

PROJEKT  
PIKTOGRAFIA

# Scenariusze zajęć DLA GIMNAZJUM







**Rozwijanie umiejętności  
posługiwania się językiem symbolicznym  
w edukacji z zakresu nauk matematycznych  
z zastosowaniem piktogramów Asylco**

# **Scenariusze zajęć**

## **DLA KLAS GIMNAZJALNYCH**

**AUTORZY**

Mirosław Dąbrowski  
Anna Dereń  
Elżbieta Jabłońska  
Anna Pregler  
Małgorzata Sieńczewska  
Małgorzata Żytko

**REDAKCJA**

Elżbieta Jabłońska

**KOREKTA TECHNICZNA**

Katarzyna Szajowska

**PROJEKT OKŁADKI**

Bartłomiej Dudek  
Katarzyna Honij

**LAYOUT I SKŁAD**

Positive Studio, Marcin Cierech

**WYDANIE I**

© Copyright by Wydawnictwo Bohdan Orłowski, Konstancin-Jeziorna 2013

ISBN 978-83-88967-82-5

EAN 9788388967825

**BENEFICJENT**

**Wydawnictwo Bohdan Orłowski**

ul. Stefana Batorego 16 lok. 1 i 2; 05-510 Konstancin-Jeziorna

**PARTNER**

**Wydział Pedagogiczny Uniwersytetu Warszawskiego**

ul. Mokotowska 16/20; 00-561 Warszawa

[www.projekt-piktografia.pl](http://www.projekt-piktografia.pl)

[www.piktografia.pl](http://www.piktografia.pl)

Publikacja *Scenariusze zajęć dla klas gimnazjalnych* powstała w ramach projektu  
**Piktografia – Rozwijanie umiejętności posługiwania się językiem symbolicznym  
w edukacji z zakresu nauk matematycznych z zastosowaniem piktogramów Asylco.**  
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu  
Społecznego, Priorytet III. Wysoka jakość systemu edukacji, Działanie 3.5 Projekty innowacyjne.



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Wstęp.....	5
1. Witamy piktogramy – czyli o zapisach rysunkowych i symbolicznych.....	7
2. Detektyw – czyli prowadzimy rozumowanie .....	10
3. Matematyczne opowiadania – czyli o tworzeniu i rozwiązywaniu zadań tekstowych.....	15
4. Ile to kosztuje – czyli od zagadki do zadania tekstowego, cz. I.....	21
5. Ile to kosztuje – czyli od zagadki do zadania tekstowego, cz. II.....	26
6. Ile to kosztuje – czyli od zagadki do zadania tekstowego, cz. III.....	30
7. Ile to kosztuje – czyli od zagadki do zadania tekstowego, cz. IV.....	35
8. Co z tego wynika – czyli o pewnych własnościach nierówności, cz. I.....	40
9. Co z tego wynika – czyli o pewnych własnościach nierówności, cz. II.....	44
10. Co jest dalej – czyli o dostrzeganiu i wykorzystywaniu prawidłowości, cz. I.....	48
11. Co jest dalej – czyli o dostrzeganiu i wykorzystywaniu prawidłowości, cz. II.....	53
12. Co tu pasuje – czyli o dostrzeganiu związków, podobieństw i różnic, cz. I.....	57
13. Co tu pasuje – czyli o dostrzeganiu związków, podobieństw i różnic, cz. II.....	63
14. Co tu pasuje – czyli o dostrzeganiu związków, podobieństw i różnic, cz. III.....	68
15. Gdzie co jest – czyli o czytaniu ze zrozumieniem, cz. I.....	74
16. Gdzie co jest – czyli o czytaniu ze zrozumieniem, cz. II.....	79
17. Plan miejscowości – czyli opisujemy naszą okolicę .....	83
18. Jak zapisać trasę – czyli jak orientować się na planie.....	85
19. Gry – czyli rozwijanie umiejętności strategicznych.....	89



## WSTĘP

Publikacja zawiera szesnaście scenariuszy przeznaczonych dla uczniów gimnazjum mających trudności w uczeniu się matematyki. Wszystkie wykorzystują pomoce przygotowane w ramach projektu *Rozwijanie umiejętności posługiwania się językiem symbolicznym w edukacji z zakresu nauk matematycznych z zastosowaniem piktogramów Asylco*.

W każdym scenariuszu zostały zapisane cele edukacyjne oraz umiejętności, które dzięki temu scenariuszowi mogą być kształtowane. Sformułowania celów i umiejętności są zacytowane z podstawy programowej kształcenia ogólnego. Oprócz celów ogólnych dla III etapu edukacyjnego wymieniono również odpowiednie cele ogólne oraz wymagania szczegółowe kształcenia matematycznego. Scenariusze dotyczą wszystkich obszarów wymienionych w celach ogólnych kształcenia matematycznego na trzecim etapie edukacyjnym. W niektórych scenariuszach pojawiają się również odwołania do wymagań szczegółowych z niższego (drugiego) etapu edukacyjnego z uwagi na to, że uczestnikami proponowanych w nich zajęć będą uczniowie, którzy nie zawsze w dostatecznym stopniu opanowali umiejętności kształcone w szkole podstawowej.

Dalej w scenariuszu wymienione są potrzebne pomoce. Pochodzą one na ogół z zestawu pomocy dla grupy uczniów. Zasadniczą częścią każdego scenariusza jest przebieg sytuacji dydaktycznej często opatrzone komentarzami i wskazówkami autorów dotyczącymi metod pracy. Polecane są metody aktywizujące uczniów oraz praca w zespołach (w tym również projekt edukacyjny). Scenariusze zakładają dużą aktywność uczniowską przy ograniczonej do roli organizatora pozycji nauczyciela.

Mogą być stosowane w całości, we fragmentach lub dowolnie modyfikowane. Mogą również inspirować kreatywnych nauczycieli do projektowania własnych autorskich scenariuszy.

Mimo że ustawione zostały w kolejności nieprzypadkowej, to od nauczyciela, który zna swoich uczniów i potrafi rozpoznać ich braki i potrzeby, będzie zależało, które scenariusze i kiedy będą realizowane.

Uzupełnieniem niektórych scenariuszy są tematycznie z nimi związane karty pracy – jednostronicowe zestawy zadań do pracy indywidualnej. Zostały one opracowane na dwóch poziomach trudności: A i B, tak aby mogły służyć indywidualizacji samodzielnej pracy ucznia. Poziom A przeznaczony jest dla uczniów, którzy potrzebują więcej ćwiczeń, aby opanować daną umiejętność, karty na poziomie B służą dalszemu jej rozwijaniu.

Do niektórych scenariuszy przygotowano zamieszczone na płycie CD prezentacje, które zawierają materiały potrzebne do realizacji scenariusza – ilustracje lub treści zadań. Aby skorzystać z prezentacji, nauczyciel powinien skopiować ją na inny nośnik, wybrać potrzebne slajdy a w czasie lekcji wyświetlić na ekranie lub tablicy multimedialnej.

Mamy nadzieję, że te wszystkie materiały pomogą nauczycielom zorganizować i prowadzić efektywne zajęcia dla uczniów, którzy mieli trudności z opanowaniem ważnych umiejętności matematycznych, a innowacyjny sposób pracy z wykorzystaniem języka piktogramów sprawi, że nauka matematyki będzie również przyjemna i wciągająca.



*Anna Pregler*

## 1. WITAMY PIKTOGRAMY – CZYLI O ZAPISACH RYSUNKOWYCH I SYMBOLICZNYCH

### **Cele ogólne na III etapie kształcenia:**

- zdobycie przez uczniów umiejętności wykorzystania posiadanych wiadomości podczas wykonywania zadań i rozwiązywania problemów;
- myślenie matematyczne – umiejętność wykorzystania narzędzi matematyki w życiu codziennym oraz formułowania sądów opartych na rozumowaniu matematycznym;
- myślenie naukowe – umiejętność wykorzystania wiedzy o charakterze naukowym do identyfikowania i rozwiązywania problemów, a także formułowania wniosków opartych na obserwacjach empirycznych dotyczących przyrody i społeczeństwa;
- umiejętność wyszukiwania, selekcjonowania i krytycznej analizy informacji;
- umiejętność pracy zespołowej.

### **Cele ogólne – matematyka:**

- Rozumowanie i argumentacja.  
Uczeń prowadzi proste rozumowania, podaje argumenty uzasadniające poprawność rozumowania.

### **dla II etapu edukacyjnego:**

- Wykorzystanie i tworzenie informacji.  
Uczeń interpretuje i przetwarza informacje tekstowe, liczbowe, graficzne, rozumie i interpretuje odpowiednie pojęcia matematyczne, zna podstawową terminologię, formułuje odpowiedzi i prawidłowo zapisuje wyniki.
- Rozumowanie i tworzenie strategii.  
Uczeń prowadzi proste rozumowanie składające się z niewielkiej liczby kroków, ustala kolejność czynności (w tym obliczeń) prowadzących do rozwiązania problemu, potrafi wyciągnąć wnioski z kilku informacji podanych w różnej postaci.

### **Wymagania szczegółowe:**

- Statystyka opisowa i wprowadzenie do rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń:
  - wyszukuje, selekcjonuje i porządkuje informacje z dostępnych źródeł.

### **dla II etapu edukacyjnego:**

- Zadania tekstowe. Uczeń:
  - wykonuje wstępne czynności ułatwiające rozwiązanie zadania, w tym rysunek pomocniczy lub wygodne dla niego zapisanie informacji i danych z treści zadania;
  - dostrzega zależności między podanymi informacjami.

### **Pomoce:**

- piktogramy – komplet,
- tabliczki suchościeralne i pisaki – dla każdego ucznia,
- prezentacja (do ewentualnego wykorzystania).

**Przebieg sytuacji dydaktycznej:**

1. Prezentujemy wszystkim uczniom zestaw piktogramów – na dużym stole z zestawionych ławek lub na podłodze. Czekamy na reakcję uczniów, na ich spontaniczne wypowiedzi i propozycje działań. Prowadzimy rozmowę z uczniami (lub uczniowie między sobą) zgodnie z ich stwierdzeniami, sugestiami, pytaniami. Staramy się sami nie odpowiadać na zadane pytania, ale pozwalamy innym uczniom udzielać odpowiedzi, snuć przypuszczenia lub inspirujemy ich do samodzielnego poszukiwania wyjaśnień. Jeżeli uczniowie zaproponują jakieś działania inspirowane zestawem ikonek, zrealizujemy je zgodnie z ich propozycjami.
2. Jeżeli uczniowie nie zadali lub nie sformułowali, np. w trakcie prowadzonej przez siebie rozmowy, odpowiedzi na poniższe pytania, zadajemy je:
  - ✓ *W czym są podobne te znaki do siebie?*
  - ✓ *Czym się różnią te znaki od siebie?*
  - ✓ *Gdzie ludzie posługują się znakami do przekazywania informacji?*
  - ✓ *Jakie zalety mają znaki?*
  - ✓ *Jakie wady mają znaki?*
  - ✓ *Do czego można użyć znaków?*
  - ✓ *Można doprecyzować to pytanie: Jak moglibyśmy użyć znaków do nauki?*

**Komentarz I:**

Wszystkie te pytania należą do kategorii pytań otwartych, stymulujących myślenie kreatywne. Aby spełniły taką rolę, należy pamiętać o następujących zasadach:

- na pytanie otwarte można udzielić bardzo wielu poprawnych odpowiedzi, niepoprawne są jedynie odpowiedzi niemające związku z pytaniem,
- jeżeli mamy wątpliwości, dopytajmy dziecko, dlaczego tak odpowiedziało – bardzo często uzasadnienie odpowiedzi ujawnia jej oryginalność i pokazuje twórczy tok rozumowania ucznia,
- aby pojawiło się wiele odpowiedzi, trzeba pozostawić dzieciom czas na ich udzielenie (nawet jeżeli przez chwilę nie padają żadne odpowiedzi, należy poczekać – z reguły po przerwie pojawiają się coraz ciekawsze, bardziej oryginalne odpowiedzi).

**Komentarz II:**

Jeżeli uczniowie mają trudność z odpowiedzią na 2. pytanie, możemy np. sięgnąć do podręczników, gdzie często pojawiają się znaki do oznaczenia różnych jego elementów, możemy zorganizować krótką wycieczkę po szkole, gdzie znajdują różne znaki, np. BHP, możemy wykorzystać prezentację ze znakami.

3. Jeżeli wśród uczniowskich propozycji nie pojawiły się następujące działania, przeprowadźmy:
  - 3.1. Klasyfikowanie piktogramów (znaczków) – prosimy uczniów o pogrupowanie znaków (w zależności od liczebności grupy uczniowie mogą zrobić to wspólnie lub możemy podzielić ich na mniejsze grupy).

**Komentarz:**

Nie podajemy żadnych kryteriów klasyfikowania – uczniowie powinni wypracować je sami – podając propozycje, uzasadniając je, przekonując siebie nawzajem. Jeżeli uczniowie pracowali w grupach, porównajmy efekty pracy obu grup. Jeżeli pracowali całą klasą, zastanówmy się, czy przedstawiony sposób pogrupowania znaków jest jedynym możliwym. Zaproponujmy poszukiwanie innych sposobów podziału.

- 3.2. Przypisywanie znaczenia piktogramom (np. podpisywanie ich). Porównywanie propozycji, zastanawianie się, skąd się biorą różnice w rozumieniu znaków.
- 3.3. Wyszukanie lub ułożenie zagadki, krótkiego tekstu itp., zastąpienie w nim wybranych wyrazów piktogramami i przekazanie innym uczniom do odczytania. Po porównaniu z oryginałem przedyskutowanie, jakie wystąpiły różnice, skąd się mogły wziąć itd.
- 3.4. Wyszukiwanie znaków w najbliższym otoczeniu – w klasie, w szkole. Poszukiwania można kontynuować jako zadanie domowe.
- 3.5. Wyszukanie w Internecie lub w innym źródle informacji na temat piktogramów.
- 3.6. Przedstawienie wybranego fragmentu otoczenia rysunkiem, a następnie zaprojektowanie jego piktogramu (znaczka).
- 3.7. Projektowanie znaczków przydatnych w klasie, w szkole, w domu itp.
- 3.8. „Zastosowanie piktogramów w otaczającym nas świecie” może być również tematem projektu – długoterminowej pracy zespołowej. Realizacją tego tematu może się zająć nawet parę grup, bo z pewnością rezultaty ich pracy i prezentacje będą się od siebie różniły.

## 2. DETEKTYW – CZYLI PROWADZIMY ROZUMOWANIE

### Cele ogólne na III etapie kształcenia:

- zdobycie przez uczniów umiejętności wykorzystania posiadanych wiadomości podczas wykonywania zadań i rozwiązywania problemów;
- kształtowanie u uczniów postaw warunkujących sprawne i odpowiedzialne funkcjonowanie we współczesnym świecie;
- myślenie matematyczne – umiejętność wykorzystania narzędzi matematyki w życiu codziennym oraz formułowania sądów opartych na rozumowaniu matematycznym;
- myślenie naukowe – umiejętność wykorzystania wiedzy o charakterze naukowym do identyfikowania i rozwiązywania problemów, a także formułowania wniosków opartych na obserwacjach empirycznych dotyczących przyrody i społeczeństwa;
- umiejętność sprawnego posługiwania się nowoczesnymi technologiami informacyjno-komunikacyjnymi;
- umiejętność wyszukiwania, selekcjonowania i krytycznej analizy informacji;
- umiejętność pracy zespołowej.

### Cele ogólne – matematyka:

- Użycie i tworzenie strategii.  
Uczeń stosuje strategię jasno wynikającą z treści zadania, tworzy strategię rozwiązania problemu.
- Rozumowanie i argumentacja.  
Uczeń prowadzi proste rozumowania, podaje argumenty uzasadniające poprawność rozumowania.

### Pomoce:

- opowieść detektywistyczna,
- plan willi z otoczeniem (format A3),
- naklejki z twarzą chłopca i dziewczynki,
- kartoniki do rysowania własnych piktogramów,
- pisaki.

