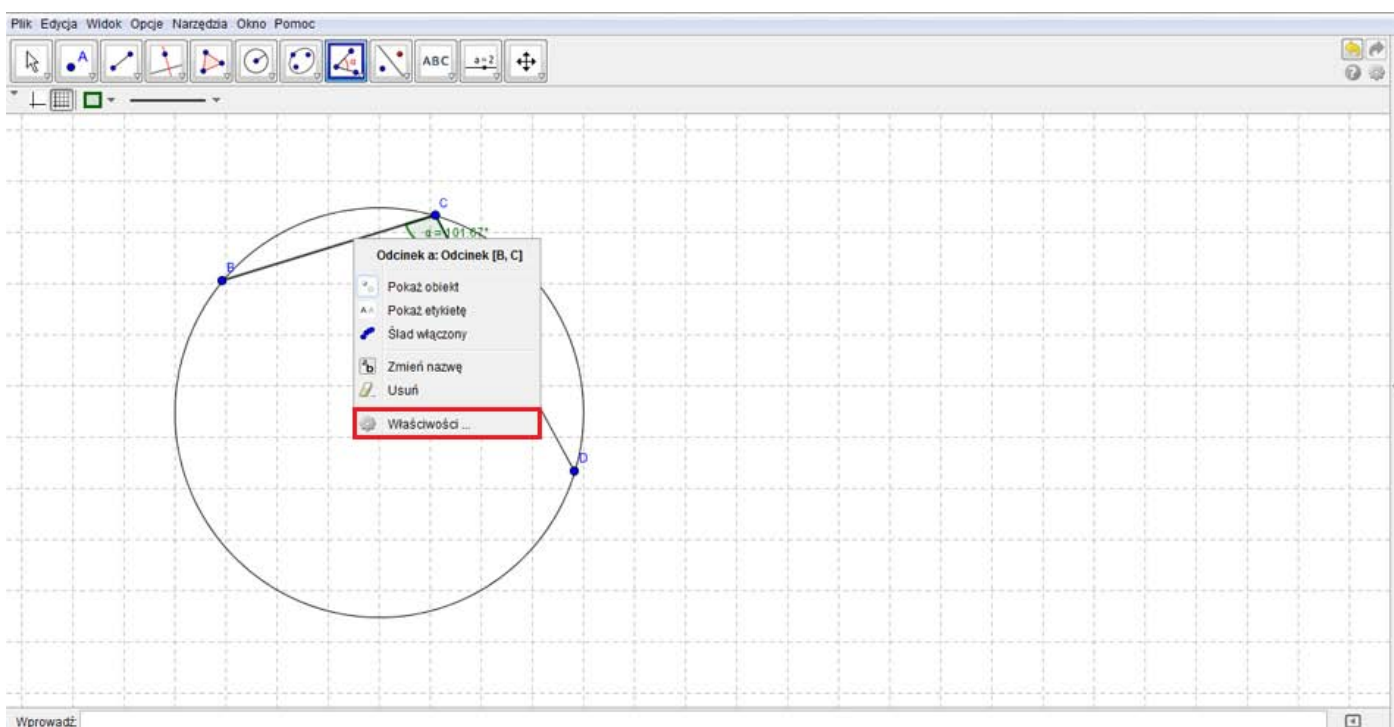
9. Przejdź do zakładki **Kolor** i zmień kolor punktu na niebieski. Przechodząc na zakładki **Styl** zmień jego wielkość na 4.





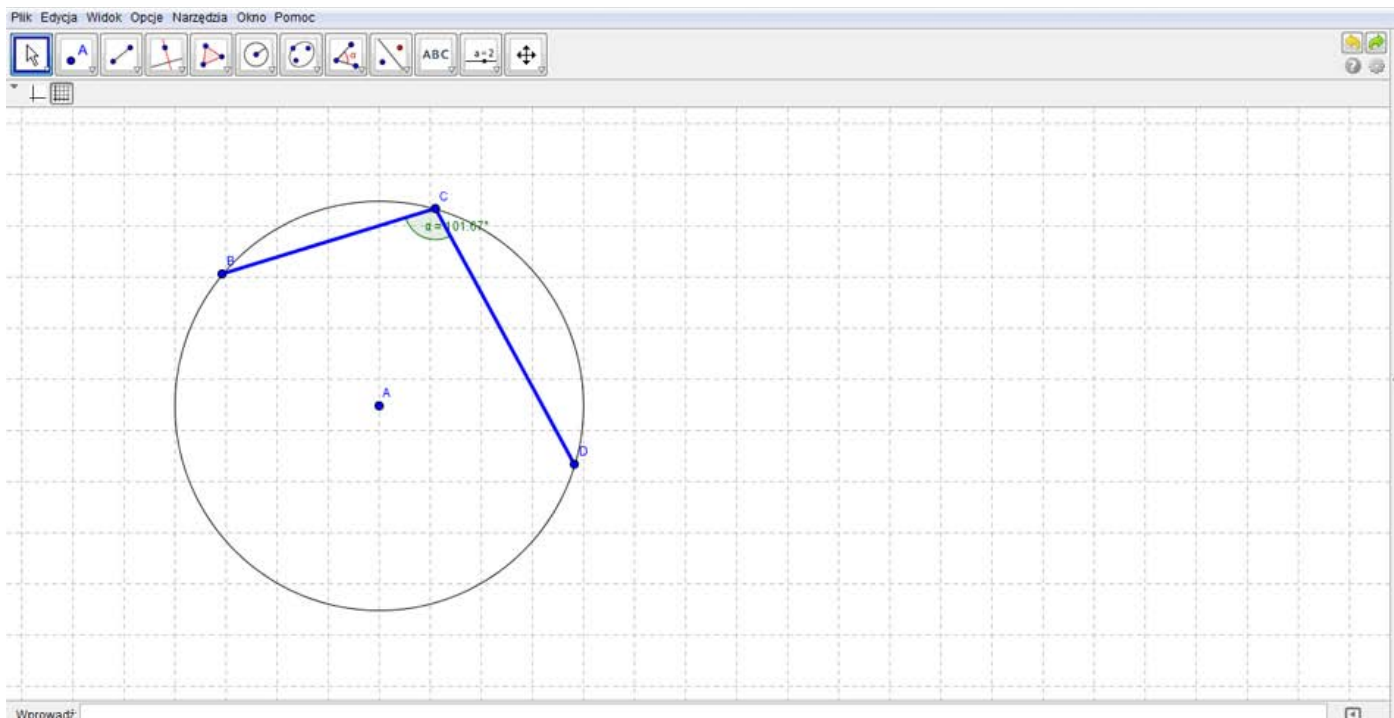
10. Postępuj analogicznie w przypadku pozostałych punktów (A, C i D).

11. Najedź na wstawiony odcinek BC i kliknij na niego prawym przyciskiem myszy. Na wyświetlonym okienku kliknij **Właściwości**.

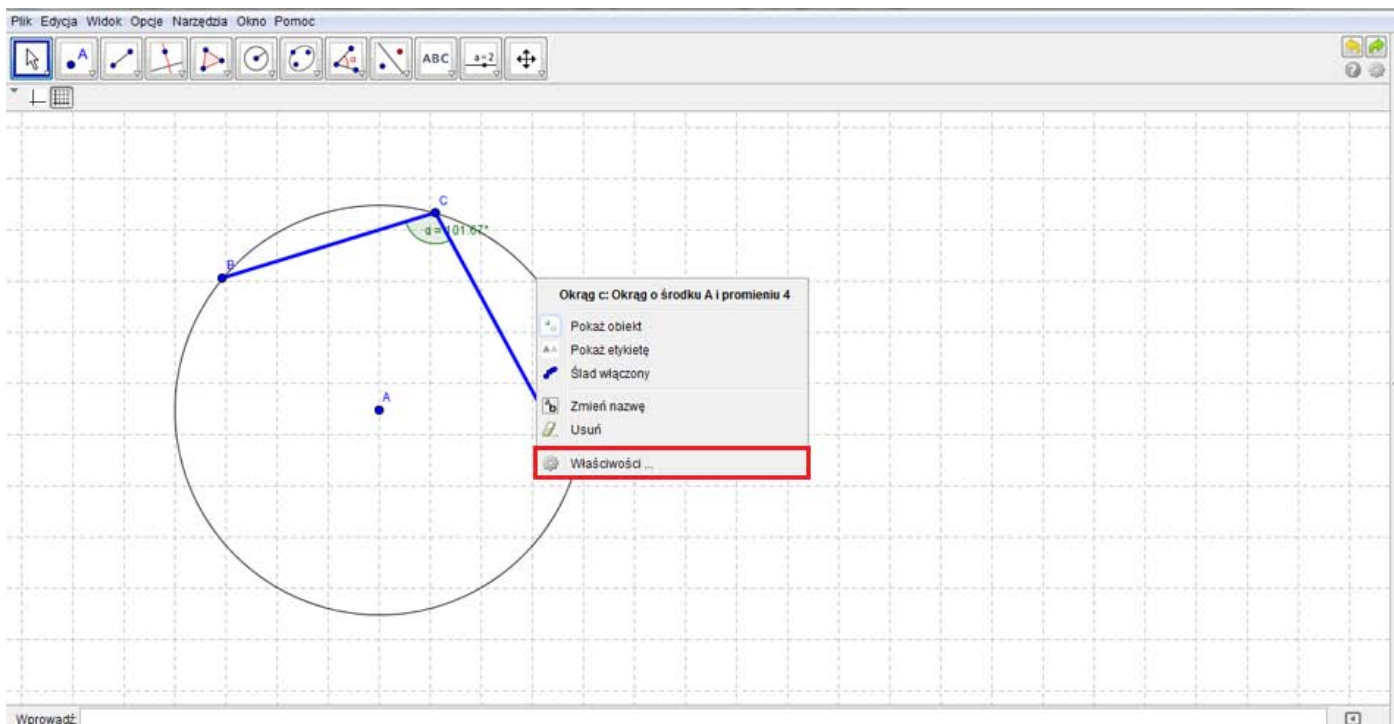




12. Tak samo jak w przypadku punktów w zakładce **Kolor** zmień kolor odcinków BC i CD na kolor niebieski oraz w zakładce **Styl** – zmień ich grubość na 7.

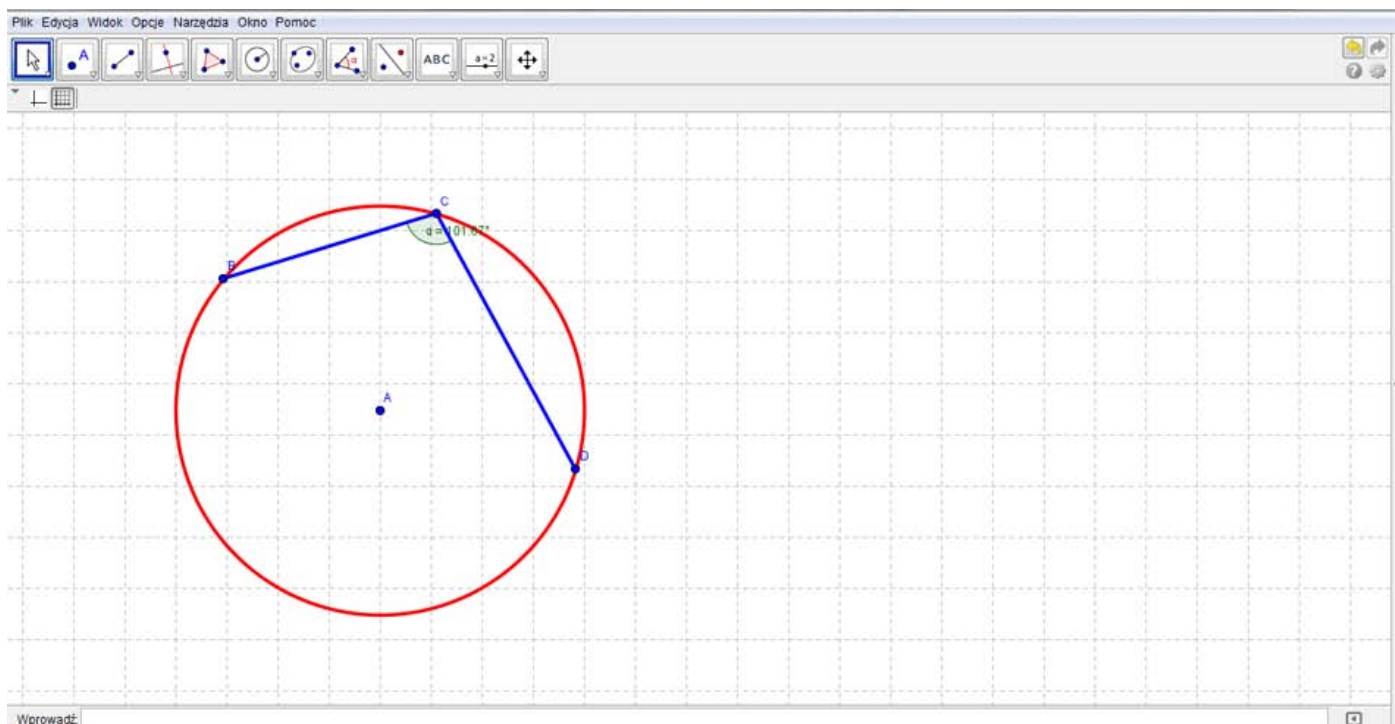


13. Najedź na wstawiony okrąg i kliknij na niego prawym przyciskiem myszy. Na wyświetlonym okienku kliknij **Właściwości**.

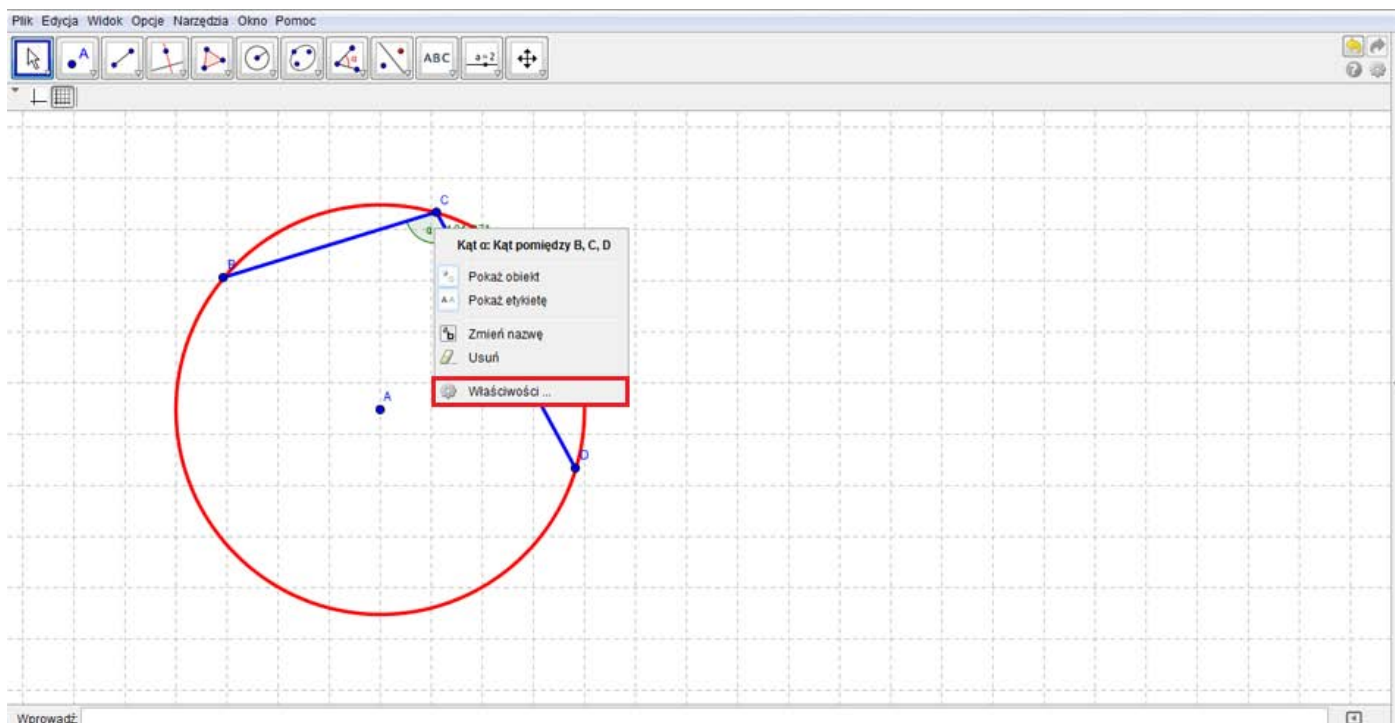




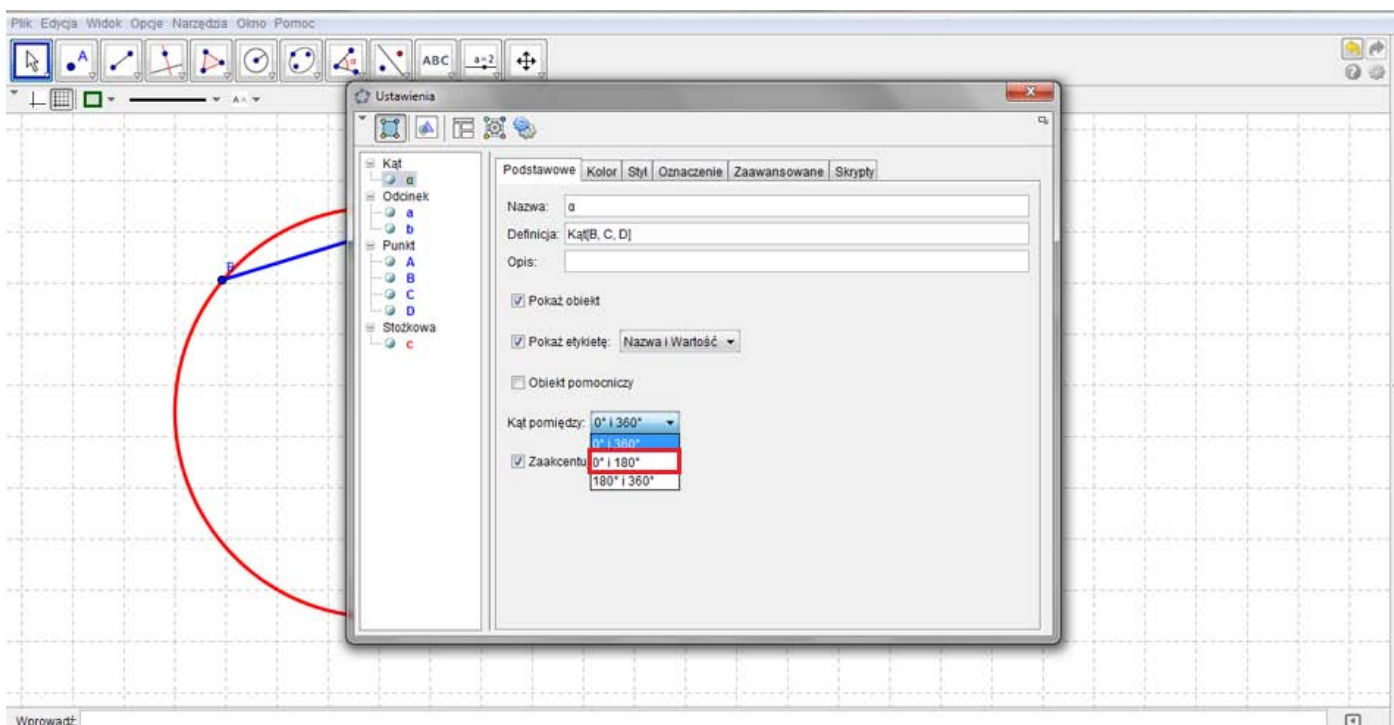
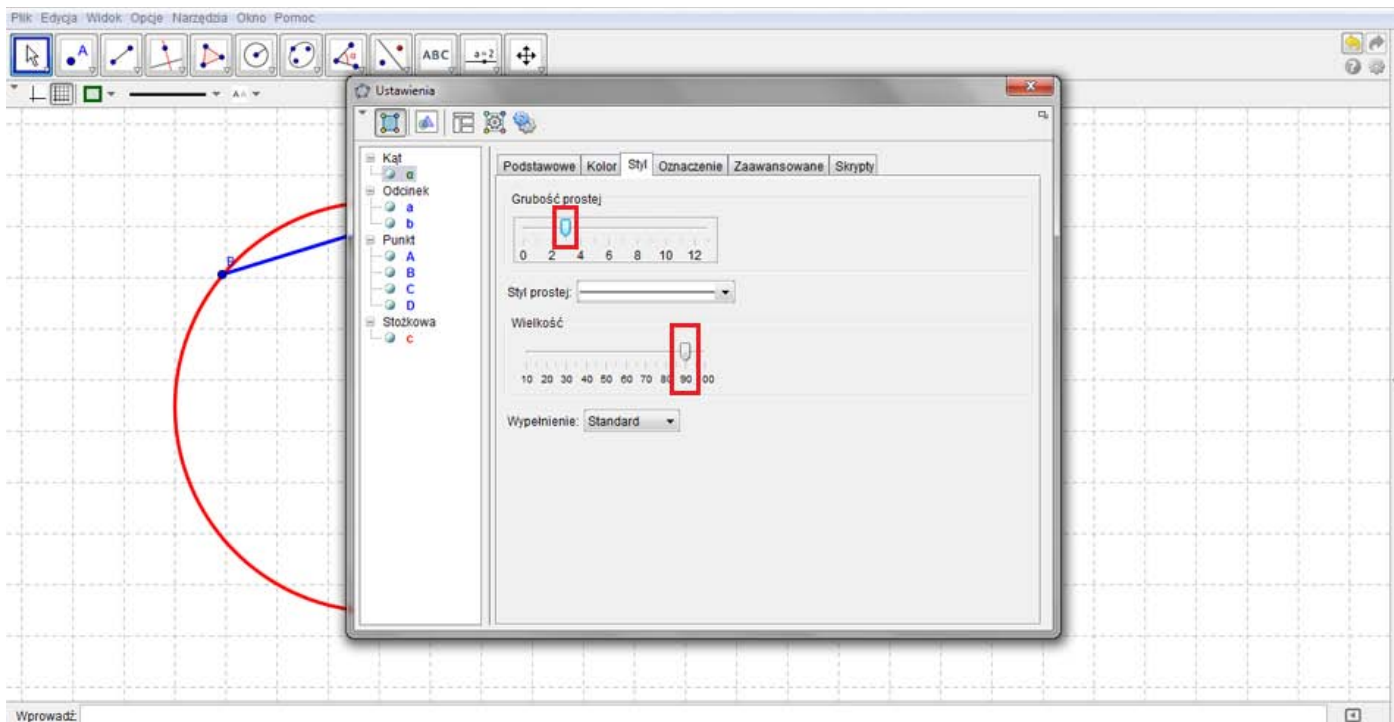
14. Tak samo jak wcześniej, w zakładce **Kolor** zmień kolor okręgu na czerwony oraz w zakładce **Styl** – zmień jego grubość na 7.



15. Najedź na wstawiony kąt BCD i kliknij na niego prawym przyciskiem myszy. Na wyświetlonym okienku kliknij **Właściwości**.



16. W zakładce **Styl** zmień jego grubość na wartość 3 oraz wielkość na wartość 90. W zakładce **Podstawowe** w **Kąt pomiędzy** wybierz wyświetlanie kąta od $0^\circ - 180^\circ$.



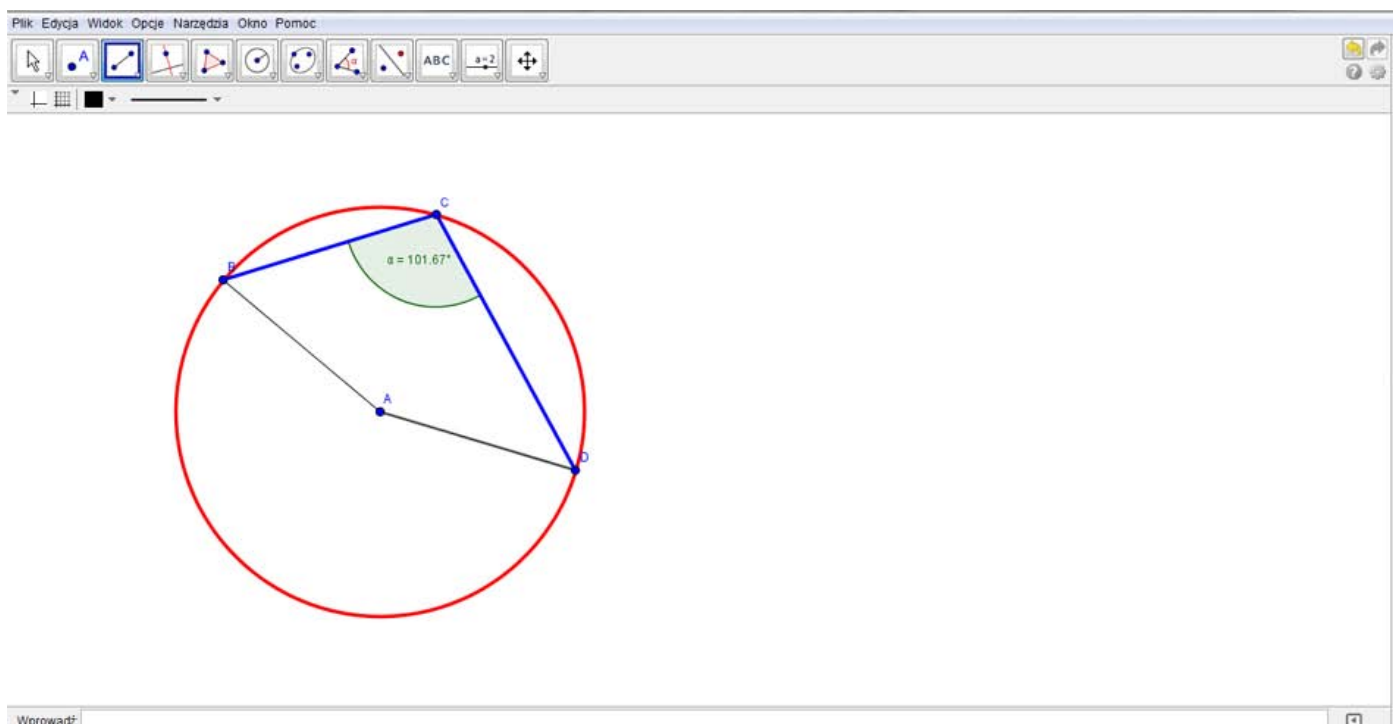
17. W pasku narzędzi wyłącz widok siatki.

18. Zapisz plik.

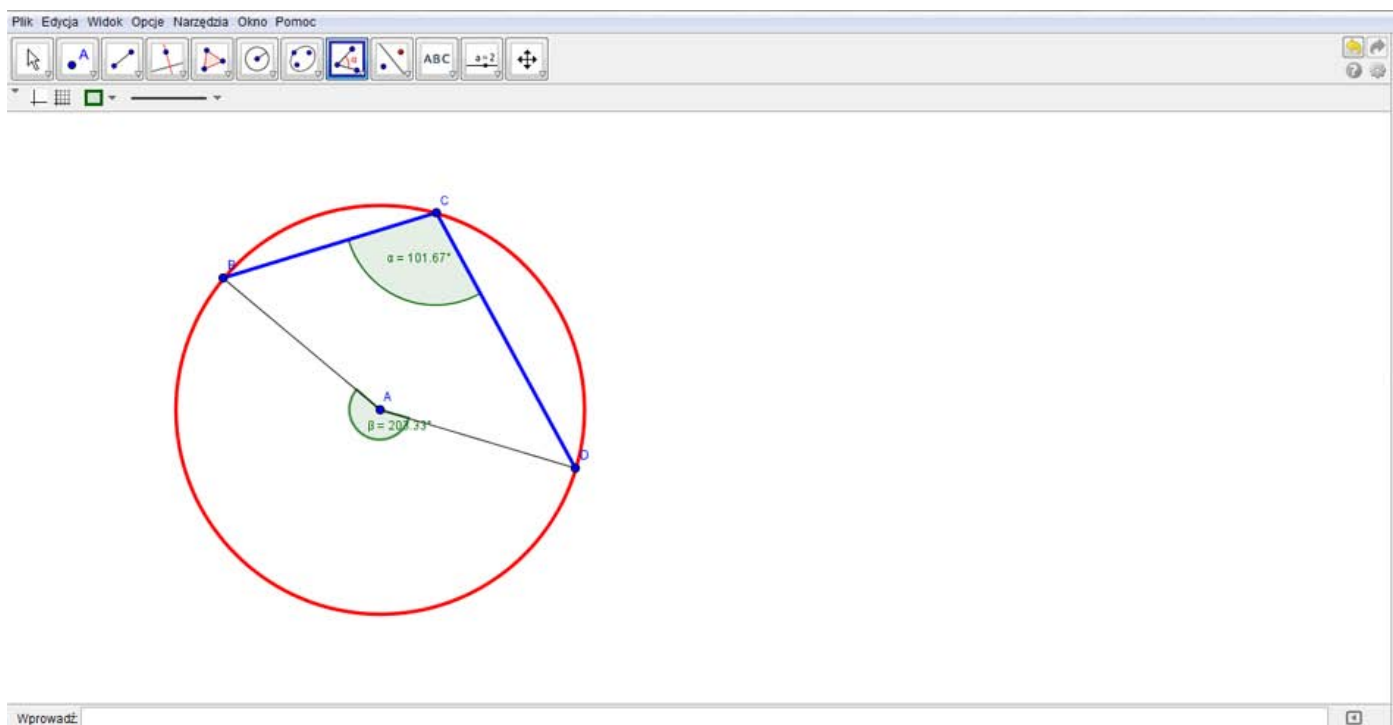


WYKONANIE TECHNICZNE – PLANSZA 2

1. Otwórz plik GeoGebry z planszą dotyczącą konstrukcji kąta wpisanego (PLANSZA 1)
2. Korzystając z narzędzia **Odcinek między dwoma punktami** zaznacz odcinki AB i AD .

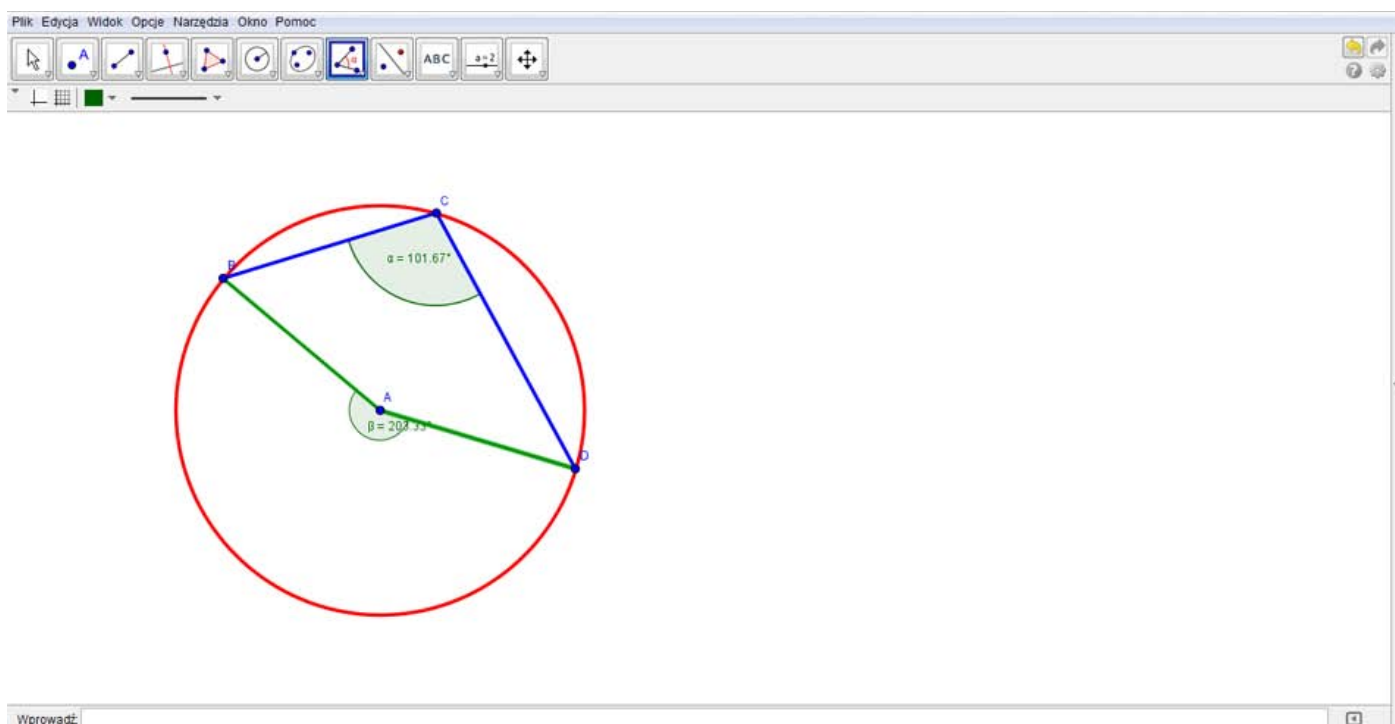


3. Korzystając z narzędzia **Kąt** kliknij kolejno punkty B , A , D , tworząc kąt BAD . Kąt ten jest kątem środkowym.

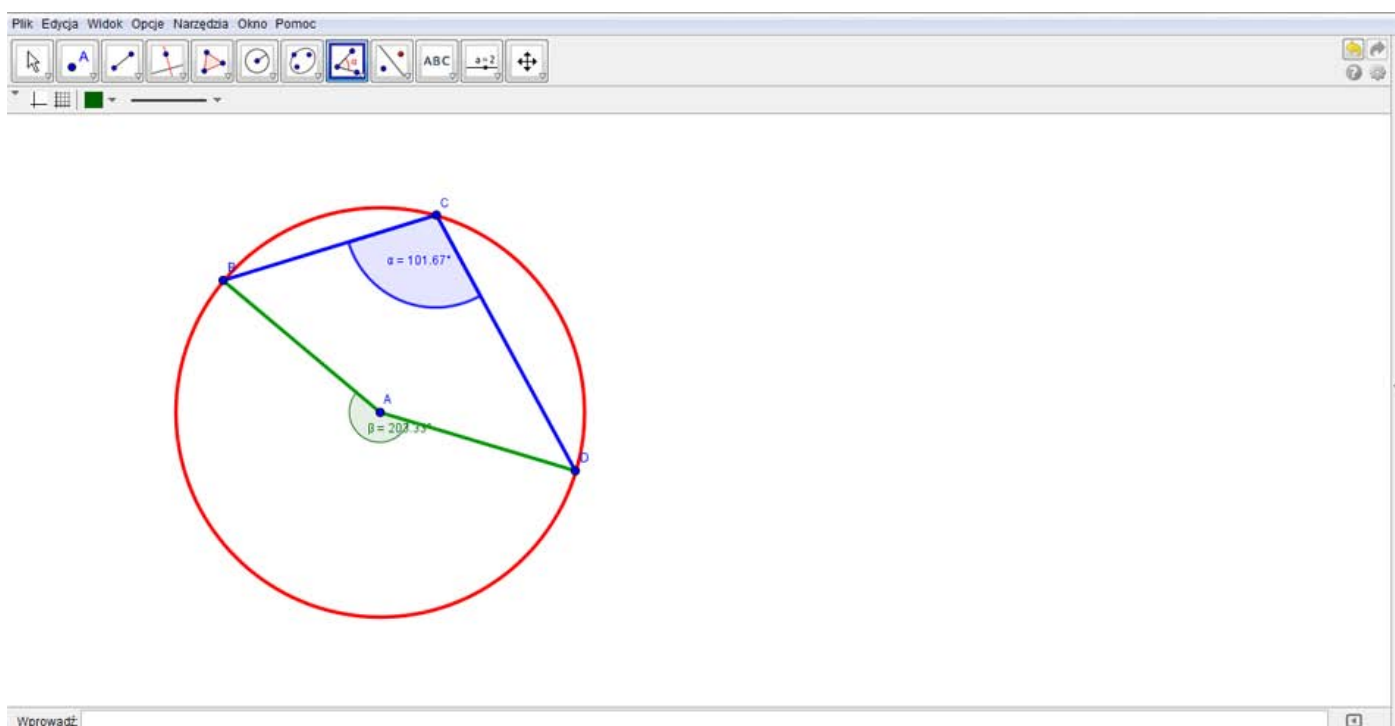




4. Analogicznie do poprzedniej konstrukcji sformatuj odcinki AB i AD , nadając im kolor zielony oraz grubość 7.



5. Najedź na wstawiony w poprzedniej konstrukcji kąt BCD i kliknij na niego prawym przyciskiem myszy. Na wyświetlonym okienku kliknij **Właściwości**. W zakładce **Kolor** zmień jego kolor na niebieski.




6. Zapisz plik.


[Strona główna](#)


NARZĘDZIA POMOCNICZE ▾

Elitmat Nauczyciel

 wyloguj 

Aktualnie pracujesz z klasą:

-- wybierz klasę -- ▾

Materiały » BelferBOX » Grupy Odkrywców

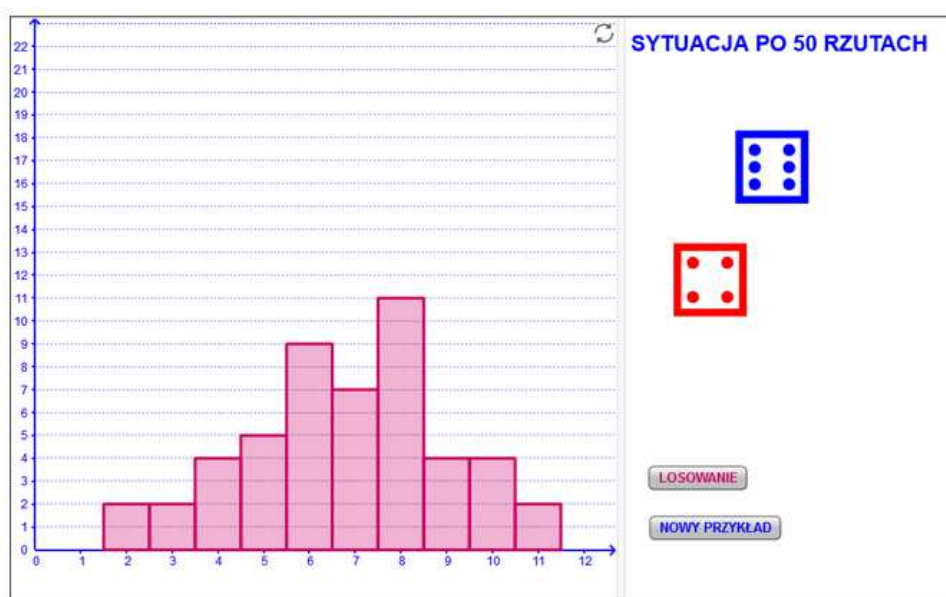
« POWRÓT

SZTUKA PRZEWIDYWANIA – TAJEMNICE PRAWDOPODOBIEŃSTWA

Zadaj wybranej klasie

 Autor: **Dariusz Kulma**

Celem projektu jest zaobserwowanie pewnych zależności na przykładzie losowego rzutu dwoma symetrycznymi kostkami do gry i zaobserwowanie przyczyny wyników, jakie będziemy otrzymywać.



Aby wykonać zadania związane z planszą pobierz plik z materiałów do druku.

Projekt „E-laboratorium matematyczne - małymi krokami do wielkich sukcesów” współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego



Materiały do druku

- SZTUKA PRZEWIDYWANIA - TAJEMNICE PRAWDOPODOBIENSTWA





INSTRUKCJA WYKONANIA

SZTUKA PRZEWIDYWANIA – TAJEMNICE PRAWDOPODOBIENSTWA

CEL PROJEKTU

Spróbujemy zaobserwować pewne zależności na przykładzie losowego rzutu dwoma symetrycznymi kostkami do gry i zaobserwować przyczyny wyników, jakie będziemy otrzymywać.

WSTĘP TEORETYCZNY

Prawdopodobieństwo to określenie szansy zajścia jakiegoś określonego zdarzenia. Jeśli chcemy obliczyć szansę zdarzenia A to liczymy stosunek zdarzeń sprzyjających do wszystkich możliwych zdarzeń.

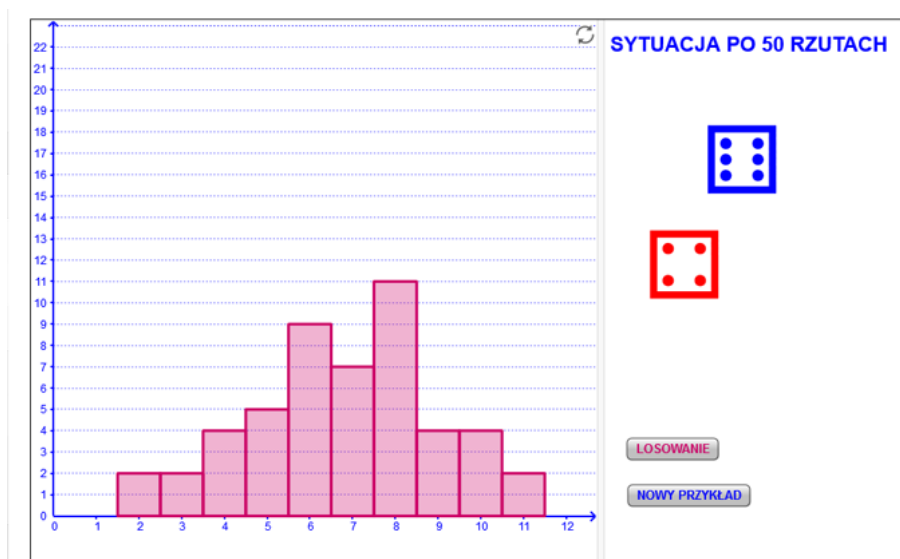
$$P(A) = \frac{\text{LICZBA ZDARZEŃ SPRZYJAJĄCYCH}}{\text{LICZBA WSZYSTKICH ZDARZEŃ}}$$

Np. w jednym rzucie symetryczną prawdopodobieństwo wyrzucenia liczby większej od 4 wynosi $\frac{2}{6}$, ponieważ zdarzeń sprzyjających jest 2 – liczba oczek 5 i 6, a ilość wszystkich zdarzeń, czyli możliwości wyrzucenia różnych ilości oczek jest 6.

WYKONANIE DOŚWIADCZENIA

Włącz planszę interaktywną 10.3.5– Diagram z wynikami losowymi rzutu dwoma kostkami, znajdującą się na stronie http://laboratoriummatematyczne.pl/ln/plansze_interaktywne.php

Poniżej znajduje się przykładowy diagram z wynikami losowymi rzutu dwoma kostkami.





Plansza jest symulacją losowych rzutów dwoma kostkami. W jednym doświadczeniu można 100 razy wykonać rzut dwoma kostkami. Dla ułatwienia wyrzucone wyniki zliczają się, a dane zaprezentowane są przy pomocy diagramu kolumnowego. Będziemy notowali i obserwowali sumę oczek jakie wypadną na obu kostkach.

Pytania naprowadzające:

1. Symulację moglibyśmy wykonać posługując się rzeczywistymi kostkami rzucając je określoną ilość razy. Jaką przewagę ma losowanie określonych wyników przez komputer w stosunku do wyników otrzymywanych przy rzucaniu prawdziwymi kostkami?
2. Jakie wyniki możemy otrzymać? Wypisz wszystkie możliwości.
3. Jaką najmniejszą sumę oczek możemy otrzymać?
4. Jaką największą sumę oczek możemy otrzymać?

Wykonaj 100 - krotne losowanie po raz pierwszy. Po zakończeniu zanotuj ile razy otrzymałeś określone sumy.

Wykonanie doświadczenia powtórz 5 razy za każdym razem notując ostateczne wyniki.

| Suma oczek | Doświadczenie 1 | Doświadczenie 2 | Doświadczenie 3 | Doświadczenie 4 | Doświadczenie 5 | łącznie po pięciu doświadczeniach | łączny wynik podany w % (otrzymane wyniki podziel przez 500) |
|------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------------------------|--|
| 2 | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | |
| 5 | | | | | | | |
| 6 | | | | | | | |
| 7 | | | | | | | |
| 8 | | | | | | | |
| 9 | | | | | | | |
| 10 | | | | | | | |
| 11 | | | | | | | |
| 12 | | | | | | | |



Otrzymaliśmy wyniki po 500 rzutach. To już całkiem reprezentatywna próba. Możemy przeanalizować nasze dane

| | Doświad- czenie 1 | Doświad- czenie 2 | Doświad- czenie 3 | Doświad- czenie 4 | Doświad- czenie 5 | Łącznie po pięciu doświadczeniach |
|---------------------------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|--------------------------------------|
| Wynik, który wypadł najczęściej | | | | | | |
| Drugi wynik, który wypadł najczęściej | | | | | | |
| Wynik, który wypadł najrzadziej | | | | | | |
| Drugi wynik, który wypadł najrzadziej | | | | | | |

Pytania i polecenia naprowadzające:

1. Czy wśród najczęściej wylosowanych wyników otrzymałeś któryś z wyników 6, 7, 8?
2. Czy wśród najrzadziej wylosowanych wyników otrzymałeś któryś z wyników 2, 3, 11, 12?
3. Dlaczego tak się dzieje, że w żadnym z doświadczeń wyniki 2 i 12 na pewno nie wypadły najczęściej?
4. Dlaczego tak się dzieje, że liczba 7 na pewno nie wypadła najrzadziej, a z reguły jest jednym, z trzech najczęściej występujących wyników?
5. Wypisz wszystkie możliwe pary jakie można otrzymać na obu kostkach w przypadku poszczególnych sum. Takie pary nazywamy zdarzeniami elementarnymi. Ile jest taki zdarzeń?
6. Określ dla której sumy prawdopodobieństwo jest największe? Czy tak u było w Twoim doświadczeniu ?
7. Określ dla której sumy prawdopodobieństwo jest najmniejsze? Czy tak u było w Twoim doświadczeniu ?




| Suma oczek | Rodzaje zdarzeń | Ilość zdarzeń elementarnych | Procentowa szansa zajścia zdarzenia (otrzymane) |
|------------|-----------------|-----------------------------|---|
| 2 | | | |
| 3 | | | |
| 4 | | | |
| 5 | | | |
| 6 | | | |
| 7 | | | |
| 8 | | | |
| 9 | | | |
| 10 | | | |
| 11 | | | |
| 12 | | | |

[Strona główna](#)

NARZĘDZIA POMOCNICZE ▾

Elitmat Nauczyciel

wyloguj 

Aktualnie pracujesz z klasą:

-- wybierz klasę -- ▾

[Materiały](#) » [BelferBOX](#) » [Grupy Odkrywców](#)[« POWRÓT](#)

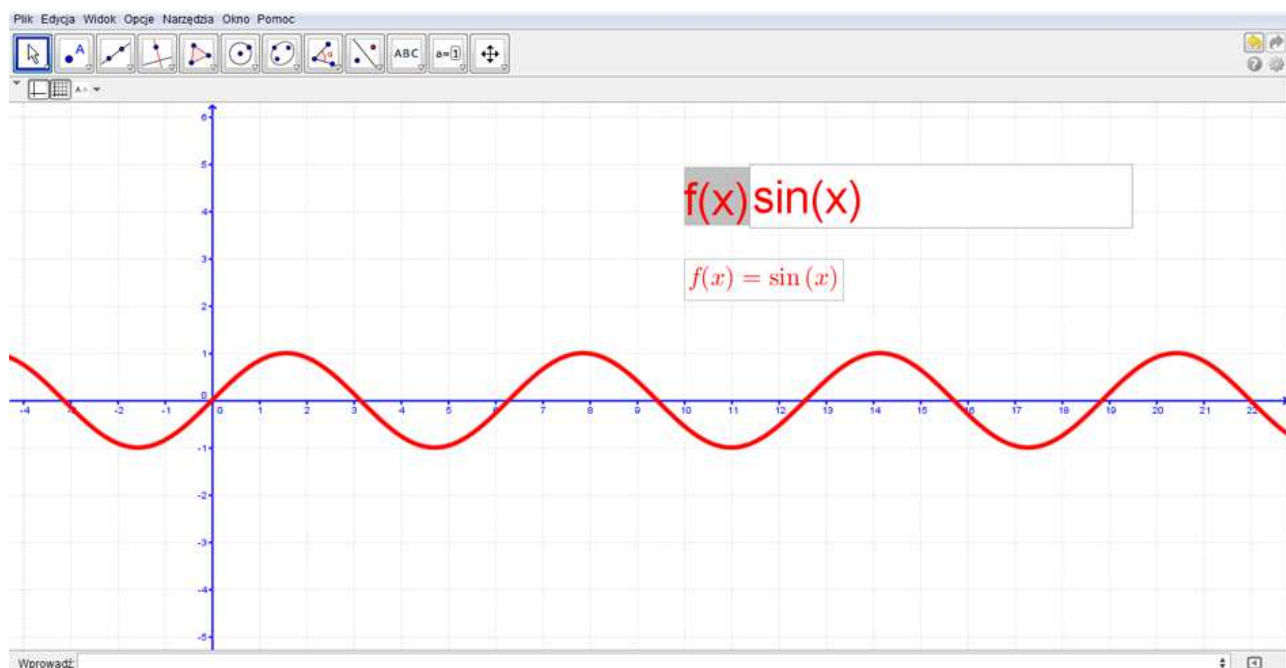
PROGRAMUJEMY EDYTOR DO RYSOWANIA WYKRESÓW FUNKCJI

Zadaj wybranej klasie

Autor: Dariusz Kulma

Celem pracy jest wykonanie edytora do rysowania wykresów dowolnych funkcji jednej zmiennej. Po wpisaniu wzoru funkcji w określonym polu wykres tej funkcji pojawi się w układzie współrzędnych.

Poniżej znajduje się obraz przedstawiający efekt końcowy wykonanej planszy:



Aby wykonać samodzielnie planszę pobierz plik z materiałów do druku.

Narysuj funkcje:

- Funkcja wielomianowa postaci iloczynowej: $f(x) = (x - 3)(x + 4)(x + 5)$
- Funkcja wielomianowa postaci ogólnej: $f(x) = x^4 + 3x^3 - 4x + 1$ (wpisujesz: x^4+3x^3-4x+1)
- Funkcja sinus $f(x) = \sin(x)$
- Funkcja cosinus $f(x) = \cos(x)$
- Funkcja tangens $f(x) = \tan(x)$
- Funkcja z pierwiastkiem kwadratowym $f(x) = \sqrt{x}$ (wpisujesz: $\text{sqrt}(x)$)
- Funkcja z pierwiastkiem sześciennym $f(x) = \sqrt[3]{x}$ (wpisujesz: $\text{cbrt}(x)$)
- Funkcja znakowa $f(x) = \text{sgn}(x)$

Spróbuj wymyślić kilka własnych przykładów. Możesz również łączyć określone funkcje, tworząc funkcje złożone z kilku funkcji np.: $f(x) = 2\sqrt{x} + 3^x - \sin(x)$

Materiały do druku

- PROGRAMUJEMY EDYTOR DO RYSOWANIA WYKRESÓW FUNKCJI



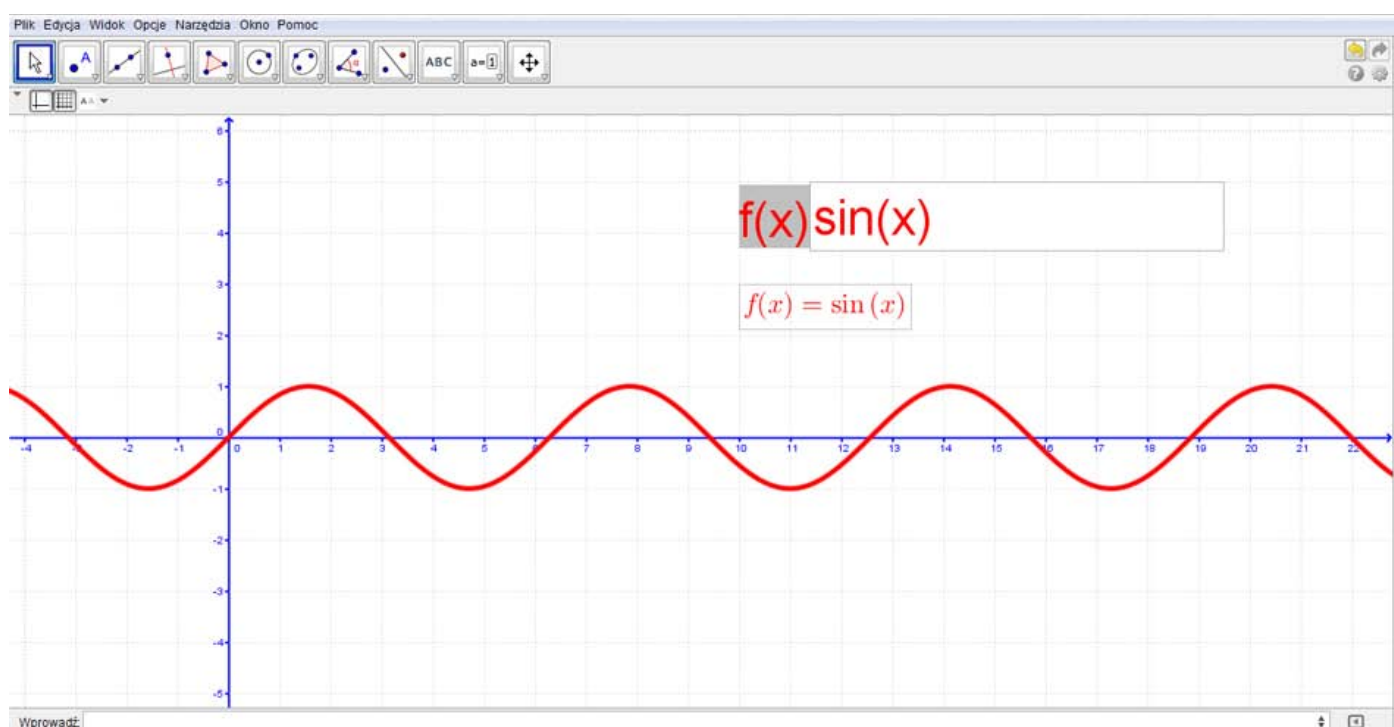
INSTRUKCJA WYKONANIA

PROGRAMUJEMY EDYTOR DO RYSOWANIA WYKRESÓW FUNKCJI

CEL PROJEKTU

Celem pracy jest wykonanie edytora do rysowania wykresów dowolnych funkcji jednej zmiennej. Po wpisaniu wzoru funkcji w określonym polu wykres tej funkcji pojawi się w układzie współrzędnych. Do wykonania planszy interaktywnej potrzebujemy programu GeoGebra.

OCZEKIWANY EFEKT



WSTĘP TEORETYCZNY

Jest kilka zapisów wzorów funkcji. W naszym edytorze użyjemy zapisu $f(x)$.

np. $f(x) = x + 2$

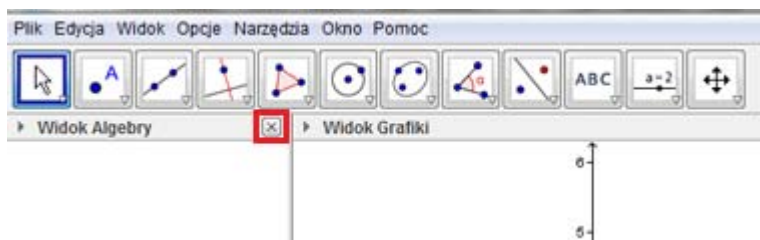
Funkcje jednej zmiennej uzależnione są jak nazwa wskazuje od jednej zmiennej wartości np. od x .

Wzory funkcji kwadratowej możesz również wpisywać w postaci iloczynowej np.

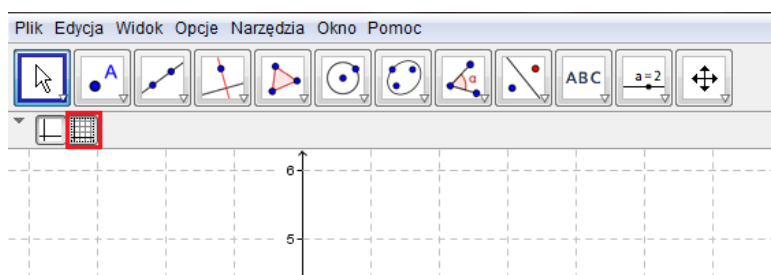
$f(x) = (x - 2)(x + 3)$. Pamiętaj, że symbol mnożenia można zastąpić znakiem spacji.

WYKONANIE TECHNICZNE

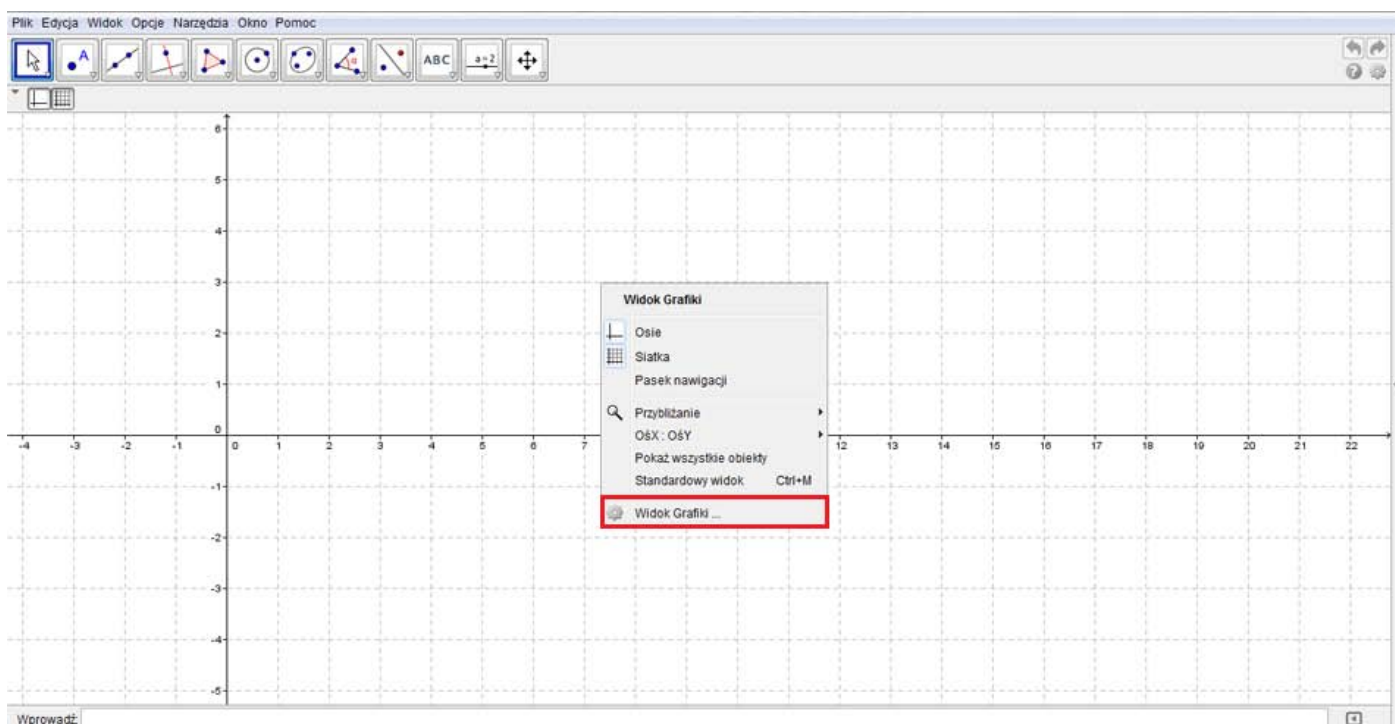
1. Otwórz program GeoGebra lub zainstaluj go (program znajduje się w StudentBox-ie)
2. Zamknij **Widok Algebra**



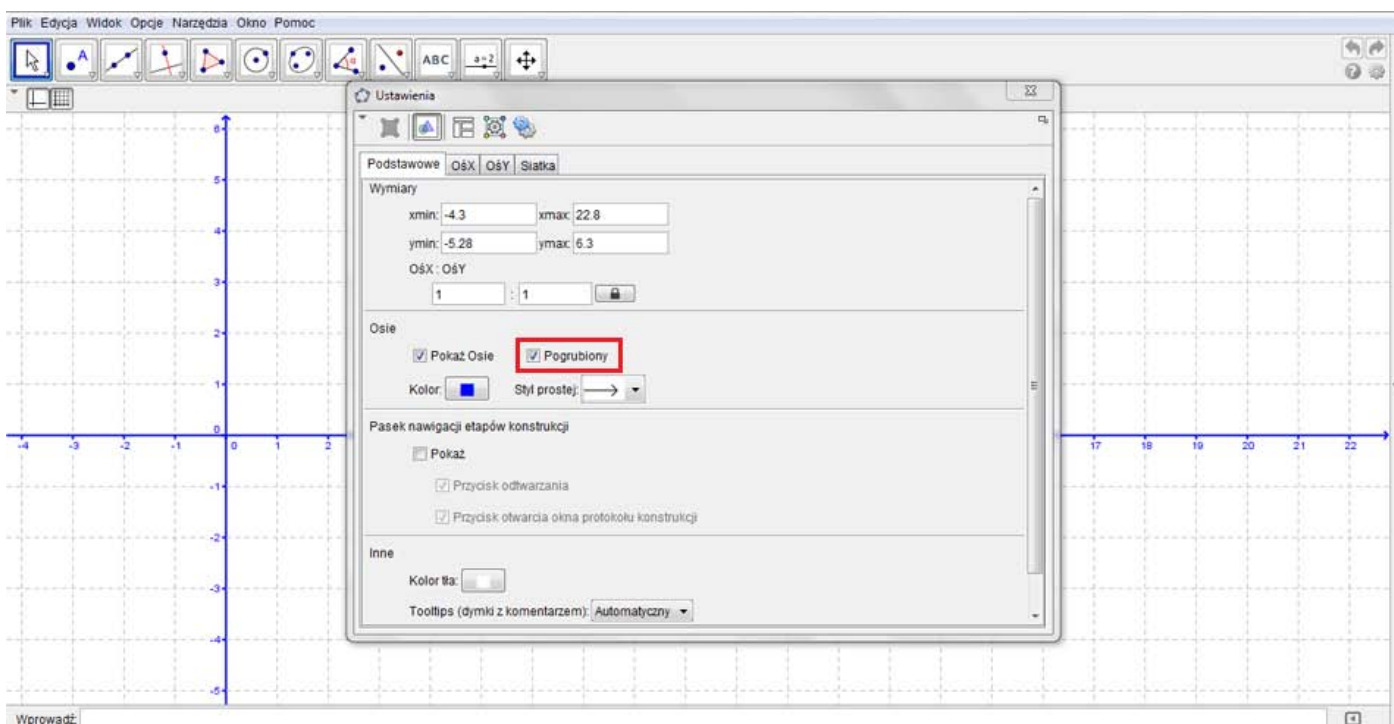
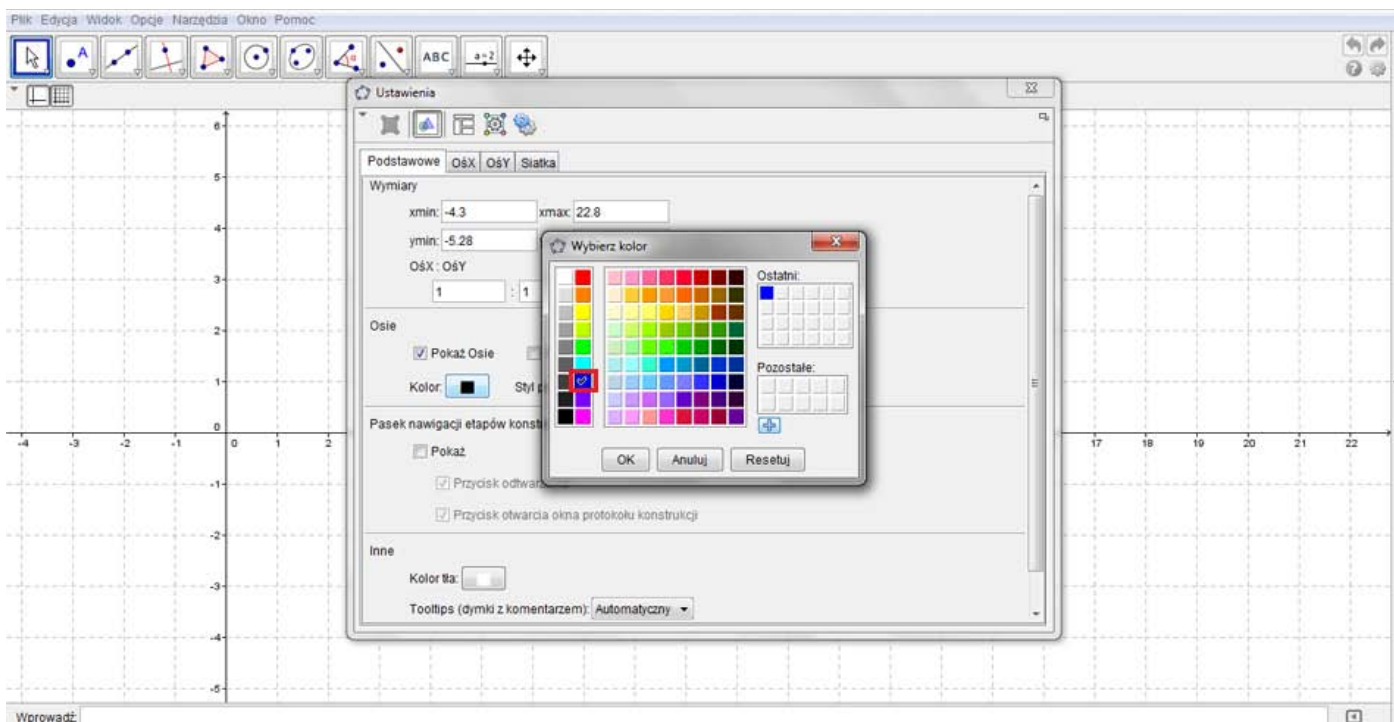
oraz włącz **widok siatki**.



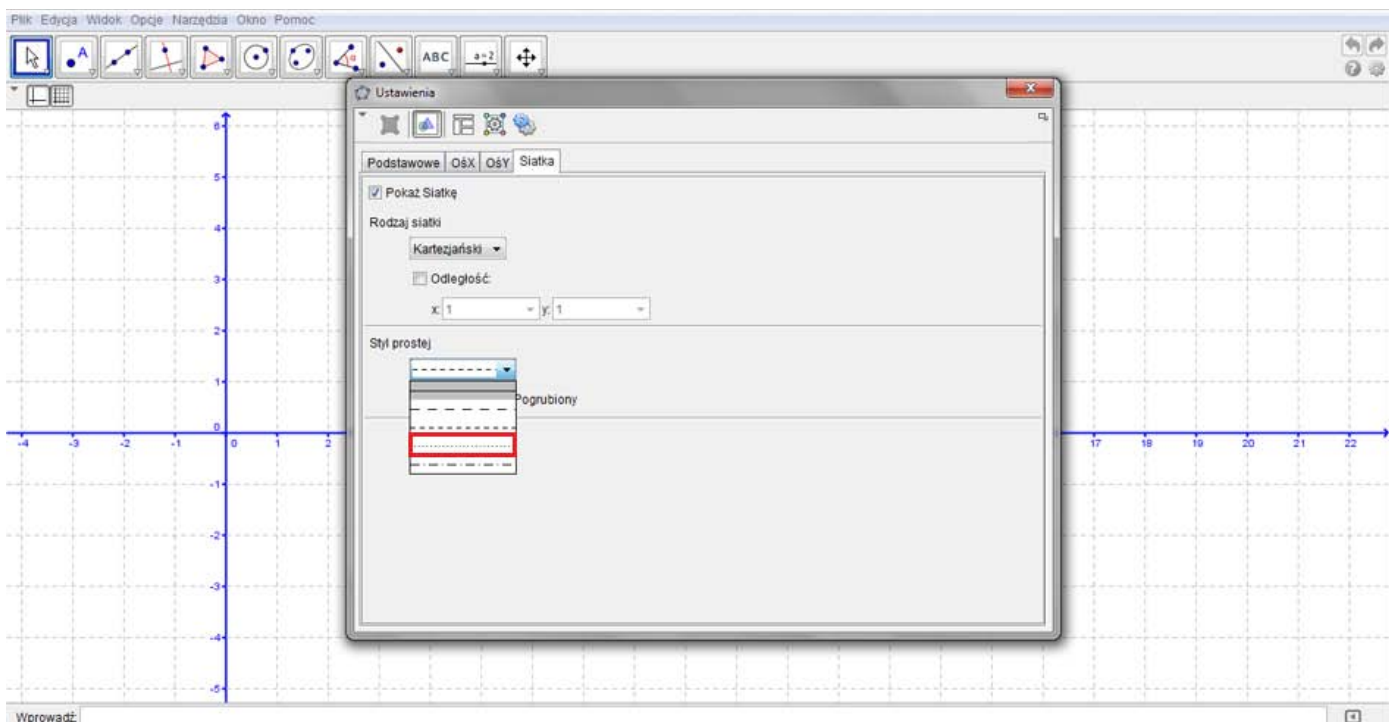
3. Kliknij prawym przyciskiem myszy na obszar roboczy. Wyświetli się okienko, w którym wybierz **Widok Grafiki**.



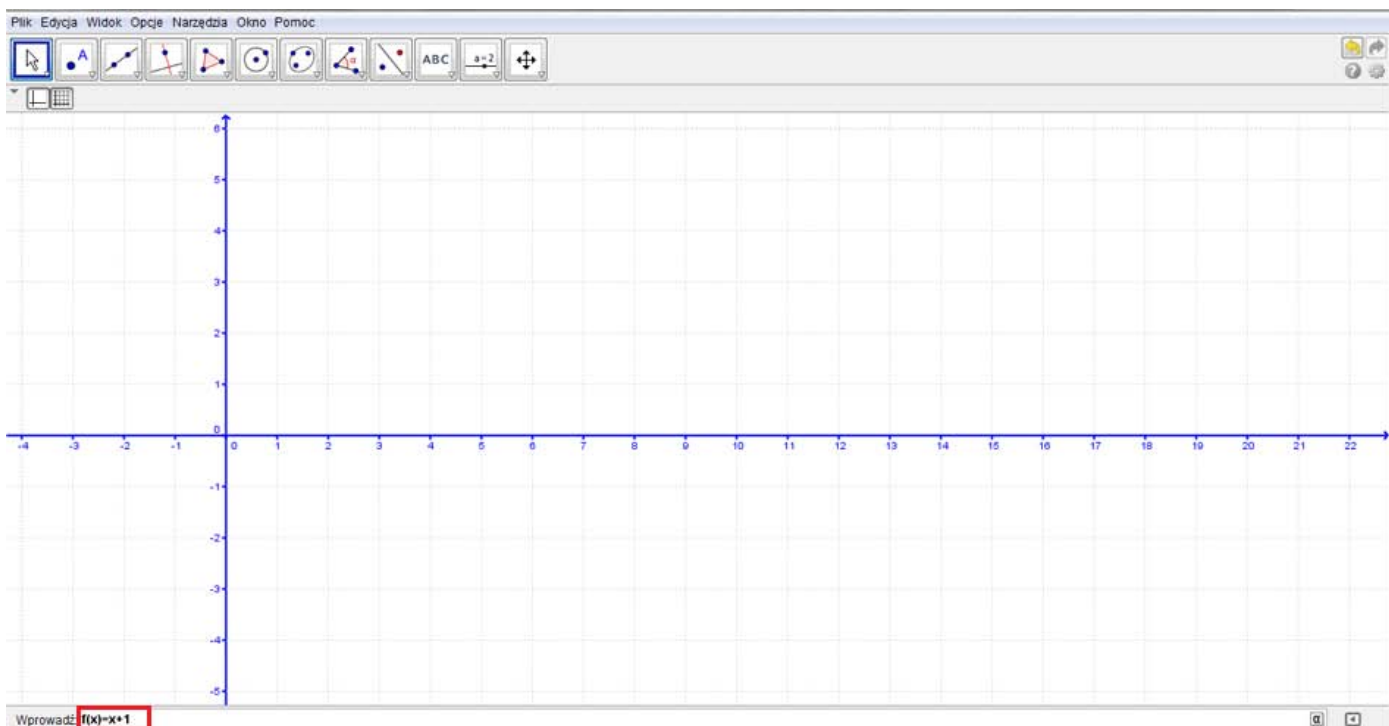
4. W zakładce **Podstawowe** zmień kolor osi na niebieski oraz zaznacz opcję pogrubienia.



5. Przejdź do zakładki **Siatka** i zmień styl siatki na kropkowy.

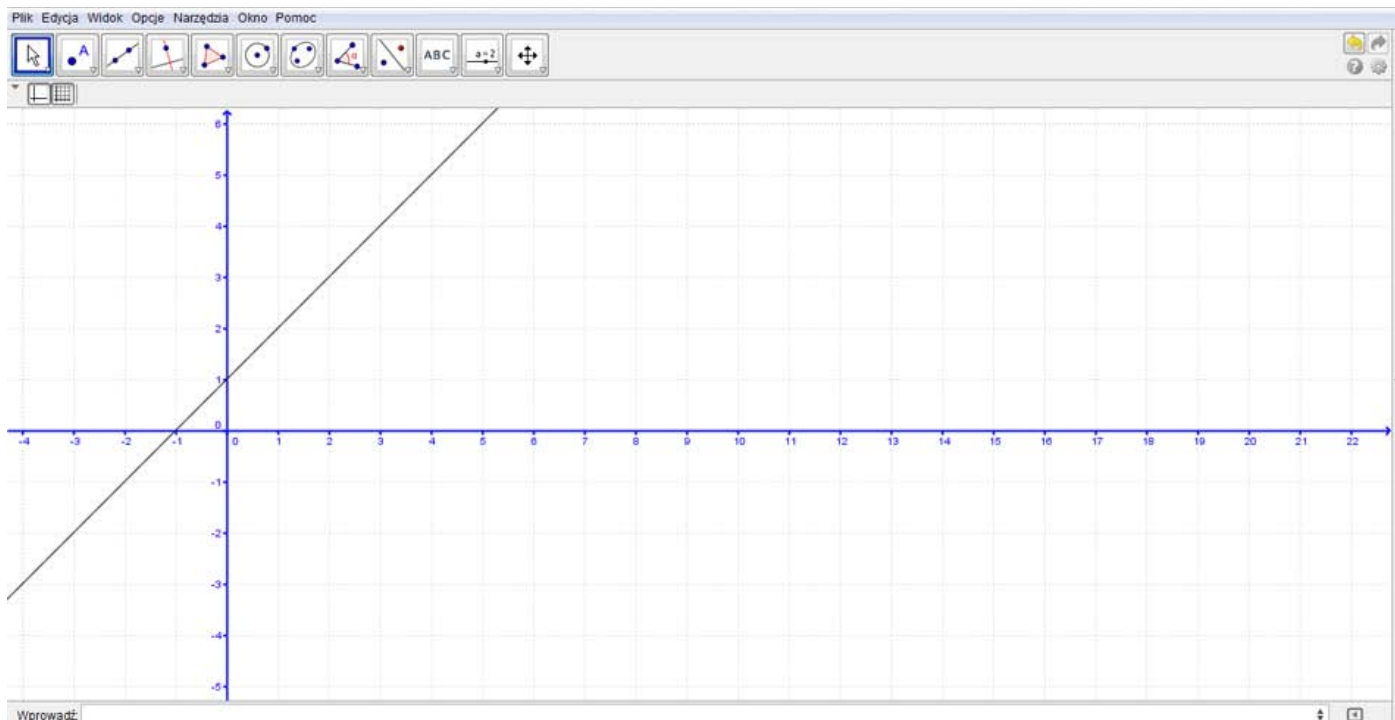


6. Wpisz w **Polu Wprowadzania** wzór dowolnej funkcji np. $f(x) = x + 1$. Zatwierdź Enterem.

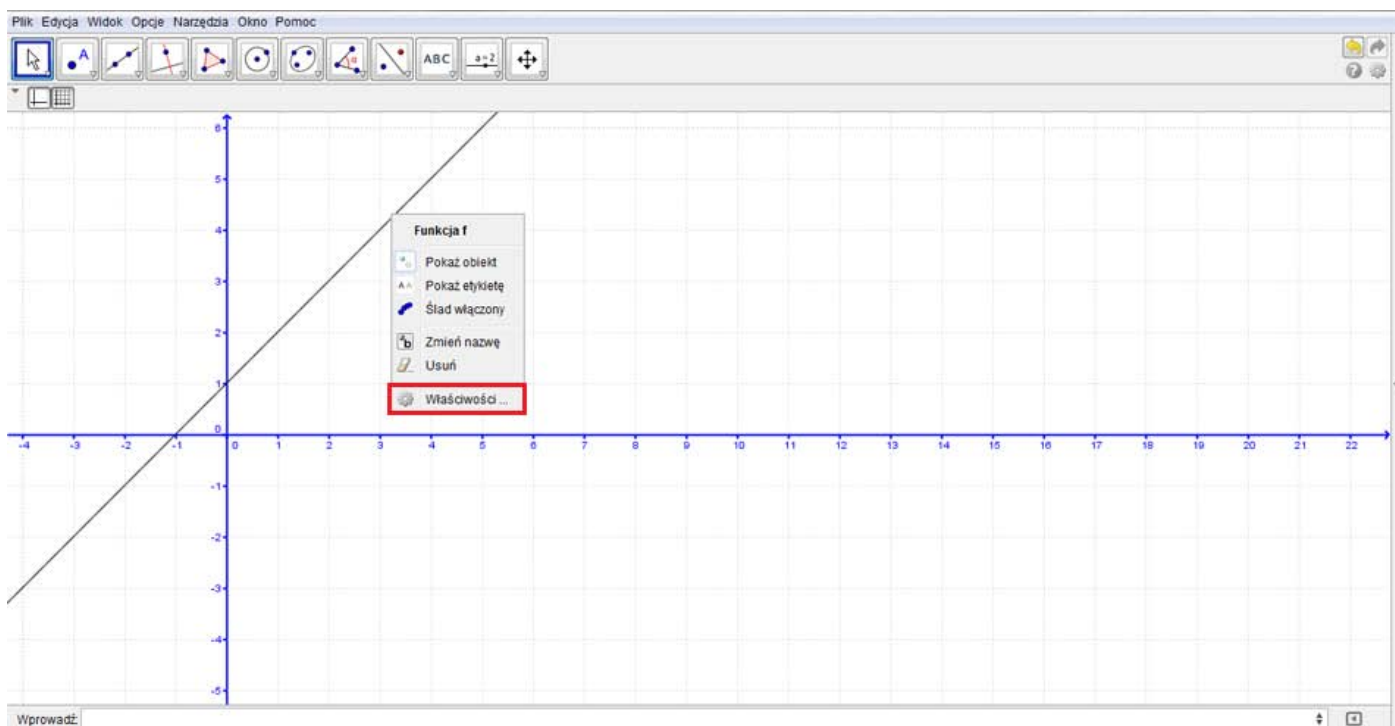




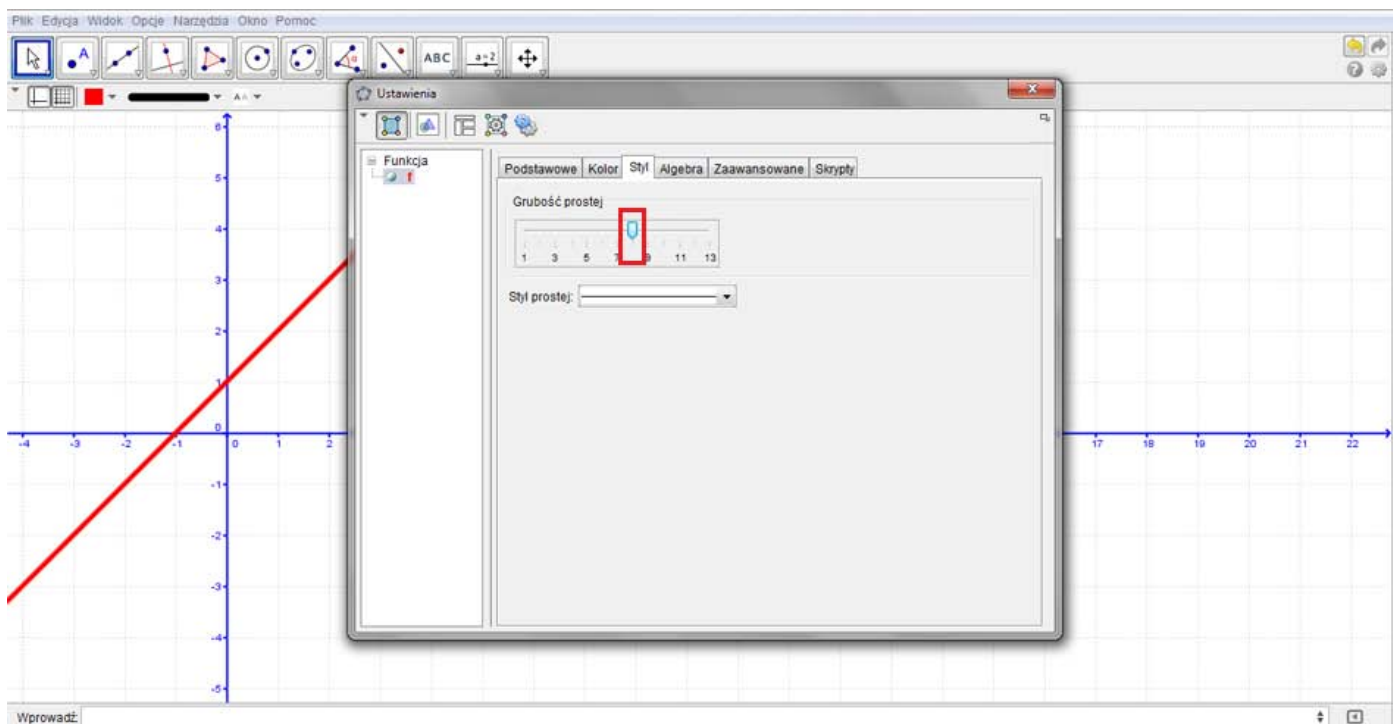
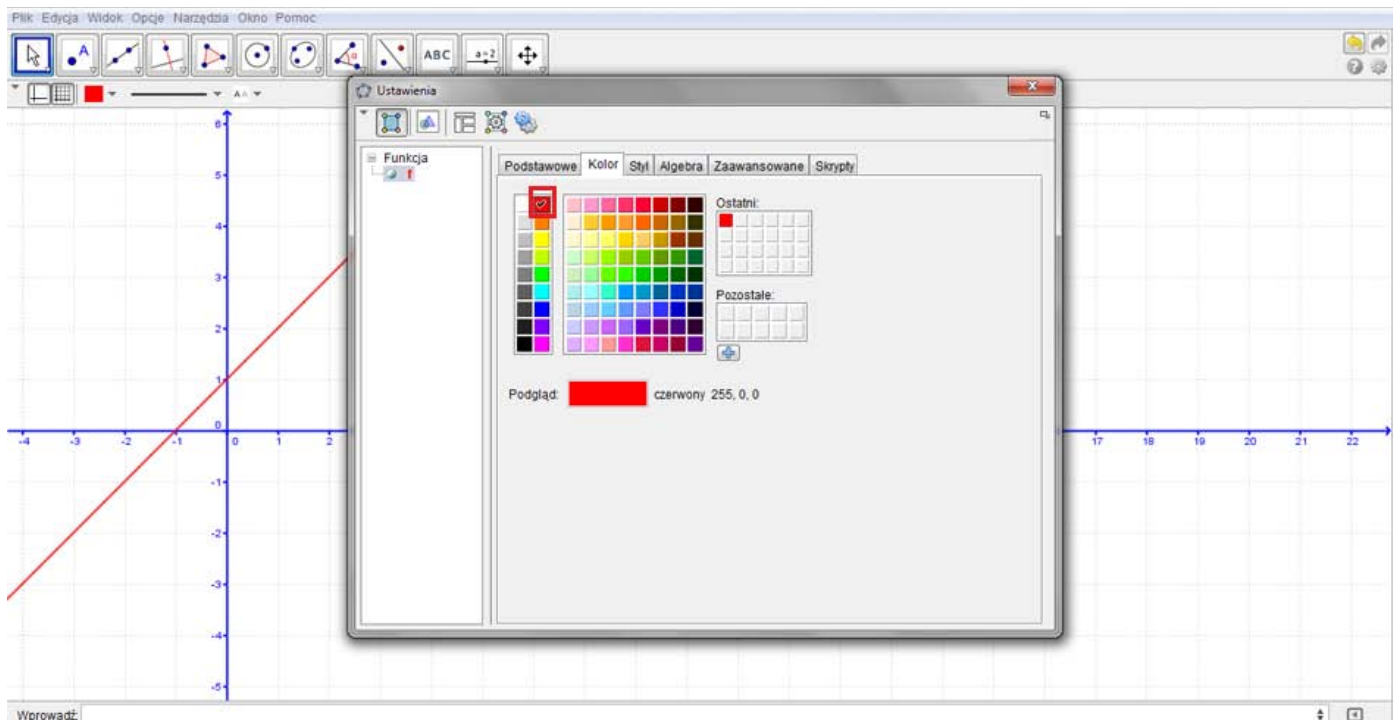
W układzie współrzędnych pojawi się wykres wpisanej funkcji. W tym przypadku jest funkcja liniowa, więc wykresem jest prosta.