**Przebieg sytuacji dydaktycznej:**

1. Nauczyciel zaprasza uczniów do rozwiązania zagadki detektywistycznej. Analizuje z uczniami różne sposoby rozwiązywania zagadek – typy rozumowań, podejmowanie różnych tropów, wykluczanie z listy podejrzanych, dedukowanie i indukowanie, porównywanie zeznań, analizę śladów itp.
2. Uczniowie otrzymują plan willi i jej najbliższego otoczenia oraz stemple z sylwetkami kobiety i mężczyzny (wersja prostsza) lub czyste kartoniki, na których sami narysują odpowiednie piktogramy.
3. Nauczyciel czyta opowieść detektywistyczną, w której występują różne osoby, rekwizyty, jest też określone tło akcji (np. w ogrodzie pod krzakiem, w piwnicy). Rozmieszczanie piktogramów w odpowiednich miejscach planu pomoże uczniom w odtworzeniu sytuacji, w selekcji informacji i odrzuceniu nieważnych informacji/piktogramów, a w rezultacie rozwiązaniu zagadki (np. kto i w jakim miejscu ukrył złotą monetę). Zagadka pojawia się już na wstępie opowieści, jako powód wizyty detektywa w miejscu „przestępstwa”.
4. Uczniowie pracują w grupach 2–4-osobowych, co pozwala na uzasadnianie wyborów, dyskusowanie, rozmowę o różnych strategiach rozwiązania zagadki. Każda para ustala, kto (możliwe, że również w jakim miejscu) ukrył monetę.
5. W czasie prezentacji rozwiązań ważne jest, aby uczniowie przedstawiali przyjęty przez siebie sposób rozwiązania zagadki, uzasadniali, dlaczego odrzucili jedne osoby jako podejrzane, dlaczego wahali się przy innych, co zdecydowało o przyjęciu jednego rozwiązania lub, jeżeli się tak zdarzy, pozostawieniu kilku możliwości.
6. W zależności od zaawansowania grupy zachęcamy dzieci do tworzenia własnych piktogramów w czasie słuchania lub czytania „detektywistycznego tekstu”.
7. Gra zainicjowana przez nauczyciela powinna być wstępem do tworzenia zagadek detektywistycznych przez dzieci. Możemy wykorzystać załączone plany lub stworzyć własne. Można zaproponować wymianę zagadek między grupami, sprawdzanie różnych toków rozumowania, tropów, czytelności zapisów, możliwości rozwiązania, pojawiających się błędów. Warto ustalić dopuszczalną długość opisów, liczbę osób, rekwizytów, pomieszczeń, wydarzeń, co pozwoli na zachowanie właściwych proporcji między czasem układania zagadek i ich rozwiązywania.
8. Inną grą mogą być tworzone przez zespoły opisy wizji lokalnych i ich rysunkowe odtwarzanie. Mogą być rozwijane jako niedokończone teksty, np. „Kiedy detektyw ostrożnie uchylił drzwi zauważył, że...”, „Ku wielkiemu zdziwieniu detektywa, w zakamarkach parku załśniło...”, „Nie spodziewał się, że tuż pod oknem odnajdzie...” itp.

**Komentarz:**

Jak wskazują badania PISA, badania umiejętności 6-klasistów i gimnazjalistów<sup>1</sup>, polscy uczniowie często rezygnują z rozwiązywania złożonych zadań, uznając, że ich treść jest zbyt skomplikowana. Atrakcyjne wprowadzenie w postaci „zagadek detektywistycznych” motywuje uczniów do samodzielnego poszukiwania rozwiązania zagadki, budowania własnych strategii, skłania do podejmowania próby analizy tekstu, wyszukiwania danych, prowadzeniu własnych notatek, zapisków czy też rysunków, oswaja z dłuższymi czy też bardziej złożonymi tekstami. Takie doświadczenie przygotowuje uczniów do przyjęcia podobnego toku rozumowania w czasie rozwiązywania problemów matematycznych.

W przypadku uczniów, którzy mają problemy z analizą tekstu, problemu, możliwe staje się ćwiczenie różnych strategii rozwiązywania zadań. Uczeń, wizualizując treść zadania za pomocą planu sytuacyjnego, piktogramów, może korygować swoje błędy na właściwym dla niego poziomie formalizmu, poszukiwać najlepszego dla niego sposobu zapisywania danych, rozwiązania zadania. Konieczność uzasadniania własnego rozwiązania, możliwość śledzenia jego kolejnych etapów, między innymi dzięki ilustracyjnemu planowi sytuacyjnemu, pozwala nauczycielowi na śledzenie toku rozumowania ucznia i – w efekcie – wspieranie go, np. poprzez zadawanie pytań dodatkowych, ułatwiających uczniowi samodzielne modyfikowanie rozwiązania.

Tego rodzaju zajęcia mogą być zastosowane na wszystkich etapach kształcenia – zarówno na lekcjach przygotowujących do stosowania różnych strategii rozwiązywania zadań, sytuacji problemowych, jak i na zajęciach wyrównawczych z uczniami, którzy mają trudności z analizowaniem zadań, problemów, z opracowaniem własnej strategii rozwiązania problemu.

**Przykładowa opowieść detektywistyczna:**

Dostaliście plan pewnego domu. Dlaczego? Bo w tym domu skrywana jest tajemnica. Dlaczego dostaliście plan domu ze skrywaną tajemnicą? Bo pomoże Wam w jej rozwiązaniu. Kiedy będę czytać, co wydarzyło się w domu (ogrodzie, lesie, parku), zapisujcie kolejne wydarzenia, wklejając (układając) obrazki w miejscu tych zdarzeń. Możecie też rysować swoje ikonki, jeżeli uznacie, że brakuje ich Wam do stworzenia planu sytuacyjnego. To rozmieszczanie wydarzeń na planie to właśnie tworzenie planu sytuacyjnego. Gdyby ktoś w tym momencie wszedł do klasy, to co na planie sytuacyjnym wkleiłby? No właśnie, jak wyglądałby ten plan? (dajemy szansę dzieciom, żeby opowiedziały, co znalazłoby się na planie). Czego obserwator dowiedziałby się o naszej grupie? (inicjujemy rozmowę z dziećmi).

Najwyższy czas zabrać się za zagadkę.

Dom (park, ogród, las) jest miejscem niespodziewanego i zaskakującego wszystkich zaginięcia (złotej monety, tajnego planu, tortu imieninowego, laptopa z tajnym projektem, piłki z autografami piłkarzy itp.).

Kiedy zorientowano się, że zaginęła ta „ważna rzecz” (a raczej ktoś ją sprytnie ukrył), wezwano detektywa Lupę. Detektyw przesłuchał wszystkich uczestników tego wydarzenia i oto, co ustalił. W poniedziałek po obiedzie w domu (parku, lesie, ogrodzie) spotkali się: Adam, Beata, Dorota,

<sup>1</sup> Por. np.: *Osiągnięcia uczniów kończących szkołę podstawową w roku 2007*. CKE, Warszawa 2007; M. Federowicz (red.): *Umiejętności polskich gimnazjalistów*. Wyd. IFIS PAN, Warszawa 2007.

Ewa, Karol, Marek, żeby obejrzeć słynną złotą monetę (program, plan, piłkę itp.). W pewnym momencie jej właściciel Zdzich wyszedł do sypialni, żeby odebrać telefon. Kiedy wrócił po paru minutach, okazało się, że w gabinecie jest tylko Ewa, a moneta zniknęła.

Czego dowiedział się detektyw?

Adam – w tym czasie kiedy wyszedł Zdzich, poszedłem do łazienki, w gabinecie pozostała cała reszta.

Beata – ja w tym czasie poszłam do kuchni zrobić sobie herbatę, wyszłam zaraz po Adamie. Kiedy włączyłam czajnik, dołączyła do mnie Dorota.

Dorota – ja wyszłam z gabinetu i poszłam za Beatą do kuchni. Chciało mi się pić. Był ciepły letni dzień. Kątem oka zobaczyłam, że Karol ogląda raz jeszcze monetę.

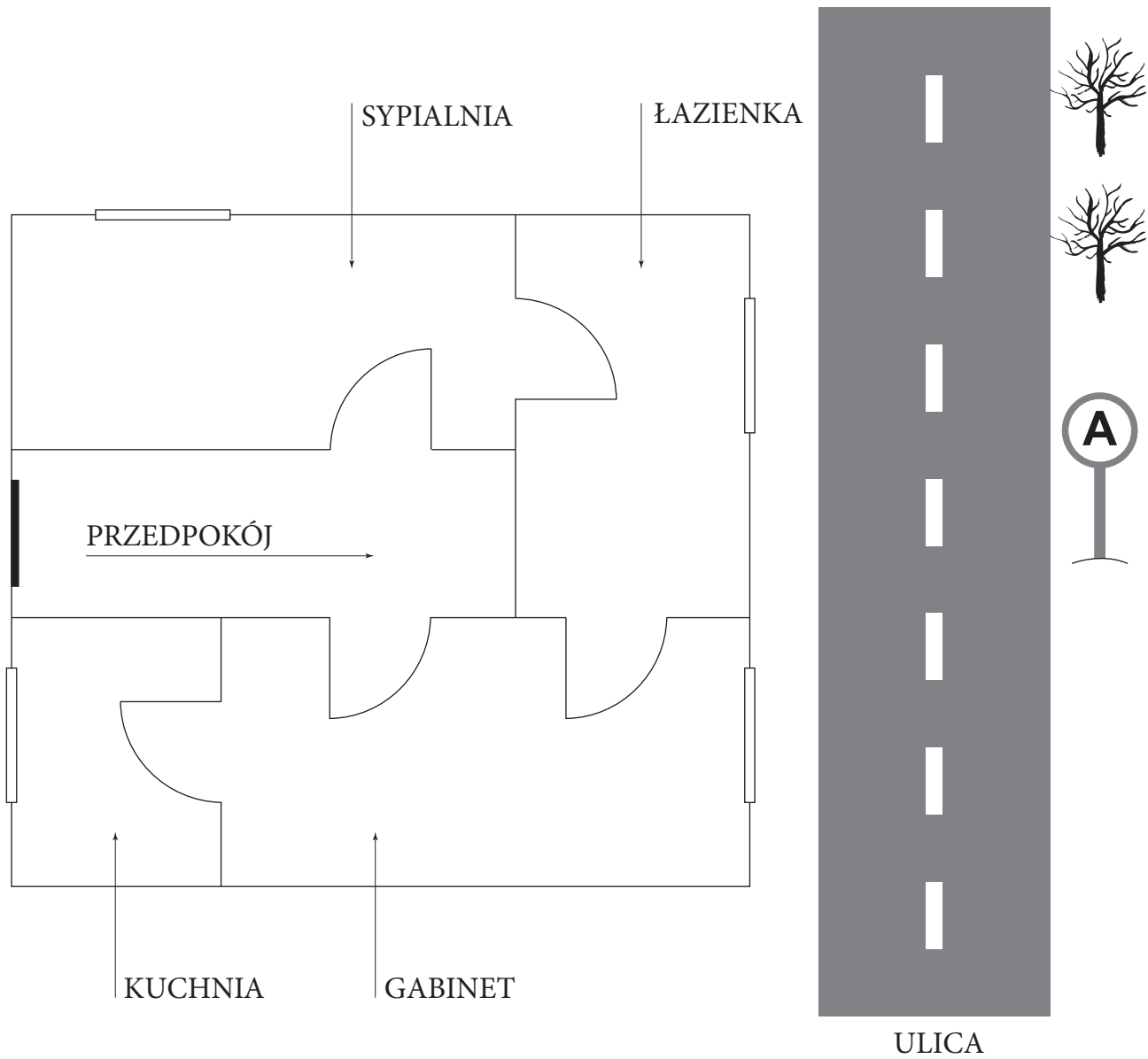
Ewa – ponieważ dwie pozostałe dziewczyny wyszły, włączyłam radio, żeby posłuchać wiadomości o godzinie 15:00. Zostałam z Markiem i Karolem, ale Karol zaraz wyszedł, a Marek chwilę po nim. Nawet zdziwiłam się, że wszyscy gdzieś sobie poszli. Aha, Beata zawołała z kuchni, czy ktoś chce coś do picia.

Karol – kiedy Zdzich wyszedł, żeby zadzwonić, chwilę poczekałem, popatrzyłem jeszcze na monetę. Chciałem wejść do łazienki, ale była zajęta, więc wyszedłem przed dom, żeby się trochę przewietrzyć. Nikogo nie widziałem.

Marek – po wyjściu Zdzicha goście rozproszyli się po domu, więc wyszedłem, żeby wykorzystać ten moment i sprawdzić na przystanku naprzeciw domu rozkład jazdy autobusu. Robiło się już ciemno. Nikogo nie widziałem, tylko Beatę w oświetlonym oknie gabinetu. Nerwowo spoglądała zza kotary. Jestem pewien, że była sama.

Detektyw zaznaczył na planie sytuacyjnym układ osób, przyjrzał się uważnie i po chwili wiedział, kto jest podejrzany o przywłaszczenie monety.

## Plan willi





Małgorzata Żytka

### 3. MATEMATYCZNE OPOWIADANIA – CZYLI O TWORZENIU I ROZWIĄZYWANIU ZADAŃ TEKSTOWYCH

#### Cele ogólne w szkole podstawowej:

- umiejętność korzystania z podstawowych narzędzi matematyki w życiu codziennym oraz prowadzenia elementarnych rozumowań matematycznych;
- umiejętność pracy zespołowej;
- zdobycie przez uczniów umiejętności wykorzystywania posiadanych wiadomości podczas wykonywania zadań i rozwiązywania problemów.

#### Cele ogólne na III etapie kształcenia:

- zdobycie przez uczniów umiejętności wykorzystania posiadanych wiadomości podczas wykonywania zadań i rozwiązywania problemów;
- kształtowanie u uczniów postaw warunkujących sprawne i odpowiedzialne funkcjonowanie we współczesnym świecie;
- myślenie matematyczne – umiejętność wykorzystania narzędzi matematyki w życiu codziennym oraz formułowania sądów opartych na rozumowaniu matematycznym;
- umiejętność wyszukiwania, selekcjonowania i krytycznej analizy informacji;
- umiejętność pracy zespołowej.

#### Cele ogólne – matematyka:

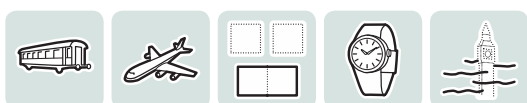
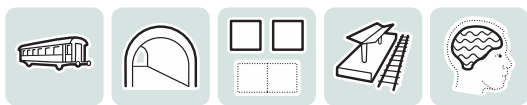
- Wykorzystanie i tworzenie informacji.  
Uczeń interpretuje i tworzy teksty o charakterze matematycznym, używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.
- Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.  
Uczeń używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretuje pojęcia matematyczne i operuje obiektami matematycznymi.
- Modelowanie matematyczne.  
Uczeń dobiera model matematyczny do prostej sytuacji, buduje model matematyczny danej sytuacji.
- Użycie i tworzenie strategii.  
Uczeń stosuje strategię jasno wynikającą z treści zadania, tworzy strategię rozwiązania problemu.
- Rozumowanie i argumentacja.  
Uczeń prowadzi proste rozumowania, podaje argumenty uzasadniające poprawność rozumowania.

#### Wymagania szczegółowe:

- Równania. Uczeń:
  - zapisuje związki między wielkościami za pomocą równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym związki między wielkościami wprost proporcjonalnymi i odwrotnie proporcjonalnymi;
  - sprawdza, czy dana liczba spełnia równanie stopnia pierwszego z jedną niewiadomą;
  - rozwiązuje równania stopnia pierwszego z jedną niewiadomą.

**Pomoce:**

- zestawy piktogramów – naklejki z pakietu pomocy:



- puste naklejki do tworzenia nowych piktogramów,
- duży karton lub papier pakowy,
- tabliczki suchościeralne, flamastry.

**Przebieg sytuacji dydaktycznej:**

1. Nawiązujemy w rozmowie z uczniami do tematyki związanej z różnymi środkami transportu: lądowym, wodnym, powietrznym, morskim. Podział na grupy: uczniowie otrzymują encyklopedie, albumy, książki. Przygotowują prezentacje na temat ewolucji wybranego środka transportu w perspektywie historycznej (samochód, pociąg, samolot, statek). Ustalają przyczyny zmian, jakie dokonały się przez wieki w sposobach przemieszczania się człowieka na dalsze odległości. Wskazują kluczowe osiągnięcia techniki.
2. Prezentacja efektów pracy uczniów w grupach – sesja plakatowa. Następnie każda z grup uzgadnia zestaw piktogramów charakterystycznych dla danego środka transportu (co można zobaczyć: na lotnisku, na dworcu kolejowym, na parkingu lub stacji benzynowej, w porcie). Próba zdobycia informacji, jak by takie piktogramy wyglądały w dawnych czasach.
3. Koncentracja na jednym z najważniejszych wynalazków człowieka – kole. Rozdajemy uczniom poniższy tekst do pracy w grupach.