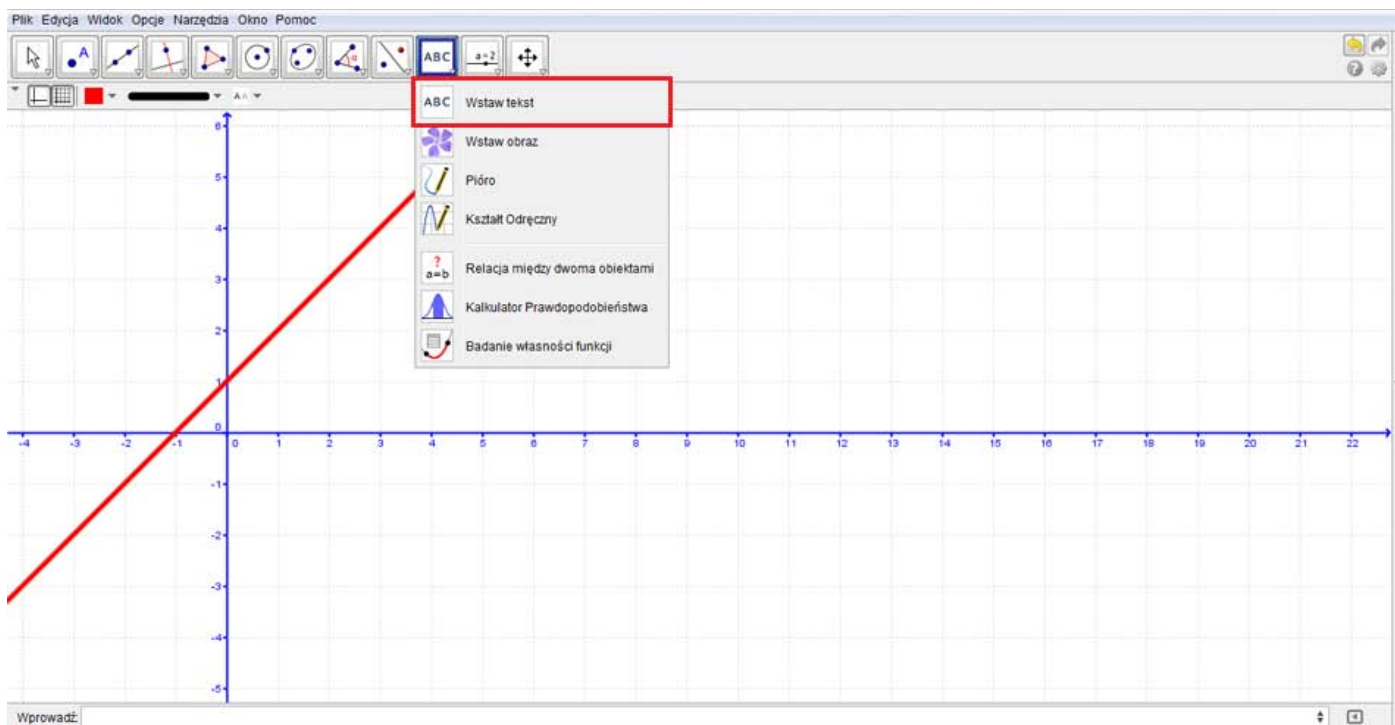
7. Najedź na wstawioną powstałą prostą i kliknij na nią prawym przyciskiem myszy. Na wyświetlonym okienku kliknij **Właściwości**.



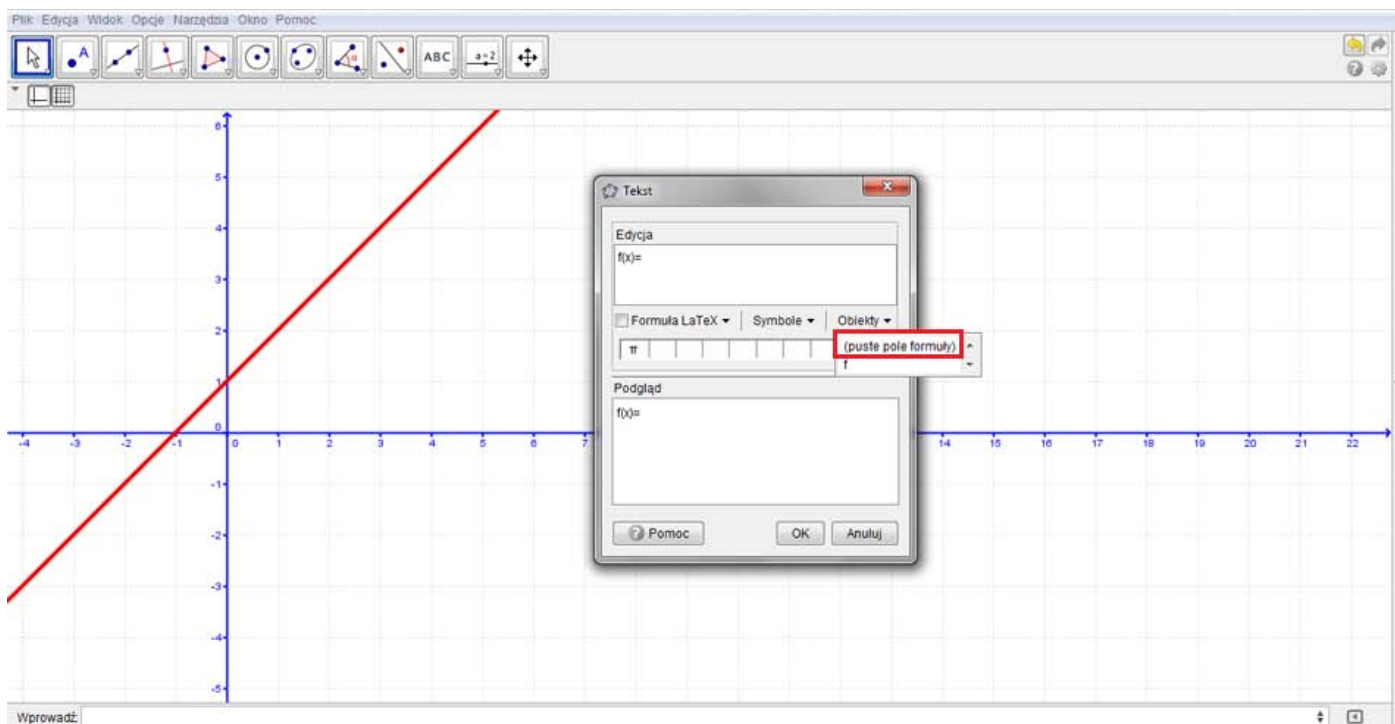
8. Przejdź do zakładki **Kolor** i zmień kolor prostej na czerwony. Przechodząc na zakładki **Styl** zmień jej grubość na 8.



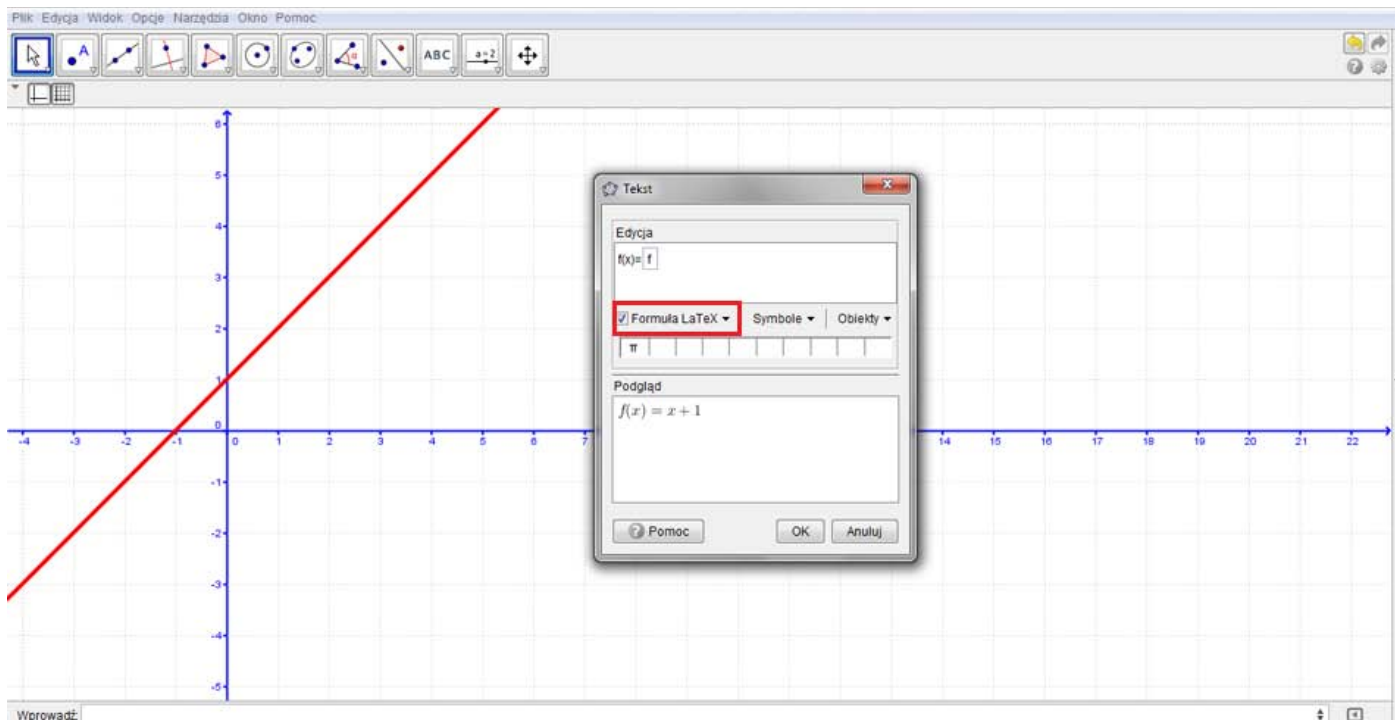
9. Z paska narzędzi wybierz **Wstaw** tekst i kliknij na obszar roboczy.



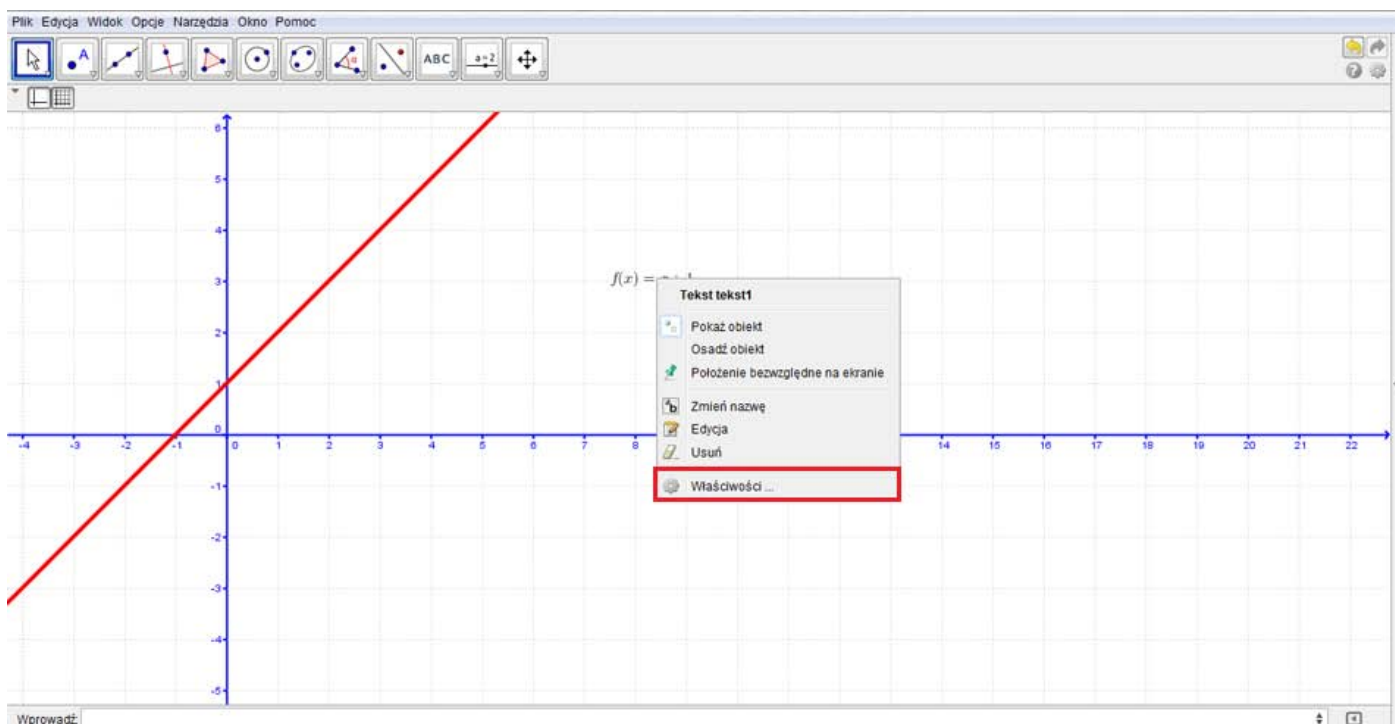
10. W wyświetlonym okienku wpisz " $f(x)$ " i wybierz puste pole formuły, rozwijając zakładkę **Obiekty**.



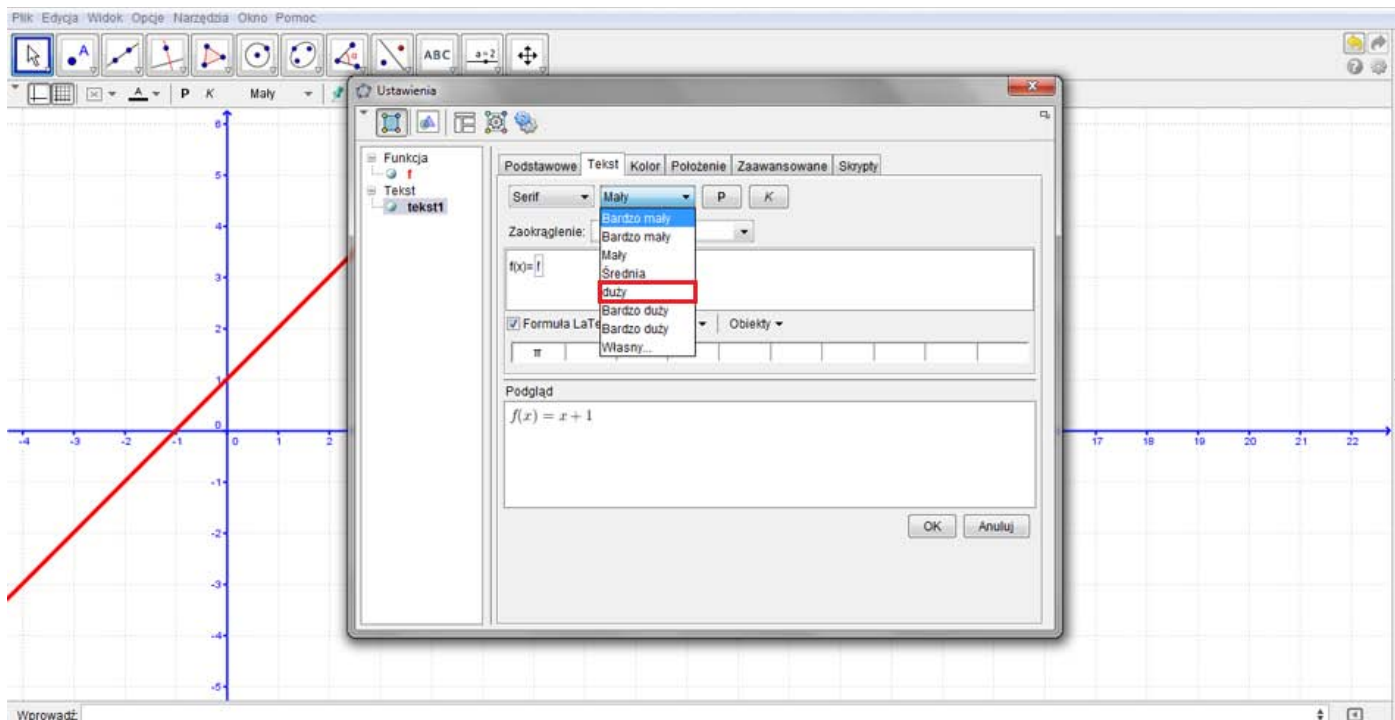
11. W pustym polu formuły wpisz "f". Po wpisaniu powinien pojawić się wzór funkcji. Zaznacz Formuła LaTeX, czyli zapis matematyczny symboli. Zatwierdź przyciskiem OK.



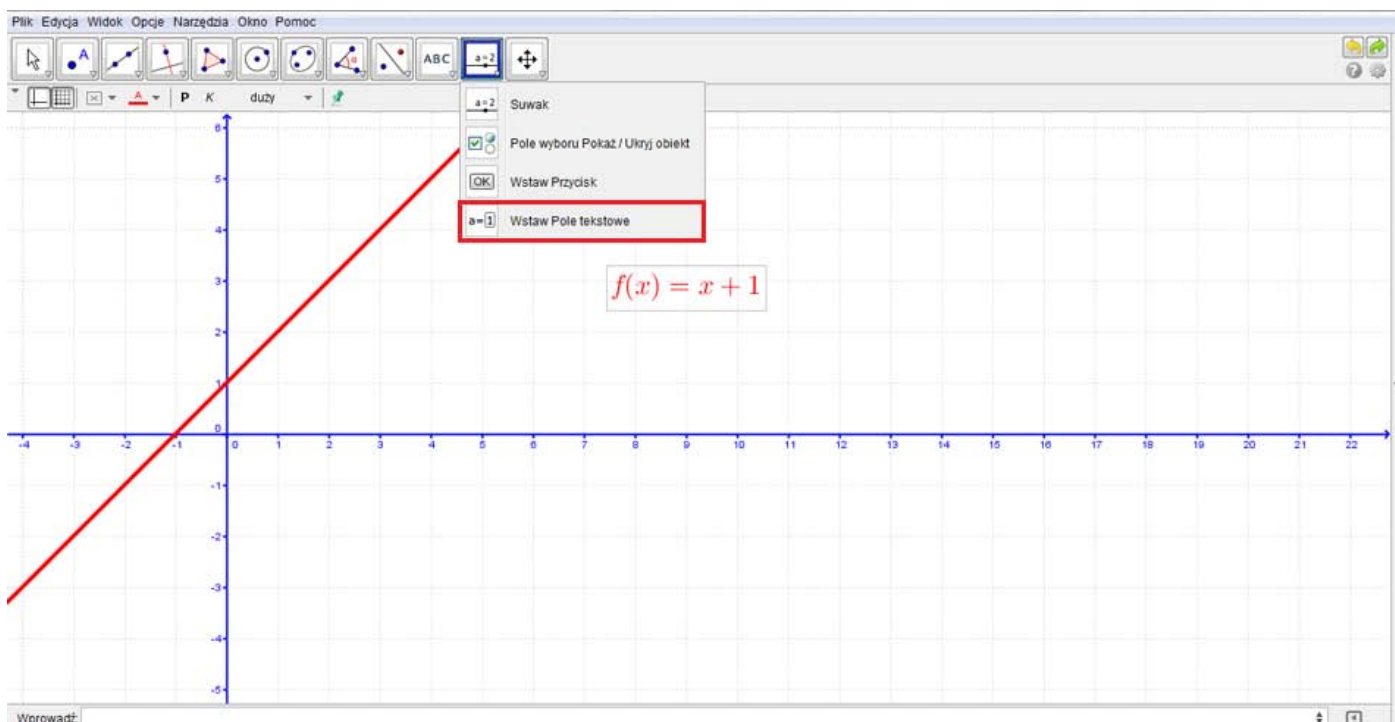
12. Najedź na wstawiony tekst i kliknij na nią prawym przyciskiem myszy. Na wyświetlonym okienku kliknij **Właściwości**.



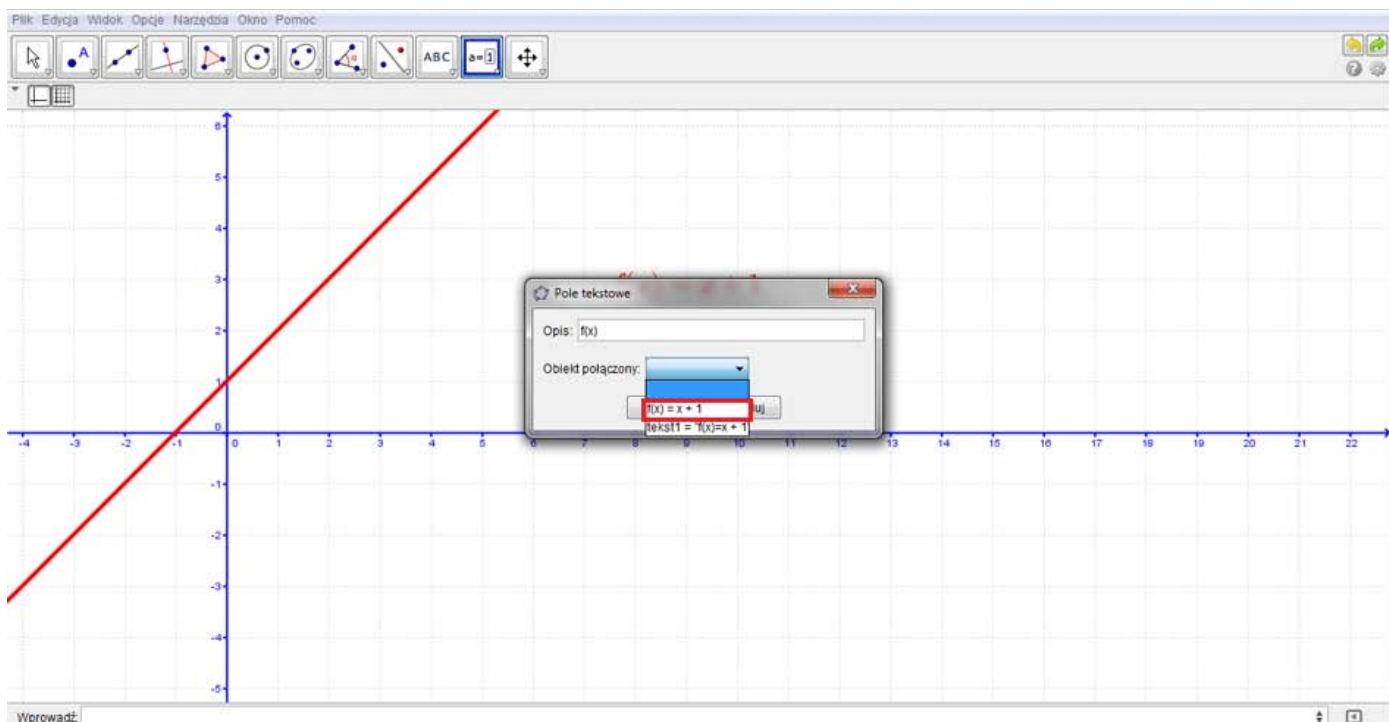
13. W zakładce **Tekst** zmień rozmiar czcionki na duży oraz w zakładce **Kolor** zmień kolor na czerwony. Zatwierdź klawiszem OK i zamknij okno.



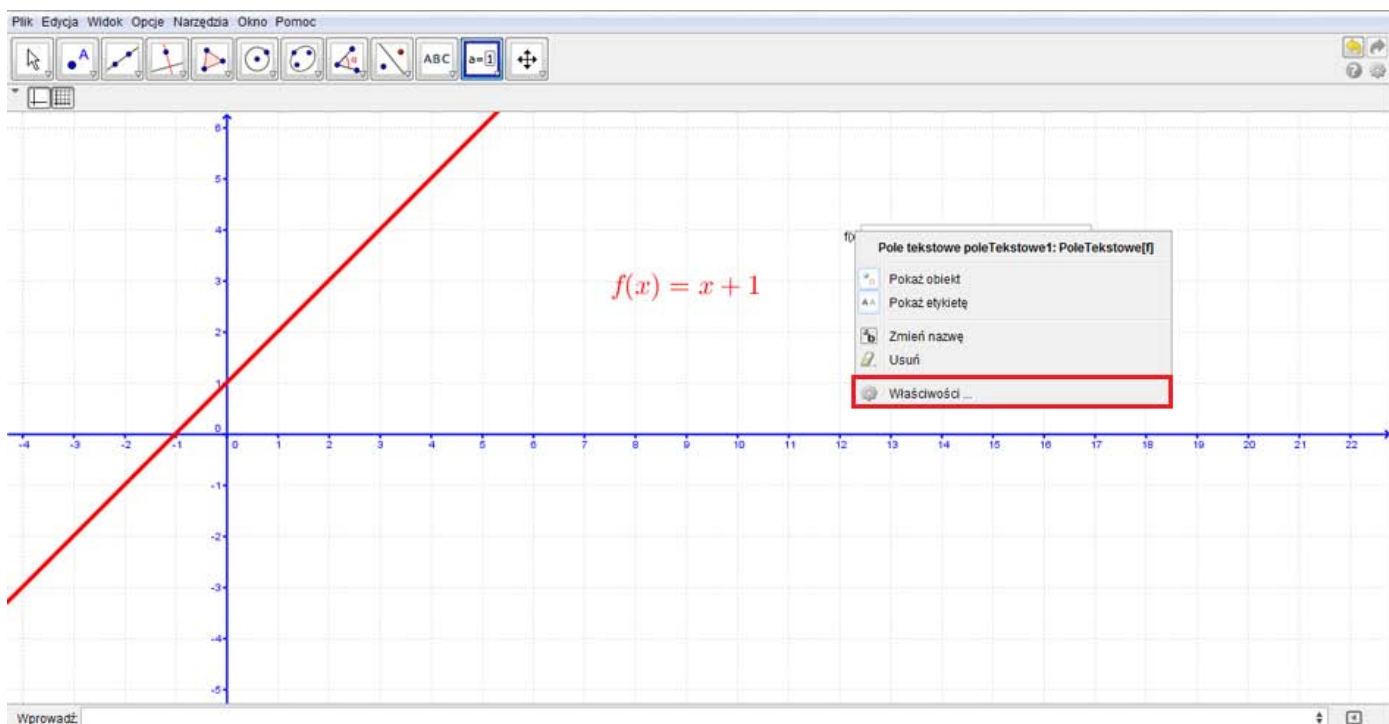
14. Z paska narzędzi wybierz **Wstaw pole tekstowe** i kliknij na obszar roboczy.



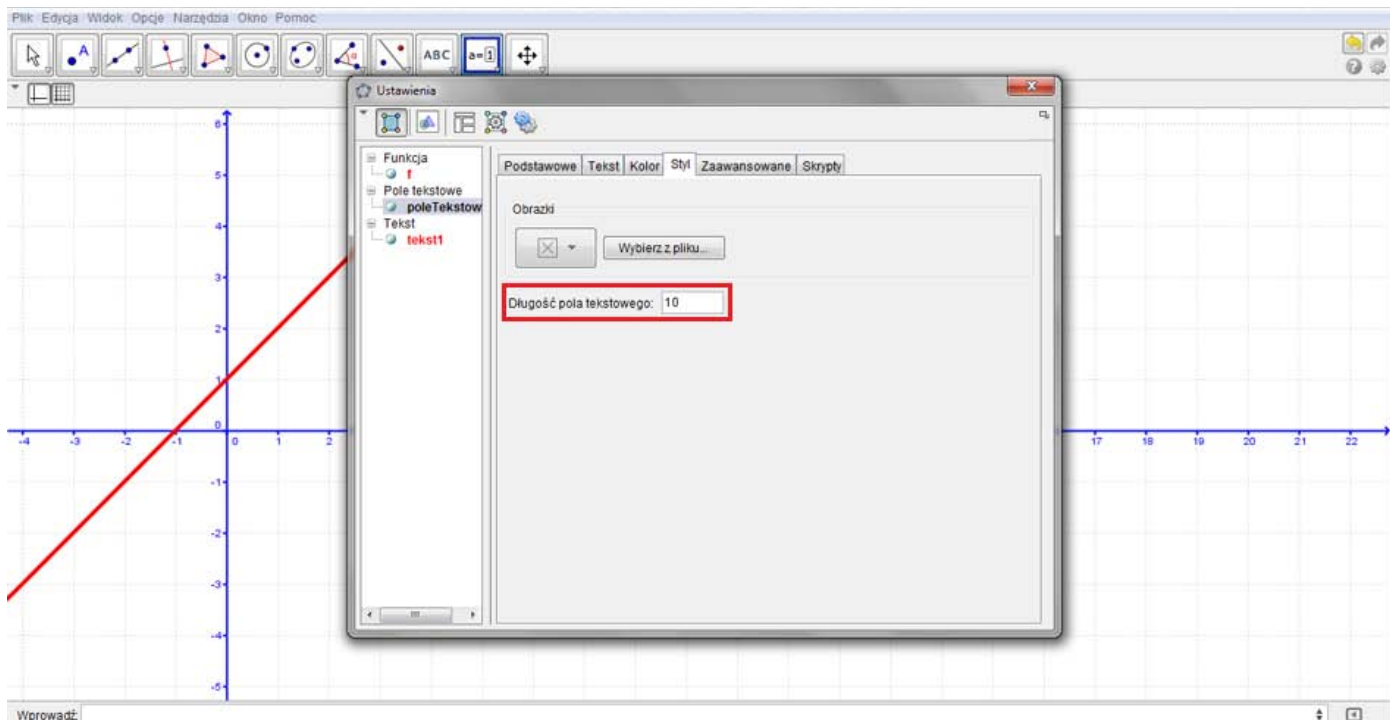
15. W polu **Opis** wpisz " $f(x)$ ", a następnie rozwiń pasek **Obiekt połączony** i wybierz wzór funkcji $f(x)$.



16. Najedź na wstawione pole tekstowe i kliknij na nie prawym przyciskiem myszy. Na wyświetlonym okienku kliknij **Właściwości**.



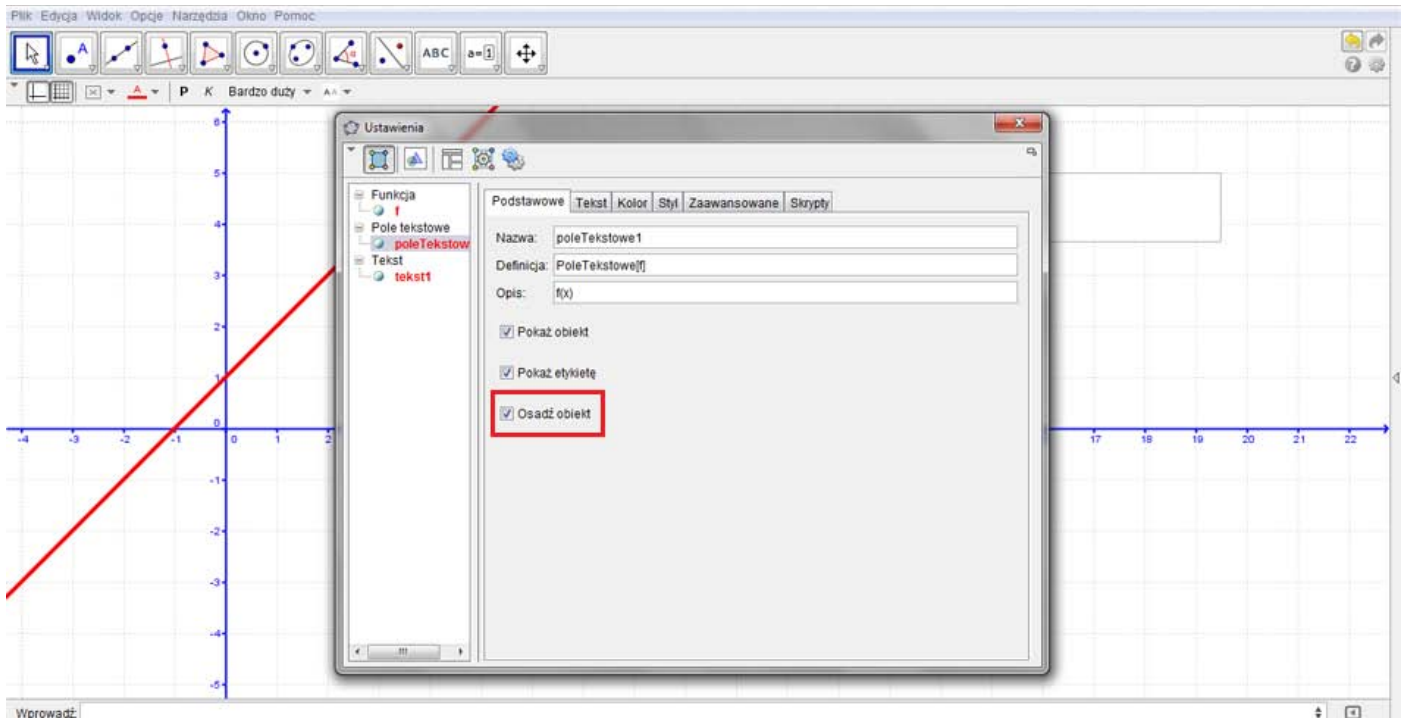
17. Przejdź do zakładki **Tekst** i zmień czcionkę na bardzo dużą. W zakładce **Kolor** wybierz kolor czerwony. Następnie w zakładce **Styl** zmień Długość pola tekstowego na 10. Zatwierdź klawiszem Enter i zamknij okno.



18. Ustaw wstawione tekst i pole tekstowe jak w oczekiwanym efekcie.



19. Najedź na wstawione pole tekstowe i kliknij na nie prawym przyciskiem myszy. Na wyświetlonym okienku kliknij **Właściwości**. W zakładce **Podstawowe** zaznacz **Osadź obiekt**, a następnie zamknij okno.




20. Postępuj analogicznie w przypadku wstawionego tekstu.
21. Od tej pory możesz już wpisywać dowolne wzory funkcji ze zmienną x .
UWAGA! Wpisujemy tylko sam wzór bez wpisywania $f(x)=$
22. Zapisz plik.

[Strona główna](#)

NARZĘDZIA POMOCNICZE ▾

Elitmat Nauczyciel

wyloguj 

Aktualnie pracujesz z klasą:

-- wybierz klasę -- ▾

[Materiały](#) » [BelferBOX](#) » [Grupy Odkrywców](#)[« POWRÓT](#)

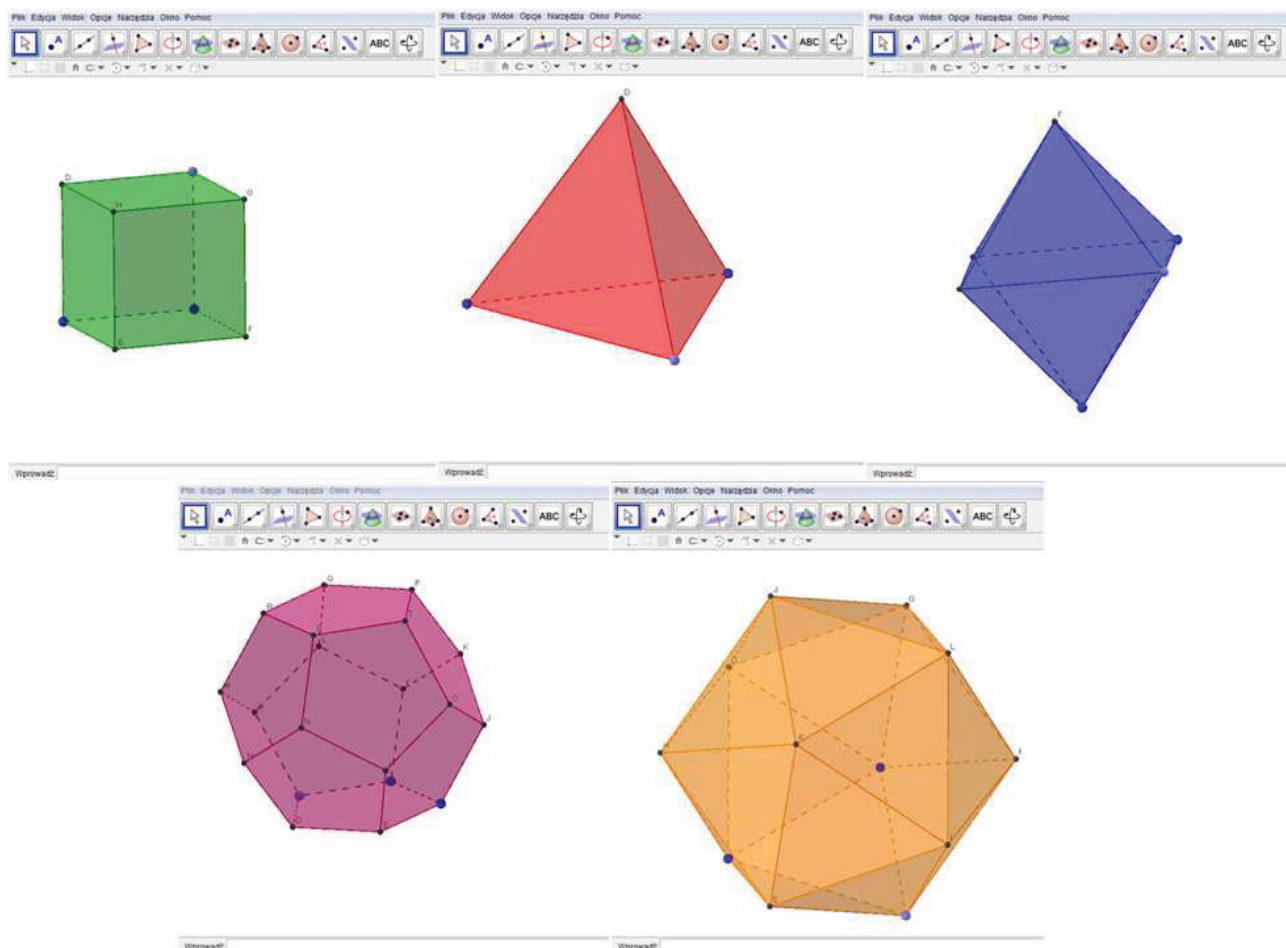
CIEKAWY ZALEŻNOŚCI BRYŁ NA PRZYKŁADZIE WIEŁOŚCIANÓW PRLATOŃSKICH

Zadaj wybranej klasie

Autor: Dariusz Kulma

Celem pracy jest wykonanie dynamicznych brył platońskich 3D.

Poniżej znajduje się obraz przedstawiający efekt końcowy wykonanej planszy:



Aby wykonać samodzielnie planszę pobierz plik z materiałów do druku.

Zadania z wykorzystaniem planszy znajdują się w materiałach do druku.

Materiały do druku

- CIEKAWY ZALEŻNOŚCI BRYŁ NA PRZYKŁADZIE WIEŁOŚCIANÓW PRLATOŃSKICH
- ZADANIA Z WYKORZYSTANIEM PLANSZY



INSTRUKCJA WYKONANIA

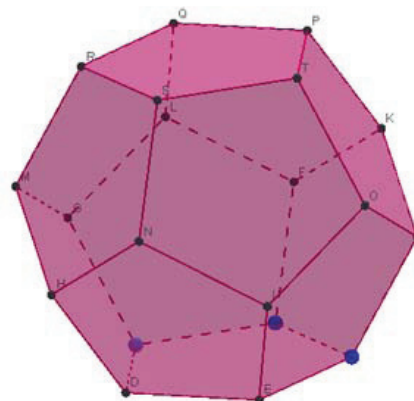
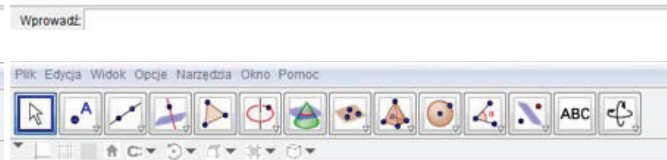
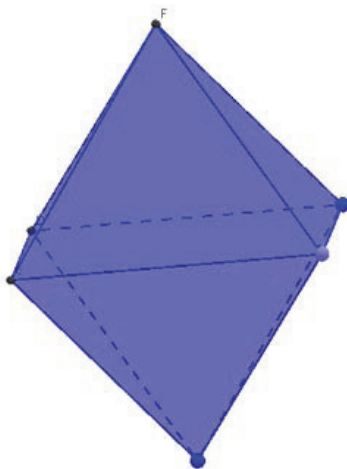
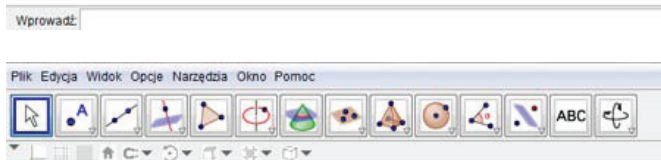
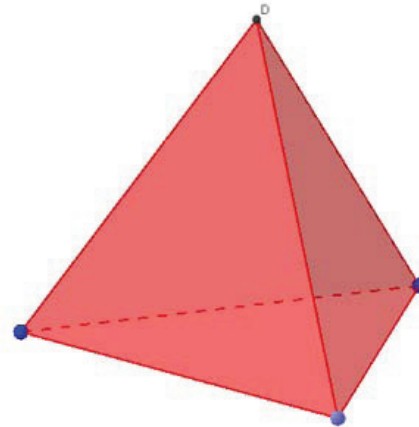
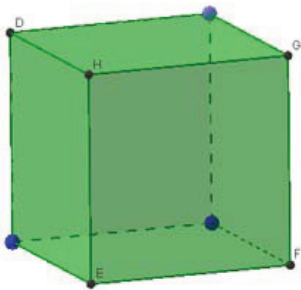
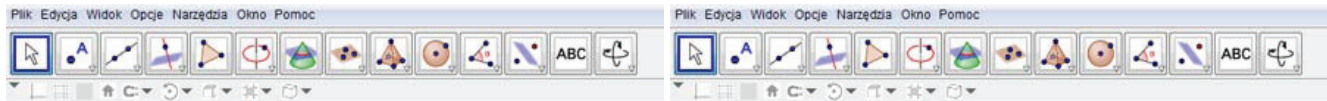
CIĘKAWY ZALEŻNOŚCI BRYŁ NA PRZYKŁADZIE WIEŁOŚCIANÓW PRLATOŃSKICH

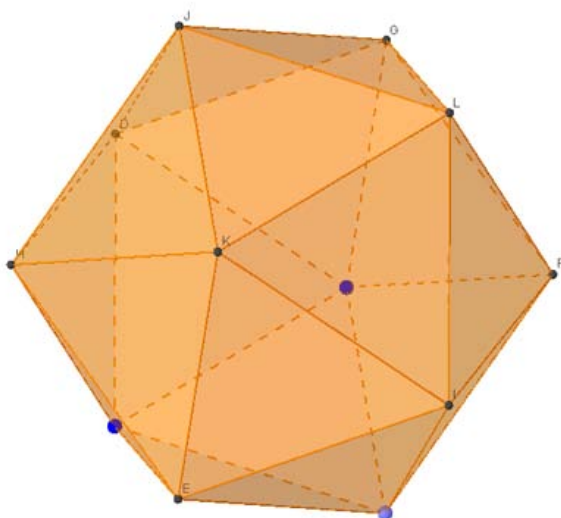
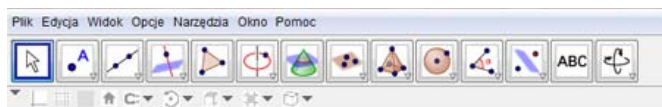
CEL PROJEKTU

Celem pracy jest wykonanie dynamicznych brył platońskich 3D.

Do wykonania planszy interaktywnej potrzebujemy programu GeoGebra w wersji 5.0.

OCZEKIWANY EFEKT





Wprowadź:

WSTĘP TEORETYCZNY

Niewiele osób wie, że Platon znany głównie jako grecki filozof, był też znakomitym matematykiem. Prawdopodobnie urodził się w 427 r. p.n.e. w Atenach, a zmarł w dniu swoich urodzin w 347 r. p.n.e. Jego prawdziwe imię brzmiało Arystokles. Przydomek Platon nadać mu miał nauczyciel gimnastyki Ariston z Agros ze względu na atletyczne szerokie ramiona utalentowanego sportowca. Platon bowiem nie tylko startował, ale i odnosił zwycięstwa w igrzyskach olimpijskich. Wcześniej rozpoczął naukę, jak i częste podróże. Mając 18 lat został porwany przez piratów, a następnie wykupiony przez swojego krewnego na targu niewolników. Jako dwudziestolatek poznał Sokratesa. Był jego uczniem przez 8 lat, aż do śmierci filozofa. Później opuścił Ateny, by po 12 latach podróży z innymi uczniami Sokratesa powrócić i założyć Akademię Ateńską w gaju Akademos. Na bramie szkoły widniał napis: "Kto nie zna geometrii, niech tu nie wchodzi". Akademią kierował Platon uważał, że materię tworzą idealne całości, które są figurami geometrycznymi. Najprostszą figurą jest trójkąt i to on tworzy materię. Trójkąty są także elementami ścian brył wielościanów. Z trójkątów równobocznych można utworzyć trzy bryły idealne – czworościan, ośmiościan, dwunastościan, zaś dwa trójkąty złożone w kwadrat utworzą ścianę sześciianu. Platon uważał, że bryły te odpowiadają czterem żywiołom: ogień, powietrze, woda, ziemia. Piątym wielościanem foremnym jest dwunastościan, którego ścianami są pięciokąty foremne, symbolizujący według matematyka zespolenie wszystkich elementów. Wszystkie ściany brył platońskich są przystającymi wielokątami foremnymi, a z każdego wierzchołka wychodzi tyle samo krawędzi. Stanowią one zamknięty zbiór wielościanów foremnych.

Wyróżniamy 5 brył platońskich - **sześciian**, **czworościan foremny**, **ośmiościan foremny**, **dwunastościan foremny** i **dwunastościan foremny**.

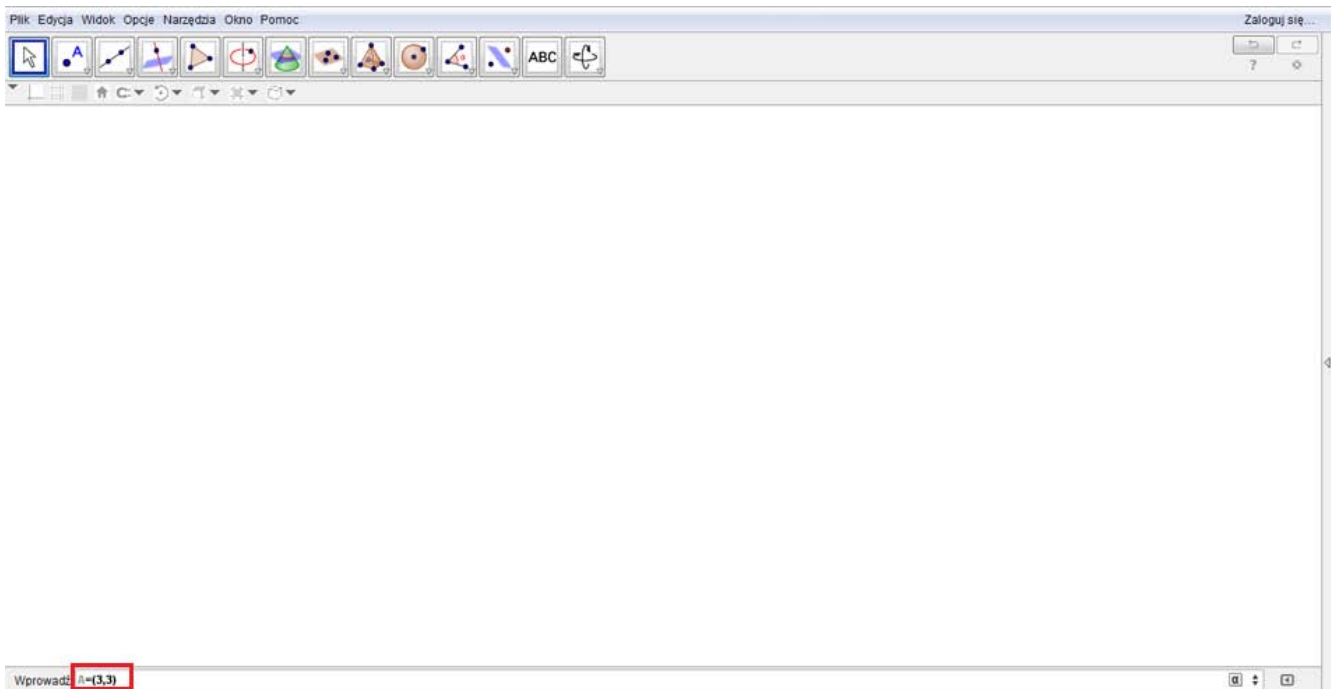


WYKONANIE TECHNICZNE – KONSTRUKCJA SZEŚCIANU

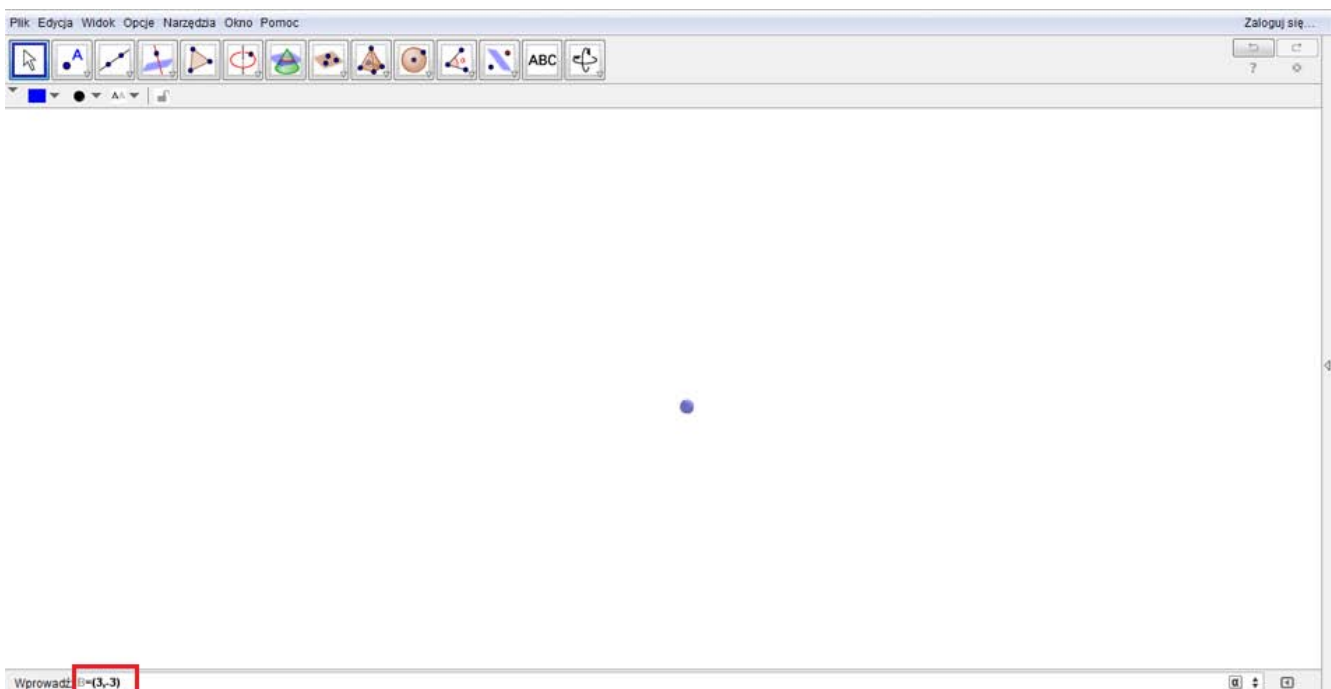
1. Otwórz program GeoGebra 5.0 lub zainstaluj go (program znajduje się w StudentBox-ie).
2. Otwórz plik Bryła_3D.
3. Zapisz plik jako „sześcian” wykorzystując ”zapisz jako...”.

W Polu wprowadzania będziemy wprowadzać współrzędne punktów A i B . Odcinek AB będzie jedną krawędzią sześcianu.

4. W Polu wprowadzania wpisz $A = (3,3)$. Zatwierdź klawiszem Enter.

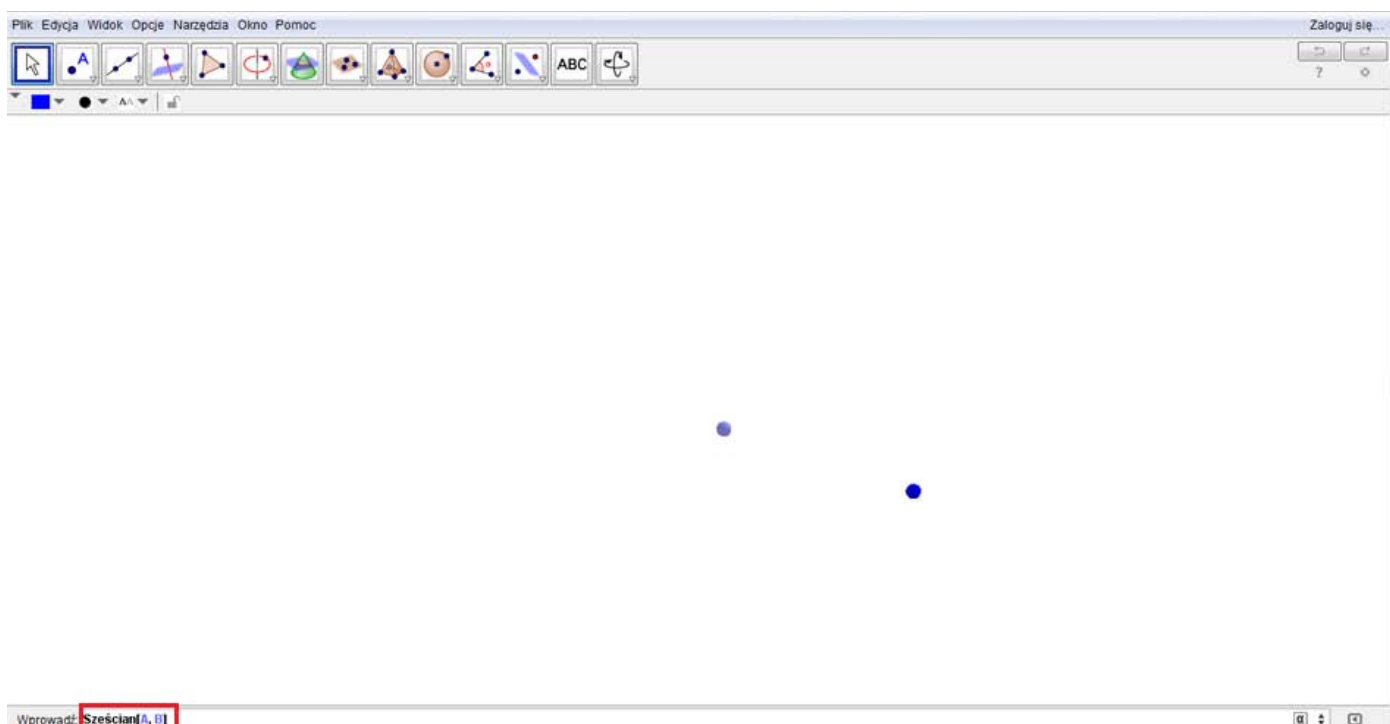


5. W Polu wprowadzania wpisz $B = (3, -3)$. Zatwierdź klawiszem Enter.

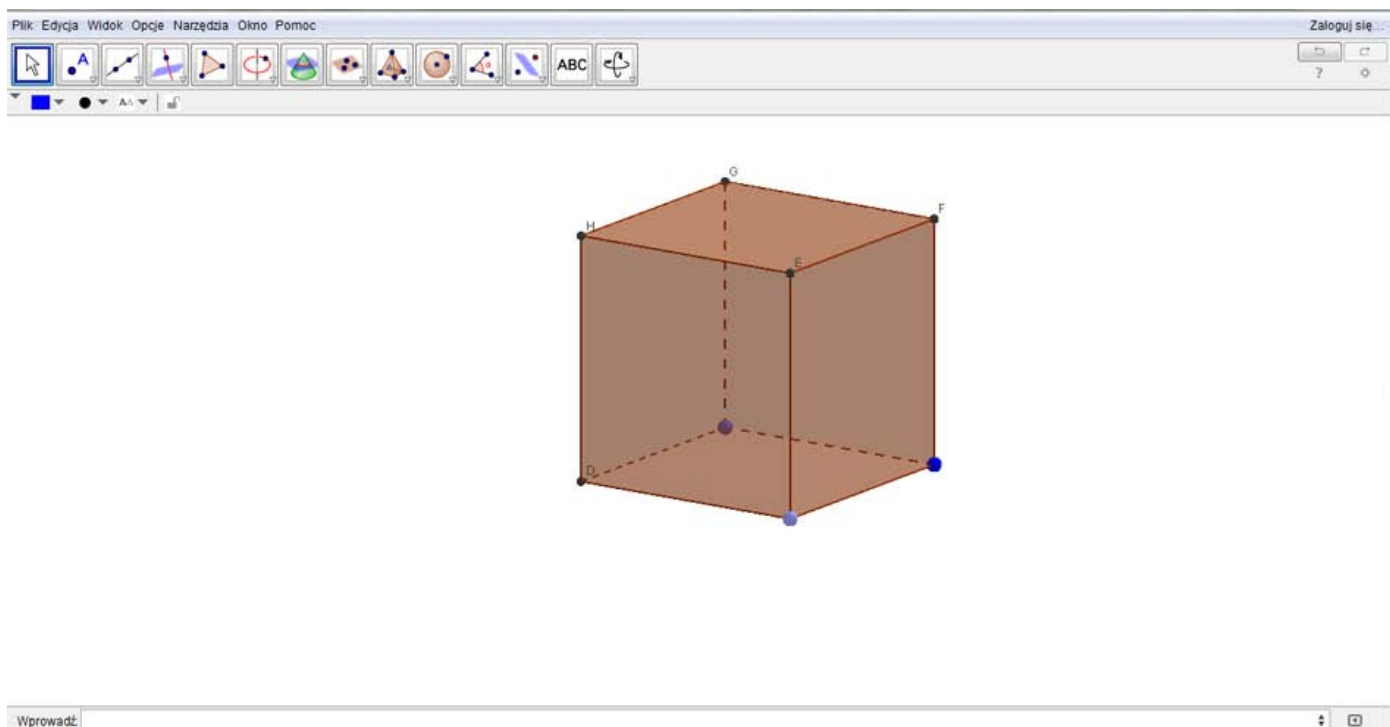




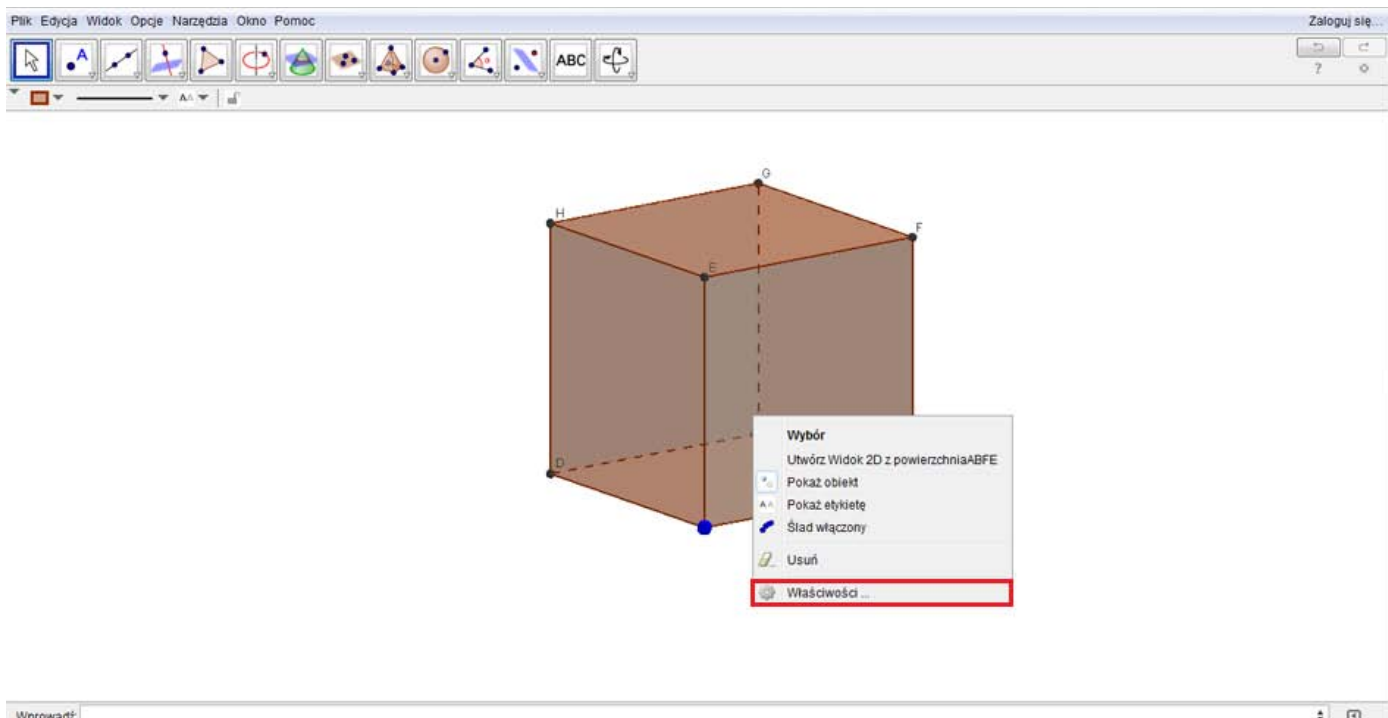
6. W Polu wprowadzania wpisz „Sześcian[A,B]” i zatwierdź klawiszem Enter.



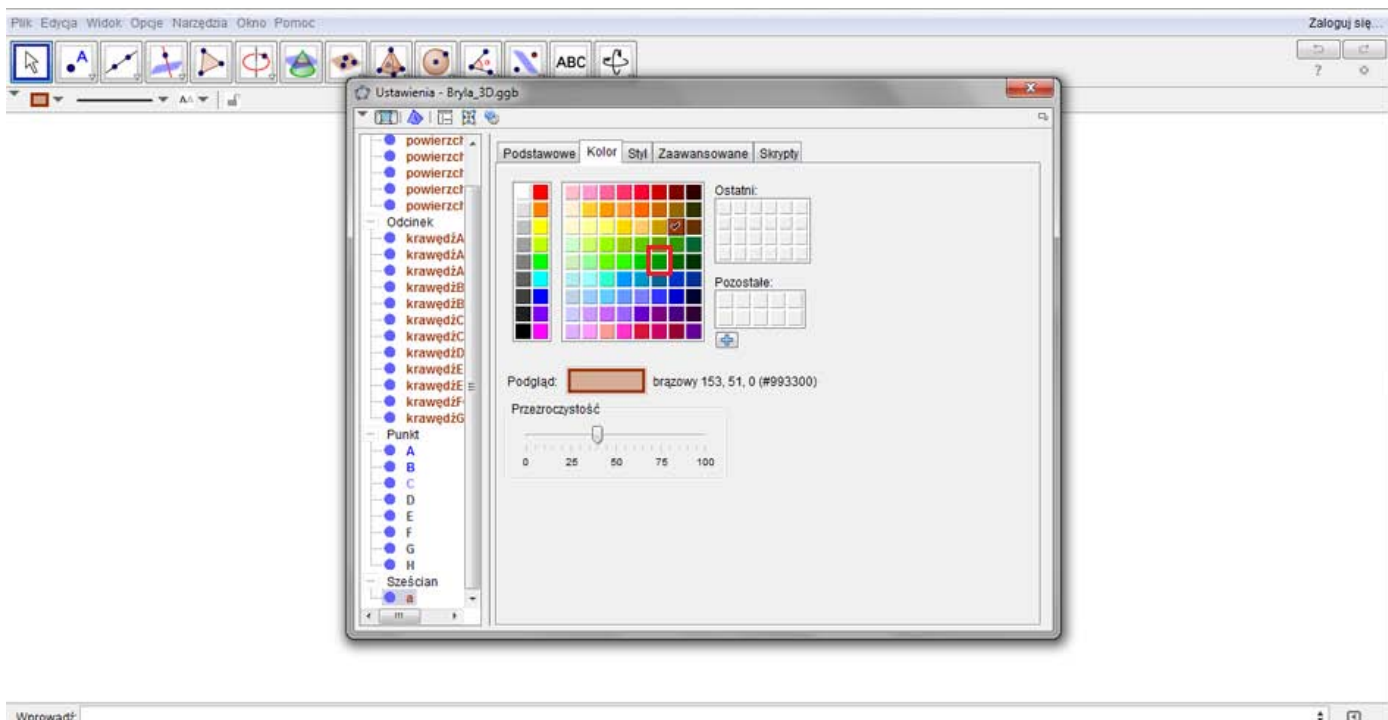
W obszarze roboczym pojawi się sześcian.

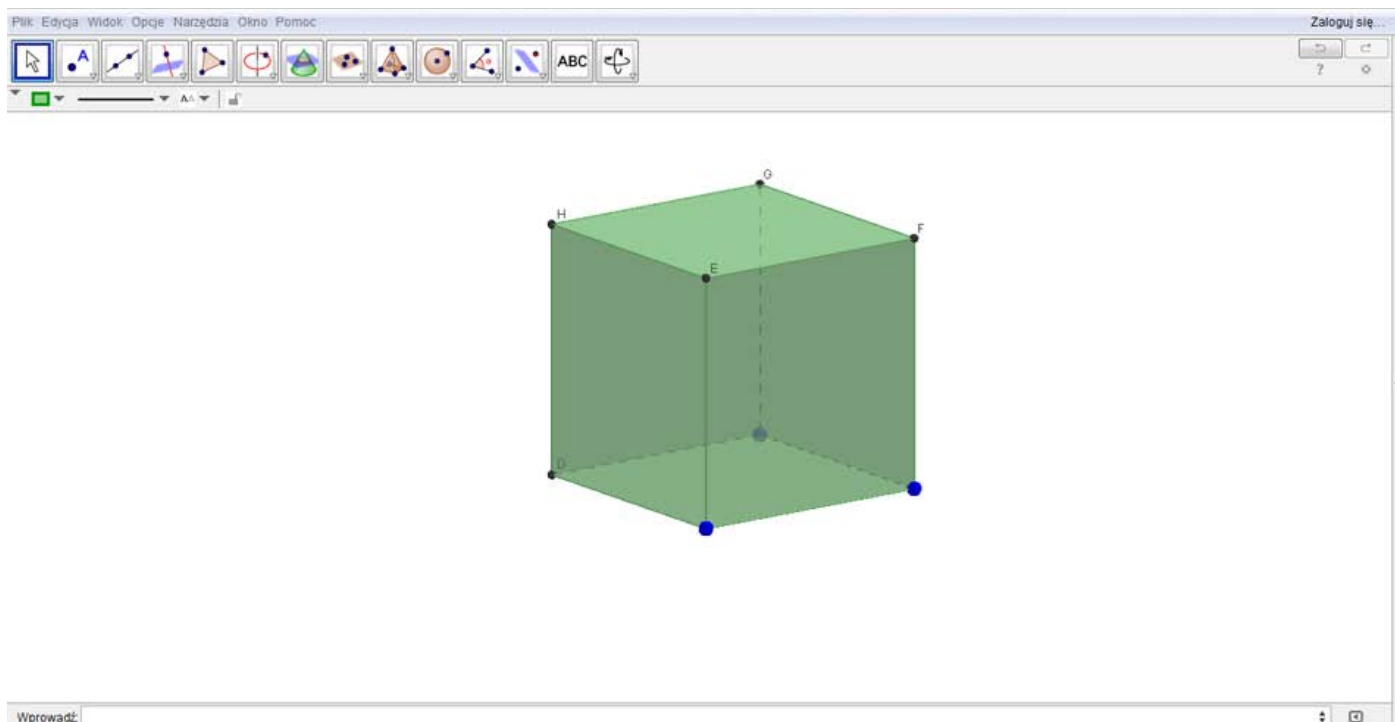


7. Najedź na powstałą bryłę i kliknij na niego prawym przyciskiem myszy. Na wyświetlonym okienku kliknij **Właściwości**.



8. Program GeoGebra domyślnie nazwał tę bryłę literą *a*. Odszukaj obiekt *a* i zmień kolor np. na zielony.





Bryłę możesz dowolnie obracać. Można również zmieniać jej wielkość, chwytając za niebieskie wierzchołki.

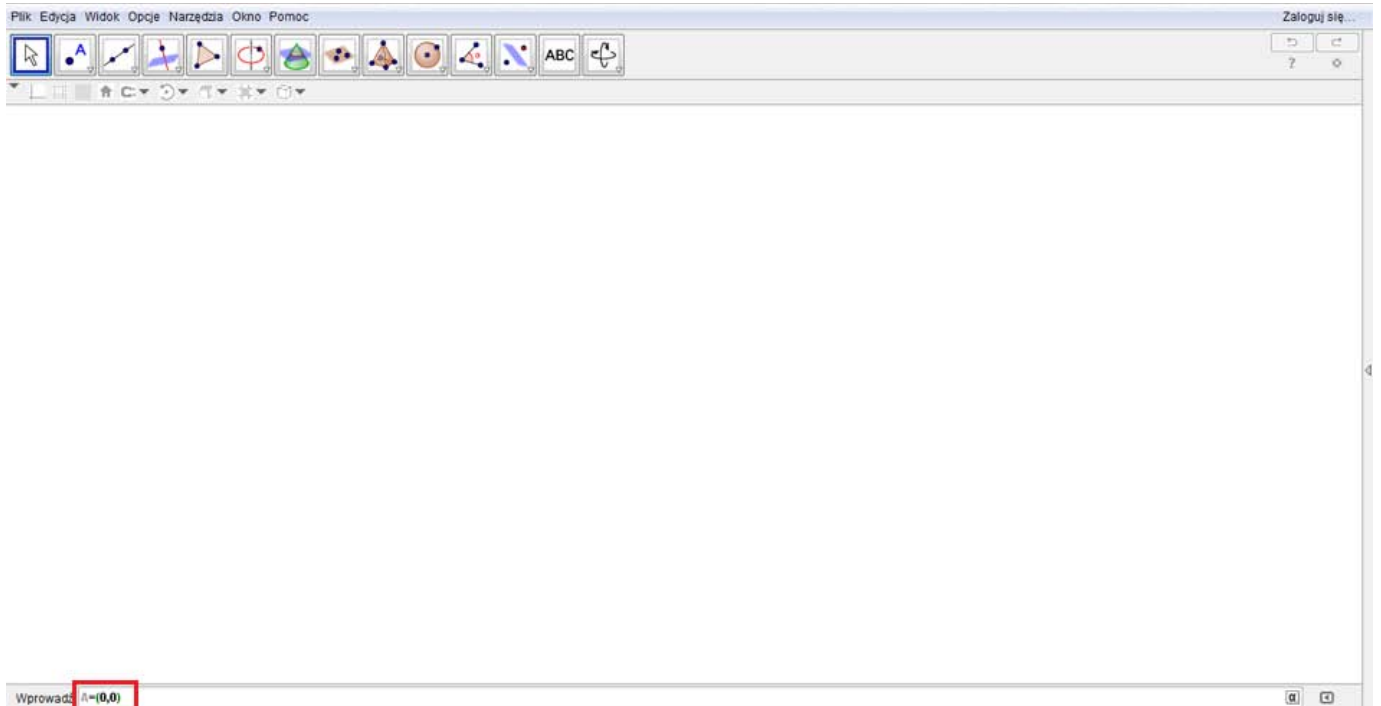
9. Zapisz plik.

WYKONANIE TECHNICZNE – CZWOROŚCIAN FOREMNY

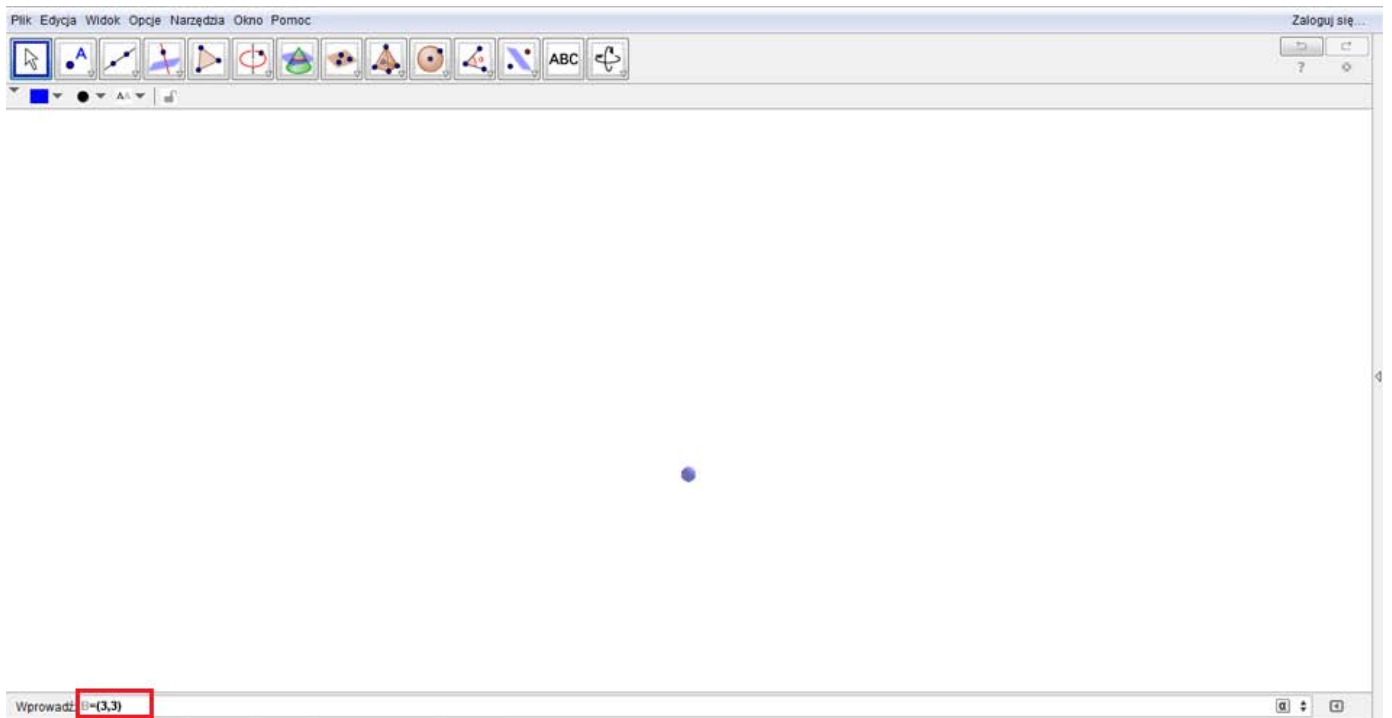
1. Otwórz program GeoGebra 5.0 lub zainstaluj go (program znajduje się w StudentBox-ie).
2. Otwórz plik Bryła_3D.
3. Zapisz plik jako „czworościan” wykorzystując „zapisz jako...”.

W Polu wprowadzania będziemy wprowadzać współrzędne punktów A i B. Odcinek AB będzie jedną krawędzią czworościanu.