*Ciężkie wozy wojenne przemieszczają się na wielkich drewnianych kołach. To jeden z najstarszych wizerunków koła umieszczonych na dekoracji skrzyni, która powstała ok. 2600 r. p.n.e. Koła były tam zbudowane z dwóch kawałków pełnego drewna, połączonych drewnianymi poprzecznkami. Aby koła się nie ścierały, zabezpieczano je paskami rzemiennymi, które przybijano miedzianymi gwoździami. Później do tych celów używano miedzianych obręczy oraz wykonanych z brązu czy żelaznych. Takie koła były bardzo ciężkie, ale ułatwiały transport towarów na większe odległości. Znacznie lżejsze były koła szprychowe, które pojawiły się około 2000 r. p.n.e. Koło znalazło też wiele innych zastosowań.*



*Koło zębate – przekładnia utworzona z dwóch nachodzących na siebie kół zębatach poruszających się na sworzniach.*



*Krządek linowy – służy do podnoszenia dużych ciężarów; to koło z rowkiem, w którym biegnie lina. Do jednego jej końca zaczepia się ciężar i ciągnie za drugi koniec. Wynaleziono go w 800 r. p.n.e. w Asyrii i Syrii. Kilka takich krządków linowych tworzących system połączeń nazywa się wielokrądkiem. Za ich pomocą można podnosić rzeczywiście duże ciężary, nie używając siły. Wielokrządek jest dziełem Archimedesesa z Syrakuz.*



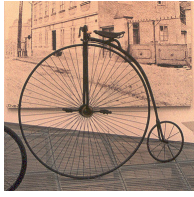
*Koło wodne – porusza się dzięki wykorzystaniu siły wody. Prąd wody wprawia w ruch łopaty umocowane wokół koła, a oś koła z kolei wprawia w ruch, np. żarna (kamienne bloki) do mielenia zboża. Koło wodne wykorzystywano już w IV w. p.n.e.*



*Kołowrotek – wynaleziono go ok. 3000 lat temu w Chinach. Pozwala przekształcać jedwab, wełnę i bawełnę w cienkie nici. Ten wynalazek pojawił się w Europie dopiero ok. 1298 r.*

*Koło szprychowe – dopiero w 1870 r. opatentowano taki wynalazek jak koło szprychowe. Jest to koło metalowe z drucianymi szprychami. Zastąpiło ono drewniane koła, które obijano żelaznymi obręczami.*

*Rower – interesował się nim już Leonardo da Vinci (1452–1519). Wśród jego rysunków można odnaleźć taki, który przedstawia urządzenie przypominające współczesny rower.*



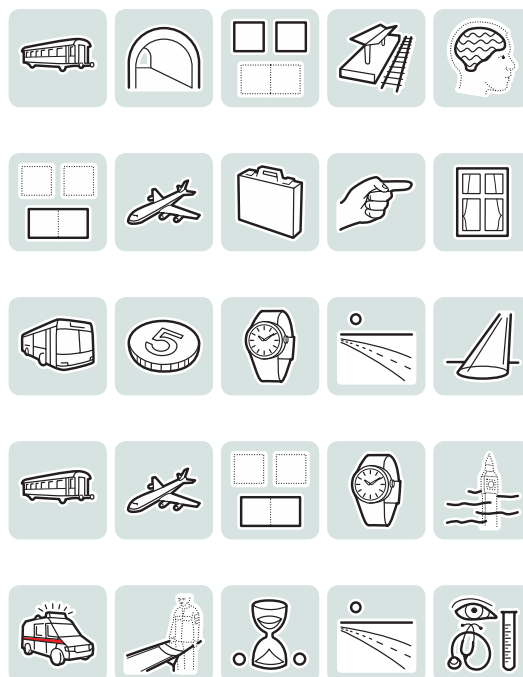
Bicykl to rodzaj dawnego roweru złożonego z dwóch kół – dużego i małego. Średnica tego dużego koła miała 1,5 m. Pedał były umieszczone bezpośrednio przy dużym kole. Można było na bicyklu rozwijać duże prędkości, ale pojazd był niebezpieczny ze względu na wysokość siedzenia rowerzysty.

Uczniowie przygotowują dla innych grup pytania (zagadki) z matematyzowane, dotyczące treści tego tekstu. Możemy podać uczniom kilka przykładów:

- Średnica dużego koła bicykla wynosi 2 m, a średnica małego 0,5 m. Ile pełnych obrotów wykona duże i małe koło podczas jazdy na odcinku 2 km? Ile razy wolniej obraca się duże koło w porównaniu z małym?
- Obwód koła wynosi  $4\pi$ , a jego promień został trzykrotnie powiększony. Ile teraz wynosi?
- Ile wieków upłynęło od momentu wynalezienia w Chinach kołowrotka do pojawienia się tego urządzenia w Europie?
- Ile wieków upłynęło od narodzin Leonarda da Vinci do wynalezienia koła szprychowego?

Uczniowie wybierają najciekawsze pytania zadane przez kolegów i umieszczają je na dużym kartonie papieru.

- Przygotowujemy dla poszczególnych grup zestawy naklejek z piktogramami, które mają zainspirować uczniów do układania zadań:



Przykłady pytań do zadań z piktogramami:

- ✓ *Ile sztuk bagażu może zmieścić się w luku bagażowym samolotu, skoro walizka pasażera nie może być cięższa niż 20 kg, a dopuszczalne obciążenie samolotu bagażem w luku to 4100 kg?*
- ✓ *Ile czasu potrzebuje karetka pogotowia, aby przejechać odcinek 55 km do szpitala wtedy, gdy porusza się z prędkością 80 km/h i musi zrobić po drodze dwa 5-minutowe postoje, aby zabrać dodatkowy sprzęt?*
- ✓ *Ilu pasażerów usiądzie w business class, skoro w tej części samolotu miejsca są numerowane od 1ABCD do 11ABCD? Jak będą rozstawione rzędy foteli w tym samolocie?*
- ✓ *Ile sztuk kanapek musi rozdać stewardesa w części ekonomicznej samolotu pasażerom w numerami miejsc na bilecie od 36ABCD do 72ABCD?*

#### **Komentarz:**

Zadania mogą być tak skonstruowane, aby nie wszystkie dane w nich zawarte były konieczne do rozwiązania.

5. Grupy przekazują sobie przygotowane zadania. Uczniowie negocjują w zespołach sposób ich rozwiązania i ustalają, które informacje będzie można usunąć, aby ich treść była jasna i zrozumiała.
6. Uczniowie prezentują wyniki dyskusji i rozwiązania zadań. Dołączają rozwiązania zadań do plakatów na temat środków transportu.
7. Poszczególne zespoły przygotowują zadania dla swoich kolegów – z zestawu piktogramów uczniowskich rozłożonego na stole (w widocznym miejscu w klasie) wybierają kilka i proponują kolegom z sąsiedniej grupy ułożenie zadania matematycznego w formie rysunku z wykorzystaniem piktogramów. Po wykonaniu tego zadania następuje prezentacja przez poszczególne grupy schematu (szkicu) zadania – dzieci wyjaśniają sytuację, którą stworzyły.
8. Dyskusja poszczególnych propozycji zadań oraz „burza mózgów” związana z zadawaniem pytań do danego zadania. Zachęcamy uczniów do różnorodności i twórczości w formułowaniu pytań. Grupa, która jest autorem danego szkicu zadania, wybiera te pytania, które najbardziej jej odpowiadają i uczniowie zapisują je pod rysunkiem.
9. Przedyskutowane i uzupełnione zadania poszczególnych grup, narysowane i zapisane na kartonach lub większych arkuszach papieru, zawieszamy na tablicy. Uczniowie wybierają sobie jedno z tych zadań i próbują odpowiedzieć na niektóre pytania. Decydują samodzielnie, jakie pytania wybierają do rozwiązania zadania.
10. Uczniowie sprawdzają w parach poprawność rozwiązań.

Mirosław Dąbrowski

#### 4. ILE TO KOSZTUJE – CZYLI OD ZAGADKI DO ZADANIA TEKSTOWEGO, CZ. I

##### **Cele ogólne na III etapie kształcenia:**

- zdobycie przez uczniów umiejętności wykorzystania posiadanych wiadomości podczas wykonywania zadań i rozwiązywania problemów;
- myślenie matematyczne – umiejętność wykorzystania narzędzi matematyki w życiu codziennym oraz formułowania sądów opartych na rozumowaniu matematycznym;
- myślenie naukowe – umiejętność wykorzystania wiedzy o charakterze naukowym do identyfikowania i rozwiązywania problemów, a także formułowania wniosków opartych na obserwacjach empirycznych dotyczących przyrody i społeczeństwa;
- umiejętność pracy zespołowej.

##### **Cele ogólne – matematyka:**

- Wykorzystanie i tworzenie informacji.  
Uczeń interpretuje i tworzy teksty o charakterze matematycznym, używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.
- Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.  
Uczeń używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretuje pojęcia matematyczne i operuje obiektami matematycznymi.
- Modelowanie matematyczne.  
Uczeń dobiera model matematyczny do prostej sytuacji, buduje model matematyczny danej sytuacji.
- Użycie i tworzenie strategii.  
Uczeń stosuje strategię jasno wynikającą z treści zadania, tworzy strategię rozwiązania problemu.
- Rozumowanie i argumentacja.  
Uczeń prowadzi proste rozumowania, podaje argumenty uzasadniające poprawność rozumowania.

##### **Wymagania szczegółowe:**

- Równania. Uczeń:
  - zapisuje związki między wielkościami za pomocą równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym związki między wielkościami wprost proporcjonalnymi i odwrotnie proporcjonalnymi;
  - sprawdza, czy dana liczba spełnia równanie stopnia pierwszego z jedną niewiadomą;
  - rozwiązuje równania stopnia pierwszego z jedną niewiadomą;
  - zapisuje związki między nieznanymi wielkościami za pomocą układu dwóch równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;
  - sprawdza, czy dana para liczb spełnia układ dwóch równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi;

- rozwiązuje układy równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi;
- za pomocą równań lub układów równań opisuje i rozwiązuje zadania osadzone w kontekście praktycznym.

**Pomoce:**

- piktogramy:




- program PIKTOKUPIEC (do ewentualnego wykorzystania),
- prezentacja (do ewentualnego wykorzystania),
- karty pracy (do ewentualnego wykorzystania).

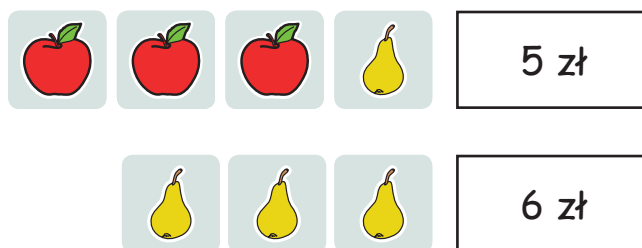


**Przebieg sytuacji dydaktycznej:**

1. Formułujemy zagadkę i układamy ją na tablicy jak niżej:

*W pewnym sklepie sprzedawano owoce na sztuki.  
Wszystkie owoce tego samego gatunku, np. jabłka,  
kosztowały w tym sklepie po tyle samo.  
Pierwszy klient kupił trzy jabłka i gruszkę i zapłacił 5 zł.  
Następny kupił trzy gruszki i zapłacił 6 zł.*

Cennik:	
1	 kosztuje .....
1	 kosztuje .....



*Zastanówcie się, ile w tym sklepie kosztowało jabłko, a ile gruszka. **Jeśli ktoś już będzie wiedział, to nie podaje głośno odpowiedzi, tylko mówi: WIEM.** Dzięki temu każdy będzie miał czas na samodzielne rozwiązanie tej zagadki.*

**Uwaga:** Zagadki można wyświetlić na ekranie albo tablicy interaktywnej, wykorzystując załączoną prezentację. W tym celu należy najpierw przekopiować prezentację na inny nośnik, a następnie dokonać selekcji zagadek do wykorzystania.

Gdy znaczna część uczniów zna już odpowiedź, zaczynamy dyskusję o tym, jak można było rozwiązać tę zagadkę. Uczniowie na ogół zaczynają – i to niezależnie od wieku – od ustalenia, że gruszka kosztuje 2 zł, po czym wykorzystują tę informację do obliczenia ceny jabłka. Istnieje możliwość, że pojawią się różne metody, np. także metoda prób i poprawek czy zwykłe odgadnięcie. Pamiętajmy, że każda metoda prowadząca do sukcesu jest dobra!

**Komentarz:**

Ta układanka to nic innego jak wizualne przedstawienie układu dwóch równań z dwiema niewiadomymi. Natomiast rozwiązując zagadkę, uczniowie samodzielnie budują **metodę podstawienia**, czyli jedno z podstawowych narzędzi teorii równań. Jest to możliwe dzięki temu, że zagadka osadzona jest w realistycznym, z ich punktu widzenia, kontekście i ma jasną oraz czytelną postać, pozbawioną formalizmów. Na razie więc zapomnijmy o symbolach i ich przekształcaniu, **pozwólmy uczniom po prostu myśleć** i czerpać z tego przyjemność. Zdobywane przez nich doświadczenie i budowane intuicje na pewno będą procentować, gdy na lekcjach pojawią się układy równań.

2. Pora na kolejne zagadki (poniżej podane są tylko w formie „układanki”, poziom trudności można dowolnie ustalać, operując liczbą owoców i cenami, **zagadki nie mogą być za łatwe**.)

Inny sklep, inne ceny:



3. Zachęcamy uczniów do układania i przedstawiania własnych zagadek. Podczas prezentacji i wspólnego rozwiązywania zagadek przez uczniów warto z nimi podyskutować:
- ✓ Czy zagadka ma jedno czy wiele rozwiązań?
  - ✓ Czy można ją tak zmienić, aby miała tylko jedno rozwiązanie?
  - ✓ Czy jest jakiś prosty sposób na ułożenie takich zagadek? (Od czego warto zacząć ich układanie? Jak je układaliście?)

4. Na koniec możemy sięgnąć po grę PIKTOKUPIEC, np. wyświetlając kolejne generowane przez program zagadki na ekranie albo tablicy multimedialnej. Uczniowie mogą je rozwiązywać całą grupą albo indywidualnie. Mogą także bawić się programem w domu.

## 5. ILE TO KOSZTUJE – CZYLI OD ZAGADKI DO ZADANIA TEKSTOWEGO, CZ. II

### Cele ogólne na III etapie kształcenia:

- zdobycie przez uczniów umiejętności wykorzystania posiadanych wiadomości podczas wykonywania zadań i rozwiązywania problemów;
- myślenie matematyczne – umiejętność wykorzystania narzędzi matematyki w życiu codziennym oraz formułowania sądów opartych na rozumowaniu matematycznym;
- myślenie naukowe – umiejętność wykorzystania wiedzy o charakterze naukowym do identyfikowania i rozwiązywania problemów, a także formułowania wniosków opartych na obserwacjach empirycznych dotyczących przyrody i społeczeństwa;
- umiejętność pracy zespołowej.

### Cele ogólne – matematyka:

- Wykorzystanie i tworzenie informacji.  
Uczeń interpretuje i tworzy teksty o charakterze matematycznym, używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.
- Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.  
Uczeń używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretuje pojęcia matematyczne i operuje obiektami matematycznymi.
- Modelowanie matematyczne.  
Uczeń dobiera model matematyczny do prostej sytuacji, buduje model matematyczny danej sytuacji.
- Użycie i tworzenie strategii.  
Uczeń stosuje strategię jasno wynikającą z treści zadania, tworzy strategię rozwiązania problemu.
- Rozumowanie i argumentacja.  
Uczeń prowadzi proste rozumowania, podaje argumenty uzasadniające poprawność rozumowania.

### Wymagania szczegółowe:

- Równania. Uczeń:
  - zapisuje związki między wielkościami za pomocą równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym związki między wielkościami wprost proporcjonalnymi i odwrotnie proporcjonalnymi;
  - sprawdza, czy dana liczba spełnia równanie stopnia pierwszego z jedną niewiadomą;
  - rozwiązuje równania stopnia pierwszego z jedną niewiadomą;
  - zapisuje związki między nieznanymi wielkościami za pomocą układu dwóch równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;
  - sprawdza, czy dana para liczb spełnia układ dwóch równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi;

- rozwiązuje układy równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi;
- za pomocą równań lub układów równań opisuje i rozwiązuje zadania osadzone w kontekście praktycznym.

**Pomoce:**

- piktogramy:



- prezentacja (do ewentualnego wykorzystania).