4. W Polu wprowadzania wpisz $A = (0,0)$. Zatwierdź klawiszem Enter.

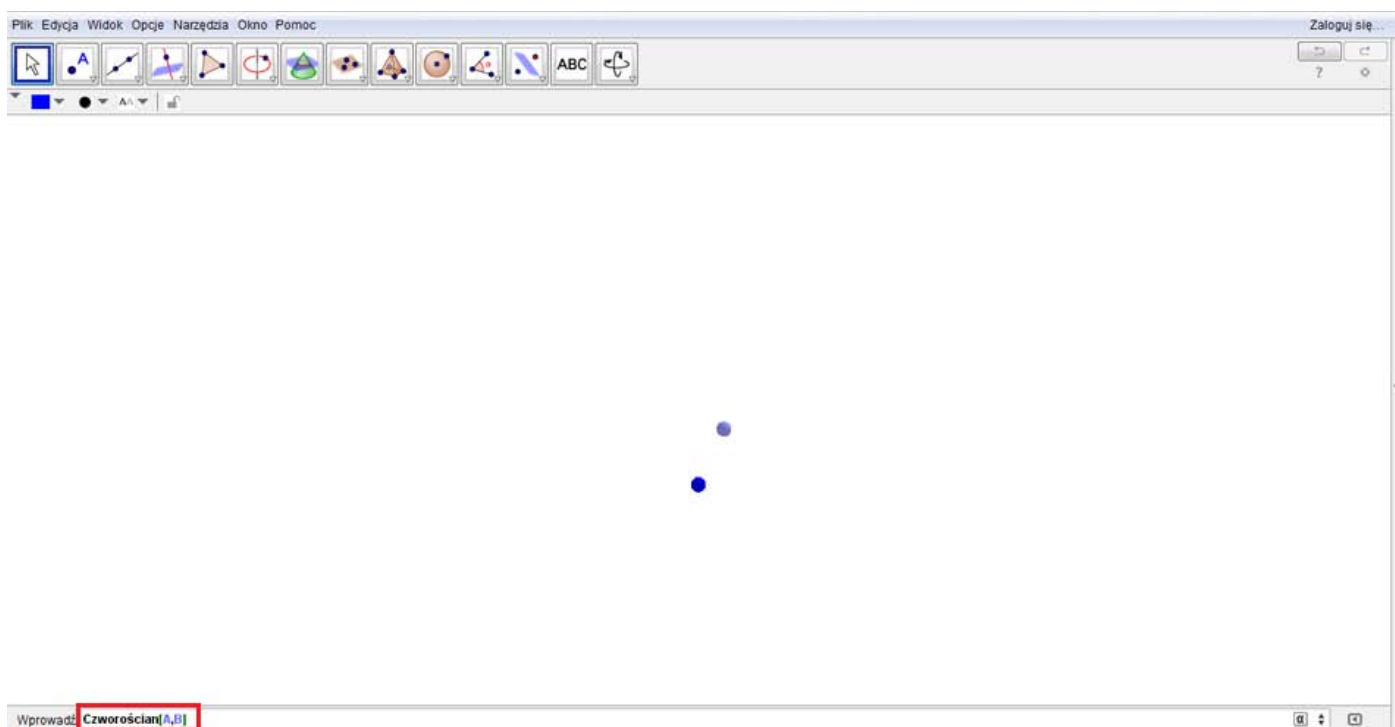


5. W Polu wprowadzania wpisz $B = (3,3)$. Zatwierdź klawiszem Enter.

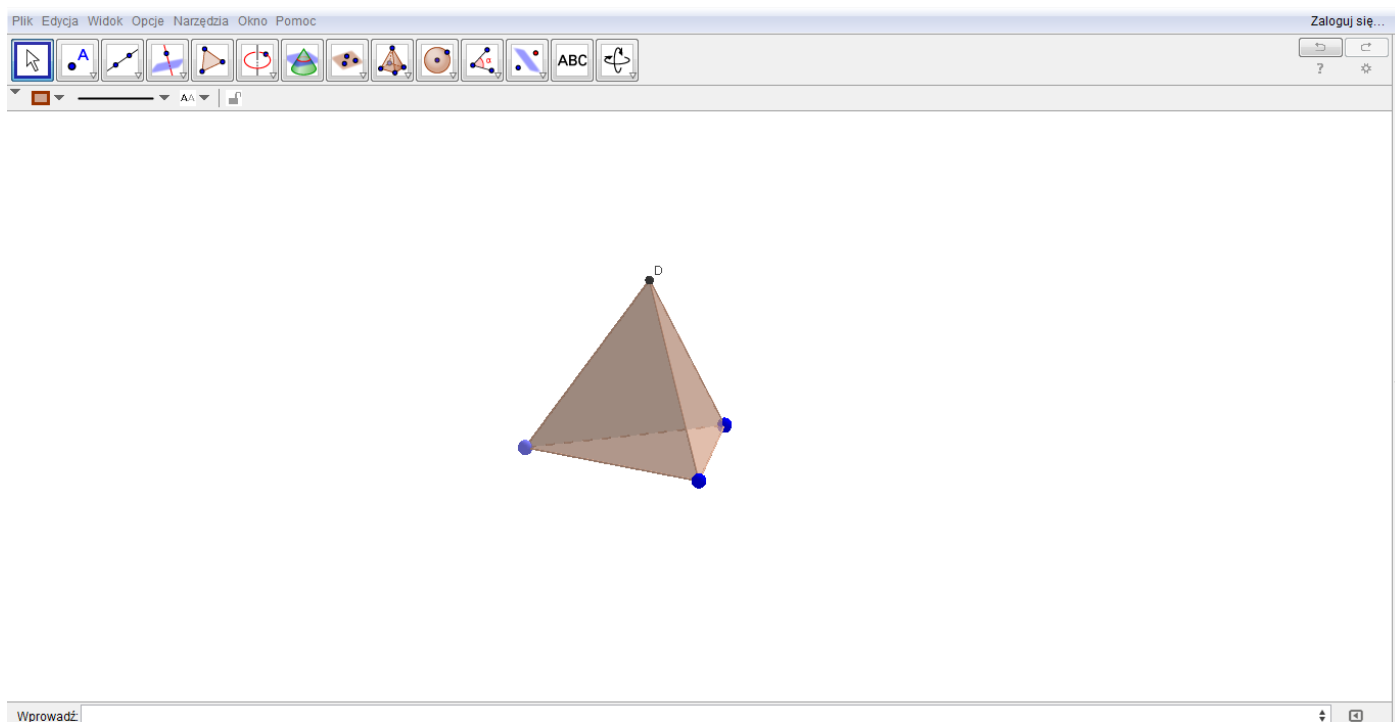




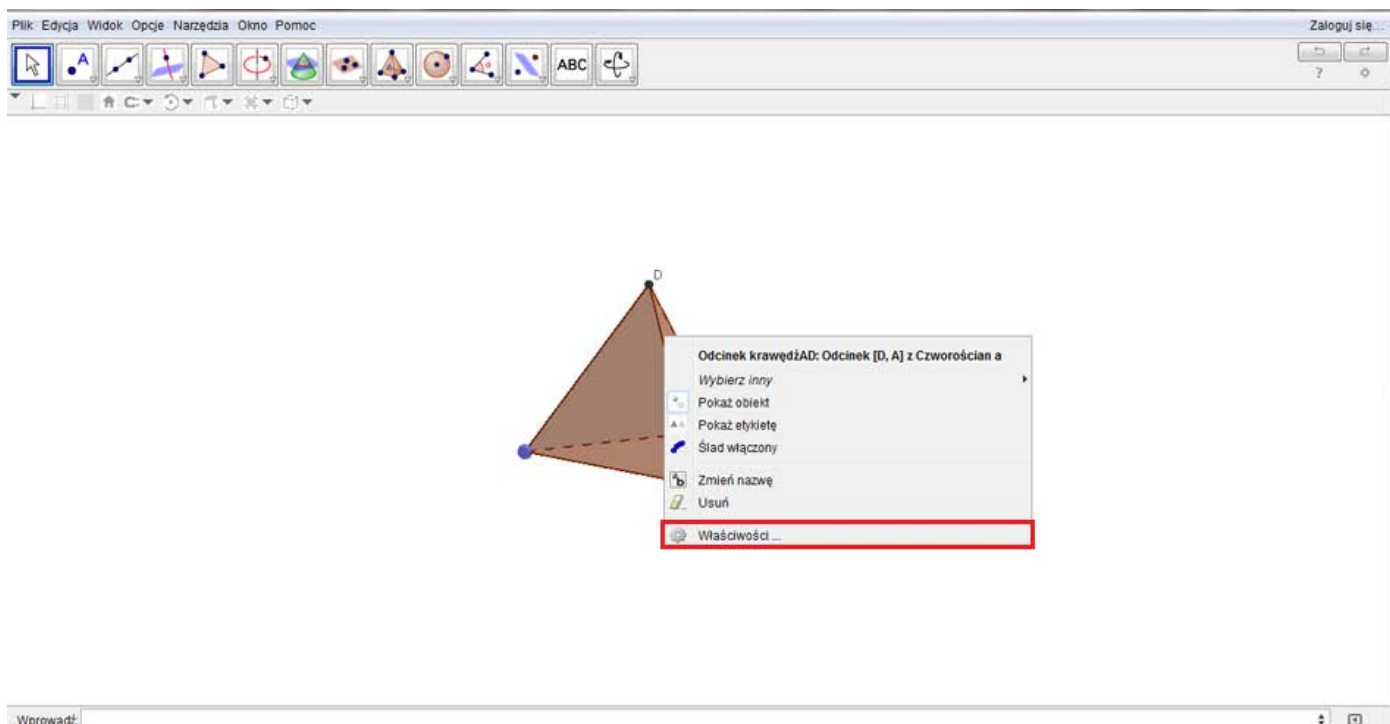
6. W Polu wprowadzania wpisz „Czworościan[A,B]” i zatwierdź klawiszem Enter.



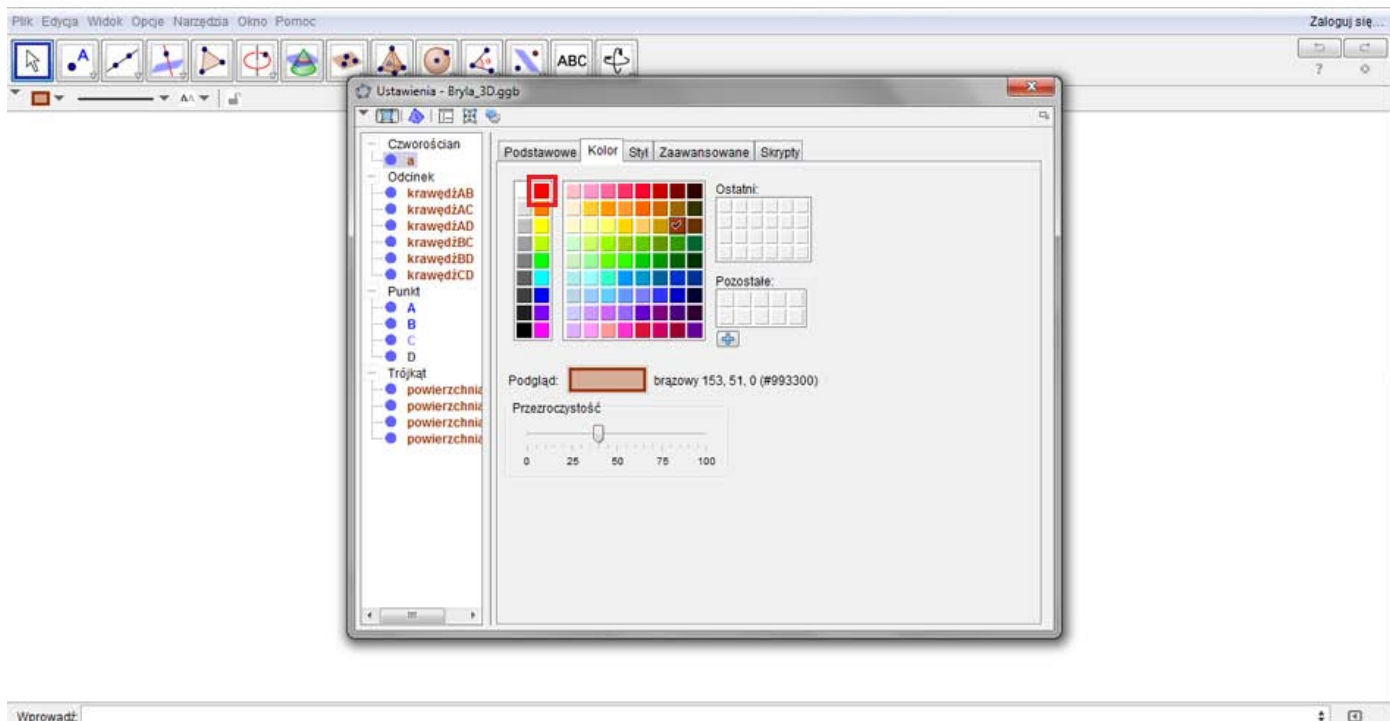
W obszarze roboczym pojawi się czworościan.

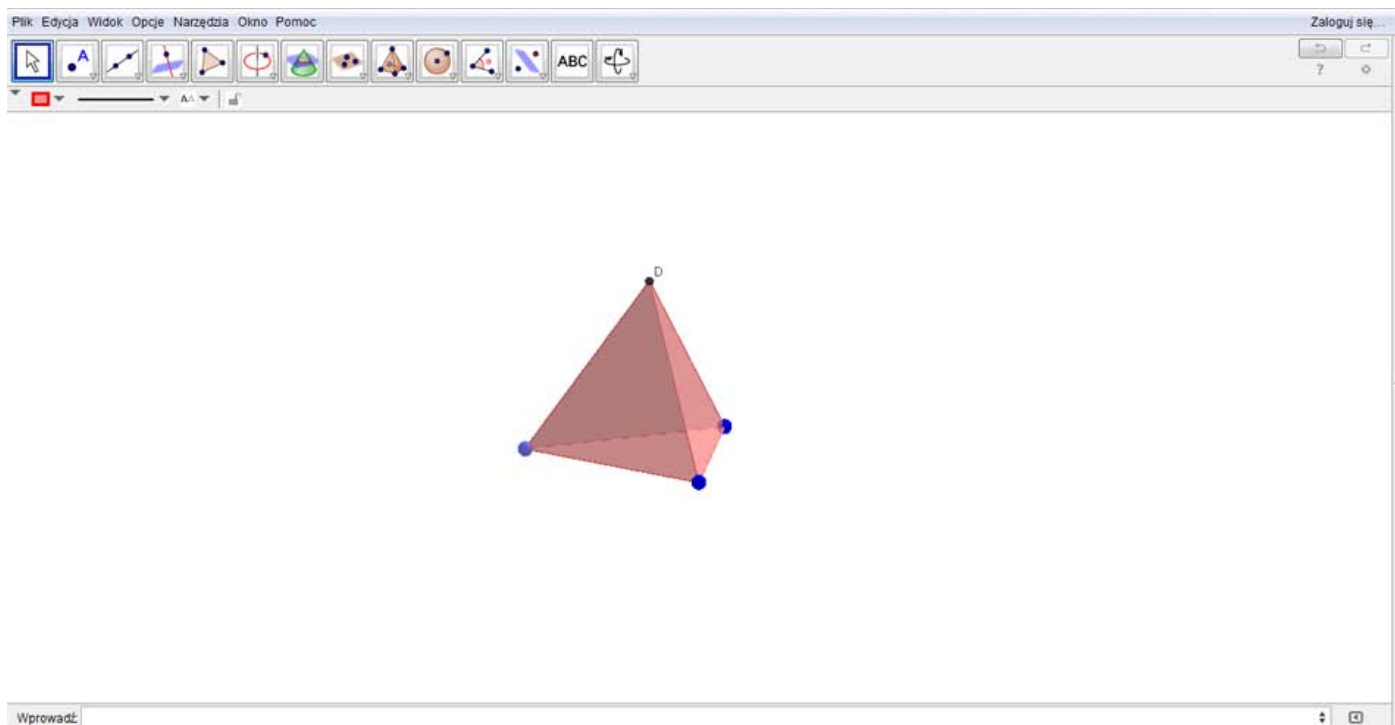


7. Najedź na powstałą bryłę i kliknij na niego prawym przyciskiem myszy. Na wyświetlonym okienku kliknij **Właściwości**.



8. Program GeoGebra domyślnie nazwał tę bryłę literą a . Odszukaj obiekt a i zmień kolor np. na czerwony.





Bryłę możesz dowolnie obracać. Można również zmieniać jej wielkość, chwytając za niebieskie wierzchołki.

9. Zapisz plik.

Uwaga! Zapoznaj się z paskiem narzędzi 3D. Wbudowane funkcje pozwalają np. na animację obrotu bryły.

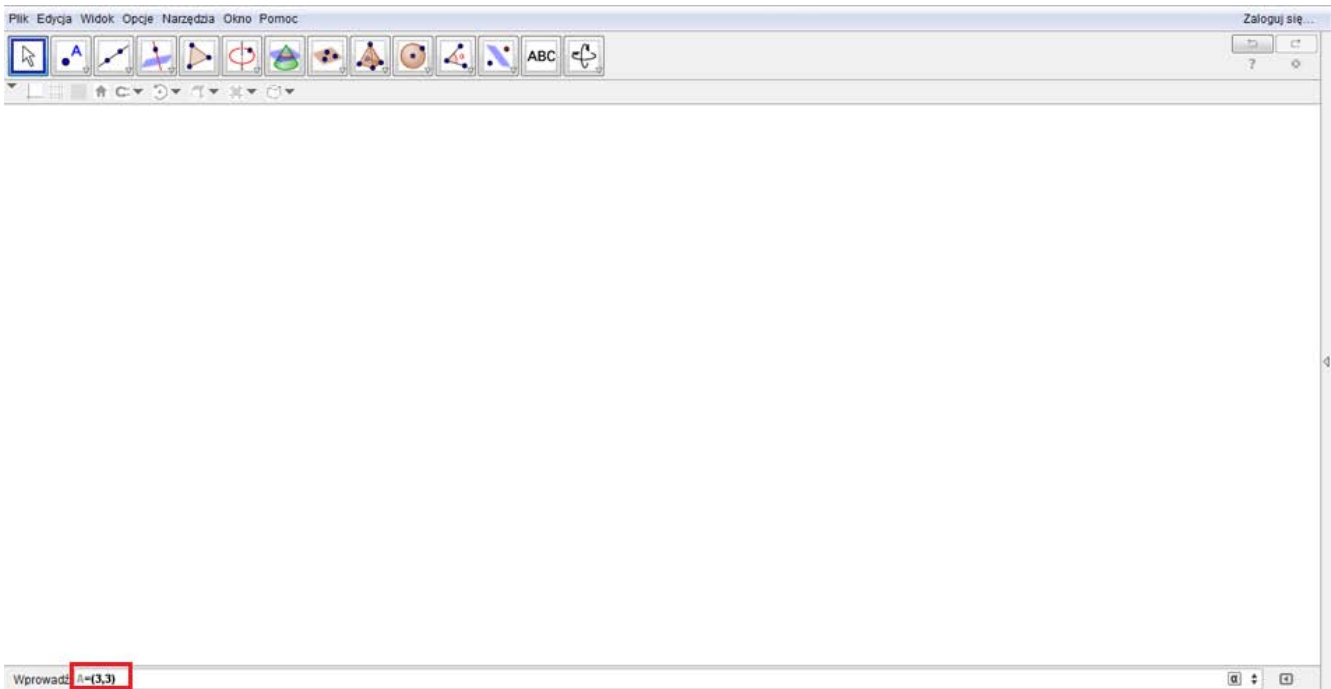
WYKONANIE TECHNICZNE – KONSTRUKCJA OŚMIÓCIANU

1. Otwórz program GeoGebra 5.0 lub zainstaluj go (program znajduje się w StudentBox-ie).
2. Otwórz plik Bryła_3D.
3. Zapisz plik jako „ośmiościan” wykorzystując „zapisz jako...”.

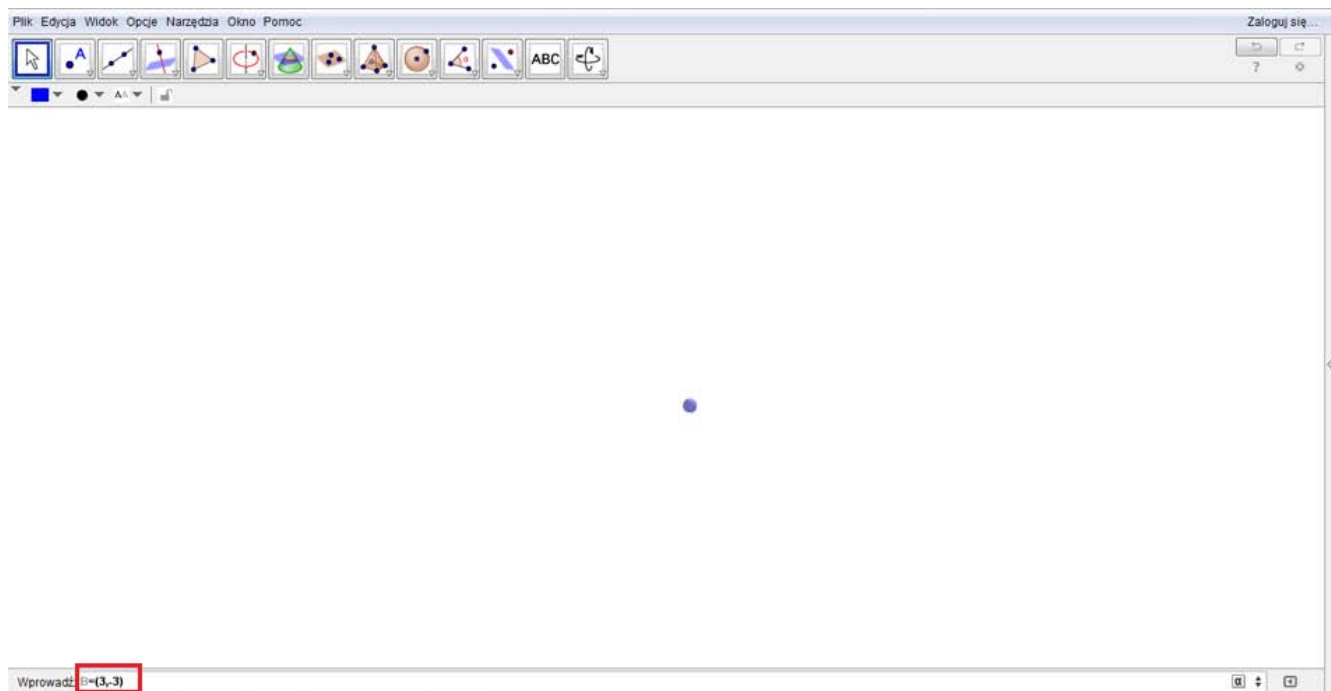
W Polu wprowadzania będziemy wprowadzać współrzędne punktów A i B. Odcinek AB będzie jedną krawędzią ośmiościanu.



4. W Polu wprowadzania wpisz $A = (3,3)$. Zatwierdź klawiszem Enter.

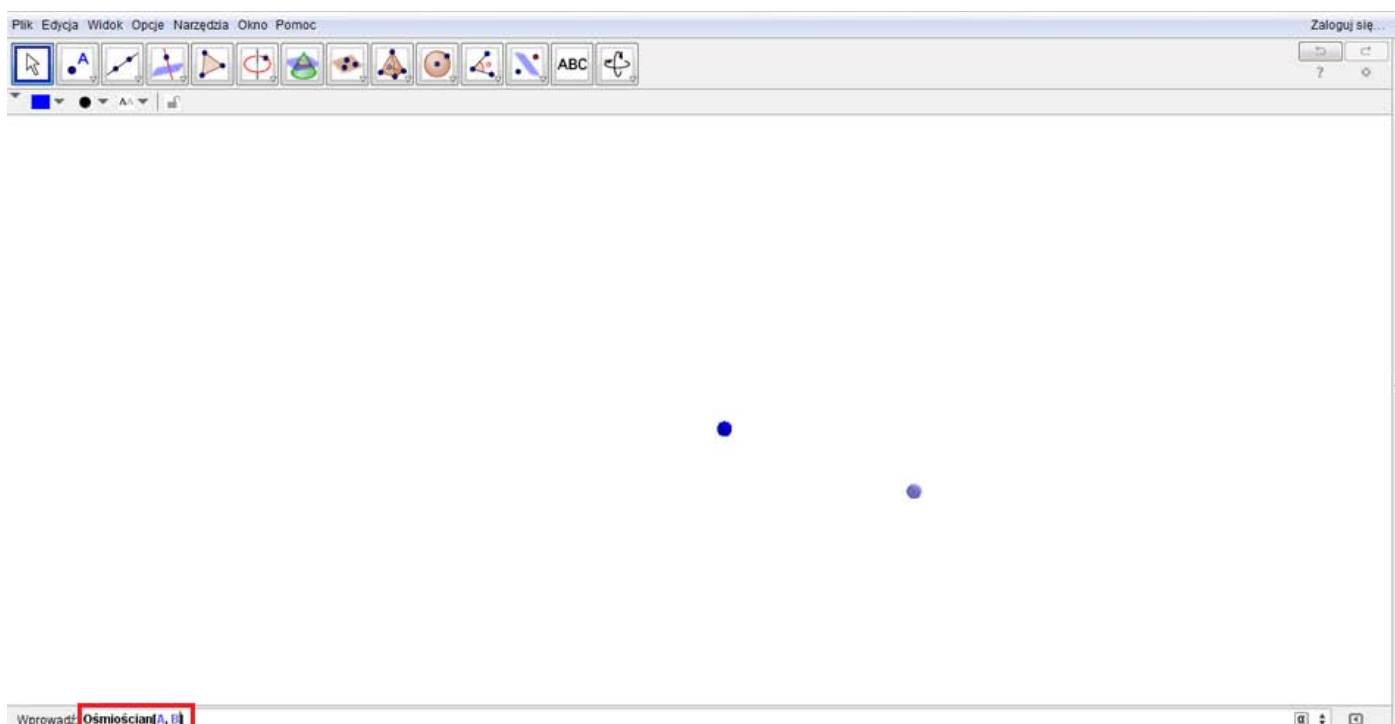


5. W Polu wprowadzania wpisz $B = (3, -3)$. Zatwierdź klawiszem Enter.

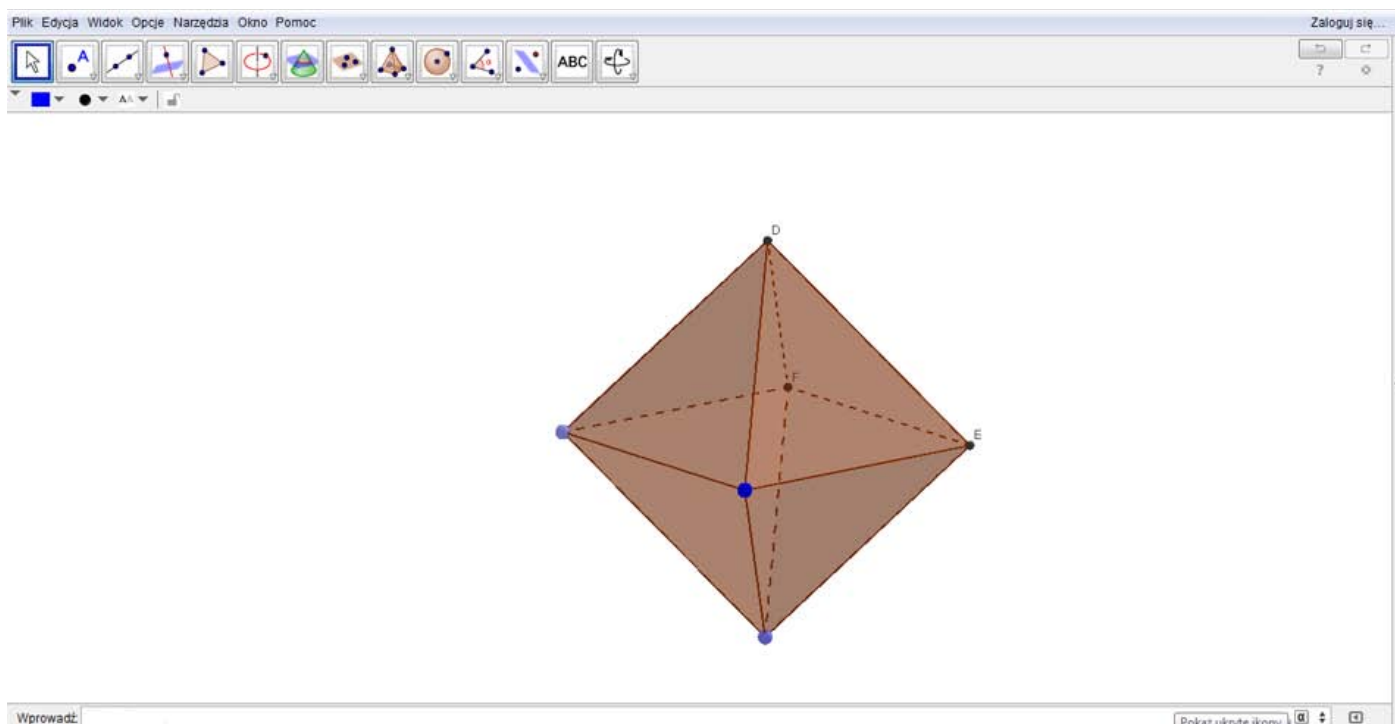




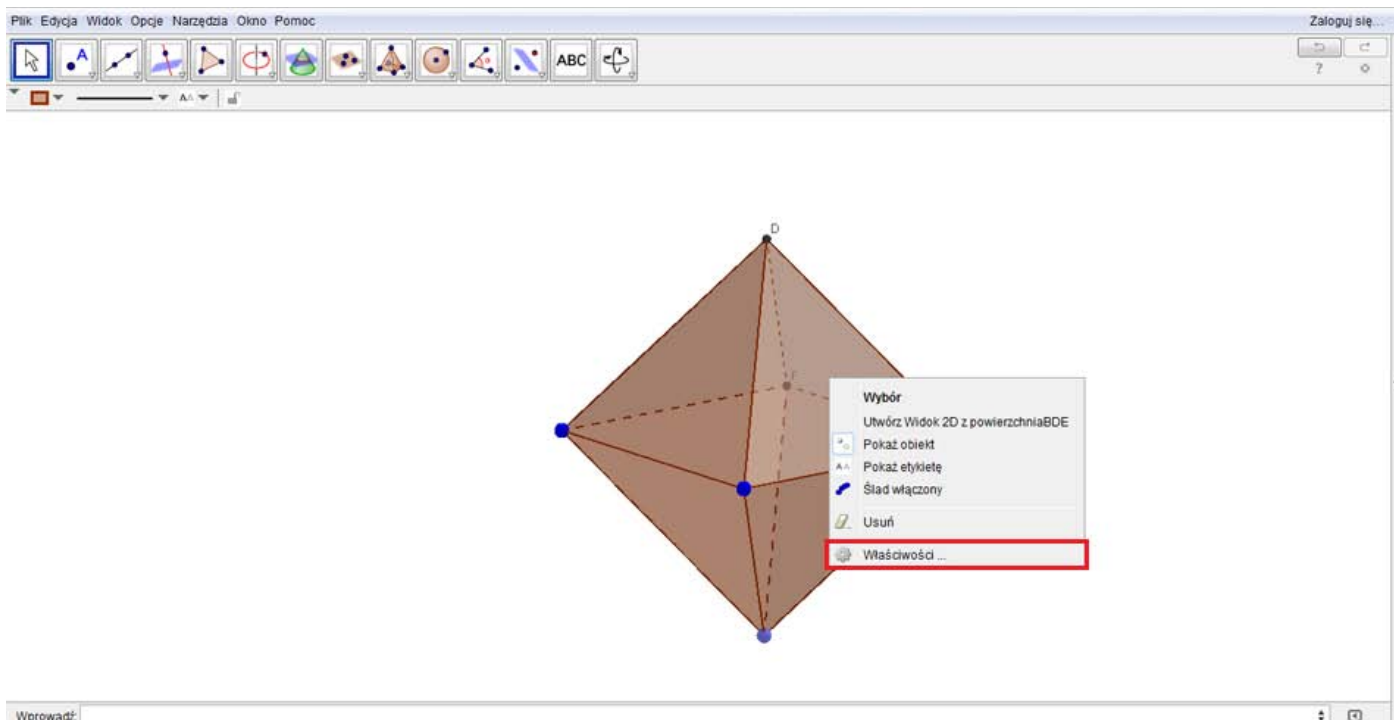
6. W Polu wprowadzania wpisz „Ośmiościan[A,B]” i zatwierdź klawiszem Enter.



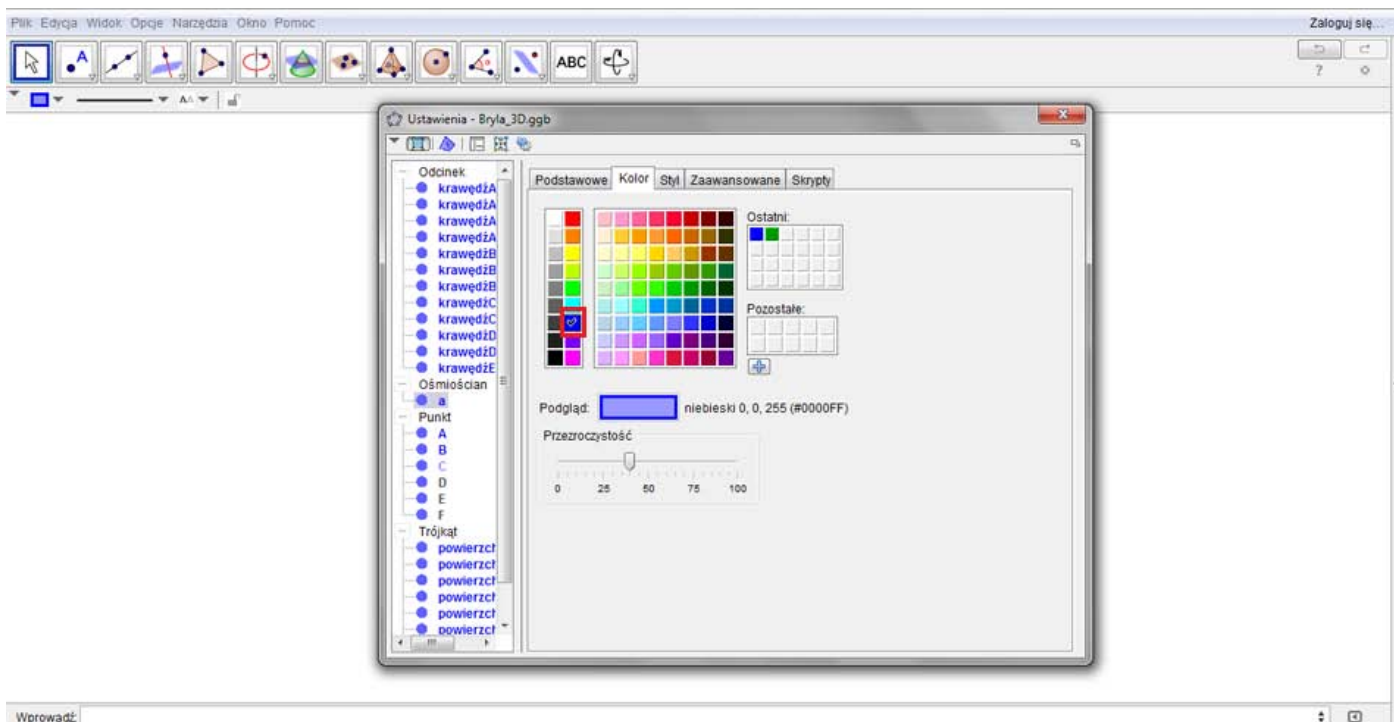
W obszarze roboczym pojawi się ośmiościan.

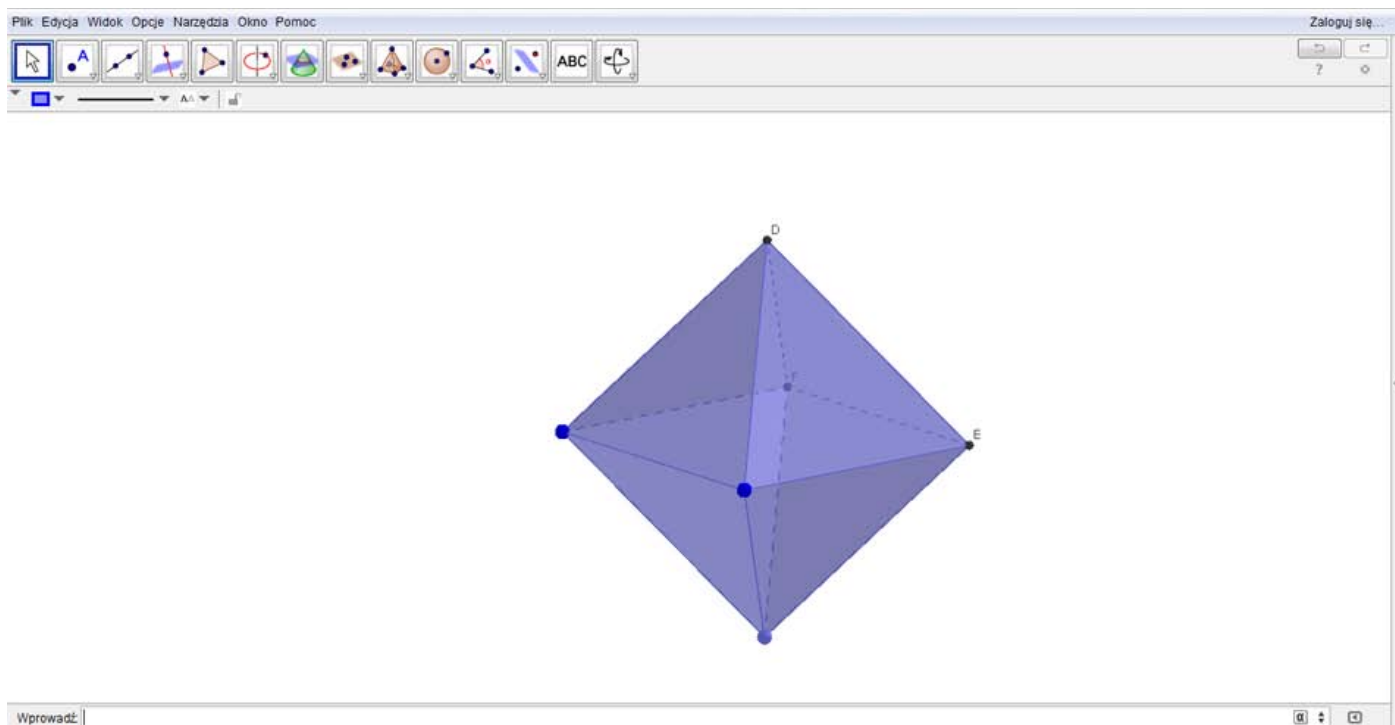


7. Najedź na powstałą bryłę i kliknij na niego prawym przyciskiem myszy. Na wyświetlonym okienku kliknij **Właściwości**.



8. Program GeoGebra domyślnie nazwał tę bryłę literą *a*. Odszukaj obiekt *a* i zmień kolor np. na niebieski.





Bryłę możesz dowolnie obracać. Można również zmieniać jej wielkość, chwytając za niebieskie wierzchołki.

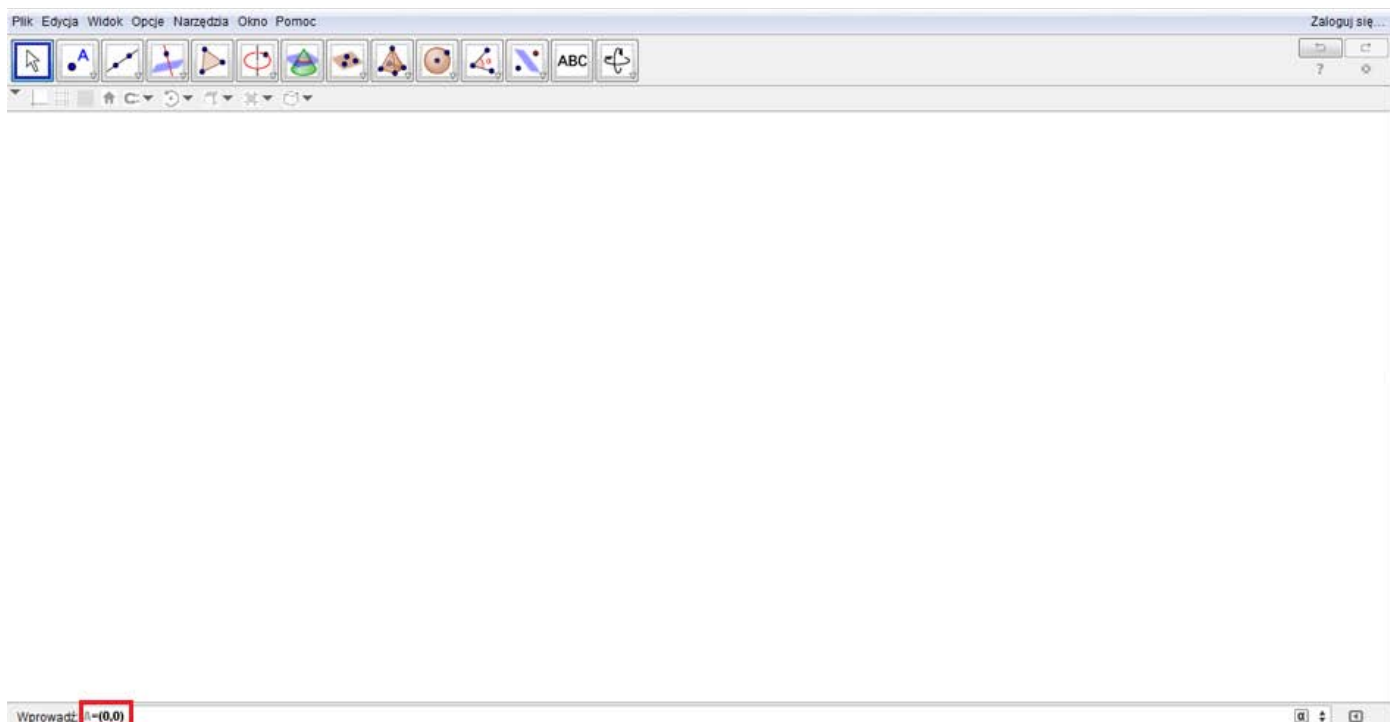
9. Zapisz plik.