**Przebieg sytuacji dydaktycznej:**


1. Tym razem podawane zagadki mają formę zadania tekstowego, bez dodatkowej ilustracji graficznej. Można je prezentować uczniom np. korzystając z załączonej prezentacji.

**W kwiaciarni**

*Pierwszy klient kupił dwa tulipany i dwie róże i zapłacił 10 zł.*

*Drugi klient kupił cztery tulipany i zapłacił 12 zł.*

*Ile kosztuje tulipan, a ile róża?*

Cennik:	
1	 kosztuje .....
1	 kosztuje .....

**W sklepie**

*Za dwa kubki i filiżankę trzeba zapłacić 21 zł.*

*Trzy talerzyki kosztują łącznie 27 zł,*

*a filiżanka i talerzyk: 17 zł.*

*Ile kosztuje każde z tych naczyń?*

Cennik:	
1	 kosztuje .....
1	 kosztuje .....
1	 kosztuje .....

**W kwiaciarni**

*Pierwszy klient kupił tulipana i dwie róże i zapłacił 7 zł.*

*Drugi klient kupił trzy tulipany i trzy róże i zapłacił 13,50 zł.*

*Trzeci klient kupił trzy róże i zapłacił 7,50 zł.*

*Co było tańsze: róża czy tulipan? O ile?*

**W sklepie**

*Za dwa kubki, dwa talerzyki i filiżankę trzeba zapłacić 34 zł.*

*Sześć filiżanek kosztuje 24 zł, a filiżanka i talerzyk: 7 zł.*

*Ile kosztuje każde z tych naczyń?*

**Komentarz:**

Zagadka przedstawiona za pomocą obrazków jest czymś dostępnym dla każdego ucznia, w zasadzie bez względu na jego wiek i poziom matematycznego zaawansowania. Zadanie tekstowe jest już czymś znacznie trudniejszym. **Ale przecież można je rozwiązać w ten sam sposób jak zagadki przed chwilą!**

Dlatego też rozwiązując zadania tego typu, uczniowie powinni dysponować odpowiednimi piktogramami, aby mogli, o ile tylko uznają, że tak będzie im wygodniej, zacząć rozwiązywanie zadania od ułożenia opisanych w nim zakupów. Warto im na to pozwolić, nawet lekko zachęcić, ale w żadnym wypadku zbyt wyraźnie tego nie sugerować – to uczniowie mają dokonać wyboru stosowanej metody.

Jeśli rozwiązywanie tego typu zadań sprawia uczniom przyjemność i jest dla nich wciąż wyzwaniem, można zacząć układać coraz trudniejsze zadania, stopniowo komplikując treść i wprowadzając do niej nowe elementy, np. porównanie cen różnych produktów czy zmianę szyku podawania danych:

*Za dwa talerzyki i kubek trzeba zapłacić 23 zł. Trzy filiżanki kosztują łącznie 24 zł, a filiżanka jest o 2 zł droższa od kubka. Ile kosztuje każde z tych naczyń?*

*Za sześć kubków i dwie filiżanki trzeba zapłacić 50 zł. Filiżanka i dwa talerzyki kosztują 25 zł. Ile kosztuje każde z tych naczyń, jeśli cztery filiżanki kosztują 28 zł?*

## 6. ILE TO KOSZTUJE – CZYLI OD ZAGADKI DO ZADANIA TEKSTOWEGO, CZ. III

### Cele ogólne na III etapie kształcenia:

- zdobycie przez uczniów umiejętności wykorzystania posiadanych wiadomości podczas wykonywania zadań i rozwiązywania problemów;
- myślenie matematyczne – umiejętność wykorzystania narzędzi matematyki w życiu codziennym oraz formułowania sądów opartych na rozumowaniu matematycznym;
- myślenie naukowe – umiejętność wykorzystania wiedzy o charakterze naukowym do identyfikowania i rozwiązywania problemów, a także formułowania wniosków opartych na obserwacjach empirycznych dotyczących przyrody i społeczeństwa;
- umiejętność pracy zespołowej.

### Cele ogólne – matematyka:

- Wykorzystanie i tworzenie informacji.  
Uczeń interpretuje i tworzy teksty o charakterze matematycznym, używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.
- Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.  
Uczeń używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretuje pojęcia matematyczne i operuje obiektami matematycznymi.
- Modelowanie matematyczne.  
Uczeń dobiera model matematyczny do prostej sytuacji, buduje model matematyczny danej sytuacji.
- Użycie i tworzenie strategii.  
Uczeń stosuje strategię jasno wynikającą z treści zadania, tworzy strategię rozwiązania problemu.
- Rozumowanie i argumentacja.  
Uczeń prowadzi proste rozumowania, podaje argumenty uzasadniające poprawność rozumowania.

### Wymagania szczegółowe:

- Równania. Uczeń:
  - zapisuje związki między wielkościami za pomocą równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym związki między wielkościami wprost proporcjonalnymi i odwrotnie proporcjonalnymi;
  - sprawdza, czy dana liczba spełnia równanie stopnia pierwszego z jedną niewiadomą;
  - rozwiązuje równania stopnia pierwszego z jedną niewiadomą;
  - zapisuje związki między nieznanymi wielkościami za pomocą układu dwóch równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;
  - sprawdza, czy dana para liczb spełnia układ dwóch równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi;



- rozwiązuje układy równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi;
- za pomocą równań lub układów równań opisuje i rozwiązuje zadania osadzone w kontekście praktycznym.

**Pomoce:**











- piktogramy:



- program PIKTOKUPIEC (do ewentualnego wykorzystania),
- prezentacja (do ewentualnego wykorzystania),
- karty pracy (do ewentualnego wykorzystania).











**Przebieg sytuacji dydaktycznej:**

1. Kolejna, nieco już trudniejsza, zagadka o owocach kupowanych na sztuki (por. część I):

				6 zł
				5 zł
				9 zł

Warto dać uczniom więcej czasu na spokojne zastanowienie się nad nią, bo „punkt startu” nie jest już tak oczywisty, jak było to wcześniej.

Jeśli tylko niewielka część uczniów sygnalizuje, że ją rozwiązała, robimy prosty zabieg:

				6 zł
				5 zł
				9 zł

**Komentarz:**

Tym razem uczniowie mają okazję samodzielnie zbudować **metodę odejmowania równań stronami**: w pierwszym zakupie było o jabłko więcej, więc... Jak widać, wcale do tego nie jest potrzebny zapisany układ równań. W szkole często narzędzie (układ równań) staje się ważniejsze od celu, któremu ma służyć (rozwiązywanie zadań tekstowych). W tym miejscu więc skupmy się na tym celu.

I, ewentualnie, kilka kolejnych zagadek (por. np. prezentacja), w tym także układanych przez uczniów. Można także sięgnąć po grę PIKTOKUPIEC i prezentować uczniom zagadki generowane przez program.

2. Kolej na zadania tekstowe, np. takie jak te trzy:

Trzy kubki i cztery filiżanki kosztują razem 30 zł.

Trzy kubki i osiem filiżanek kosztują razem 42 zł.

Ile kosztuje kubek, a ile filiżanka?

(Ewentualnie inne pytanie:

Co jest droższe: kubek czy filiżanka? O ile?)

Cennik:	
1 	kosztuje .....
1 	kosztuje .....










Trzy jabłka i trzy gruszki kosztują 9 zł. Trzy jabłka i kiść winogron kosztują też 9 zł, a jabłko i kiść winogron 5 zł. Ile kosztuje każdy z tych owoców?

Jabłko, gruszka i kiść winogron kosztują 9 zł. Trzy jabłka i kiść winogron kosztują też 9 zł, a jabłko i kiść winogron 6 zł. Ile kosztuje każdy z tych owoców?

W kolejnych zadaniach warto odchodzić od cen i zakupów, rozszerzając tematykę zadań. Warto także zachęcać uczniów do rysowania kolejnych zakupów zamiast układania ich z obrazków. Mogą oni też, oczywiście, rozwiązywać zadania bez rysunku – metoda ma wspierać, a nie ograniczać i usztywniać!

3. A jak poradzić sobie z takimi zagadkami (zadaniami tekstowymi)?



			10 zł
			9 zł
			11 zł

**Komentarz:**

Każda z tych zagadek jest nieco inna, do każdej uczeń może podejść w inny sposób. To ważne, aby uczniowie mieli okazję do „spróbowania się” z różnymi strukturalnie zagadkami. Pomędzy nowe zagadki warto wpleść zagadki podobne do tych, które już były rozwiązywane wcześniej (część I) – im więcej różnych typów zadań, tym lepiej dla matematycznego rozwoju ucznia i struktury jego wiedzy.

Te zagadki mogą się okazać nieco trudniejsze, wiele zależy od tego, w jaki sposób uczniowie zaczną je rozwiązywać. Warto zachęcić uczniów, np. do rozwiązywania ich w niewielkich grupach.

*Mirosław Dąbrowski*

## 7. ILE TO KOSZTUJE – CZYLI OD ZAGADKI DO ZADANIA TEKSTOWEGO, CZ. IV

### **Cele ogólne na III etapie kształcenia:**

- zdobycie przez uczniów umiejętności wykorzystania posiadanych wiadomości podczas wykonywania zadań i rozwiązywania problemów;
- myślenie matematyczne – umiejętność wykorzystania narzędzi matematyki w życiu codziennym oraz formułowania sądów opartych na rozumowaniu matematycznym;
- myślenie naukowe – umiejętność wykorzystania wiedzy o charakterze naukowym do identyfikowania i rozwiązywania problemów, a także formułowania wniosków opartych na obserwacjach empirycznych dotyczących przyrody i społeczeństwa;
- umiejętność pracy zespołowej.

### **Cele ogólne – matematyka:**

- Wykorzystanie i tworzenie informacji.  
Uczeń interpretuje i tworzy teksty o charakterze matematycznym, używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.
- Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.  
Uczeń używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretuje pojęcia matematyczne i operuje obiektami matematycznymi.
- Modelowanie matematyczne.  
Uczeń dobiera model matematyczny do prostej sytuacji, buduje model matematyczny danej sytuacji.
- Użycie i tworzenie strategii.  
Uczeń stosuje strategię jasno wynikającą z treści zadania, tworzy strategię rozwiązania problemu.
- Rozumowanie i argumentacja.  
Uczeń prowadzi proste rozumowania, podaje argumenty uzasadniające poprawność rozumowania.

### **Wymagania szczegółowe:**

- Równania. Uczeń:
  - zapisuje związki między wielkościami za pomocą równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym związki między wielkościami wprost proporcjonalnymi i odwrotnie proporcjonalnymi;
  - sprawdza, czy dana liczba spełnia równanie stopnia pierwszego z jedną niewiadomą;
  - rozwiązuje równania stopnia pierwszego z jedną niewiadomą;
  - zapisuje związki między nieznanymi wielkościami za pomocą układu dwóch równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;
  - sprawdza, czy dana para liczb spełnia układ dwóch równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi;

- rozwiązuje układy równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi;
- za pomocą równań lub układów równań opisuje i rozwiązuje zadania osadzone w kontekście praktycznym.

**Pomoce:**

- piktogramy



**Przebieg sytuacji dydaktycznej:**

1. Pora wykorzystać zdobyte doświadczenie (cz. I, II i III) przy rozwiązywaniu nieco trudniejszych zadań tekstowych, np. takich jak to:

✓ *W zagrodzie były króliki i kury. Razem było 15 głów i 36 nóg. Ile było kur, a ile królików?*

**Komentarz:**

Typowy absolwent polskiej szkoły na widok początkowych zadań natychmiast sięga po układ równań z dwiema niewiadomymi i głosi, że to jedyny sposób ich rozwiązania. Nie patrzmy na zadania przez pryzmat jednej metody. Te zadania łączy co innego – **każde z nich daje się rozwiązać wieloma różnymi metodami, w tym (!) za pomocą rysunku**. Zrobienie rysunku sprawia, że zadania, niespodziewanie dla dorosłego, stają się całkiem proste. Nie zmuszajmy uczniów do rysowania. Zachęcać – tak, zmuszać – nie! Niech uczniowie sami wybierają sposób rozwiązania. I znowu warto, aby rozwiązywali je w niewielkich grupach.

✓ *A gdyby głów było 6, a nóg 20? Albo głów 88, a nóg równo 200?*

Zadania te charakteryzują się również tym, że niewielka zmiana wykorzystywanych w nich danych albo je zdecydowanie upraszcza – tak jest dla 6 głów, albo znacznie utrudnia – kto będzie chciał rysować 88 głów? Modyfikując dane, możemy dopasowywać złożoność zadania do naszych konkretnych potrzeb. A może warto przygotować to samo zadanie, np. w dwóch czy trzech wersjach, indywidualizując nasze oczekiwania?

✓ *W zagrodzie były króliki i kury. Razem było 14 nóg. Ile było kur, a ile królików? A jeśli by było 28 nóg? Albo ...?*

Ciekawą dyskusję mogą sprowokować zadania takie jak powyższe. Jest to tzw. zadanie otwarte – jest kilka możliwych dobrych odpowiedzi, np. dla wersji 14 nóg: 1 królik i 5 kur, 2 króliki i 3 kury, czy 3 króliki i kura. Warto po nie sięgać, bo – w szczególności – uczą dostrzegać prawidłowości. W tym celu wystarczy zbierać, np. w tabeli, kolejne pojawiające się odpowiedzi i badać istniejące między nimi związki. **Zadania tekstowe są nie tylko po to, żeby je rozwiązywać, ale także po to, aby o nich rozmawiać!**

Oto kolejne podobne zadania:

✓ *Jaś karmił w schronisku psy i koty. Każdy pies dostał 6 kawałków mięsa, a każdy kot 4 kawałki. Ile było psów, a ile kotów, jeśli łącznie było ich 14, a Jaś dał im 74 kawałki mięsa?*

✓ *Jaś karmił w schronisku psy i koty. Każdy pies dostał 6 kawałków mięsa, a każdy kot 4 kawałki. Ile było psów, a ile kotów, jeśli Jaś dał im 72 kawałki mięsa?*

- ✓ 55 zł wyplacono monetami 2 zł i 5 zł. Razem bylo 20 monet. Ile bylo monet kazdego rodzaju?
  - ✓ 24 zł wyplacono monetami 2 zł i 5 zł. Ile bylo monet kazdego rodzaju?
  - ✓ Za 6 filizanek i 6 talerzykow mama zaplacila 42 zł. Nastepnego dnia mama dokupila jeszcze 2 filizanki i 6 talerzykow z tego samego zestawu. Tym razem zaplacila 26 zł. Ile kosztowala filizanka, a ile talerzyk?
  - ✓ Wzdłuż ulicy sadzono drzewa. Drzewa sadzono co 10 metrów. Pierwsze posadzono na poczatku, a ostatnie na koncu drogi. Ile metrów ma ta droga, jeśli posadzono 8 drzew? A gdyby posadzono 12 drzew?, 17?, 33? Dlaczego tak się dzieje?
  - ✓ Wzdłuż ulicy sadzono drzewa. Drzewa sadzono co 10 metrów. Pierwsze posadzono na poczatku, a ostatnie na koncu drogi. Ile drzew posadzono, jeśli droga ma 80 metrów? A gdyby droga miała 120 metrów?, 210 metrów?, 330? Dlaczego tak się dzieje?
  - ✓ ...
2. I kolejna seria zadań tekstowych, tym razem być może nieco prostszych, uruchamiających tworzenie przez uczniów własnych (!) strategii:

- ✓ Mama pakowała słoiki z przetworami do koszyków. Do każdego koszyka wkładała po tyle samo słoików. Najmniej miała gruszek w occie, wszystkie słoiki zmieściły się w jednym koszyku. Kompotu z wiśni zrobiła dwa razy tyle, a ogórków kiszonych cztery razy tyle co gruszek. Łącznie zapakowała 49 słoików. Ile miała słoików z gruszkami? Ile z kompotem z wiśni, a ile z ogórkami?



gruszki

- ✓ Janek, Tomek i Karol zbierają modele samochodów. Tomek ma o 7 modeli więcej niż Janek, a Karol ma o 18 modeli więcej niż Tomek. Razem mają 86 modeli. Ile modeli ma każdy z nich?
- ✓ Dorota trzyma swoje książki na regale o trzech półkach. Najmniej książek ma na górnej półce. Na środkowej ma ich o 8 więcej, a na dolnej o 13 więcej niż na górnej. Łącznie ma 48 książek. Ile książek stoi na każdej z półek?