WYKONANIE TECHNICZNE – KONSTRUKCJA DWUNASTOŚCIANU

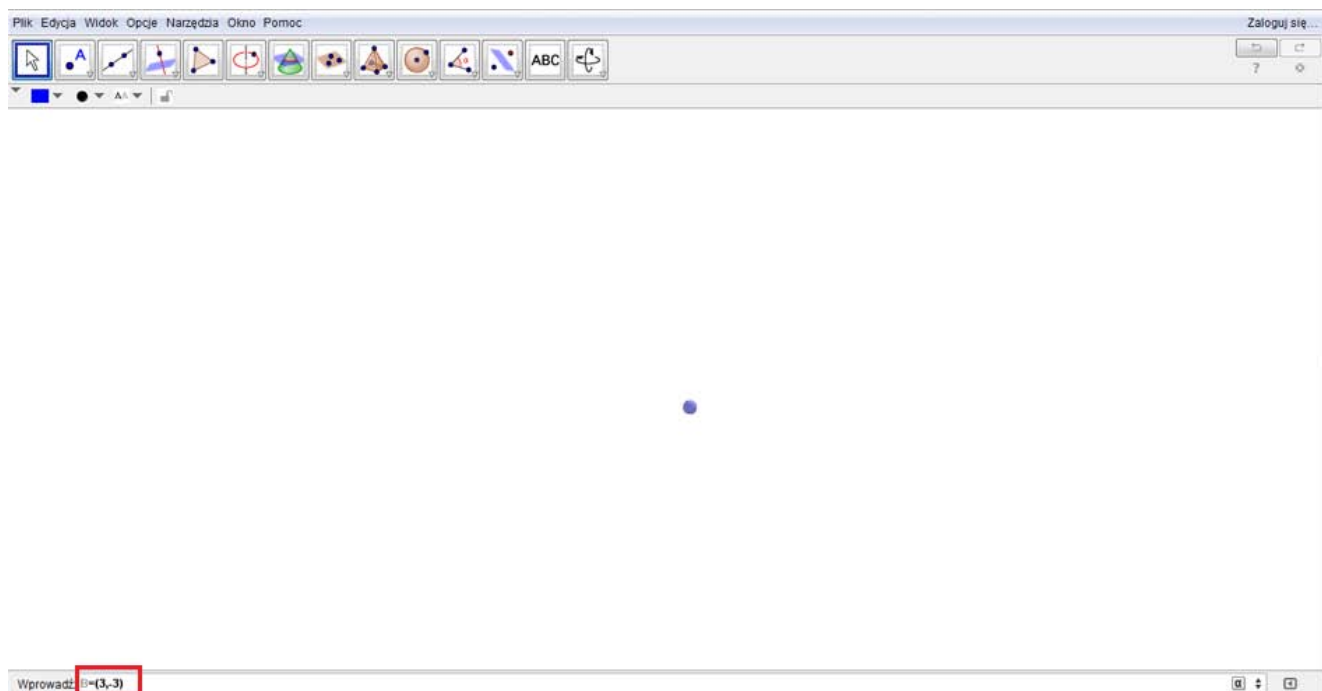
1. Otwórz program GeoGebra 5.0 lub zainstaluj go (program znajduje się w StudentBox-ie).
2. Otwórz plik Bryła_3D.
3. Zapisz plik jako „dwunastościan” wykorzystując ”zapisz jako...”.

W Polu wprowadzania będziemy wprowadzać współrzędne punktów A i B. Odcinek AB będzie jedną krawędzi dwunastościanu.

4. W Polu wprowadzania wpisz $A = (0,0)$. Zatwierdź klawiszem Enter.

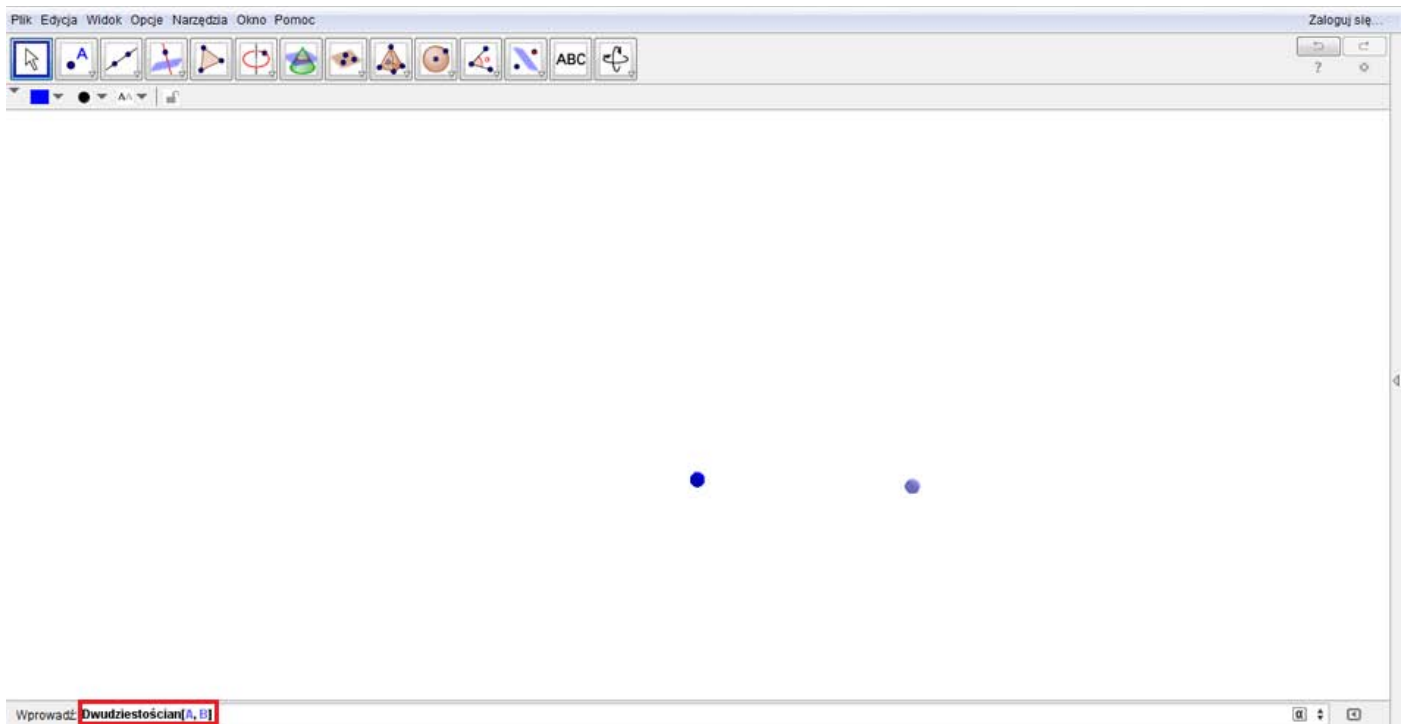


5. W Polu wprowadzania wpisz $B = (3, -3)$. Zatwierdź klawiszem Enter.

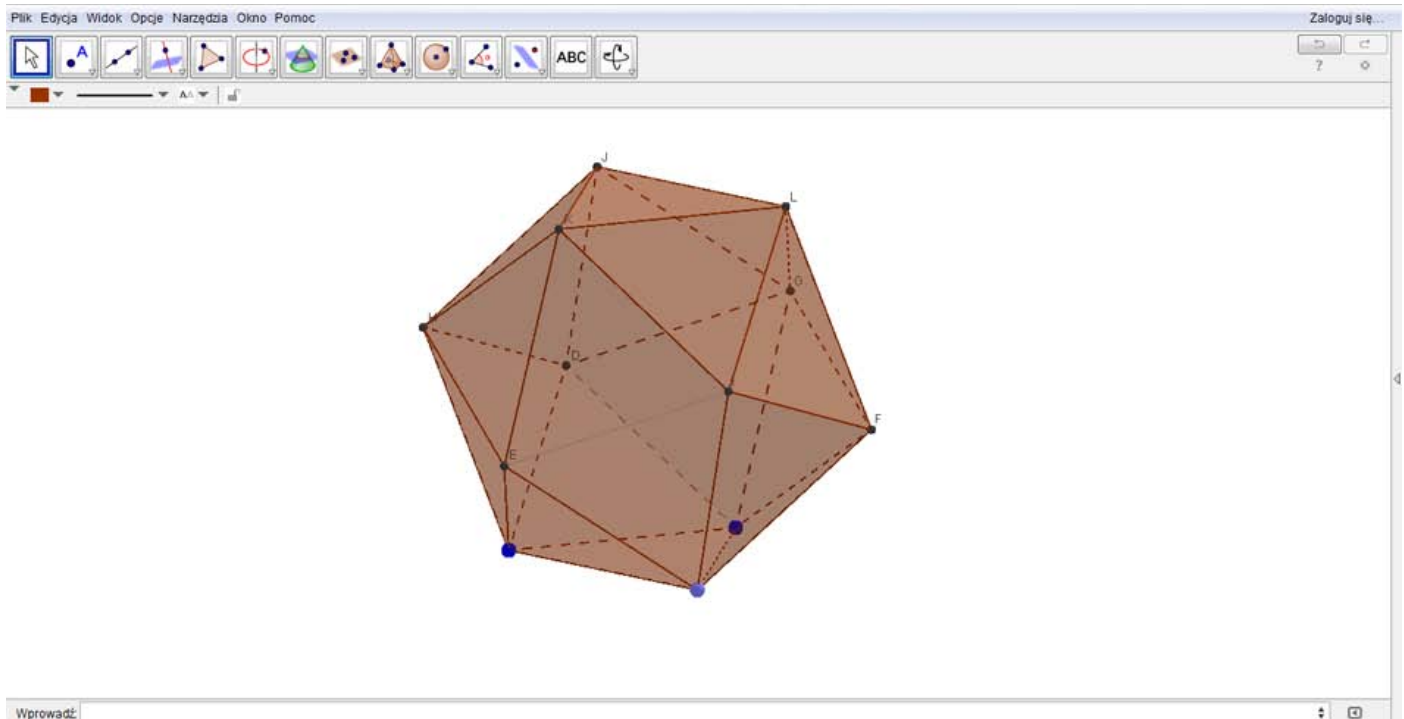




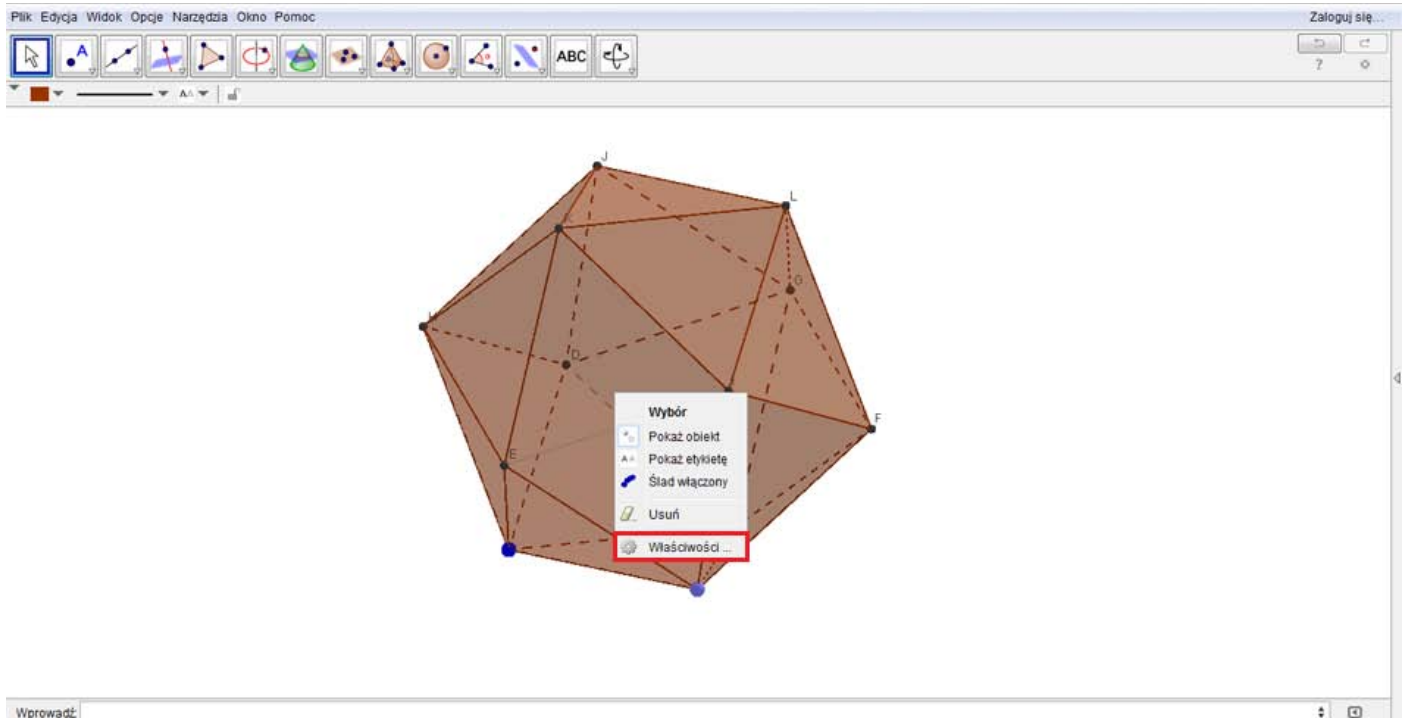
6. W Polu wprowadzania wpisz „Dwunastościan[A,B]” i zatwierdź klawiszem Enter.



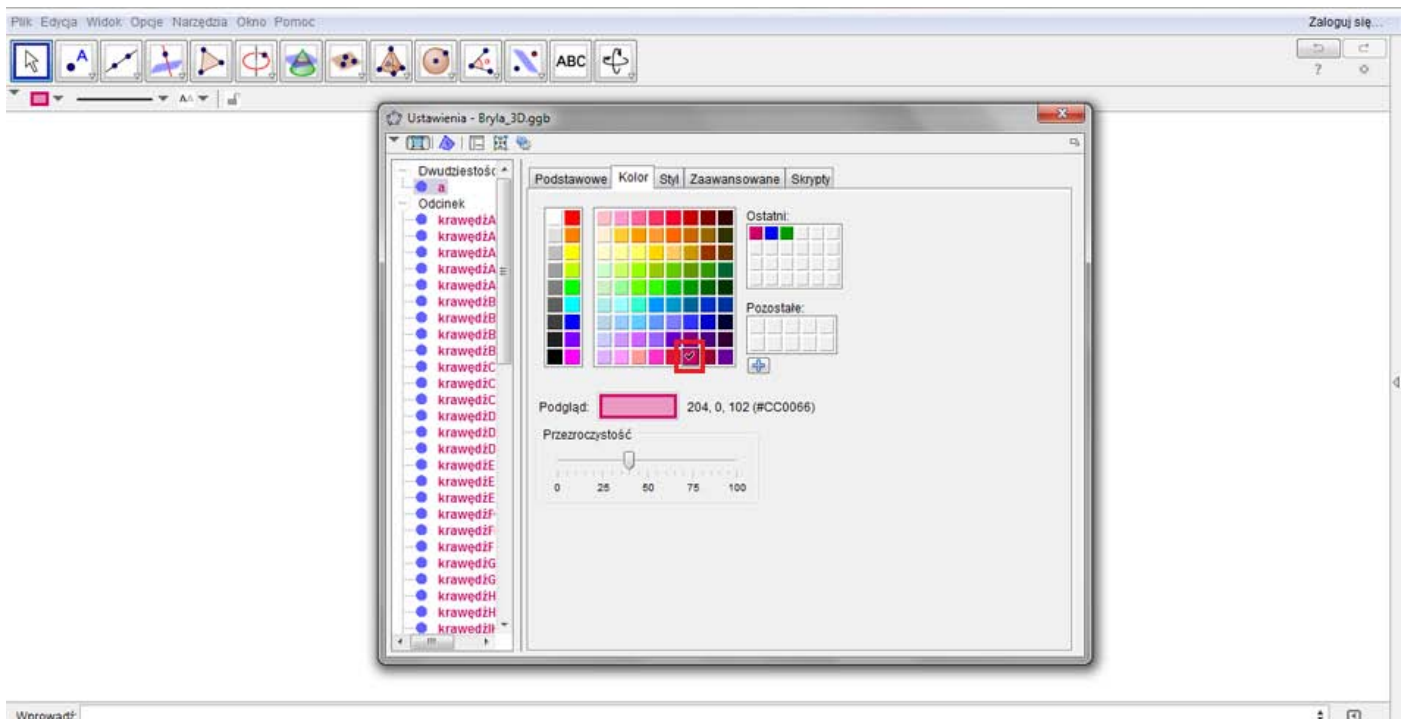
W obszarze roboczym pojawi się dwunastościan.

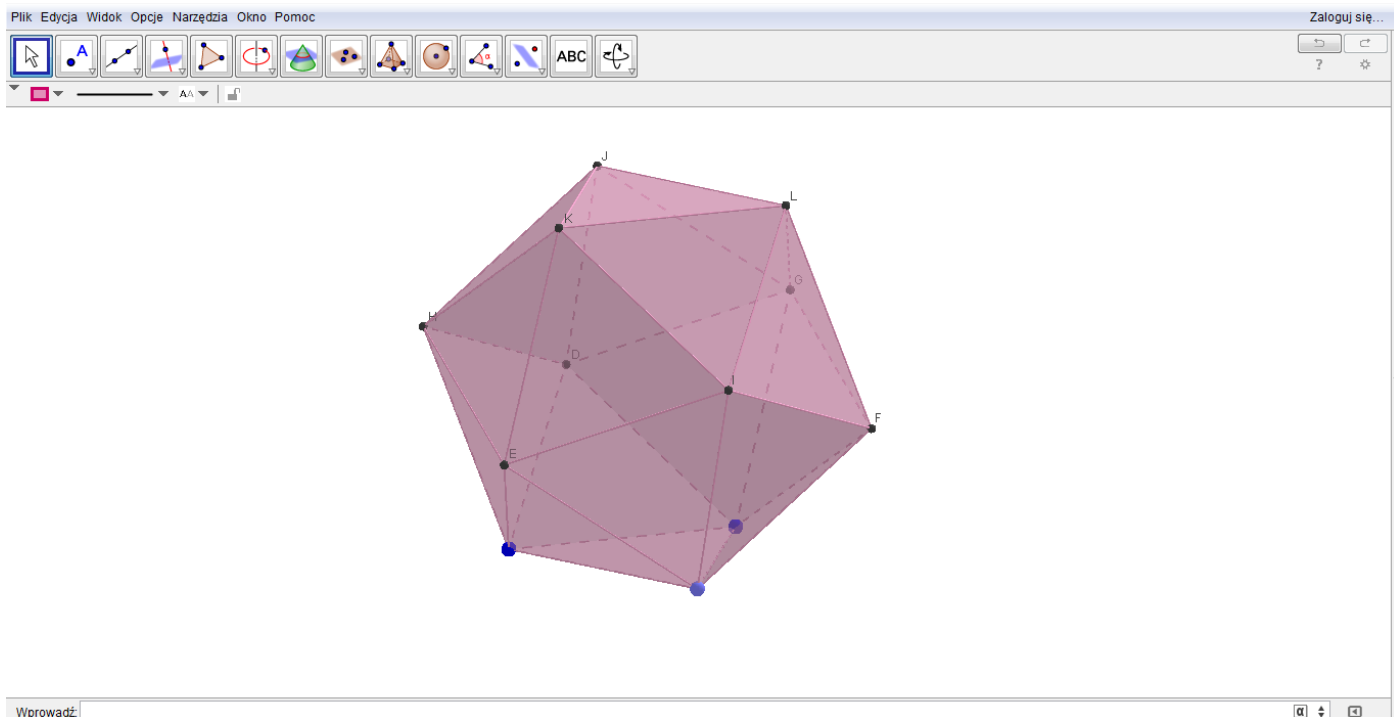


7. Najedź na powstałą bryłę i kliknij na niego prawym przyciskiem myszy. Na wyświetlonym okienku kliknij **Właściwości**.



8. Program GeoGebra domyślnie nazwał tę bryłę literą *a*. Odszukaj obiekt *a* i zmień kolor np. na różowy.





Bryłę możesz dowolnie obracać. Można również zmieniać jej wielkość, chwytając za niebieskie wierzchołki.

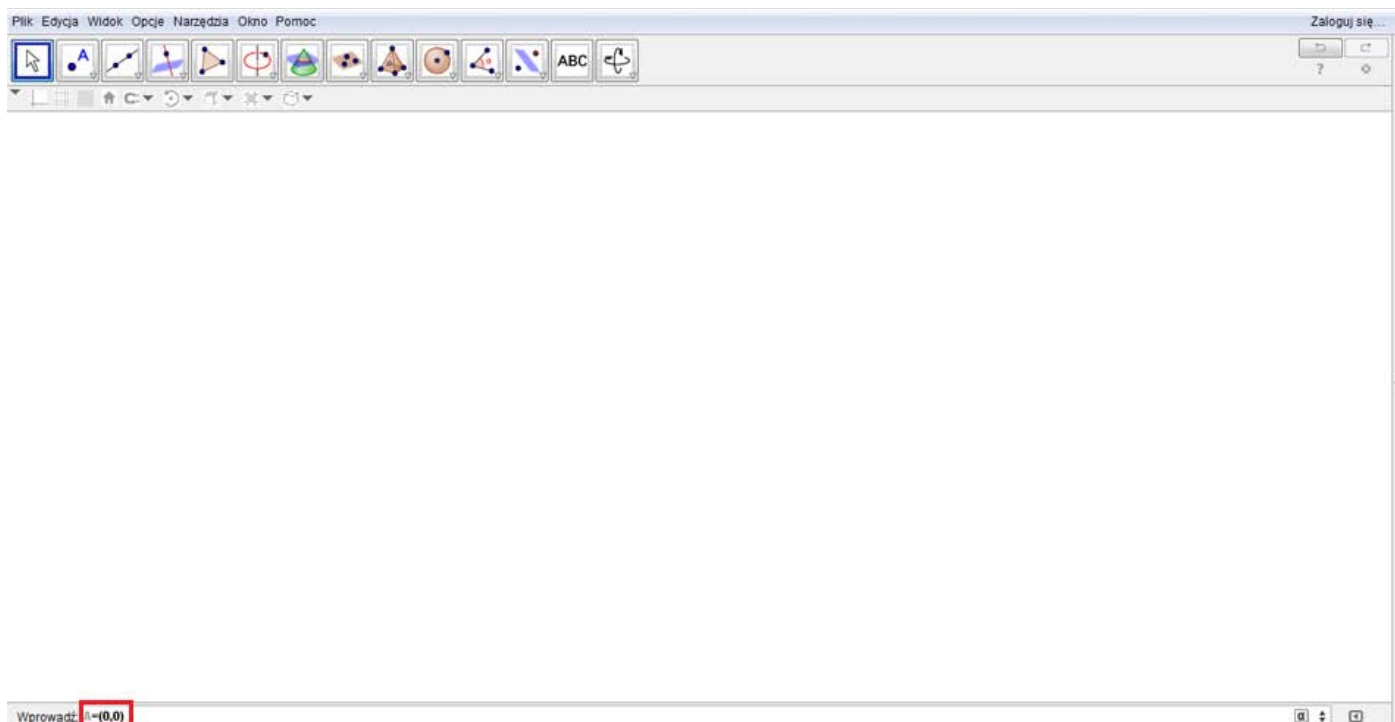
9. Zapisz plik.

WYKONANIE TECHNICZNE – KONSTRUKCJA DWUDZIEŚCIAN

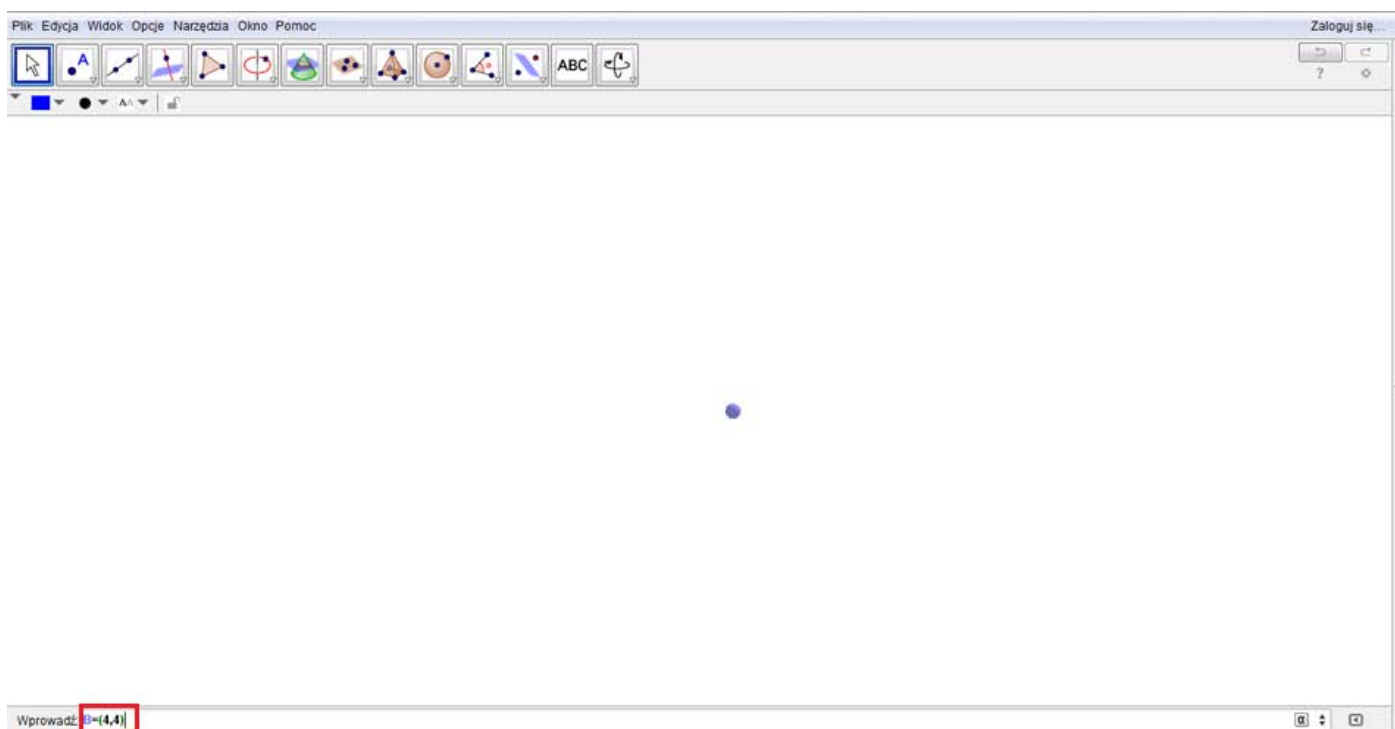
1. Otwórz program GeoGebra 5.0 lub zainstaluj go (program znajduje się w StudentBox-ie).
2. Otwórz plik Bryła_3D.
3. Zapisz plik jako „dwudziestocian” wykorzystując „zapisz jako...”.

W Polu wprowadzania będziemy wprowadzać współrzędne punktów A i B. Odcinek AB będzie jedną krawędzią dwudziestocianu.

4. W Polu wprowadzania wpisz $A = (0,0)$. Zatwierdź klawiszem Enter.

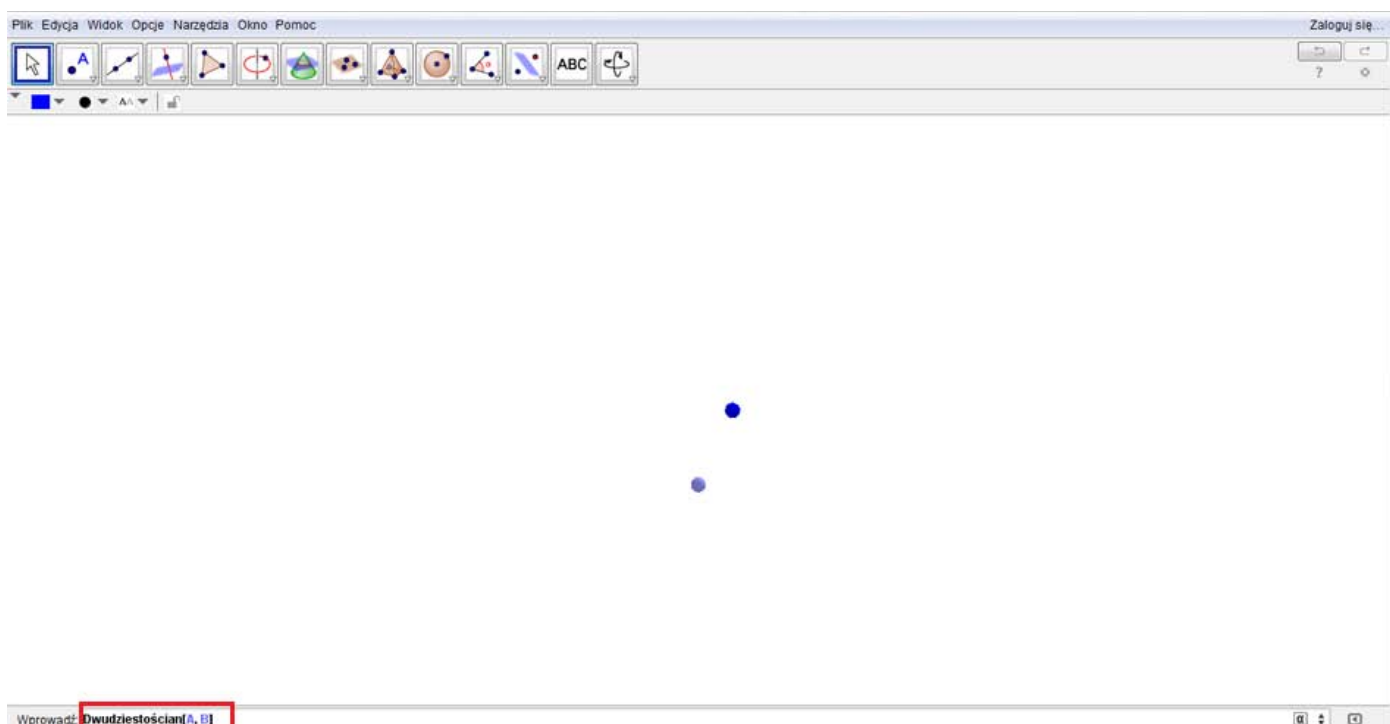


5. W Polu wprowadzania wpisz $B = (4,4)$. Zatwierdź klawiszem Enter.

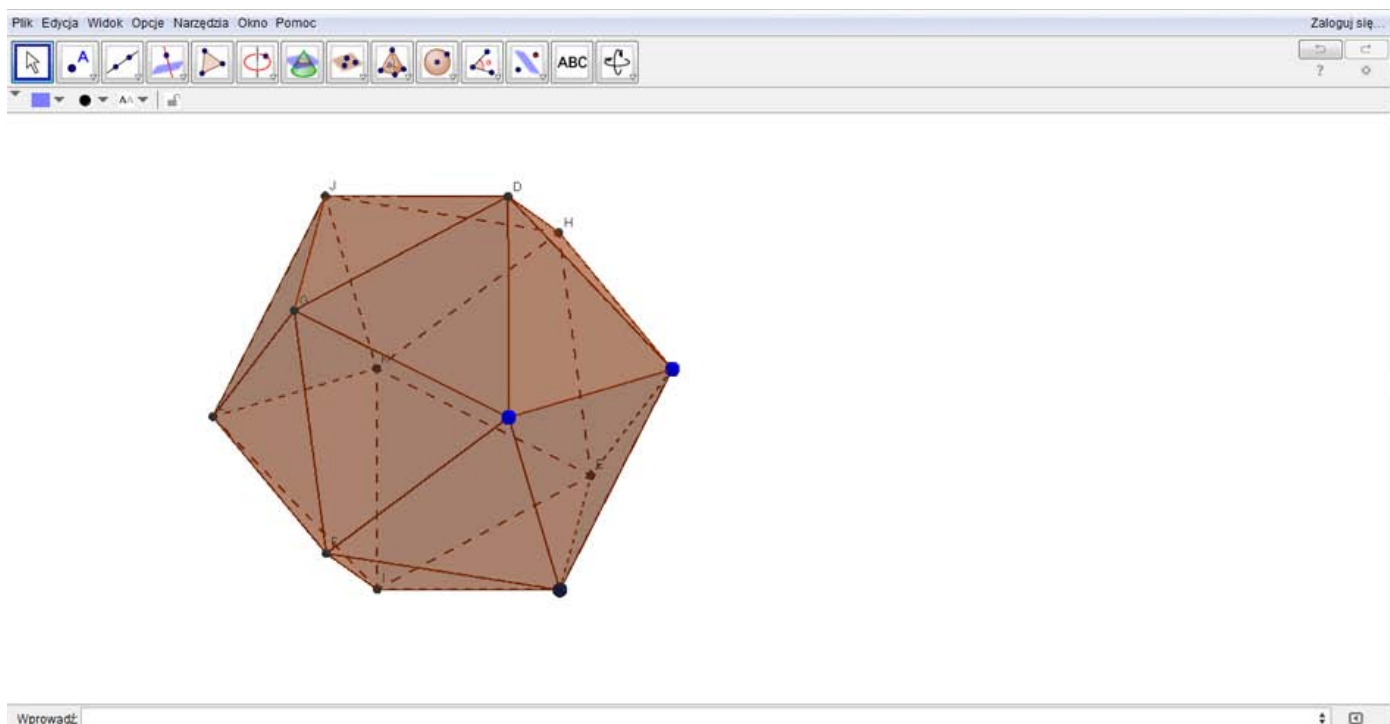




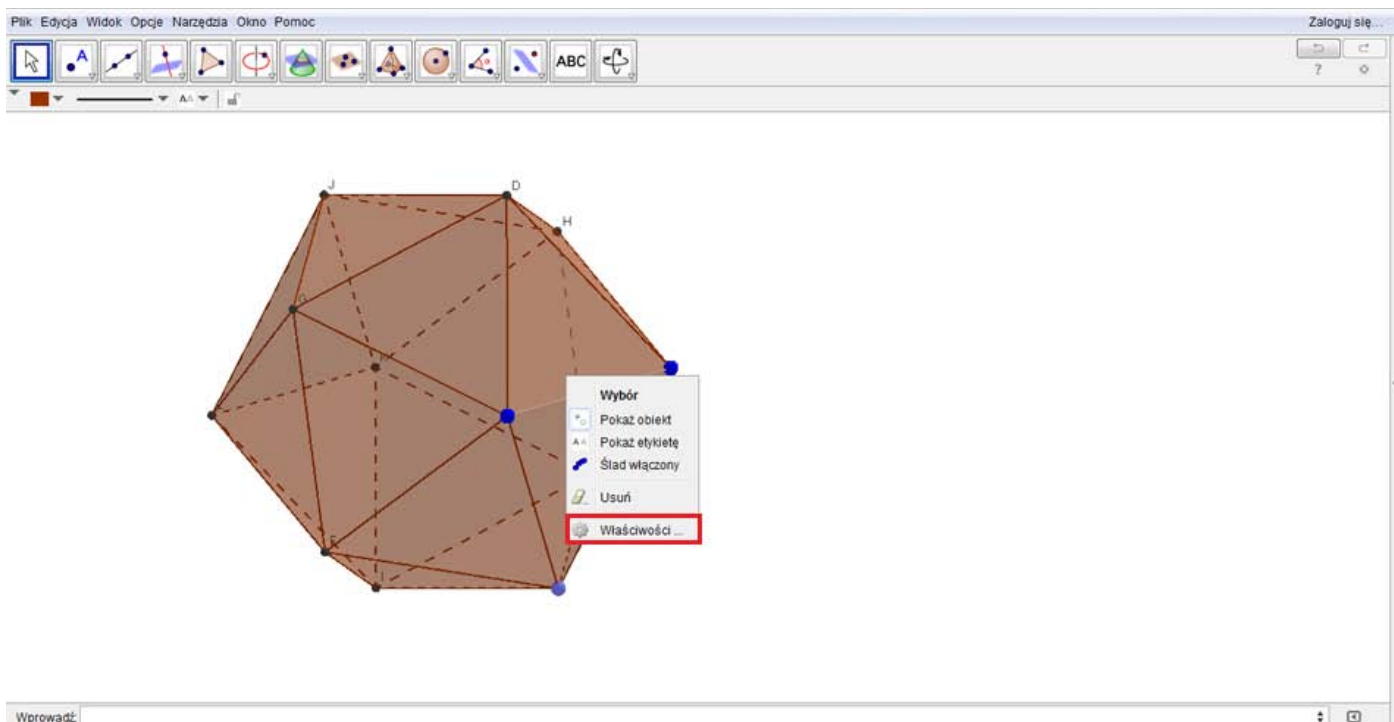
6. W Polu wprowadzania wpisz „Dwudziestościan[A,B]” i zatwierdź klawiszem Enter.



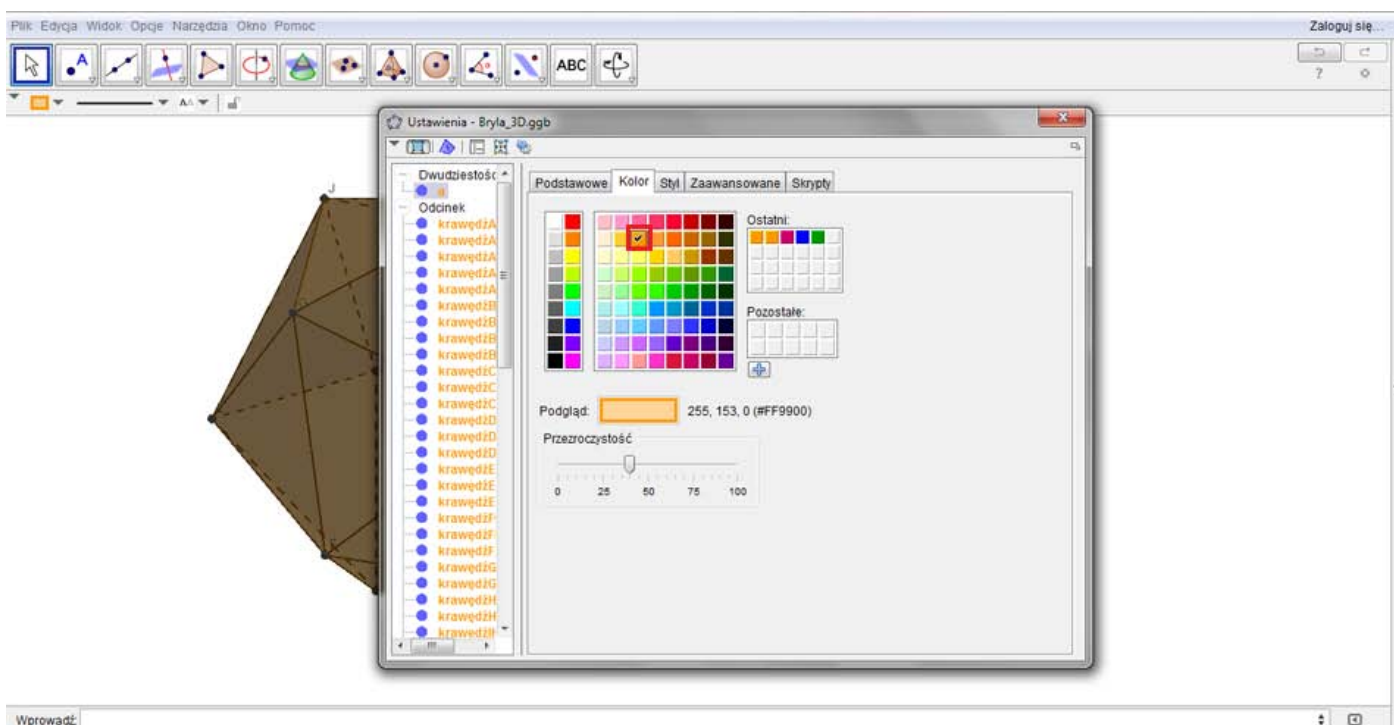
W obszarze roboczym pojawi się dwudziestościan.

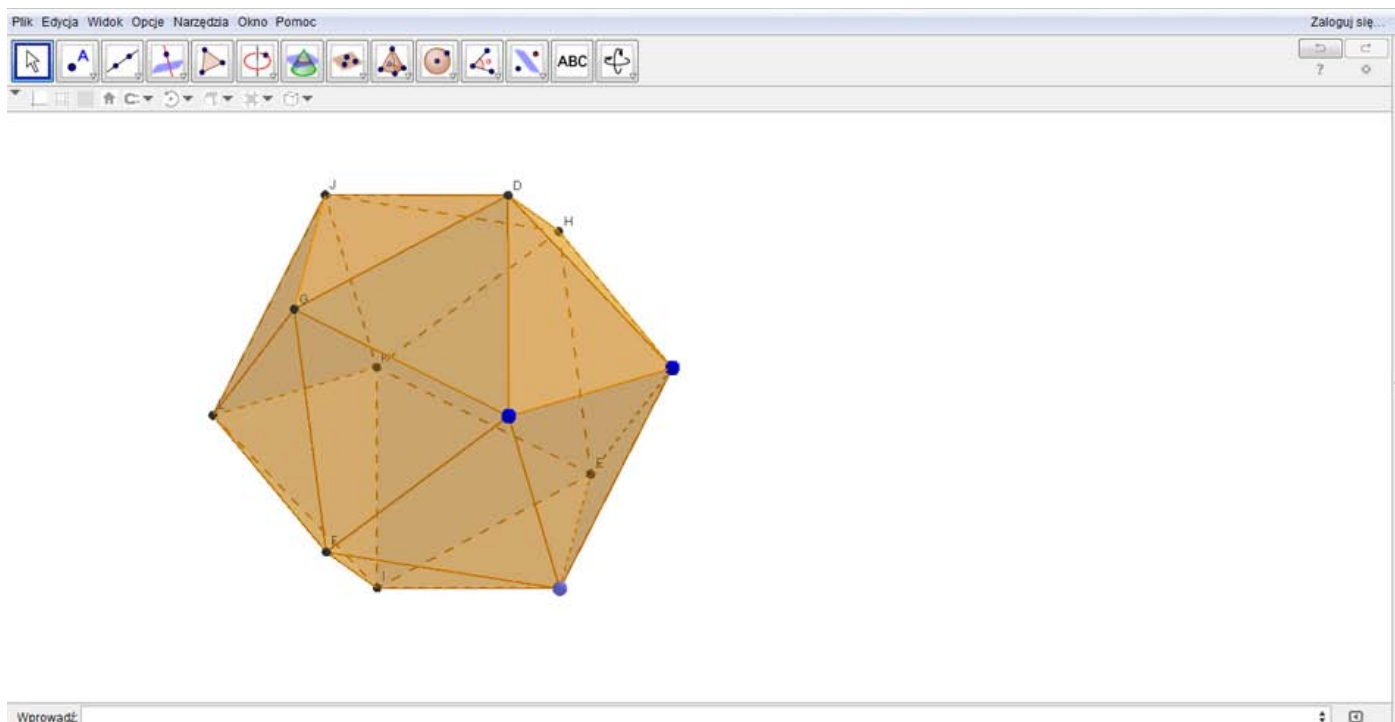


7. Najedź na powstałą bryłę i kliknij na niego prawym przyciskiem myszy. Na wyświetlonym okienku kliknij **Właściwości**.



8. Program GeoGebra domyślnie nazwał tę bryłę literą a . Odszukaj obiekt a i zmień kolor np. na różowy.





Bryłę możesz dowolnie obracać. Można również zmieniać jej wielkość, chwytając za niebieskie wierzchołki.

9. Zapisz plik.



ZADANIA Z WYKORZYSTANIEM PLANSZ CIEKAWY ZALEŻNOŚCI BRYŁ NA PRZYKŁADZIE WIEŁOŚCIANÓW PRLATOŃSKICH

Uzupełnij tabelę obserwując kolejne bryły, które wykonałeś. Możesz obracać bryły w celu dokładnej obserwacji.

| Nazwa wielościanu | Liczba wierzchołków W wielościanu | Liczba ścian S wielościanu | Liczba krawędzi K wielościanu | Wartość działania W+S-K |
|-------------------|-----------------------------------|----------------------------|-------------------------------|-------------------------|
| Czworościan | | | | |
| Sześćścian | | | | |
| Ośmiościan | | | | |
| Dwunastościan | | | | |
| Dwudziestościan | | | | |

Wnioski:

1. Jaka jest wartość działania W+S-K?
2. Czy udało Ci się coś stwierdzić w wyniku tych obserwacji ?
3. Zależność między liczbą wierzchołków, liczbą ścian i liczbą krawędzi wielościanów wypukłych jest zawsze stała zgodnie z twierdzeniem Eulera. Wpisz wartość stałą do wzoru

$$W + S - K =$$

Dokończ zadania dotyczące własności brył platońskich

- Wszystkie ściany są wielokątami.....
- W każdym wierzchołku zbiega się..... liczba ścian
- Bryły platońskie są bryłami



Aktualnie pracujesz z klasą:

-- wybierz klasę -- ▾

Materiały » BelferBOX » Grupy Odkrywców

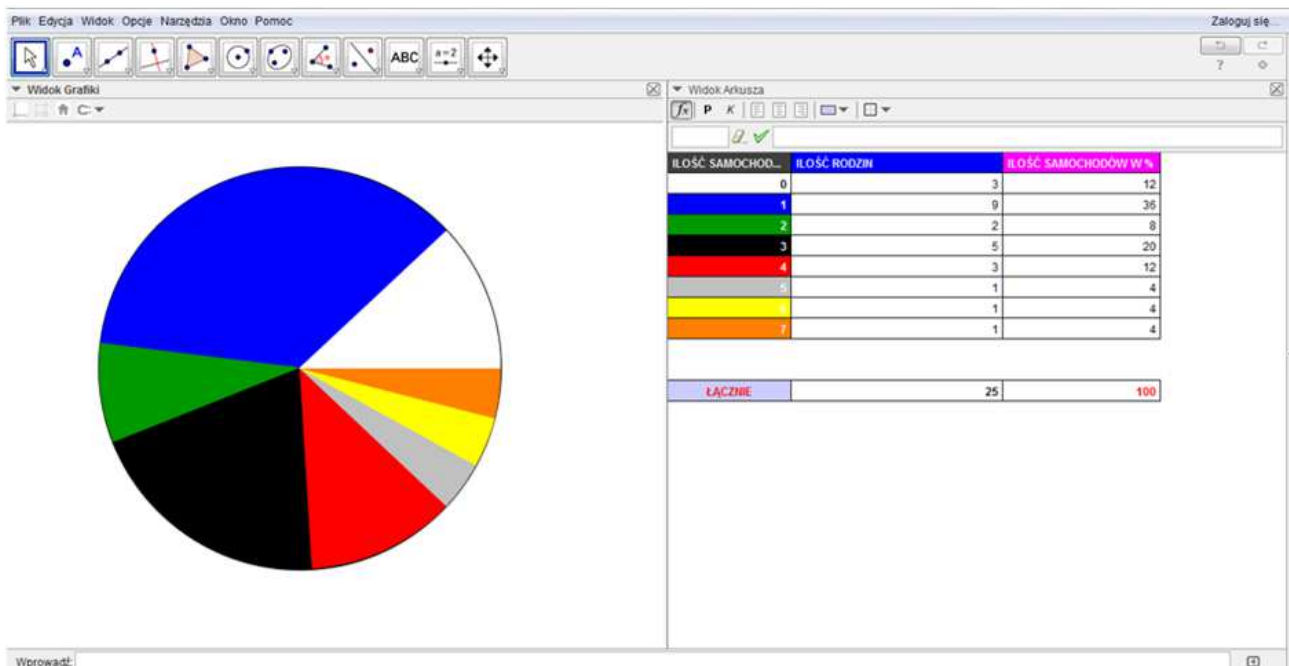
« POWRÓT

STATYSTYKA W PRAKTYCE – ZBIERAMY I ANALIZUJEMY DANE

Zadaj wybranej klasie

Autor: **Dariusz Kulma**

Celem projektu jest przeprowadzenie badań na rodzinach dotyczące łącznej ilości używanych samochodów przez każdą z tych rodzin, pozwalające na poznanie zależności między poszczególnymi zagadnieniami statystycznymi.



Aby wykonać zadania związane z planszą pobierz plik z materiałów do druku.

Materiały do druku

- ZADANIA Z WYKORZYSTANIEM PLANSZY

ZADANIA Z WYKORZYSTANIEM PLANSZ

STATYSTYKA W PRAKTYCE – ZBIERAMY I ANALIZUJEMY DANE

CEL PROJEKTU

Celem projektu jest przeprowadzenie badań na 25 rodzinach dotyczące łącznej ilości używanych samochodów przez każdą z tych rodzin. Wybierz 25 rodzin, które znasz – mogą być to rodziny Twoich koleżanek i kolegów czy rodziny Twoich sąsiadów.

WYKORZYSTYWANA PLANSZA

| ILOŚĆ SAMOCHOD... | ILOŚĆ RODZIN | ILOŚĆ SAMOCHODÓW W % |
|-------------------|--------------|----------------------|
| 0 | 0 | ? |
| 1 | 0 | ? |
| 2 | 0 | ? |
| 3 | 0 | ? |
| 4 | 0 | ? |
| 5 | 0 | ? |
| 6 | 0 | ? |
| 7 | 0 | ? |
| ŁĄCZNE | 0 | 100 |

WSTĘP TEORETYCZNY

Dane można analizować poprzez obliczenie i obserwację podstawowych parametrów statystycznych. Do takich parametrów zaliczamy m.in.

- **Średnią arytmetyczną n liczb**, czyli iloraz sumy tych liczb przez ich liczbę.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

n — ilość wszystkich liczb

$x_1, x_2, + \dots + x_n$ — kolejne liczby

- **Medianę**. Dany jest zbiór n liczb uporządkowany w kolejności niemalejącej. Medianą nazywamy:
 - wyraz środkowy w przypadku, gdy liczba elementów jest nieparzysta;
 - średnią arytmetyczną dwóch środkowych wyrazów, gdy liczba elementów jest parzysta.Mediana może zatem należeć do zbioru danych, ale może także do niego nie należeć.

- **Dominantę (modę) zbioru danych**, czyli taką wartość, która w tym zbiorze występuje najczęściej. Jeśli w zbiorze kilka wartości występuje z tą samą (najwyższą) częstością, to każda z tych wartości jest dominantą. Jeśli wszystkie wartości w zbiorze występują z tą samą częstością, to przyjmuje się, że zbiór danych nie ma dominanty.
- **Odchylenie standardowe**. Danych jest n dowolnych liczb $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$. Niech \bar{x} oznacza średnią arytmetyczną tych liczb. Wówczas odchylenie standardowe obliczamy według wzoru:

$$\sigma = \sqrt{\frac{k_1(x_1 - \bar{x})^2 + k_2(x_2 - \bar{x})^2 + k_3(x_3 - \bar{x})^2 + \dots + k_p(x_n - \bar{x})^2}{n}}$$

n — ilość wszystkich liczb

x_1, x_2, \dots, x_n — kolejne liczby

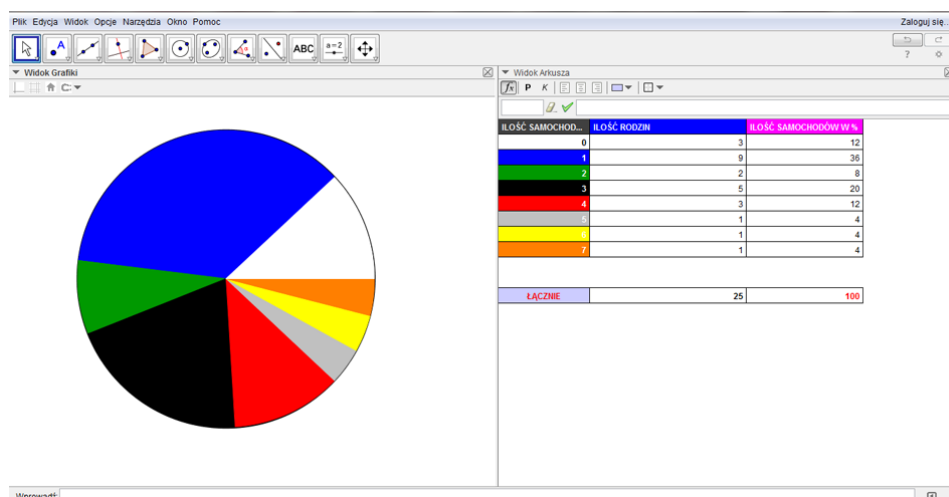
k_1, k_2, \dots, k_p — powtarzające się kwadraty różnicy

Odchylenie standardowe jest parametrem statystycznym informującym o rozproszeniu danych względem średniej arytmetycznej. Im większe odchylenie standardowe, tym dane są bardziej odległe od siebie i od średniej arytmetycznej.

Dobrze również analizować rozkład procentowy poszczególnych wyników. Rozkład może być przedstawiony w postaci tabelarycznej lub przy pomocy diagramu

ETAP 1 – ZEBRANIE DANYCH DO ANALIZY

Otwórz plik Badanie statystyczne – ilość samochodów w rodzinie. Wypisz znane Ci rodziny z ilością samochodów. Wpisz do tabeli, ile rodzin z analizowanych przez Ciebie nie używa samochodu, ile używa 1 samochodu, 2 samochodów, 3 samochodów, ... itd. W pliku masz przygotowaną tabelę z potencjalną ilością samochodów. Tabela przewiduje, że ilość samochodów będzie się wahać od 0 do 7. W tabeli otrzymasz również wyniki procentowe. 25 rodzin odpowiada 100%, więc 1 rodzina to 4%. Po lewej stronie wyniki zostaną przedstawione na diagramie kołowym. Przykładowe zestawienie znajduje się poniżej.





ETAP 2 – OBLICZANIE PODSTAWOWYCH PARAMETRÓW STATYSTYCZNYCH

Średnia arytmetyczna

Oblicz łączną ilość samochodów we wszystkich rodzinach i podziel przez ich ilość. Zapisz otrzymaną średnią.

$$\bar{x} =$$

Mediana

Uporządkuj wszystkie rodziny wg ilości posiadanych samochodów w kolejności rosnącej. Jeżeli, któryś z wyników się powtarza np. 4 razy to piszemy go 4 razy. Medianą będzie środkowy wyraz uporządkowanego zbioru wyników.

Zapisz wartość mediany.

$$m_e =$$

Dominanta

Dominanta to wynik występujący najczęściej. Zapisz wartość dominanty

$$D =$$

Odchylenie standardowe

Oblicz wartość odchylenia standardowego.

$$\sigma =$$

ETAP 3 – ANALIZA DANYCH

Odpowiedz na pytania:

1. Co możesz ogólnie stwierdzić na podstawie otrzymanych parametrów statystycznych?
2. Czy wartość mediany jest zbliżona do wartości średniej arytmetycznej
3. Jaka wartość (ilość samochodów) występuje najczęściej ?
4. Jaka wartość (ilość samochodów) występuje najrzadziej ?
5. Ile co najmniej samochodów ma więcej niż 50% rodzin?
6. Ile procent rodzin ma 3 lub 4 samochody?
7. Czy rozproszenie wyników jest duże czy małe (wykorzystaj informacje dotyczącą odchylenia standardowego)?
8. Ile procent rodzin ma więcej samochodów niż średnia, a ile mniej niż średnia? Czy są to takie same ilości rodzin?



9. Czy mediana jest większa od dominanty czy mniejsza od dominanty? Czy coś może z tego wynikać?

10. Zaznacz prawidłową odpowiedź.

Gdyby każdej rodzinie przybył jeden samochód to:

- a. mediana zwiększyłaby się o 1.
- b. średnia arytmetyczna wzrosłaby o 1.
- c. dominanta zwiększyłaby się o 1.



Aktualnie pracujesz z klasą:

-- wybierz klasę -- ▾

[Materiały](#) » [BelferBOX](#) » [Grupy Odkrywców](#)

[« POWRÓT](#)

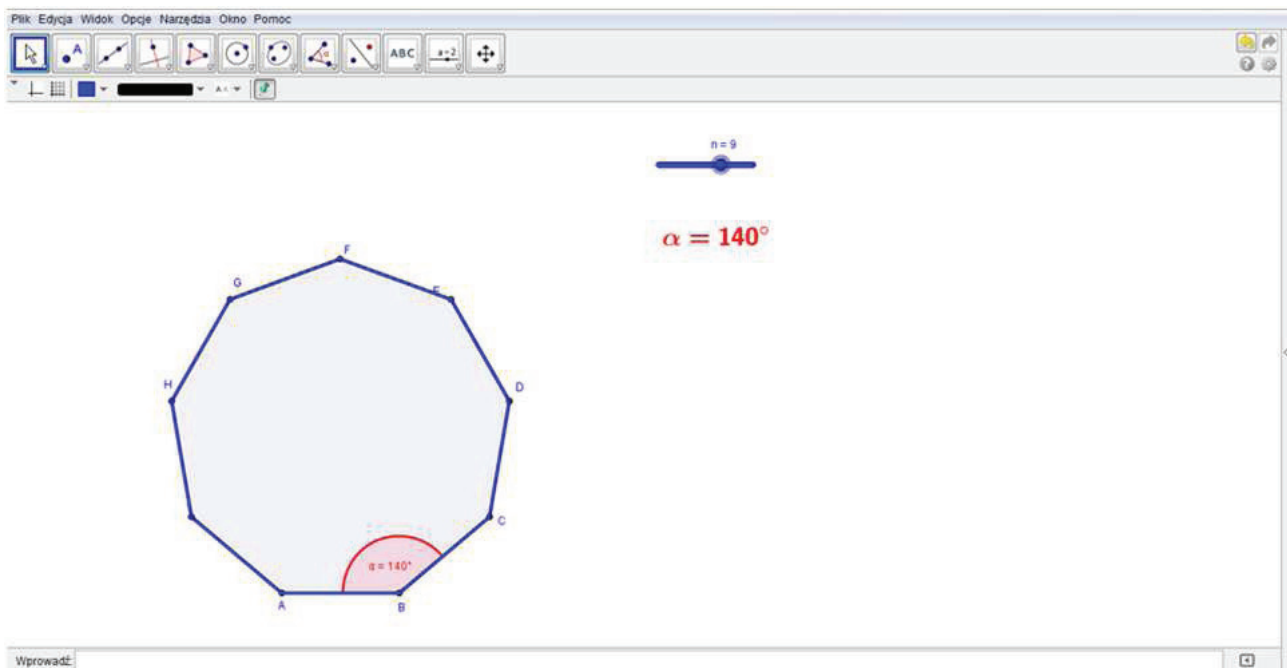
DYNAMICZNY WIELOKĄT – BADAMY SUMĘ KĄTÓW WIELOKĄTA

Zadaj wybranej klasie

Autor: Dariusz Kulma

Celem pracy jest wykonanie planszy interaktywnej z dynamicznym wielokątem foremnym.

Poniżej znajduje się obraz przedstawiający efekt końcowy wykonanej planszy:



Aby wykonać samodzielnie planszę pobierz plik z materiałów do druku.

Aby wykonać zadania związane z planszą pobierz plik z materiałów do druku.

Materiały do druku

- DYNAMICZNY WIEŁOKĄT - BADAMY SUMĘ KĄTÓW WIEŁOKĄTA
- ZADANIA Z WYKORZYSTANIEM PLANSZY



INSTRUKCJA WYKONANIA

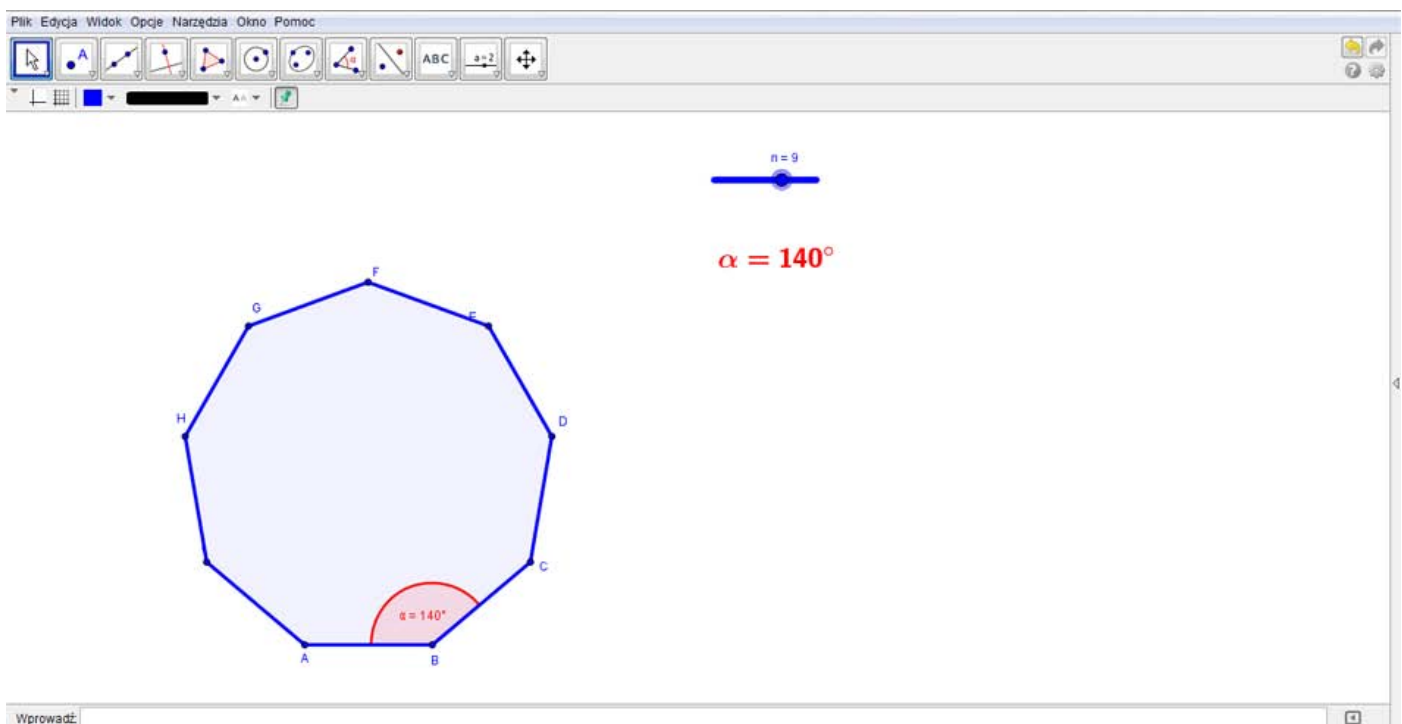
DYNAMICZNY WIELOKĄT – BADAMY SUMĘ KĄTÓW WIELOKĄTA

CEL PROJEKTU

Celem pracy jest wykonanie planszy interaktywnej z dynamicznym wielokątem foremnym. Do wykonania planszy interaktywnej potrzebujemy programu GeoGebra.

Dynamiczność wielokąta będzie polegała na możliwości zmiany ilości boków, a co za tym idzie również ilości kątów.

OCZEKIWANY EFEKT



WSTĘP TEORETYCZNY

Z lekcji w szkole podstawowej i gimnazjum na pewno dowiedziałeś się, że:

- suma kątów w trójkącie wynosi 180° - szczególnym przypadkiem trójkąta jest trójkąt równoboczny, w którym wszystkie kąty są równe i mają miarę po 60° . Zachodzi więc równość:

$$3 \cdot 60^\circ = 180^\circ$$

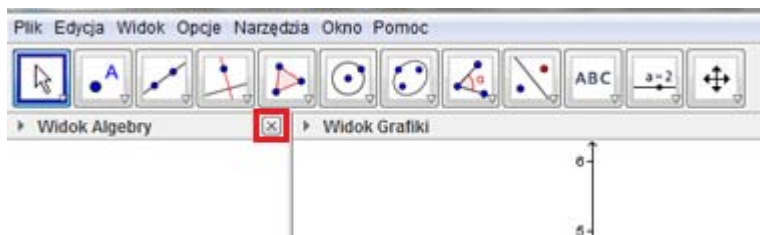
- suma kątów w czworokącie wynosi 360° - szczególnym przypadkiem czworokąta jest kwadrat, w którym wszystkie kąty są równe i mają miarę po 90° . Zachodzi więc równość:

$$4 \cdot 90^\circ = 360^\circ$$

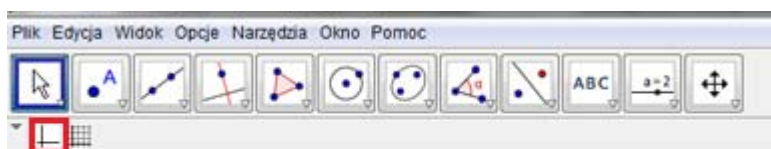
W naszych rozważaniach będziemy konstruować kolejne wielokąty foremne i badać ich sumę kątów. Obserwując kolejne powyższe zależności dla trójkąta i czworokąta, można zauważyć, że wystarczy zmierzyć jeden kąt wielokąta foremnego i pomnożyć przez liczbę kątów. Widać również, że nieistotne jest czy wielokąt jest czy nie jest foremny. Suma kątów w obu przypadkach jest identyczna.

WYKONANIE TECHNICZNE

1. Otwórz program GeoGebra lub zainstaluj go (program znajduje się w StudentBox-ie)
2. Zamknij **Widok Algebra**



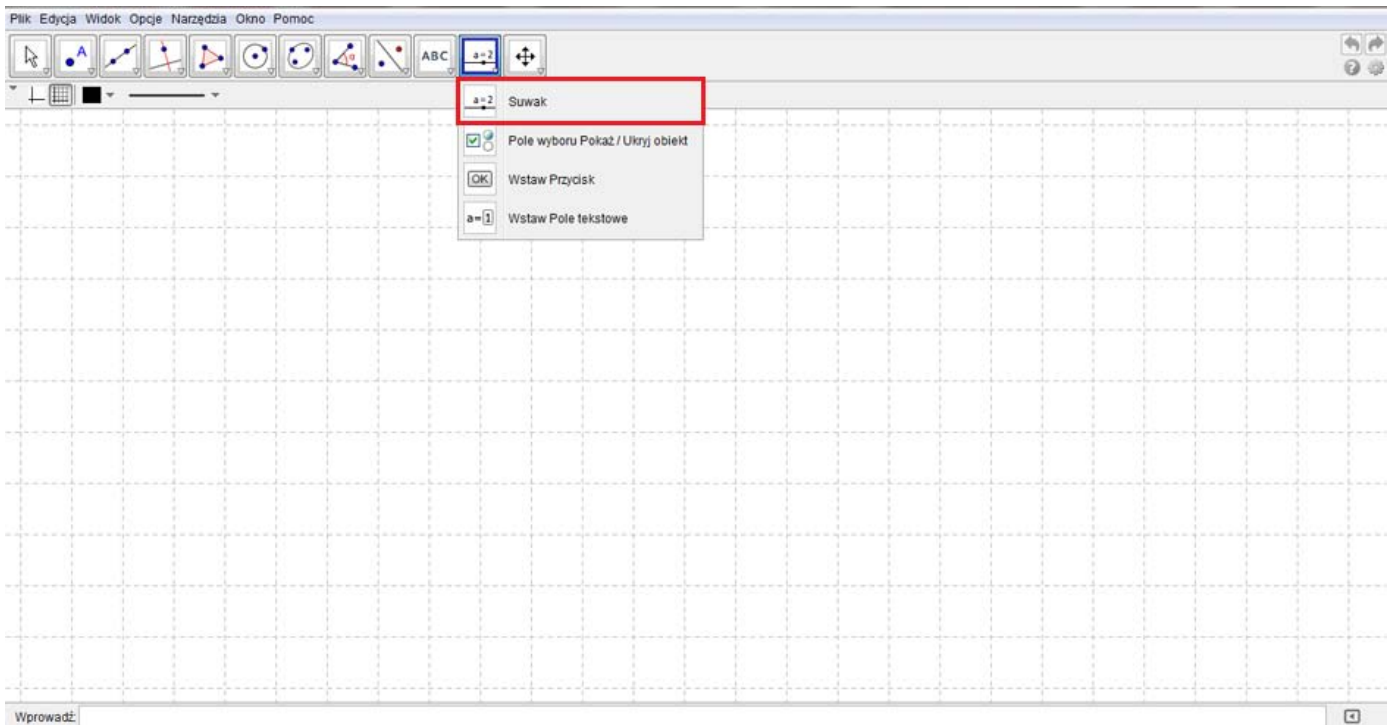
ukryj **widok osi**



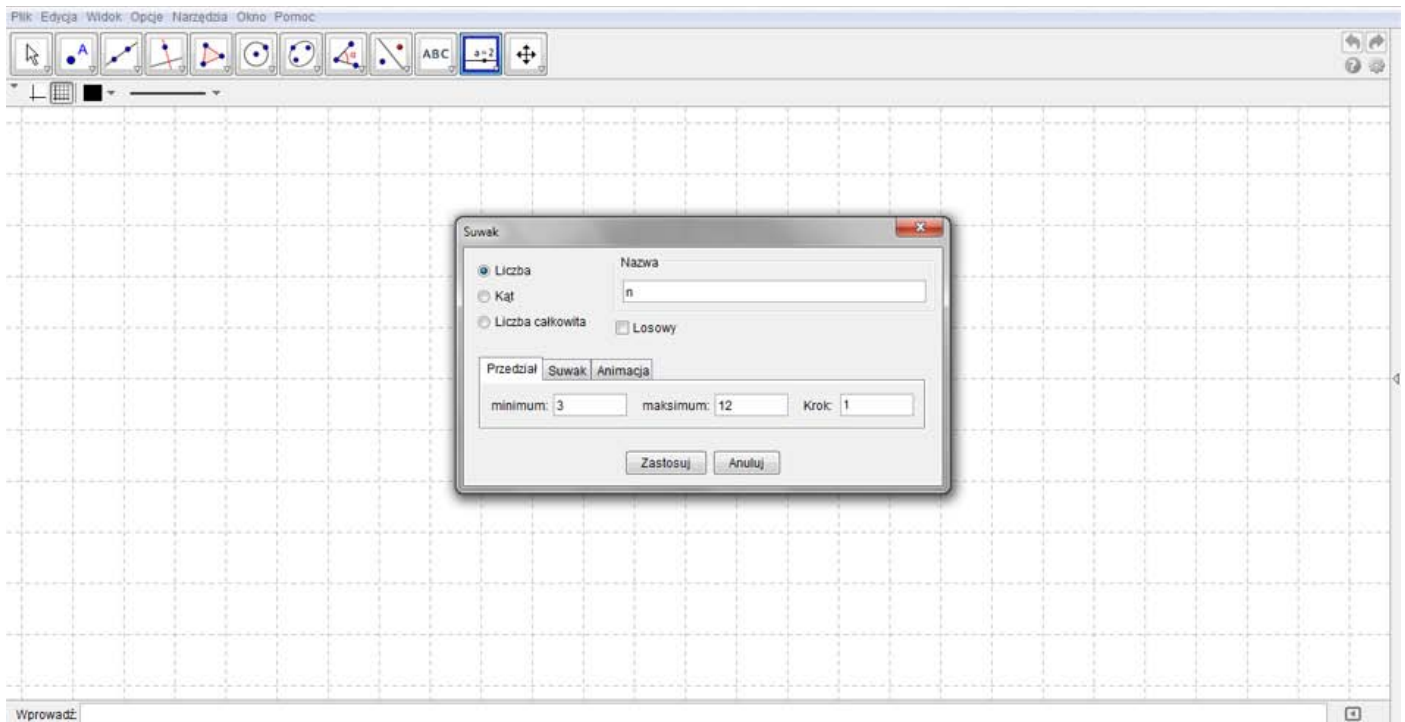
oraz włącz **widok siatki**.



3. Wybierz z paska narzędzi **Suwak** i kliknij kursorem na obszar roboczy.

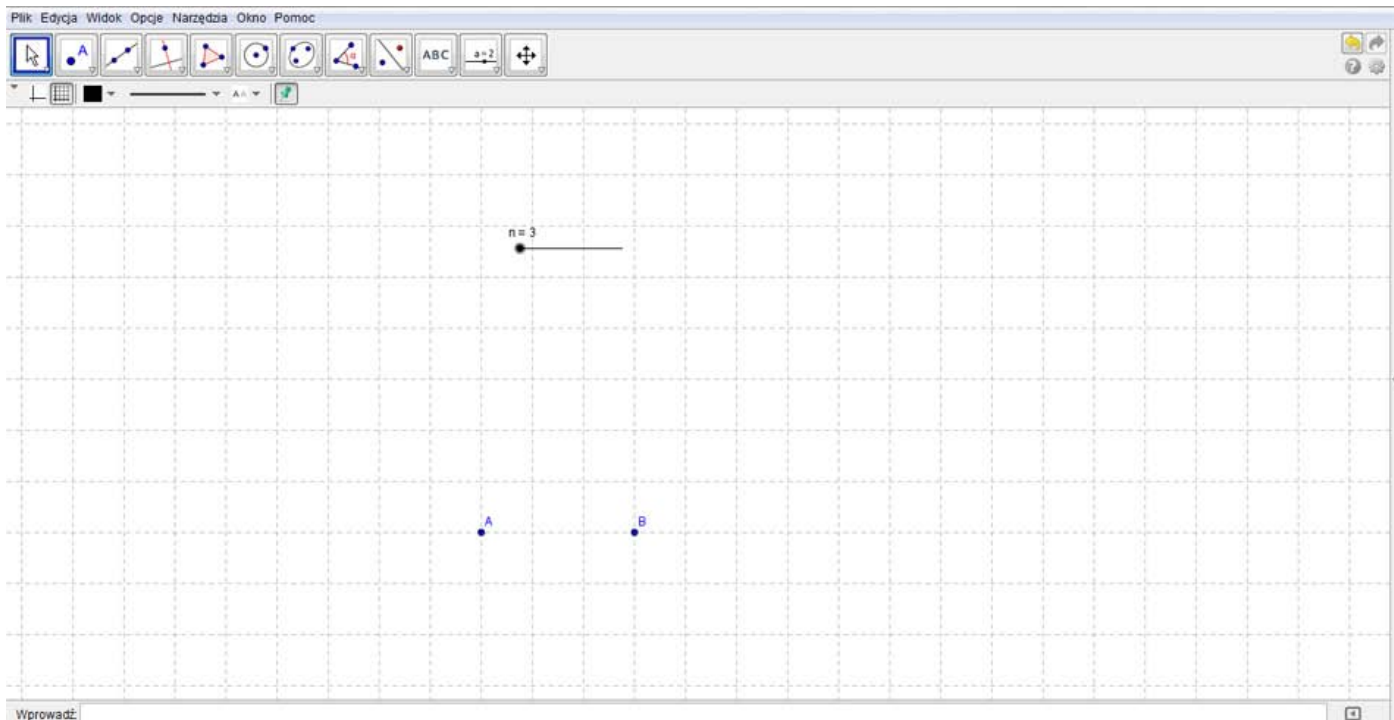


4. Wpisz nazwę suwaka jako n oraz ustal zakres od 3 do 12 z krokiem 1. Kliknij komendę Zastosuj. *Suwak ten pozwoli nam zmieniać wartość współczynnika n , który będzie oznaczał zarówno liczbę boków wielokąta foremnego jak i liczbę jego kątów.*

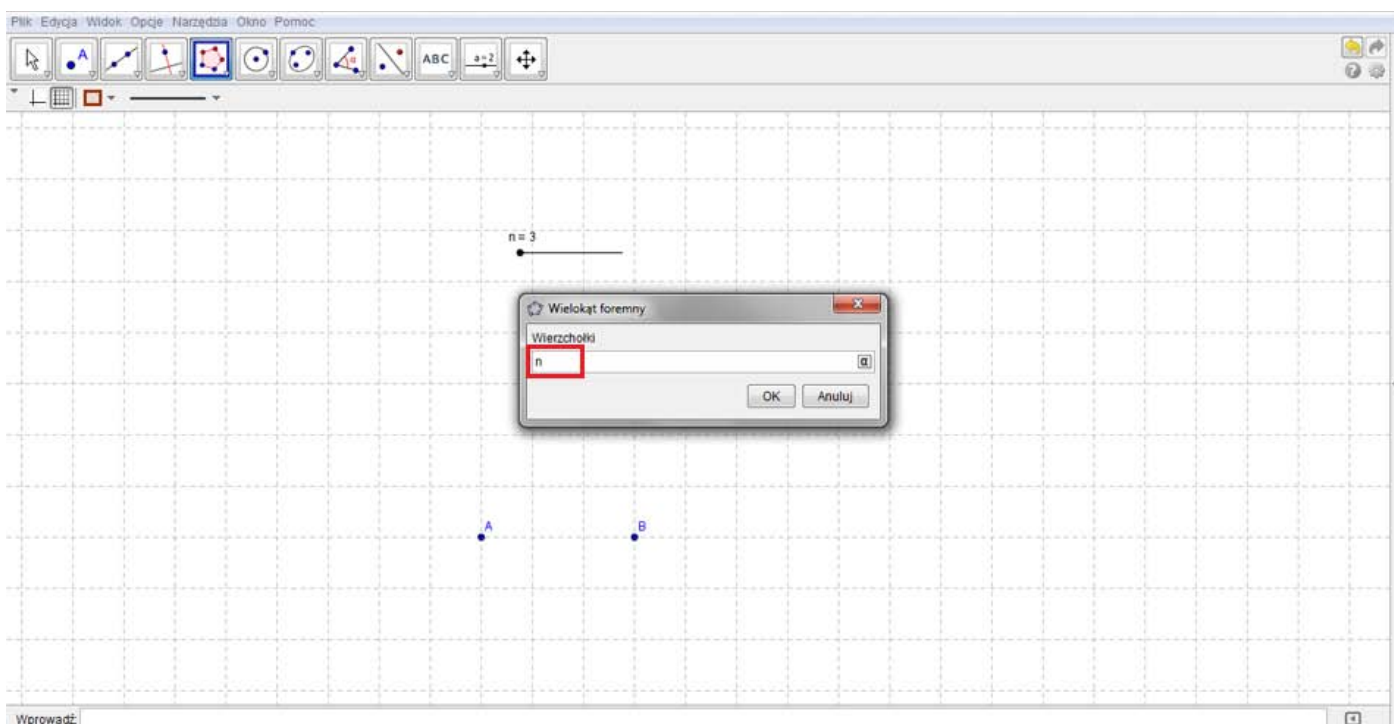


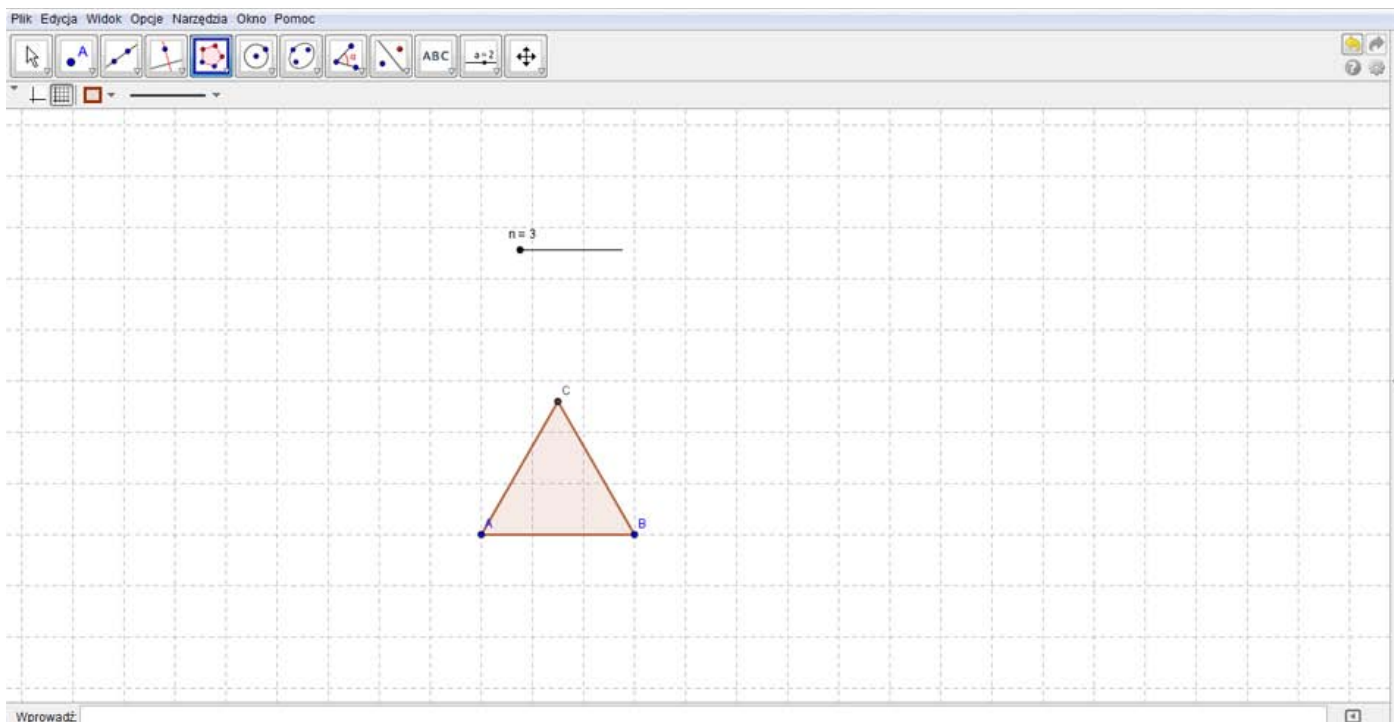


5. Z paska narzędzi wybierz **Nowy punkt** i wstaw dwa punkty A i B (program domyślnie tak je nazwie) na jednej wysokości w odległości 2 lub 3 krutek od siebie. Niech punkt A znajduje się na $\frac{1}{3}$ wysokości obszaru roboczego (patrząc od dołu), a punkt B wstaw na prawo od punktu A .