✓ *Janek, Tomek i Karol zbierają modele samochodów. Tomek ma dwa razy więcej modeli niż Janek, a Karol ma trzy razy więcej modeli niż Tomek. Razem mają 135 modeli. Ile modeli ma każdy z nich?*

✓ ...

3. I jeszcze dwa zadania, o których warto porozmawiać z kolegami:

✓ *Jaś i Staś mają razem 24 modele samochodów. Gdyby Jaś oddał Stasiowi dwa samochody, to wtedy mieliby po tyle samo. Ile samochodów ma Jaś, a ile Staś?*

✓ *Jaś i Staś zbierają modele samochodowe. Gdyby Staś oddał Jasiowi dwa modele, to mieliby po tyle samo, a gdyby Jaś oddał Stasiowi 4 modele, to Staś miałby dwa razy więcej niż Jaś. Ile samochodów ma Jaś, a ile Staś?*

## 8. CO Z TEGO WYNIKA – CZYLI O PEWNYCH WŁASNOŚCIACH NIERÓWNOŚCI, CZ. I

### Cele ogólne na III etapie kształcenia:

- zdobycie przez uczniów umiejętności wykorzystywania posiadanych wiadomości podczas wykonywania zadań i rozwiązywania problemów;
- myślenie matematyczne – umiejętność korzystania z podstawowych narzędzi matematyki w życiu codziennym oraz prowadzenia elementarnych rozumowań matematycznych;
- umiejętność wyszukiwania, selekcjonowania i krytycznej analizy informacji.

### Cele ogólne – matematyka:

- Wykorzystanie i tworzenie informacji.  
Uczeń interpretuje i tworzy teksty o charakterze matematycznym, używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.
- Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.  
Uczeń używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretuje pojęcia matematyczne i operuje obiektami matematycznymi.
- Modelowanie matematyczne.  
Uczeń dobiera model matematyczny do prostej sytuacji, buduje model matematyczny danej sytuacji.
- Rozumowanie i argumentacja.  
Uczeń prowadzi proste rozumowania, podaje argumenty uzasadniające poprawność rozumowania.

### Wymagania szczegółowe – matematyka na II etapie edukacyjnym:

- Zadania tekstowe. Uczeń:
  - czyta ze zrozumieniem prosty tekst zawierający informacje liczbowe;
  - wykonuje wstępne czynności ułatwiające rozwiązanie zadania, w tym rysunek pomocniczy lub wygodne dla niego zapisanie informacji i danych z treści zadania;
  - dostrzega zależności między podanymi informacjami.

### Pomoce:

- piktogramy – pełny zestaw,
- 2 wagi do wycięcia, na których można umieszczać piktogramy,
- karty pracy do ewentualnego wykorzystania,
- prezentacja (do ewentualnego wykorzystania).

**Przebieg sytuacji dydaktycznej:**

- Ćwiczenie wstępne: Pokazujemy, jak działa waga szalkowa i jak można porównywać wagi różnych rzeczy. Uczniowie na szalkach wag kładą obrazki przedstawiające poszczególne przedmioty z tej samej kategorii (np. zwierzęta, owoce, pojazdy) tak, aby cięższe znajdowało się na szalce niższej. Pokazujemy, że można również porównywać (np. zwierzęta) pod względem szybkości, wysokości, długości życia, kładąc na szalce niższej obrazek ze zwierzęciem poruszającym się szybciej, wyższym lub dłużej żyjącym. Pytamy uczniów, czy znają sposób na zapisanie, że coś jest od czegoś większe lub mniejsze. Jak się używa tego znaku? Uczniowie podają przykłady zapisów z użyciem znaków nierówności. Jeżeli nie pamiętają tych znaków, to im przypominamy.
- Gdy uczniowie dostrzegą analogię w posługiwaniu się wagą szalkową do określenia, co jest cięższe, większe, szybsze itp. i stosowaniem znaku „<”, „>”, pozostawiamy obrazki ze zwierzętami ze wstawionymi między nimi znakami nierówności.



Uczniowie odczytują zapisy:

Łoś jest cięższy od dzika, a dzik jest cięższy od małpy.

Zadajemy pytanie: *Co z tego wynika? Co jest cięższe: łoś czy małpa?*

Uczniowie ustawiają odpowiednie obrazki losia i małpy oraz zapisują znak między nimi.



- Zapisujemy następnie dwie nierówności, używając obrazków z przedmiotami, których różnice wag nie są tak oczywiste. Na przykład:



Zwracamy uwagę, że jabłko w jednej nierówności jest po stronie „większe”, a w drugiej po stronie „mniejsze”.

Ponawiamy pytanie: *Co z tego wynika? Co jest cięższe: banan czy gruszka?*

4. Można jeszcze ustawić owoce w kolejności od najcięższego do najlżejszego.



5. Uczniowie układają kolejne zagadki i zadają pytania: *Co z tego wynika?*
6. Jeżeli przy układaniu zagadek przez uczniów taki przykład się nie pojawi, dobrze byłoby sprowokować sytuację, w której nie zachodzi przechodniość nierówności. Na przykład: *Jabłko jest cięższe od gruszki, a winogrona są cięższe od cytryny. Czy z takich relacji coś wynika? Może uczniowie odkryją inne własności nierówności (patrz scenariusz: „Co z tego wynika, cz. 2”). Jeżeli nie odkryją nic nowego, to zadajemy pytania: Czy można te owoce ustawić w kolejności od najcięższego do najlżejszego? Jakich jeszcze informacji potrzebujemy, aby wymienione owoce ustawić w kolejności od najcięższego do najlżejszego? Których owoców wagi należy jeszcze porównać, aby było to możliwe?*
7. Relacja większości może dotyczyć nie tylko wagi. Może być pytanie: *Co jest większe? Co jest droższe? Co jest starsze? Co jest szybsze? Co dalej skacze?* itp. Jeden z obrazków można zastąpić liczbą z mianem wyrażającą np. cenę, wiek, wagę, wielkość.

$$> 0,50 \text{ zł}$$

$$< 0,50 \text{ zł}$$

Pytanie: *Co z tego wynika? Co jest droższe: banan czy jabłko?*

8. I jeszcze jeden przykład:

$$< \text{banana}$$

$$> 1 \text{ zł}$$

Pytanie: *Czy banan kosztuje mniej, czy więcej niż 1 zł?*

9. Uczniowie w grupach, posługując się znakami nierówności oraz obrazkami lub zrobionymi przez siebie rysunkami, rozwiązują następujące zadania:
- ✓ *Jastrząb jest szybszy od wróbla, papuga lata wolniej niż wróbel. Co lata szybciej: papuga czy jastrząb?*
  - ✓ *Staś jest starszy od Jasia, a Małgosia młodsza od Jasia. Kto jest starszy: Małgosia czy Staś?*
  - ✓ *Kasia jest wyższa od Małgosi. Od Kasi wyższy jest Franek, ale niższy od Karola. Ustaw dzieci od najwyższego do najniższego.*
  - ✓ *W sadzie jabłoni jest więcej niż grusz, śliw jest mniej niż grusz, a moreli jest mniej niż śliw. Których drzew jest najmniej w sadzie, a których najwięcej? Czy moreli jest więcej, czy grusz? Czy jabłoni jest więcej, czy śliw?*
  - ✓ *Janek zebrał więcej kasztanów niż Wojtek, a Wojtek zebrał więcej niż Karol. Kto zebrał więcej kasztanów: Janek czy Karol?*
  - ✓ *Kasia jest wyższa od Ewy i Basi. Ewa jest wyższa od Ani i Basi. Co z tego wynika?*
    - a) *Czy Ania jest wyższa od Kasi?*
    - b) *Czy Basia jest wyższa od Ani?*
    - c) *Ustaw dziewczynki według wzrostu od najwyższej do najniższej.*
  - ✓ *O pewnej liczbie  $x$  wiadomo, że jest mniejsza od 2 i większa od  $-3$ . Co z tego wynika?*
    - a) *Czy liczba 5 jest większa od  $x$ ?*
    - b) *Czy liczba 1 jest większa od  $x$ ?*
    - c) *Czy  $x$  jest większa od  $-2$ ?*
    - d) *Czy  $x$  jest mniejsza od 3?*
    - e) *Czy  $x$  jest większa od  $-4$ ?*

**Komentarz:**

W zadaniu przedostatnim są dwie możliwości ustawienia dziewczynek, nie wiadomo, która z dziewcząt jest wyższa Ania czy Basia, a w zadaniu ostatnim nie można odpowiedzieć na pytania b) i c).

## 9. CO Z TEGO WYNIKA – CZYLI O PEWNYCH WŁASNOŚCIACH NIERÓWNOŚCI, CZ. II

### Cele ogólne na III etapie kształcenia:

- zdobycie przez uczniów umiejętności wykorzystywania posiadanych wiadomości podczas wykonywania zadań i rozwiązywania problemów;
- myślenie matematyczne – umiejętność korzystania z podstawowych narzędzi matematyki w życiu codziennym oraz prowadzenia elementarnych rozumowań matematycznych;
- umiejętność wyszukiwania, selekcjonowania i krytycznej analizy informacji.

### Cele ogólne – matematyka:

- Wykorzystanie i tworzenie informacji.  
Uczeń interpretuje i tworzy teksty o charakterze matematycznym, używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.
- Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.  
Uczeń używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretuje pojęcia matematyczne i operuje obiektami matematycznymi.
- Modelowanie matematyczne.  
Uczeń dobiera model matematyczny do prostej sytuacji, buduje model matematyczny danej sytuacji.
- Rozumowanie i argumentacja.  
Uczeń prowadzi proste rozumowania, podaje argumenty uzasadniające poprawność rozumowania.

### Wymagania szczegółowe – matematyka na II etapie edukacyjnym:

- Zadania tekstowe. Uczeń:
  - czyta ze zrozumieniem prosty tekst zawierający informacje liczbowe;
  - wykonuje wstępne czynności ułatwiające rozwiązanie zadania, w tym rysunek pomocniczy lub wygodne dla niego zapisanie informacji i danych z treści zadania;
  - dostrzega zależności między podanymi informacjami.

### Pomoce:

- piktogramy – pełny zestaw,
- 2 wagi do wycięcia, na których można umieszczać piktogramy,
- karty pracy do ewentualnego wykorzystania,
- prezentacja (do ewentualnego wykorzystania).

**Przebieg zajęć:**

1. Uczniowie oglądają wizerunki zwierząt, nazywają je i porównują ich wagę. Ustawiają wizerunki na wadze tak, aby na niższej szalce były zwierzęta cięższe. Pytamy, czy uczniowie pamiętają, jak można zapisać to symbolicznie. Uczniowie zapisują symbolicznie, to co przedstawiają wagi. Następnie uczniowie porównują inne wielkości określające zwierzęta, np. długość życia, wysokość, szybkość poruszania się i układają wizerunki na wadze tak, aby zwierzęta, które dłużej żyją, szybciej się poruszają lub są wyższe, były na szalce niżej i po lewej stronie znaku nierówności „>”. Staramy się używać równie często obu znaków nierówności. Jeżeli uczniowie mieli już zajęcia związane z nierównościami (np. Co z tego wynika?, cz. I) ten punkt scenariusza należy pominąć.

2. Zapisujemy dwie nierówności.



Zadajemy pytanie: *Czy kaczka razem z dzikiem waży więcej, czy mniej niż gołąb i chomik razem?* Co jeszcze z tego wynika? Uczniowie układają inne nierówności wynikające z tych dwóch. Mogą się pojawić również nierówności:

Kaczka z dzikiem waży więcej niż gołąb.



Kaczka z dzikiem waży więcej niż chomik.



Dzik z gołębiem waży więcej niż chomik.



Kaczka z chomikiem waży więcej niż chomik.



Kaczka z chomikiem waży więcej niż gołąb.



3. Powtarzamy to ćwiczenie, umieszczając po obu stronach nierówności inne przedmioty, które możemy porównać pod względem wagi lub ceny: np. owoce, warzywa.

4. Następnie zapisujemy jeszcze dwie nierówności:



Zadajemy pytanie: *Co z tego wynika? Czy cytryna i wiśnie kosztują (lub ważą) więcej niż ciastko i cukierki?*

Uczniowie wyjaśniają, dlaczego takiego wniosku nie możemy wyciągnąć. Co w takim razie wynika z tych dwóch nierówności? Uczniowie zapisują nierówności, które wynikają z tych dwóch przedstawionych. Odczytują je głośno i weryfikują.

Wśród prawidłowych mogą się pojawić:

Cukierki i cytryna razem kosztują więcej niż wiśnie i ciastko.

Cukierki i ciastko kosztują więcej niż wiśnie.

Cytryna i wiśnie kosztują więcej niż ciastko

5. Można niektóre obrazki zastąpić przez zapisy liczbowe pewnych wielkości (np. wagi lub ceny):



Uczniowie mówią, co wynika z tych zależności. Prawidłowe odpowiedzi zapisują, używając znaków nierówności.

Wśród prawidłowych mogą się pojawić:

Ciastko i czekolada razem kosztują więcej niż 3 zł.

Ciastko z czekoladą kosztuje więcej niż 1 zł.

Ciastko z czekoladą kosztuje więcej niż 2 zł.

Ciastko kosztuje więcej niż 1 zł.

Dwie czekolady kosztują więcej niż 2 zł.

Dwa ciastka kosztują więcej niż 4 zł.



6. A oto następne, trudniejsze już zadanie.

✓ *Co z tego wynika?*

$$\img alt="red apple icon" data-bbox="408 141 468 182"/> > 20 \text{ dag}$$

$$\img alt="yellow banana icon" data-bbox="408 204 468 245"/> < 18 \text{ dag}$$

I spodziewane odpowiedzi:

Jabłko jest cięższe od banana.

Jabłko i 18 dag jest cięższe niż banan i 20 dag.

Jabłko jest cięższe od banana o więcej niż 2 dag.

Banan < 18 dag < 20 dag < jabłko

7. Uczniowie pracują w grupach. Jednen z uczniów układa zagadkę z dwiema nierównościami – pozostali starają się wyciągnąć możliwie najwięcej wniosków. Uczniowie zapisują swoje wnioski, robiąc rysunki i używając symbolu nierówności. Potem w grupie dyskutują, czy są to wnioski prawidłowe.

*Mirosław Dąbrowski*

## 10. CO JEST DALEJ – CZYLI O DOSTRZEGANIU I WYKORZYSTYWANIU PRAWIDŁOWOŚCI, CZ. I

### **Cele ogólne na III etapie kształcenia:**

- zdobycie przez uczniów umiejętności wykorzystania posiadanych wiadomości podczas wykonywania zadań i rozwiązywania problemów;
- kształtowanie u uczniów postaw warunkujących sprawne i odpowiedzialne funkcjonowanie we współczesnym świecie;
- myślenie matematyczne – umiejętność wykorzystania narzędzi matematyki w życiu codziennym oraz formułowania sądów opartych na rozumowaniu matematycznym;
- myślenie naukowe – umiejętność wykorzystania wiedzy o charakterze naukowym do identyfikowania i rozwiązywania problemów, a także formułowania wniosków opartych na obserwacjach empirycznych dotyczących przyrody i społeczeństwa;
- umiejętność pracy zespołowej.

### **Cele ogólne – matematyka:**

- Wykorzystanie i tworzenie informacji.  
Uczeń interpretuje i tworzy teksty o charakterze matematycznym, używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.
- Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.  
Uczeń używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretuje pojęcia matematyczne i operuje obiektami matematycznymi.
- Modelowanie matematyczne.  
Uczeń dobiera model matematyczny do prostej sytuacji, buduje model matematyczny danej sytuacji.
- Użycie i tworzenie strategii.  
Uczeń stosuje strategię jasno wynikającą z treści zadania, tworzy strategię rozwiązania problemu.
- Rozumowanie i argumentacja.  
Uczeń prowadzi proste rozumowania, podaje argumenty uzasadniające poprawność rozumowania.

### **Wymagania szczegółowe:**

- Wyrażenia algebraiczne. Uczeń:
  - opisuje za pomocą wyrażeń algebraicznych związki między różnymi wielkościami;
  - oblicza wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych.

**Pomoce:**

- piktogramy:



- naklejki (rośliny),
- program PIKTOSZLACZKI (do ewentualnego wykorzystania),
- prezentacja (do ewentualnego wykorzystania),
- karty pracy (do ewentualnego wykorzystania).