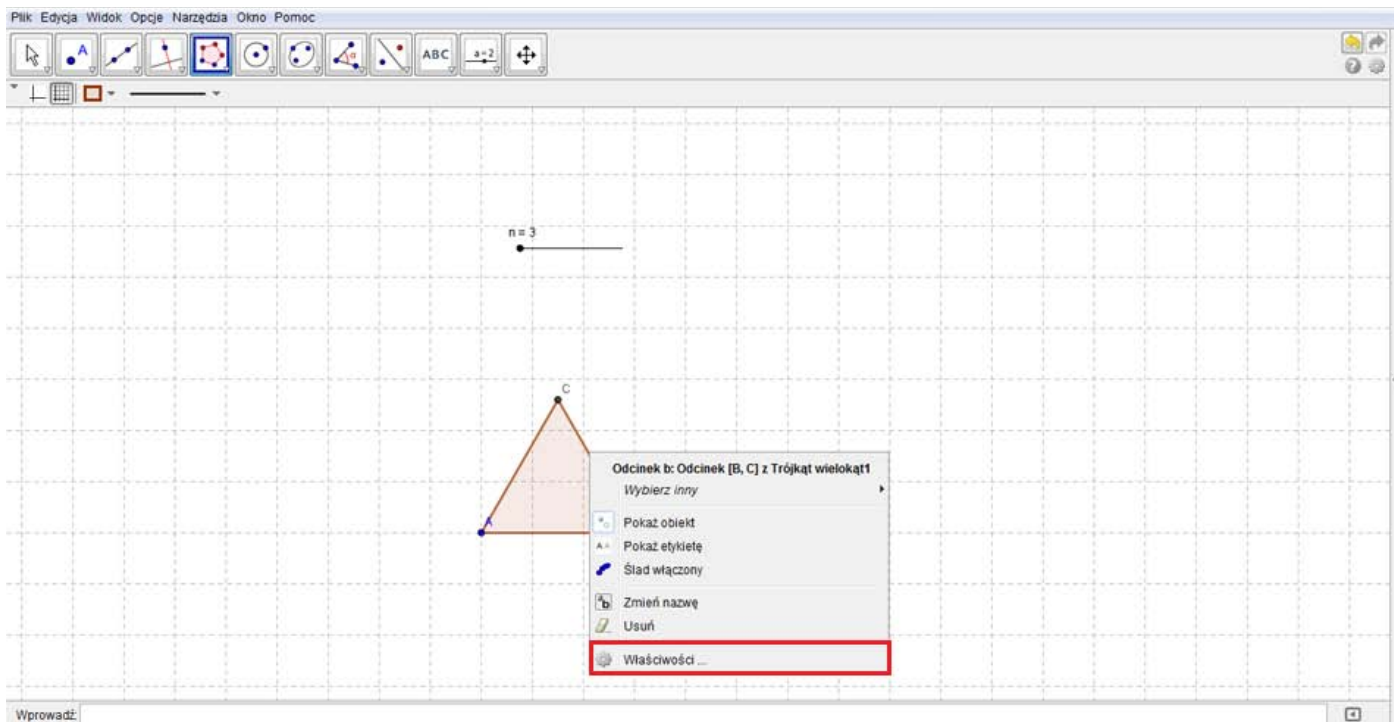
6. Wybierz z paska narzędzi **Wielokąt foremny**, a następnie kliknij punkt A , a potem punkt B . Po naciśnięciu punktu B pojawi się okienko z domyślną liczbą boków wielokąta, czyli z liczbą 4. Skasuj tę liczbę i na jej miejsce wpisz literę n . Zatwierdź wpisaną wartość klawiszem OK.



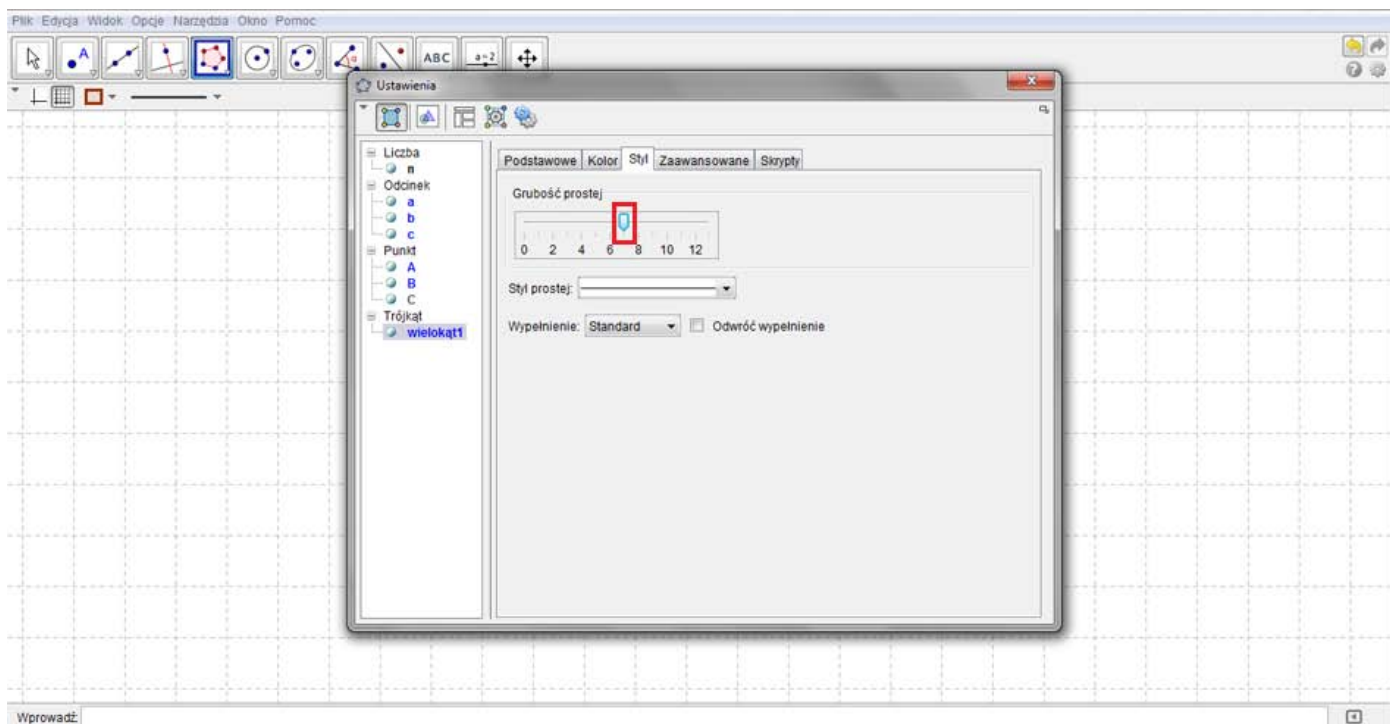
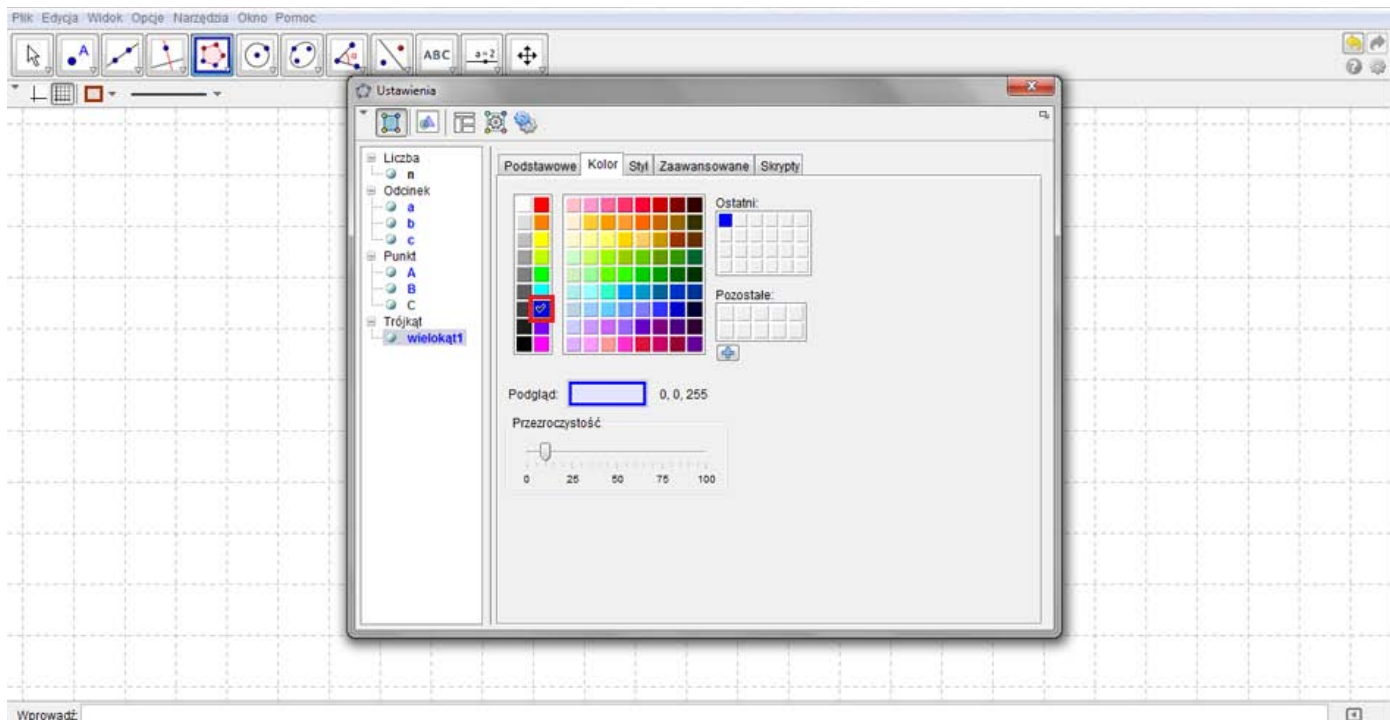


Na obszarze roboczym pojawił się wielokąt foremny o takiej liczbie boków jaka jest ustawiona na suwaku. Możesz zmieniać suwakiem wartość n . Możesz otrzymywać wielokąty foremne od trójkąta (najmniejsza wartość n) do dwunastokąta (największa wartość n). Oczywiście można wyznaczyć suwak z większą ilością boków. Do rozważań tym pliku wystarczy jednak w zupełności taka maksymalna wartość.

7. Najedź na powstały wielokąt i kliknij na niego prawym przyciskiem myszy. Na wyświetlonym okienku kliknij **Właściwości**.

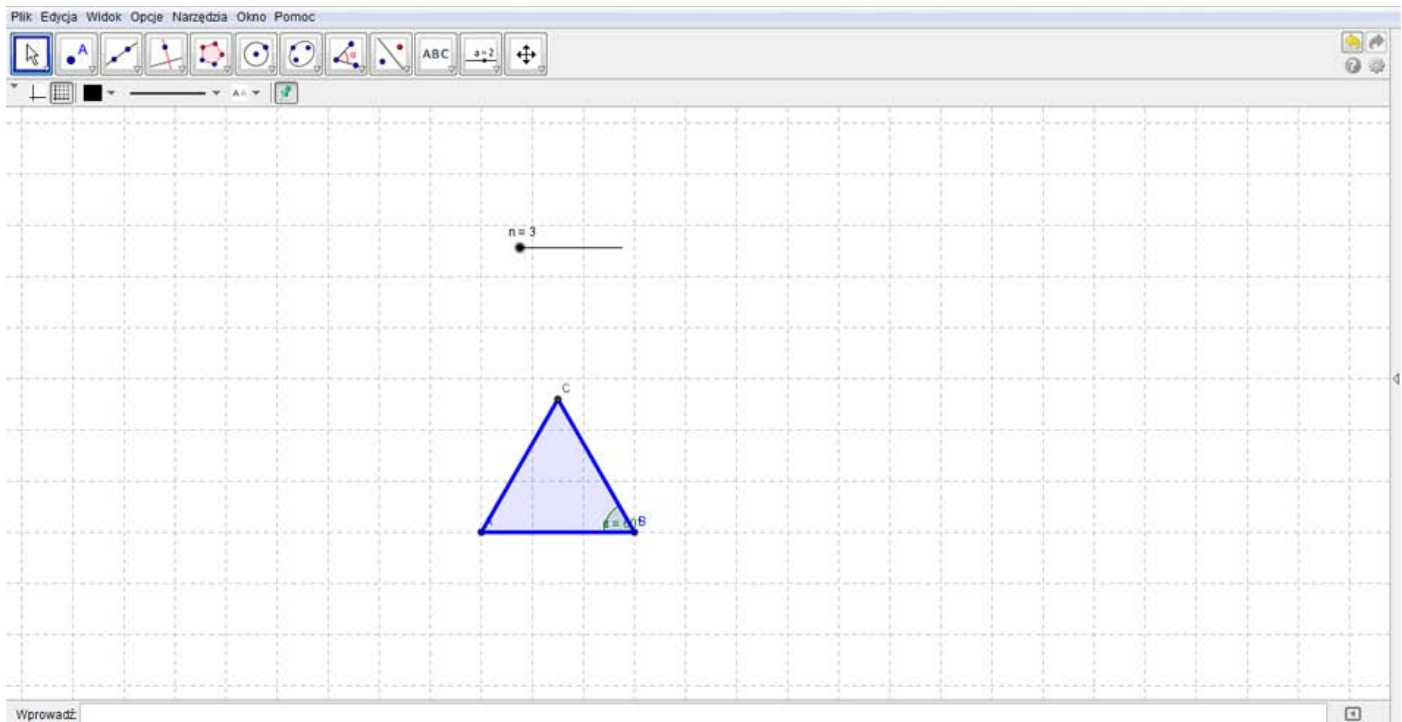


8. Przejdź do zakładki **Kolor** i zmień kolor wielokątu na niebieski. Przechodząc na zakładki **Styl** zmień jego grubość na 7.

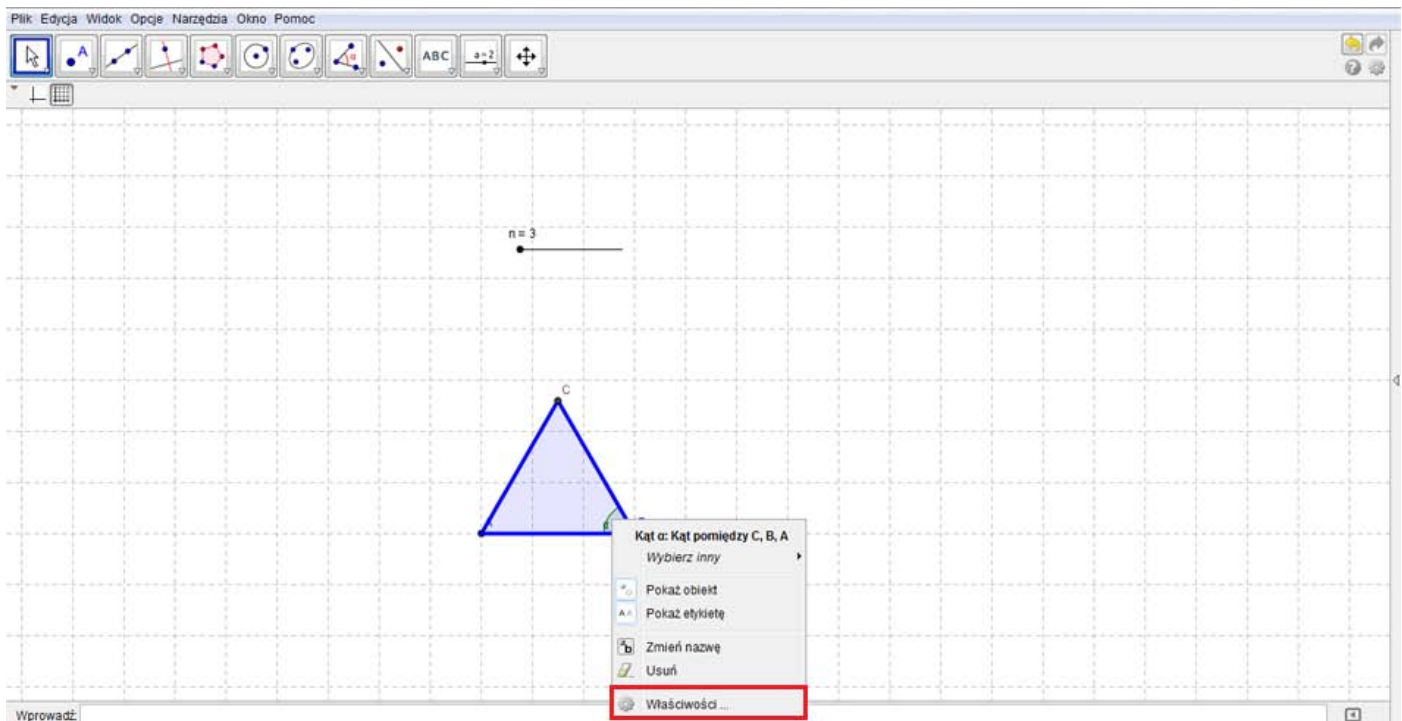




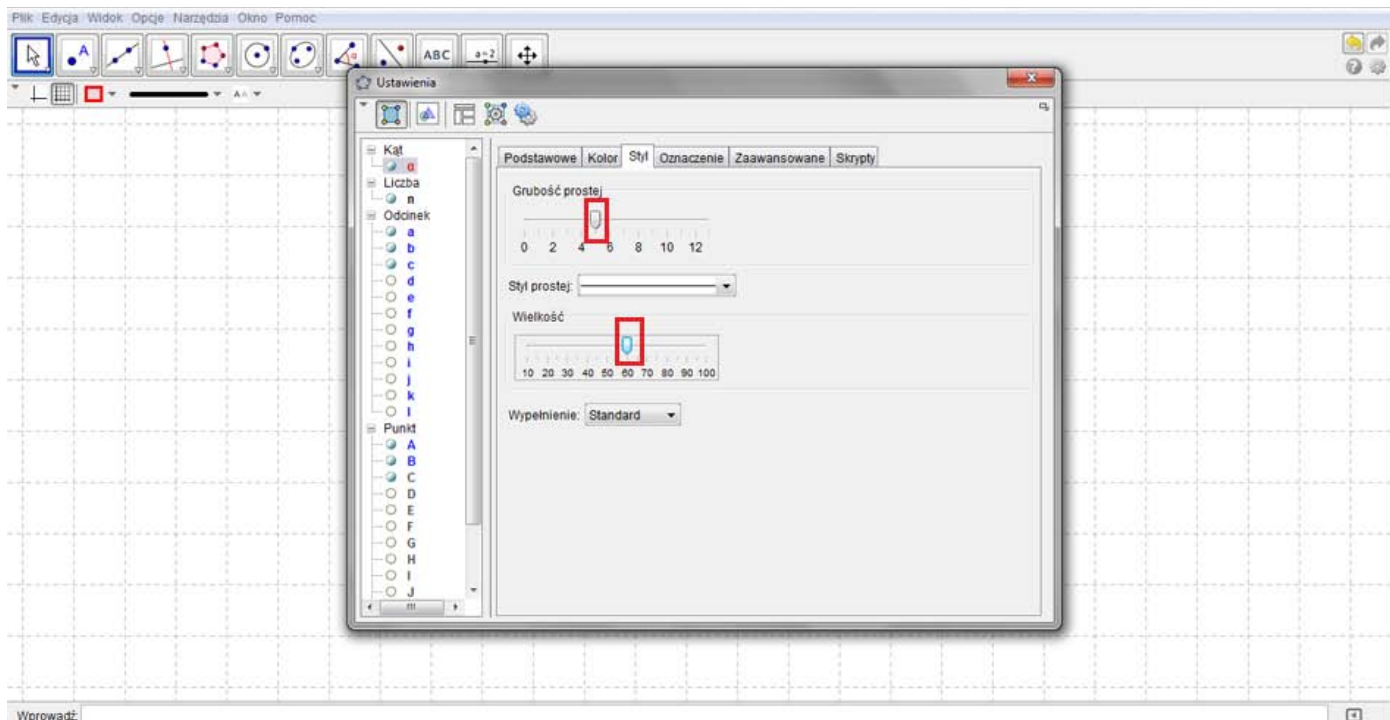
9. Korzystając z narzędzia **Kąt** i kliknij kolejno punkty C , B , A tworząc kąt CBA . Kolejność jest istotna.



10. Najedź na powstały kąt i kliknij na niego prawym przyciskiem myszy. Na wyświetlonym okienku kliknij **Właściwości**.

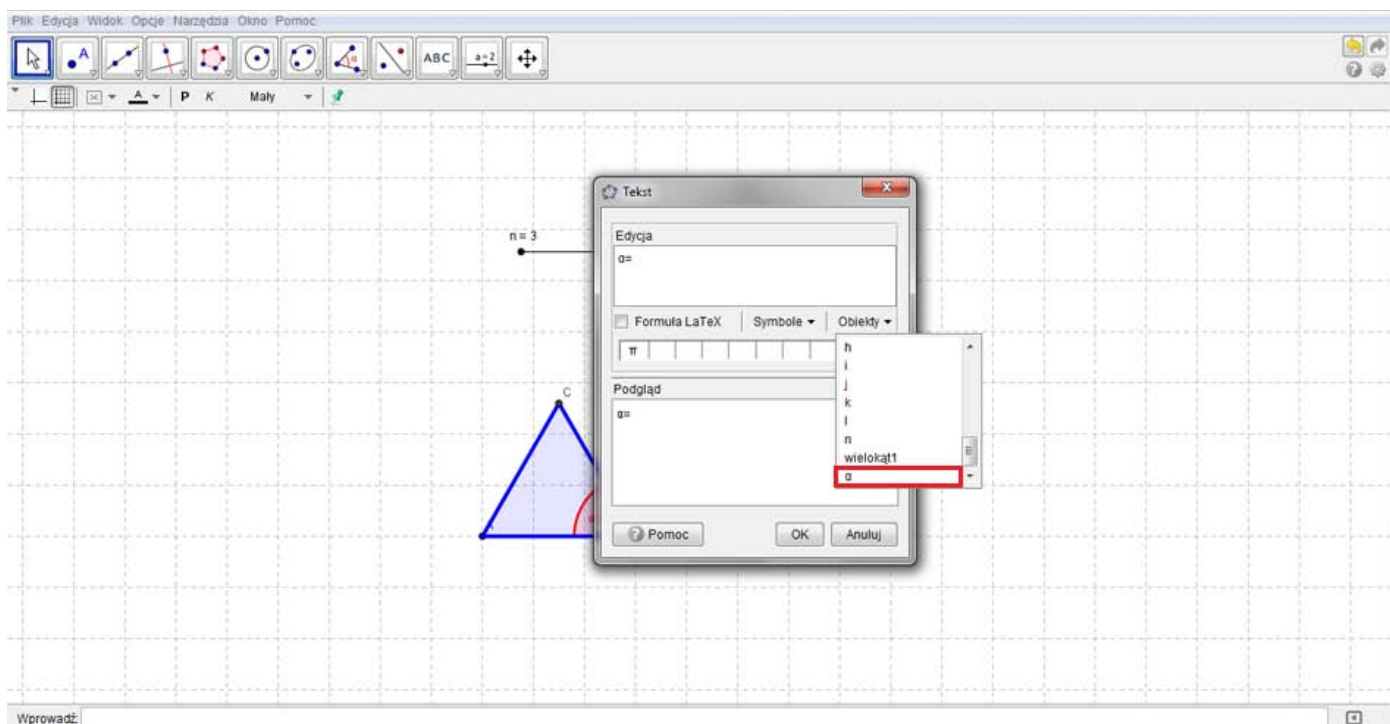


11. Przejdź do zakładki **Kolor** i zmień kolor kąta na czerwony. Przechodząc na zakładki **Styl** zmień grubość prostej na 7 oraz wielkość na 60.

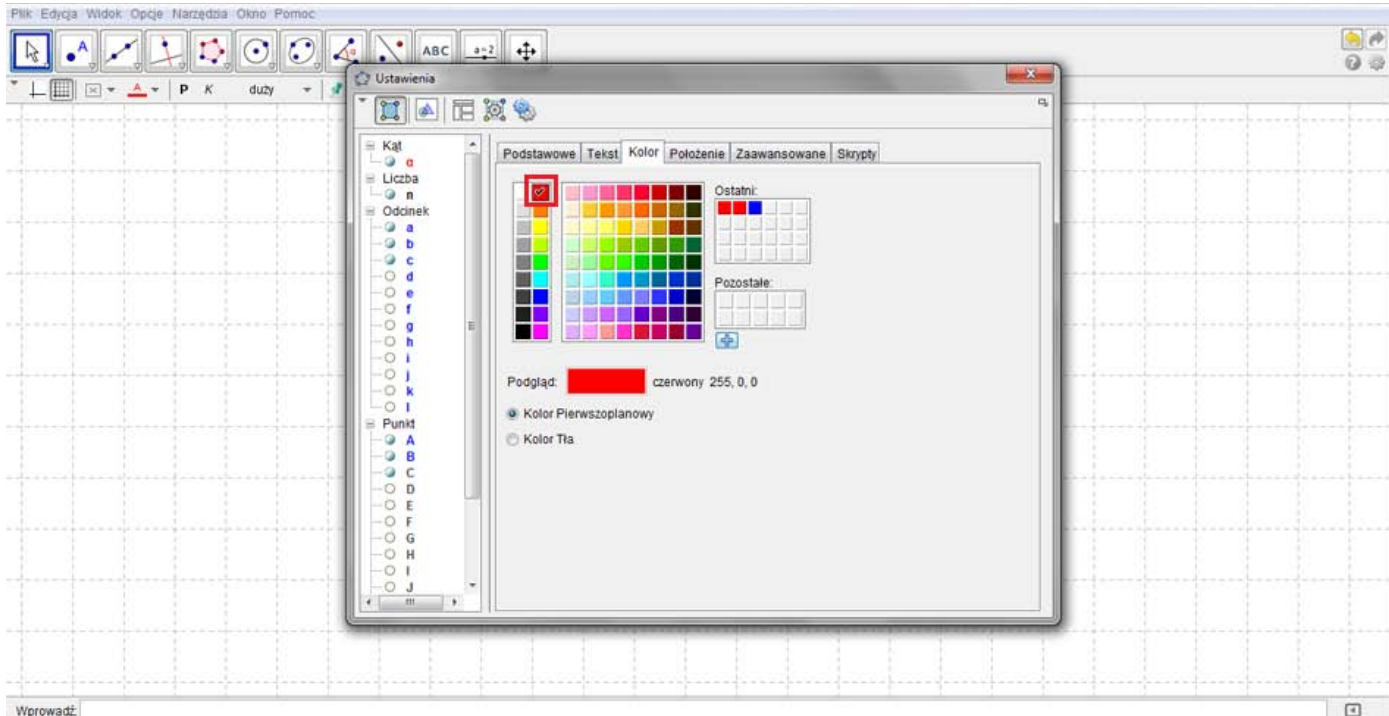
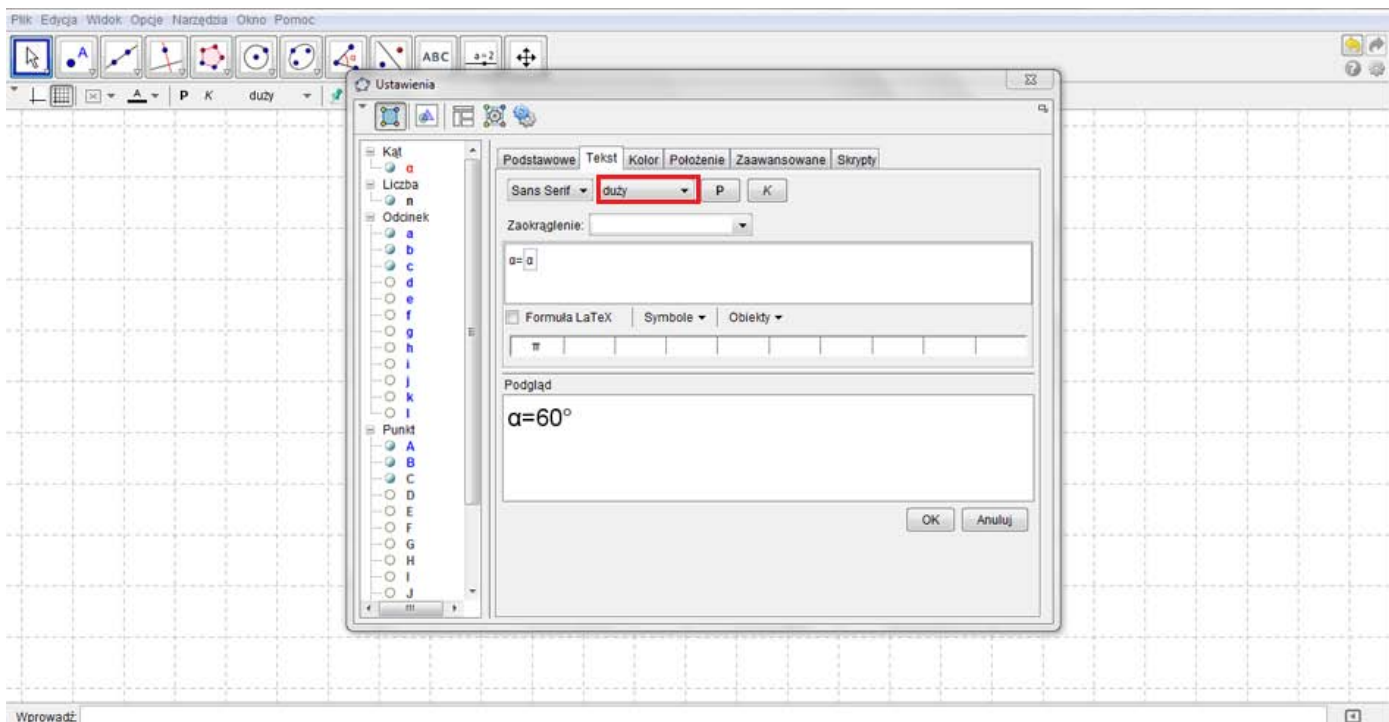


Przy kącie powinna pojawić się nazwa i wartość kąta. Jeśli nie ma nazwy i wartości, to w zakładce **Podstawowe** włącz tę opcję.

12. Korzystając z narzędzia **Wstaw tekst** wstaw tekst, wpisując „ α =” (alfę wpisz używając skrótu klawisz alt+a). Następnie wybierz z zakładki **Obiekty** kąt α . W obszarze roboczym pojawi się tekst z kątem α i jego wartością.

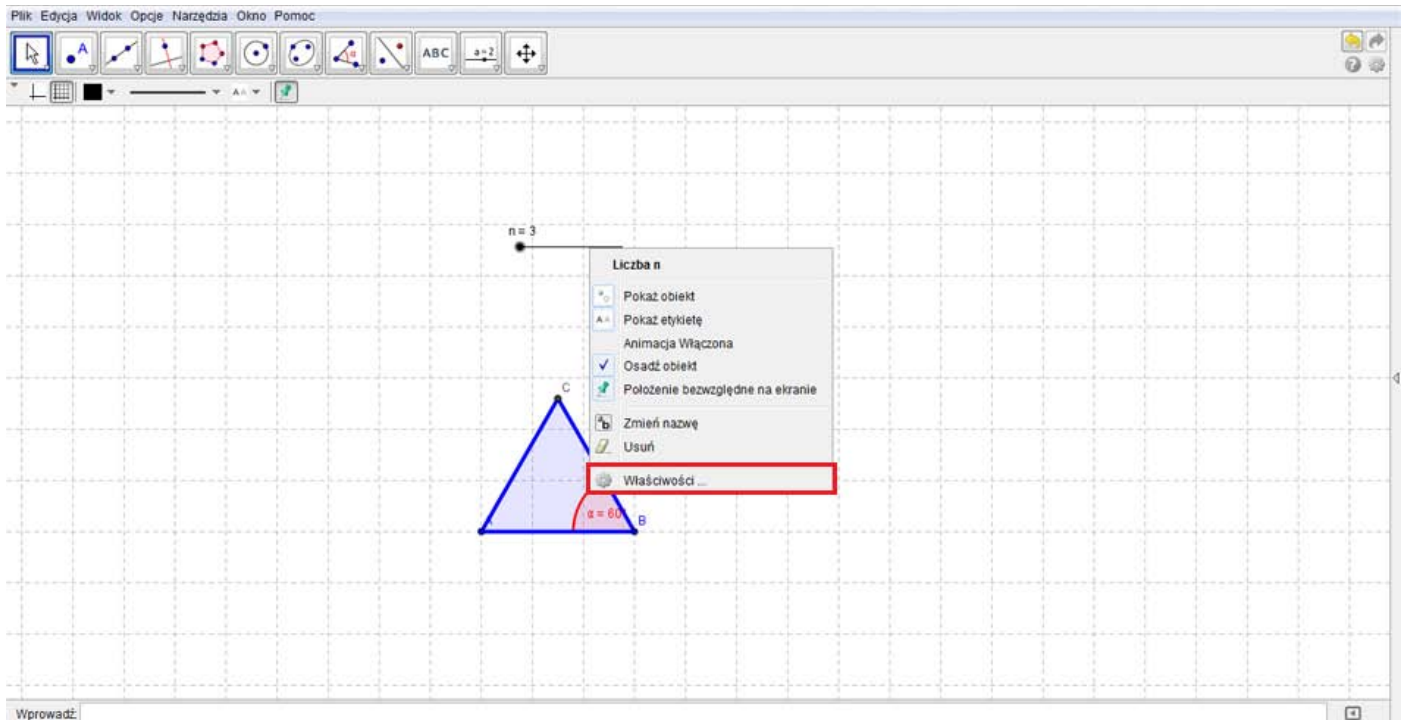


13. Najedź na powstały tekst i kliknij na niego prawym przyciskiem myszy. Na wyświetlonym okienku kliknij **Właściwości**.
14. Analogicznie do poprzednich formatowań w zakładce **Tekst** zmień czcionkę na dużą oraz w zakładce **Kolor** zmień jego kolor na czerwony.

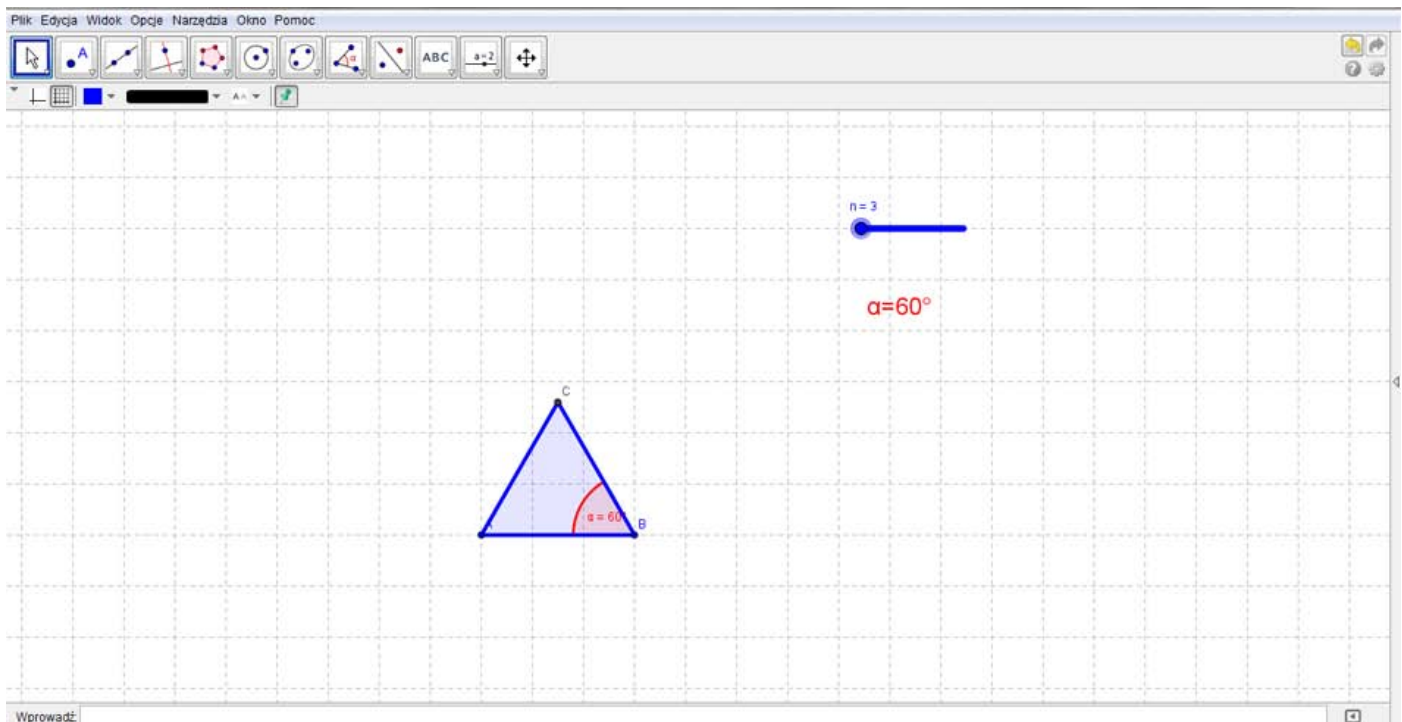




15. Najedź na wcześniej stworzony suwak i kliknij na niego prawym przyciskiem myszy. Na wyświetlonym okienku kliknij **Właściwości**.

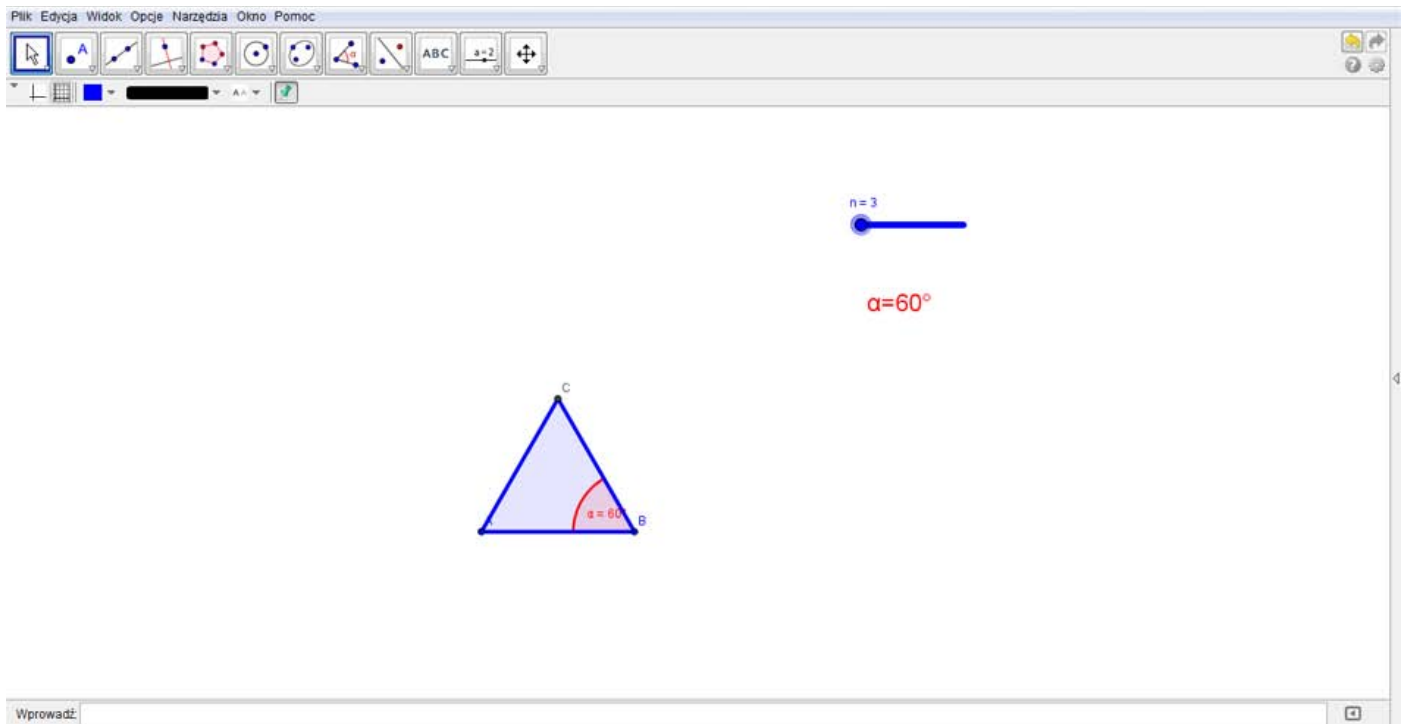


16. Analogicznie do poprzednich formatowań w zakładce **Kolor** zmień jego kolor na niebieski oraz w zakładce **Styl** zmień grubość prostej na 13.
17. Najedź jeszcze raz na suwak i kliknij na niego prawym przyciskiem myszy. Na wyświetlonym okienku kliknij **Osadź obiekt**. Pozwoli to na zmianę położenia.





18. Wyłącz widok siatki.



19. Zapisz plik.



ZADANIA Z WYKORZYSTANIEM PLANSZY

DYNAMICZNY WIELOKĄT – BADAMY SUMĘ KĄTÓW WIELOKĄTA

Wykonaj następujące obserwacje:

1. Zmieniaj wartość n . Co dzieje się z kątem α , gdy zwiększać wartość n , a co gdy zmniejszasz?
2. Czy istnieją różne wartości n dla których kat α jest taki sam?
3. Zmieniaj wartości n i uzupełnij tabelę wzoru:

| Liczba boków n | Wartość kąta α | Sposób obliczenia sumy | Wartość sumy kątów | Ile razy suma kątów wielokąta zawiera wartość 180° ? |
|---------------------|--------------------------|------------------------------|--------------------|---|
| 3 | 60° | $3 \cdot 60^\circ$ | 180° | 1 |
| 4 | 90° | $4 \cdot 90^\circ$ | 360° | 2 |
| 5 | | | | |
| 6 | | | | |
| 7 | | | | |
| 8 | | | | |
| 9 | | | | |
| 10 | | | | |
| 11 | | | | |
| 12 | | | | |
| n | ----- | ----- | ? | ? |

4. Jak rośnie suma kątów, gdy zwiększamy wartość n o 1? Co ile stopni?
5. W ostatnim została umieszczona wartość n boków. Spróbuj uogólnić zależność patrząc najpierw na ostatnią kolumnę. 3 boki to jedna wielokrotność 180° , 4 boki – dwie wielokrotności 180° , 5 boków – trzy wielokrotności 180° , więc n boków to
6. Analogicznie obserwując zmiany wartości uzupełnij wzór na sumę kątów, który ma postać:

$$S_k =$$