### Przebieg sytuacji dydaktycznej:

#### 1. Układamy sekwencję i formułujemy zagadkę:

*Te przedmioty są ułożone zgodnie z pewną regułą. Przyjrzyjcie się im uważnie i postarajcie się odkryć, jaka to reguła.*

*Jeśli ktoś już będzie wiedział, to nie mówi jej głośno, ale woła: WIEM!*

*Wtedy dam mu dodatkową zagadkę, żeby sprawdzić, czy odkrył właściwą regułę.*

Oto dwie przykładowe sekwencje o stosunkowo niewielkim poziomie trudności:



Gdy – zgodnie z wcześniej ustaloną procedurą postępowania – uczeń sygnalizuje odkrycie reguły, pytamy go o to, jaki przedmiot powinien znaleźć się na określonym miejscu tej sekwencji, np. 22, 25 czy 145. Należy pamiętać o tym, że „bliskie” miejsca (21, 23, ...) zachęcają raczej do kontynuacji sekwencji, np. przez doliczenie kolejnych obrazków (choćby na palcach), natomiast dalsze (68, 125, ...) – zmuszają do formułowania uogólnień, zatem kierują ucznia na wyższy poziom matematycznego rozumowania.

**Uwaga:** Zagadki można układać, a można też wyświetlić na ekranie czy tablicy interaktywnej, wykorzystując załączoną prezentację. W tym celu należy najpierw przekopiować prezentację na inny nośnik, a następnie dokonać selekcji sekwencji do wykorzystania.

#### Komentarz:

Warto pamiętać o tym, żeby powtórzyć przynajmniej dwa pełne „cykle” obrazków i kawałek trzeciego (por. wyżej), wtedy istnienie regularności staje się dla uczniów bardziej oczywiste. W pierwszej z powyższych sekwencji powtarza się w uporządkowany sposób dziesięć obrazków, zatem np. na 3, 13, 23, ... pozycji znajduje się ten sam obrazek. Tego typu sekwencje wprost nawiązują do struktury systemu dziesiętnego i rozwijają jej rozumienie, a zauważone prawidłowości dają się w prosty sposób uogólnić, a także zapisać.

W drugiej sekwencji powtarza się pięć znaków, co oznacza – w szczególności – że daje się do niej zastosować ta sama procedura co poprzednio: na 1, 11, 21, ... miejscu jest jabłko oraz na 6, 16, 26, ... miejscu jest jabłko. Można jednak szukać innych sposobów jej opisu, zarówno arytmetycznych: na 1, 6, 11, 16, ... jest jabłko – liczba musi się kończyć na 1 albo 6, jak i algebraicznych:  $1 + 5k$ , dla  $k = 0, 1, 2, \dots$

Gdy większość uczniów zna już regułę, warto postawić szereg pytań prowokujących uczniów do dokonania uogólnień:

- ✓ *Jaki obrazek powinien być na 30 miejscu?, 33?, 47? ...? Dlaczego? Jak do tego doszliście?*
- ✓ *Na którym miejscu w tej serii obrazków jest gruszka? I na którym jeszcze? Jakie kolejne miejsca powinna zajmować?*
- ✓ *Jak można możliwie zwięźle opisać (zapisać), na których miejscach w tej sekwencji znajduje się gruszka?*

Nie zachęcajmy uczniów do stosowania oznaczeń literowych, dla niektórych z nich może być na to jeszcze zbyt wcześnie, raczej odwołujmy się do struktury systemu dziesiętnego. Pozwólmy im mówić naturalnym i potocznym językiem o dostrzeganych prawidłowościach oraz samodzielnie szukać dobrego zapisu zauważonych reguł – możliwości jest wiele.

2. I kolejne sekwencje o podobnej strukturze:



W przypadku drugiej i trzeciej sekwencji w uogólnieniu uczniów mogą (choć nie muszą!) pojawić się pojęcia liczby parzystej i nieparzystej.

Możemy także sięgnąć po grę PIKTOSZLACZKI, np. wyświetlając kolejne generowane przez program zagadki na ekranie albo tablicy multimedialnej. Uczniowie mogą je rozwiązywać całą grupą albo indywidualnie.

3. Pora na zagadki układane i prezentowane przez uczniów. W tym celu mogą oni skorzystać z piktogramów albo z naklejek owoców, albo z obu tych pomocy równocześnie, np. na etapie projektowania zagadki z piktogramów, a na etapie przygotowania do prezentacji i udostępnienia kolegom do rozwiązania – z naklejek. Pomoce te pozwalają każdemu uczniowi na zaangażowanie się w tworzenie zagadek.

Przy każdej zagadce warto zachęcać uczniów do rozmowy o zauważonej regule. I warto formułować możliwie dużo pytań i problemów dotyczących analizowanej sekwencji.

### **Komentarz:**

W Wielkiej Brytanii prowadzono kilka lat temu badania, których celem było ustalenie, czym różni się sposób myślenia tych uczniów, którzy nie mają kłopotów z uczeniem się matematyki, i tych, którzy z tymi kłopotami się borykają.

Okazało się, że ci pierwsi m.in. spontanicznie poszukują związków pomiędzy poznawanymi obiektami i pojęciami, szukają prawidłowości i reguł oraz sami próbują je wykorzystywać.

Ci drudzy poznawane objekty i procedury postrzegają pojedynczo, w izolacji od innych – nie widzą i nie szukają związków, zależności, podobieństw, prawidłowości... Zamiast struktury wiedzy tworzą niepowiązane z sobą „wyspy” faktów.

Być może więc na lekcjach matematyki zamiast ćwiczyć „słupki”, **powinniśmy tworzyć uczniom, zwłaszcza tym, którzy mają trudności, okazje do szukania reguł, związków, zależności, prawidłowości, do ich opisywania i zapisywania, bo to nie tylko uczy ich matematyki, ale także uczy ich uczyć się matematyki.**

Mirosław Dąbrowski

## 11. CO JEST DALEJ – CZYLI O DOSTRZEGANIU I WYKORZYSTYWANIU PRAWIDŁOWOŚCI, CZ. II

### Cele ogólne na III etapie kształcenia:

- zdobycie przez uczniów umiejętności wykorzystania posiadanych wiadomości podczas wykonywania zadań i rozwiązywania problemów;
- kształtowanie u uczniów postaw warunkujących sprawne i odpowiedzialne funkcjonowanie we współczesnym świecie;
- myślenie matematyczne – umiejętność wykorzystania narzędzi matematyki w życiu codziennym oraz formułowania sądów opartych na rozumowaniu matematycznym;
- myślenie naukowe – umiejętność wykorzystania wiedzy o charakterze naukowym do identyfikowania i rozwiązywania problemów, a także formułowania wniosków opartych na obserwacjach empirycznych dotyczących przyrody i społeczeństwa;
- umiejętność pracy zespołowej.

### Cele ogólne – matematyka:

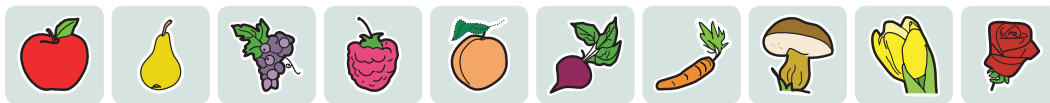
- Wykorzystanie i tworzenie informacji.  
Uczeń interpretuje i tworzy teksty o charakterze matematycznym, używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.
- Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.  
Uczeń używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretuje pojęcia matematyczne i operuje obiektami matematycznymi.
- Modelowanie matematyczne.  
Uczeń dobiera model matematyczny do prostej sytuacji, buduje model matematyczny danej sytuacji.
- Użycie i tworzenie strategii.  
Uczeń stosuje strategię jasno wynikającą z treści zadania, tworzy strategię rozwiązania problemu.
- Rozumowanie i argumentacja.  
Uczeń prowadzi proste rozumowania, podaje argumenty uzasadniające poprawność rozumowania.

### Wymagania szczegółowe:

- Wyrażenia algebraiczne. Uczeń:
  - opisuje za pomocą wyrażeń algebraicznych związki między różnymi wielkościami;
  - oblicza wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych.

**Pomoce:**

- piktogramy:



- naklejki (rośliny),
- program PIKTOSZLACZKI (do ewentualnego wykorzystania),
- prezentacja (do ewentualnego wykorzystania),
- karty pracy (do ewentualnego wykorzystania).



Przebieg sytuacji dydaktycznej:

1. Analogicznie jak w części I zaczynamy od prezentowania zagadek. Przypominamy umowę, że uczniowie nie podają głośno odkrytych reguł, ale sygnalizują, że wiedzą, wedle jakiej zasady budowana jest sekwencja. Tym razem zagadki – ze względu na ich strukturę – będą już znacznie trudniejsze, oto dwie przykładowe:



Gdy część uczniów odkryje regułę, warto zachęcić ich do przedstawienia swojego toku rozumowania oraz metod stosowanych przy ustalaniu obrazków znajdujących się na dalszych miejscach. Warto też wspólnie porozmawiać o sposobach zwięzłego zapisu zauważonych prawidłowości.

Podobnie jak poprzednio możemy wyświetlić wybrane sekwencje, używając załączonej prezentacji.

### **Komentarz:**

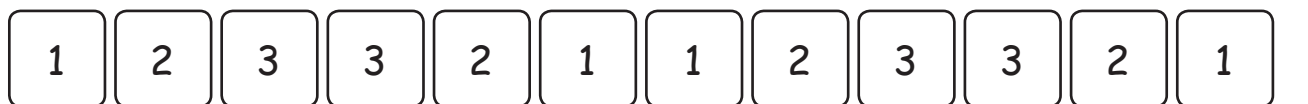
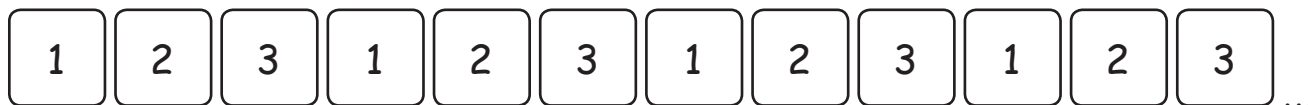
W pierwszej sekwencji powtarza się grupa czterech obrazków, w drugiej sześciu – być może samo zauważenie reguły będzie prostsze niż przy dłuższych krokach, ale generowanie uogólnień, zwłaszcza o bardziej formalnej postaci, będzie na pewno znacznie trudniejsze. Pozwólmy uczniom na całkowitą swobodę w działaniu, niczego nie narzucamy, nie podpowiadamy. Przy okazji tego typu sekwencji uczniowie mogą m.in. korzystać ze swojego doświadczenia i pogłębiać wiedzę o wielokrotnościach i podzielności, a także dzielenia z resztą.

Nie oceniamy pochopnie i zbyt szybko odpowiedzi uczniów, raczej zastanawiamy się wspólnie nad ich poprawnością. I pamiętajmy o nagradzaniu (najlepiej werbalnym) oryginalnych pomysłów uczniów.

2. Pora na zagadki budowane przez uczniów, np. w parach. Warto zaapelować do nich, aby – przed prezentacją swojej zagadki – sami upewnili się, czy potrafią odpowiedzieć na pytania, które mogą przy okazji paść.

### **Komentarz:**

Stopniowo możemy zwiększać poziom abstrakcyjności wykorzystywanych w zagadkach obiektów, wprowadzając w którymś momencie np. kształty geometryczne, liczby czy litery, np.:



Należy jednak pamiętać, że początkowe powinny dotyczyć (niezależnie od wieku uczniów (!)) obiektów możliwie konkretnych.

3. Jeśli uczniowie polubili ten typ zagadek i dobrze sobie z nimi radzą, możemy im zaproponować np. do pracy w parach lub większych grupach – jeszcze trudniejsze sekwencje, np. takie:



Jak zawsze, powinniśmy pamiętać o zachęcaniu uczniów do dyskusji, wymiany pomysłów, stawiania pytań itd. A także o tym, że ważny jest proces poszukiwania rozwiązania, podejmowania prób, formułowania i weryfikowania hipotez oraz towarzysząca temu dyskusja, wymiana argumentów, wzajemne przekonywanie się. Szybkie znajdowanie odpowiedzi na stawiane pytania jest – w tej sytuacji – zdecydowanie mniej istotne.

4. Dodatkowym wzbogaceniem zajęć może być program PIKTOSZLACZKI – można po niego sięgnąć w różnych momentach realizacji scenariusza, np. pod koniec zajęć.

*Mirosław Dąbrowski*

## 12. CO TU PASUJE – CZYLI O DOSTRZEGANIU ZWIĄZKÓW, PODOBIENSTW I RÓŻNIC, CZ. I

### **Cele ogólne na III etapie kształcenia:**

- zdobycie przez uczniów umiejętności wykorzystania posiadanych wiadomości podczas wykonywania zadań i rozwiązywania problemów;
- kształtowanie u uczniów postaw warunkujących sprawne i odpowiedzialne funkcjonowanie we współczesnym świecie;
- myślenie matematyczne – umiejętność wykorzystania narzędzi matematyki w życiu codziennym oraz formułowania sądów opartych na rozumowaniu matematycznym;
- myślenie naukowe – umiejętność wykorzystania wiedzy o charakterze naukowym do identyfikowania i rozwiązywania problemów, a także formułowania wniosków opartych na obserwacjach empirycznych dotyczących przyrody i społeczeństwa;
- umiejętność pracy zespołowej.

### **Cele ogólne – matematyka:**

- Wykorzystanie i tworzenie informacji.  
Uczeń interpretuje i tworzy teksty o charakterze matematycznym, używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.
- Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.  
Uczeń używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretuje pojęcia matematyczne i operuje obiektami matematycznymi.
- Modelowanie matematyczne.  
Uczeń dobiera model matematyczny do prostej sytuacji, buduje model matematyczny danej sytuacji.
- Użycie i tworzenie strategii.  
Uczeń stosuje strategię jasno wynikającą z treści zadania, tworzy strategię rozwiązania problemu.
- Rozumowanie i argumentacja.  
Uczeń prowadzi proste rozumowania, podaje argumenty uzasadniające poprawność rozumowania.

### **Wymagania szczegółowe (II etap kształcenia):**

- Działania na liczbach naturalnych. Uczeń:
  - dodaje i odejmuje w pamięci liczby naturalne dwucyfrowe, liczby wielocyfrowe w przypadkach takich jak np.  $230 + 80$  lub  $4600 - 1200$ ; liczbę jednocyfrową dodaje do dowolnej liczby naturalnej i odejmuje od dowolnej liczby naturalnej;
  - mnoży i dzieli liczbę naturalną przez liczbę naturalną jednocyfrową, dwucyfrową lub trzycyfrową pisemnie, w pamięci (w najprostszych przykładach) i za pomocą kalkulatora (w trudniejszych przykładach);
  - wykonuje dzielenie z resztą liczb naturalnych;
  - porównuje różnicowo i ilorazowo liczby naturalne;
  - rozpoznaje liczby naturalne podzielne przez: 2, 3, 5, 9, 10, 100.

**Pomoce:**

- piktogramy (pełen zestaw),
- inne (do projektowania zagadek przez uczniów):
  - naklejki (rośliny i zwierzęta),
  - kolorowe pisaki,
  - szablony do układania zagadek przez uczniów (projekt na końcu scenariusza),
- prezentacja (do ewentualnego wykorzystania),
- karty pracy (do ewentualnego wykorzystania).

**Przebieg sytuacji dydaktycznej:**

1. Formułujemy i układamy (lub wyświetlamy, korzystając z załączonej prezentacji) zagadki typu:

✓ *Co tu nie pasuje! Jedna rzecz, która i dlaczego?*

Stopniowo przechodzimy od rzeczy bardzo konkretnych do bardziej abstrakcyjnych

- komplikując typ obiektów
- komplikując relację łączącą wykorzystywane obiekty,  
np.:



W przypadku dwóch ostatnich zagadek, zanim ustalimy, co nie pasuje, musimy się zastanowić, co przedstawiają te piktogramy, jakie jest ich znaczenie.

### Komentarz:

Niezależnie od wieku uczniów warto zaczynać od zagadek dotyczących możliwie konkretnych obiektów, pozwala to każdemu na oswojenie się z proponowanym typem aktywności intelektualnej. Zagadki te charakteryzują się tym, że nie mają jednej jedynej poprawnej odpowiedzi. Np. dla pierwszej zagadki uczniowie mogą stwierdzić, że:

- ✓ *nie pasuje pomidor, bo nie jest owocem,*
- ✓ *nie pasuje porzeczka, bo na tym obrazku jest wiele owoców, a nie jeden,*
- ✓ *nie pasuje banan, bo nie rośnie w Polsce.*

Pamiętajmy o tym, że **odpowiedzi mogą być różne!** Te zagadki uczą m.in. argumentowania w prostej i zabawnej dla ucznia sytuacji. Ważna w nich jest przede wszystkim procedura wyjaśniania przez ucznia, dlaczego uważa, że to ta wskazana przez nie rzecz nie pasuje. **Sensowne wyjaśnienie buduje poprawną odpowiedź.**

2. Uczniowie, wykorzystując posiadane piktogramy albo naklejki, układają własne zagadki i wzajemnie je sobie rozwiązują.

Uczniowie po zaprojektowaniu zagadki za pomocą piktogramów mogą ją przygotować do prezentacji, np. używając samoprzylepnych naklejek. Gwarantuje to zachowanie zagadek i możliwość wielokrotnego wracania do nich.

3. Pora na zagadki dotyczące nieco bardziej abstrakcyjnej tematyki.

- ✓ *Co i dlaczego nie pasuje do reszty?*

16	31	9	12	36
----	----	---	----	----

---

16	15	21	12	19
----	----	----	----	----

---

16	63	66	26	56
----	----	----	----	----

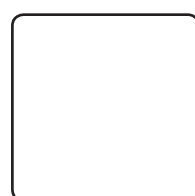
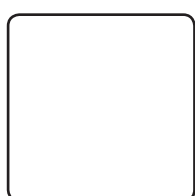
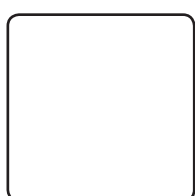
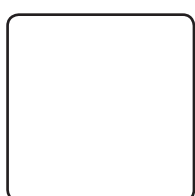
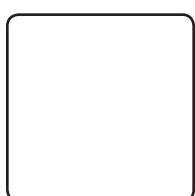
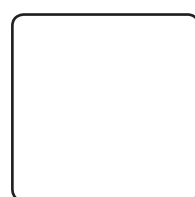
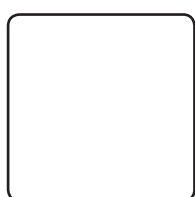
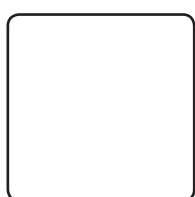
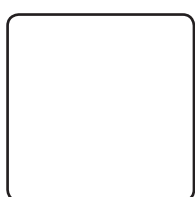
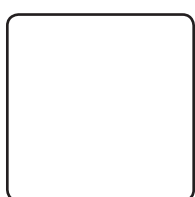
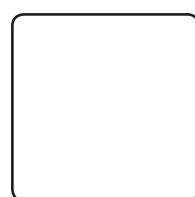
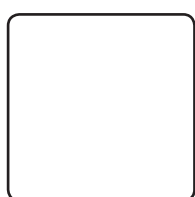
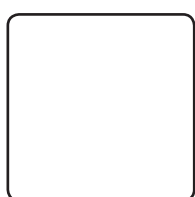
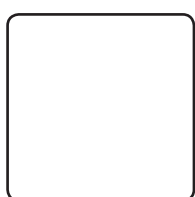
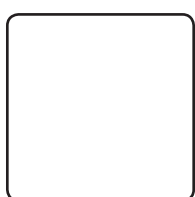
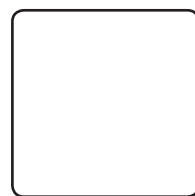
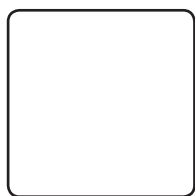
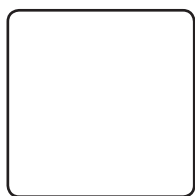
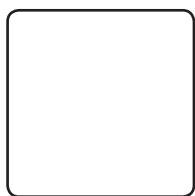
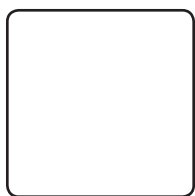
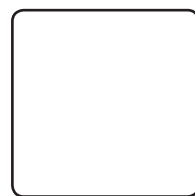
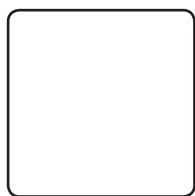
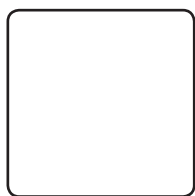
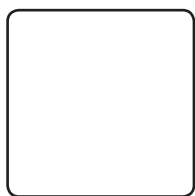
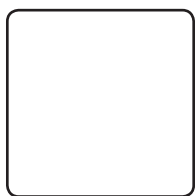
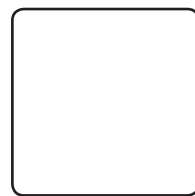
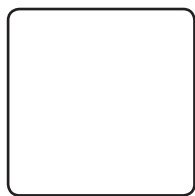
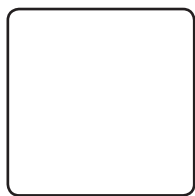
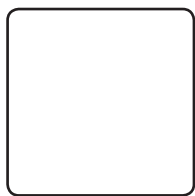
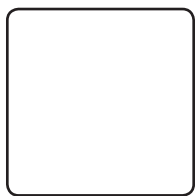
---

15	30	24	35	20
----	----	----	----	----

**Komentarz:**

Do budowania tego typu zagadek liczbowych możemy wykorzystać wszystkie poznane przez uczniów własności liczb: ich wielkość i sposób zapisu, podzielność itd. Jest to więc także dobra okazja np. do powtórzenia jakiegoś fragmentu arytmetyki, choć przede wszystkim zagadki tego typu to szansa na rozwijanie u uczniów umiejętności analizowania oraz dostrzegania prawidłowości i związków (por. komentarz w scenariuszu: „Co jest dalej – czyli o dostrzeganiu i wykorzystywaniu prawidłowości, cz. I”).

4. Uczniowie samodzielnie tworzą zagadki dotyczące np. liczb, rozwiązują je i dyskutują o nich. Przy układaniu przez uczniów zagadek z wykorzystaniem liczb czy innych znaków użyteczny może być szablon (por. dalej).





Mirosław Dąbrowski

### 13. CO TU PASUJE – CZYLI O DOSTRZEGANIU ZWIĄZKÓW, PODOBIENSTW I RÓŻNIC, CZ. II

#### Cele ogólne na III etapie kształcenia:

- zdobycie przez uczniów umiejętności wykorzystania posiadanych wiadomości podczas wykonywania zadań i rozwiązywania problemów;
- kształtowanie u uczniów postaw warunkujących sprawne i odpowiedzialne funkcjonowanie we współczesnym świecie;
- myślenie matematyczne – umiejętność wykorzystania narzędzi matematyki w życiu codziennym oraz formułowania sądów opartych na rozumowaniu matematycznym;
- myślenie naukowe – umiejętność wykorzystania wiedzy o charakterze naukowym do identyfikowania i rozwiązywania problemów, a także formułowania wniosków opartych na obserwacjach empirycznych dotyczących przyrody i społeczeństwa;
- umiejętność pracy zespołowej.

#### Cele ogólne – matematyka:

- Wykorzystanie i tworzenie informacji.  
Uczeń interpretuje i tworzy teksty o charakterze matematycznym, używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.
- Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.  
Uczeń używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretuje pojęcia matematyczne i operuje obiektami matematycznymi.
- Modelowanie matematyczne.  
Uczeń dobiera model matematyczny do prostej sytuacji, buduje model matematyczny danej sytuacji.
- Użycie i tworzenie strategii.  
Uczeń stosuje strategię jasno wynikającą z treści zadania, tworzy strategię rozwiązania problemu.
- Rozumowanie i argumentacja.  
Uczeń prowadzi proste rozumowania, podaje argumenty uzasadniające poprawność rozumowania.

#### Wymagania szczegółowe (II etap kształcenia):

- Działania na liczbach naturalnych. Uczeń:
  - dodaje i odejmuje w pamięci liczby naturalne dwucyfrowe, liczby wielocyfrowe w przypadkach takich jak np.  $230 + 80$  lub  $4600 - 1200$ ; liczbę jednocyfrową dodaje do dowolnej liczby naturalnej i odejmuje od dowolnej liczby naturalnej;
  - mnoży i dzieli liczbę naturalną przez liczbę naturalną jednocyfrową, dwucyfrową lub trzycyfrową pisemnie, w pamięci (w najprostszych przykładach) i za pomocą kalkulatora (w trudniejszych przykładach);
  - wykonuje dzielenie z resztą liczb naturalnych;
  - porównuje różnicowo i ilorazowo liczby naturalne;
  - rozpoznaje liczby naturalne podzielne przez 2, 3, 5, 9, 10, 100.

**Pomoce:**

- piktogramy (pełen komplet),
- inne (do projektowania zagadek przez uczniów):
  - naklejki (rośliny i zwierzęta),
  - kolorowe pisaki,
  - szablony do układania zagadek przez uczniów,
  - ewentualnie kalkulatory,
- prezentacja (do ewentualnego wykorzystania),
- karty pracy (do ewentualnego wykorzystania).

**Przebieg sytuacji dydaktycznej:**

1. Formułujemy i układamy (lub wyświetlamy) zagadki typu:

✓ *Co tu pasuje? Tylko jedna rzecz! Która i dlaczego?*

Ponownie, podobnie jak w scenariuszu I, stopniowo przechodzimy od rzeczy i relacji bardzo konkretnych do bardziej abstrakcyjnych, np.:

**Komentarz:**

Zawsze warto zachęcać uczniów do dyskusji i wzajemnego przekonywania się.

Musimy pamiętać, że ważna jest przede wszystkim procedura wyjaśniania przez ucznia, dlaczego uważa, że to tylko ta wskazana przez niego rzecz pasuje. Jak zawsze w tego typu zagadkach, może być wiele dobrych, sensownie uzasadnionych odpowiedzi.

2. Uczniowie, wykorzystując posiadane piktogramy, układają własne zagadki i wzajemnie je sobie rozwiązują. Jak poprzednio, zagadki do prezentacji mogą być przygotowywane przy użyciu naklejek i zachowane do wielokrotnego wykorzystywania.

3. Pora na zagadki dotyczące nieco bardziej abstrakcyjnej tematyki, np.:

16	11	19	12	?
----	----	----	----	---

21	9	15
----	---	----

---

16	31	19	12	?
----	----	----	----	---

1	10	8
---	----	---

---

16	63	96	65	?
----	----	----	----	---

18	69	42
----	----	----

I jeszcze bardziej abstrakcyjne:

16	34	70	25	?
----	----	----	----	---

33	7	52
----	---	----

---

16	15	14	13	?
----	----	----	----	---

11	19	12
----	----	----

---

17	26	35	44	?
----	----	----	----	---

88	53	80
----	----	----

---

15	31	29	35	?
----	----	----	----	---

11	18	40
----	----	----

#### Komentarz:

Tego typu zagadki mogą dać uczniom okazję do odwołania się do całości ich wiedzy arytmetycznej: zapisu liczb, ich poznanych własności, operacji na nich wykonywanych itd. Słuchając uczniów, możemy się o nich i ich wiedzy matematycznej bardzo wiele dowiedzieć.

4. Uczniowie samodzielnie tworzą zagadki i dyskutują o nich. Przy układaniu przez uczniów zagadek tego typu z wykorzystaniem liczb czy innych znaków użyteczny może być szablon (por. dalej).






?

?

?

?

?

## 14. CO TU PASUJE

### – CZYLI O DOSTRZEGANIU ZWIĄZKÓW, PODOBIENSTW I RÓŻNIC, CZ. III

#### Cele ogólne na III etapie kształcenia:

- zdobycie przez uczniów umiejętności wykorzystania posiadanych wiadomości podczas wykonywania zadań i rozwiązywania problemów;
- kształtowanie u uczniów postaw warunkujących sprawne i odpowiedzialne funkcjonowanie we współczesnym świecie;
- myślenie matematyczne – umiejętność wykorzystania narzędzi matematyki w życiu codziennym oraz formułowania sądów opartych na rozumowaniu matematycznym;
- myślenie naukowe – umiejętność wykorzystania wiedzy o charakterze naukowym do identyfikowania i rozwiązywania problemów, a także formułowania wniosków opartych na obserwacjach empirycznych dotyczących przyrody i społeczeństwa;
- umiejętność pracy zespołowej.

#### Cele ogólne – matematyka:

- Wykorzystanie i tworzenie informacji.  
Uczeń interpretuje i tworzy teksty o charakterze matematycznym, używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.
- Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.  
Uczeń używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretuje pojęcia matematyczne i operuje obiektami matematycznymi.
- Modelowanie matematyczne.  
Uczeń dobiera model matematyczny do prostej sytuacji, buduje model matematyczny danej sytuacji.
- Użycie i tworzenie strategii.  
Uczeń stosuje strategię jasno wynikającą z treści zadania, tworzy strategię rozwiązania problemu.
- Rozumowanie i argumentacja.  
Uczeń prowadzi proste rozumowania, podaje argumenty uzasadniające poprawność rozumowania.

#### Wymagania szczegółowe (II etap kształcenia):

- Działania na liczbach naturalnych. Uczeń:
  - dodaje i odejmuje w pamięci liczby naturalne dwucyfrowe, liczby wielocyfrowe w przypadkach takich jak np.  $230 + 80$  lub  $4600 - 1200$ ; liczbę jednocyfrową dodaje do dowolnej liczby naturalnej i odejmuje od dowolnej liczby naturalnej;
  - mnoży i dzieli liczbę naturalną przez liczbę naturalną jednocyfrową, dwucyfrową lub trzycyfrową pisemnie, w pamięci (w najprostszych przykładach) i za pomocą kalkulatora (w trudniejszych przykładach);
  - wykonuje dzielenie z resztą liczb naturalnych;
  - porównuje różnicowo i ilorazowo liczby naturalne;
  - rozpoznaje liczby naturalne podzielne przez: 2, 3, 5, 9, 10, 100.

**Pomoce:**

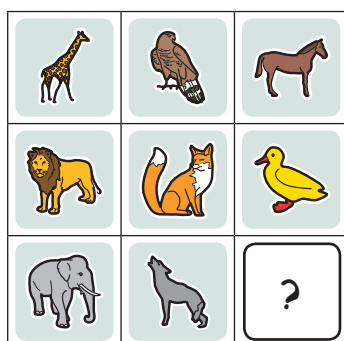
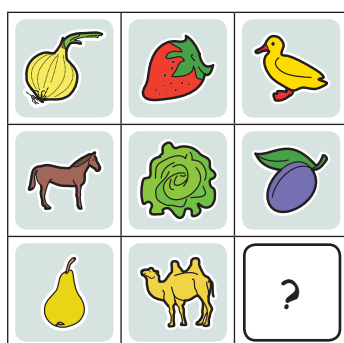
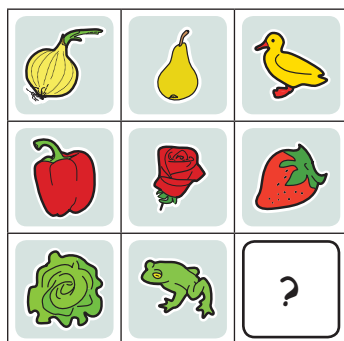
- piktogramy (pełen komplet),
- inne (do projektowania zagadek przez uczniów):
  - naklejki (rośliny i zwierzęta),
  - kolorowe pisaki,
  - szablony do układania zagadek przez uczniów,
  - ewentualnie kalkulatory,
- prezentacja (do ewentualnego wykorzystania),
- karty pracy (do ewentualnego wykorzystania).

### Przebieg sytuacji dydaktycznej:

1. Formułujemy i układamy (lub wyświetlamy) zagadki typu:

✓ *Co tu pasuje! Jedna rzecz, która i dlaczego?*

Np.:





2. Stopniowo przechodzimy do zagadek bardziej abstrakcyjnych:

2	5	8
12	15	18
22	25	?

4	5	45
6	7	67
8	9	?

5	7	9
6	8	10
7	9	?

16	2	8
25	5	5
32	8	?

0	3	6
4	7	10
8	11	?

2	5	11
9	19	39
16	33	?

3	6	9
6	12	18
12	24	?

5	6	10
8	9	16
40	54	?

5	10	20
15	30	60
45	90	?

9	12	15
12	16	20
15	20	?

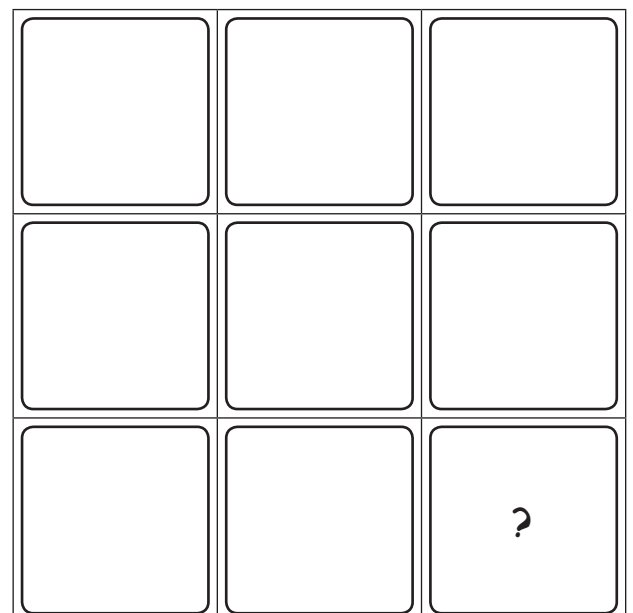
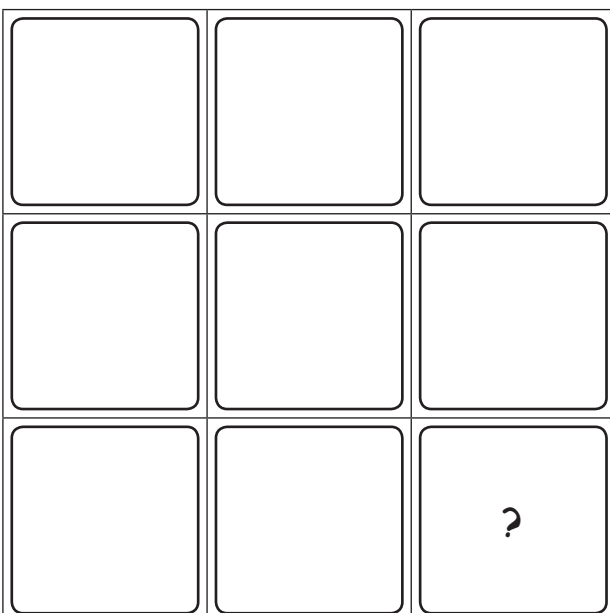
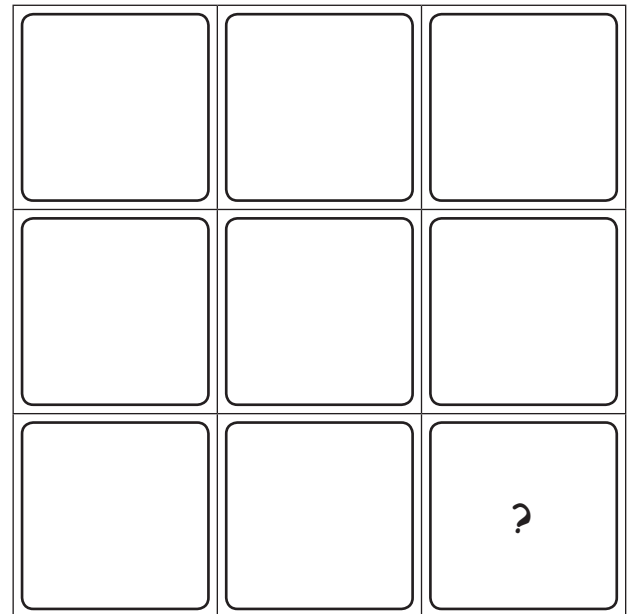
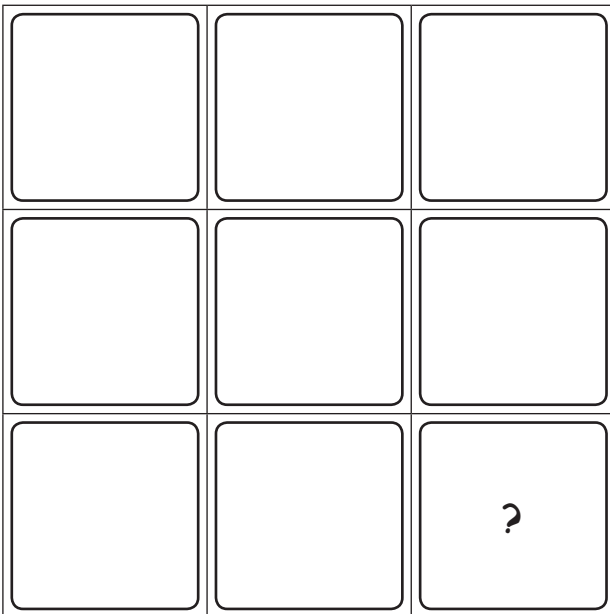
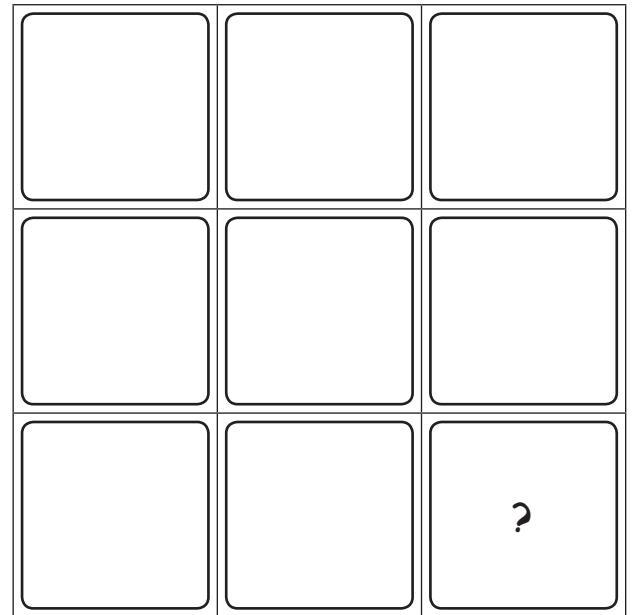
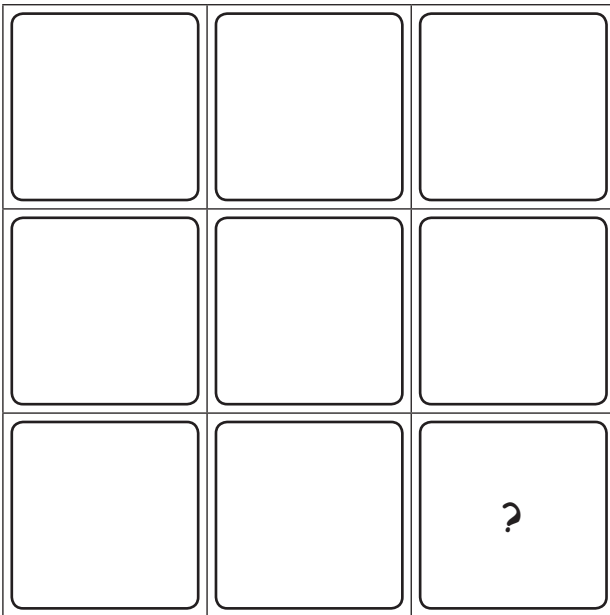
...

3. Ponownie pora na pomysły uczniów. Także i tym razem układanie zagadek mogą ułatwić szablony (por. dalej), a także wykorzystanie kalkulatorów.

**Komentarz:**

Proces uczenia się, także matematyki, ma charakter społeczny – **dziecko uczy się, kontaktując się z innymi osobami, rozmawiając z nauczycielem i rówieśnikami**. Dla budowania struktury wiedzy matematycznej ucznia kluczowe jest mówienie o matematyce: wyjaśnianie, przekonywanie, przewidywanie, stawianie pytań, wątpienie.

Tego typu zagadki stwarzają do tego bardzo dobrą okazję, a ponadto są dla uczniów bardzo atrakcyjne i motywujące.



## 15. GDZIE CO JEST – CZYLI O CZYTANIU ZE ZROZUMIENIEM, CZ. I

### Cele ogólne na III etapie kształcenia:

- zdobycie przez uczniów umiejętności wykorzystania posiadanych wiadomości podczas wykonywania zadań i rozwiązywania problemów;
- kształtowanie u uczniów postaw warunkujących sprawne i odpowiedzialne funkcjonowanie we współczesnym świecie;
- myślenie matematyczne – umiejętność wykorzystania narzędzi matematyki w życiu codziennym oraz formułowania sądów opartych na rozumowaniu matematycznym;
- myślenie naukowe – umiejętność wykorzystania wiedzy o charakterze naukowym do identyfikowania i rozwiązywania problemów, a także formułowania wniosków opartych na obserwacjach empirycznych dotyczących przyrody i społeczeństwa;
- umiejętność wyszukiwania, selekcjonowania i krytycznej analizy informacji;
- umiejętność pracy zespołowej.

### Cele ogólne – matematyka:

- Wykorzystanie i tworzenie informacji.  
Uczeń interpretuje i tworzy teksty o charakterze matematycznym, używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.
- Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.  
Uczeń używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretuje pojęcia matematyczne i operuje obiektami matematycznymi.
- Modelowanie matematyczne.  
Uczeń dobiera model matematyczny do prostej sytuacji, buduje model matematyczny danej sytuacji.
- Użycie i tworzenie strategii.  
Uczeń stosuje strategię jasno wynikającą z treści zadania, tworzy strategię rozwiązania problemu.
- Rozumowanie i argumentacja.  
Uczeń prowadzi proste rozumowania, podaje argumenty uzasadniające poprawność rozumowania.

### Wymagania szczegółowe (II etap kształcenia):

- Zadania tekstowe. Uczeń:
  - czyta ze zrozumieniem prosty tekst zawierający informacje liczbowe;
  - wykonuje wstępne czynności ułatwiające rozwiązanie zadania, w tym rysunek pomocniczy lub wygodne dla niego zapisanie informacji i danych z treści zadania;
  - dostrzega zależności między podanymi informacjami;

- dzieli rozwiązanie zadania na etapy, stosując własne, poprawne, wygodne dla niego strategie rozwiązania;
- weryfikuje wynik zadania tekstowego, oceniając sensowność rozwiązania.

**Pomoce:**

- piktogramy:



- program PIKTOFRUKTY (do ewentualnego wykorzystania),
- prezentacja (do ewentualnego wykorzystania),
- karty pracy (do ewentualnego wykorzystania).

### Przebieg sytuacji dydaktycznej:

1. Uczniowie w parach układają przed sobą piktogramy przedstawiające owoce:



Formułujemy zadanie:

*Te owoce ułożono na półce. Za chwilę rozdram na karteczkach opis, w jaki sposób są one ułożone.*

*Waszym zadaniem będzie ułożenie ich zgodnie z tym opisem.*

*Wszystko jasne? No to zaczynamy.*

**Uwaga:** Opis zagadki można wyświetlić na ekranie (tablicy interaktywnej), wykorzystując załączoną prezentację – jak zawsze, warto najpierw zrobić kopię prezentacji, po czym dokonać wyboru opisów do wykorzystania.

Oto kilka kolejnych zagadek o nieznacznym stopniu trudności:

*Na półce leżą jabłko, gruszka, kiść winogron i brzoskwinia.*

*Jabłko leży na lewo od brzoskwini, a gruszka na prawo od niej.*

*Winogrona leżą na prawo od brzoskwini i na lewo od gruszki.*

*Na półce leżą dwa jabłka, gruszka, kiść winogron i brzoskwinia.*

*Na lewo od gruszki leżą oba jabłka i brzoskwinia, która leży pomiędzy jabłkami.*

*Na półce leżą dwa jabłka, dwie gruszki oraz brzoskwinia. Brzoskwinia leży pomiędzy jabłkiem i gruszką. Oba jabłka leżą obok siebie, a gruszki nie.*

W tym ostatnim przypadku możliwe są dwa poprawne ułożenia – w zależności od tego, jak są ułożeni „sąsiedzi” brzoskwini.

2. Zachęcamy uczniów do ułożenia własnych zagadek tego typu, ich prezentowania oraz wspólnego rozwiązywania. Tu także bardzo przydatne będą odpowiednie zestawy piktogramów.

✓ *Jak najprościej ułożyć taką zagadkę? Od czego warto zacząć?*

**Komentarz:**

Bardzo dobrym zabiegiem jest narysowanie półki, o której mowa w zagadce, i układanie na niej owoców. Dzięki temu, że uczniowie dysponują obrazkami i mogą nimi manipulować, mogą próbować rozwiązać te i znacznie jeszcze trudniejsze zagadki za pomocą **strategii prób i poprawek** – układają owoce, sprawdzają warunki, nanoszą poprawki, znowu sprawdzają warunki i tak aż do otrzymania właściwego ułożenia. **Metoda ta jest jedną z najpotężniejszych i najbardziej skutecznych strategii rozwiązywania problemów, w tym także zadań tekstowych.**

Natomiast układanie zagadek uczy **rozumowaniu redukcyjnego** (analizy) – najwygodniej jest zacząć „od końca”, czyli od ułożenia przedmiotów na półce, po czym je opisujemy, a następnie upewniamy się, czy opis jest kompletny.

3. Pora na kolejne zagadki, dobieramy je i wymyślamy w zależności od biegłości uczniów w ich rozwiązywaniu. Uczniowie nadal w parach dysponują odpowiednimi obrazkami. Kolejne zagadki mogą być także okazją do analizowania własności liczb:

*Na półce leży kilka owoców. Są wśród nich trzy jabłka, które leżą jako pierwszy, trzeci i czwarty owoc – licząc od lewej strony. Jedna gruszka leży jako pierwsza z prawej, a druga jako piąta z tej samej strony. Pomiędzy jabłkiem i gruszką leży brzoskwinia. Ile jest owoców? Jak są położone?*

- ✓ *Jeśli jakiś owoc jest równocześnie trzeci z lewej strony i drugi z prawej, to ile leży owoców? A jeśli jest trzeci z lewej i trzeci z prawej?*

---

*Na półce ułożono pięć owoców. W środku leży jabłko. Gruszka leży pomiędzy jabłkami, a na prawo od brzoskwini są winogrona. Gruszka leży na lewo od winogron. Jak leżą te owoce?*

- ✓ *Co to znaczy, że jabłko leży w środku? Ile musi być owoców, aby jeden z nich mógł leżeć w środku? Ile owoców leży wtedy na lewo od niego? A ile na prawo? Dlaczego?*

---

*Na półce ułożono sześć owoców. Jabłka i gruszki nie leżą obok siebie. Brzoskwinia nie leży obok jabłek, a winogrona nie leżą obok gruszek. Pierwsze z lewej strony leży jabłko, a pierwsza z prawej strony leży gruszka. Brzoskwinia leży pomiędzy gruszkami. Jak leżą te owoce?*

Jeśli rozwiązywanie takich zagadek sprawia uczniom przyjemność i jest nadal dla nich pewnym wyzwaniem, możemy zaproponować im jeszcze jedną czy dwie zagadki, np. takiego typu:

*W środku leży gruszka. Na lewo od niej leżą trzy owoce: dwa jabłka i pomiędzy nimi brzoskwinia. A na prawo od niej leży kiść winogron i brzoskwinie. Jak mogą leżeć te owoce?*

Warto podyskutować o tym, ile jest możliwych odpowiedzi na postawione w zagadce pytanie i dlaczego tyle?

4. Zajęcia możemy dodatkowo wzbogacić i uatrakcyjnić, wykorzystując np. jako ostatni punkt scenariusza program PIKTOFRUKTY. Może to być dla dzieci dodatkowa okazja m.in. do doskonalenia umiejętności posługiwania się strategią eliminacji.



*Mirosław Dąbrowski*

## 16. GDZIE CO JEST – CZYLI O CZYTANIU ZE ZROZUMIENIEM, CZ. II

### **Cele ogólne na III etapie kształcenia:**

- zdobycie przez uczniów umiejętności wykorzystania posiadanych wiadomości podczas wykonywania zadań i rozwiązywania problemów;
- kształtowanie u uczniów postaw warunkujących sprawne i odpowiedzialne funkcjonowanie we współczesnym świecie;
- myślenie matematyczne – umiejętność wykorzystania narzędzi matematyki w życiu codziennym oraz formułowania sądów opartych na rozumowaniu matematycznym;
- myślenie naukowe – umiejętność wykorzystania wiedzy o charakterze naukowym do identyfikowania i rozwiązywania problemów, a także formułowania wniosków opartych na obserwacjach empirycznych dotyczących przyrody i społeczeństwa;
- umiejętność wyszukiwania, selekcjonowania i krytycznej analizy informacji;
- umiejętność pracy zespołowej.

### **Cele ogólne – matematyka:**

- Wykorzystanie i tworzenie informacji.  
Uczeń interpretuje i tworzy teksty o charakterze matematycznym, używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.
- Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.  
Uczeń używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretuje pojęcia matematyczne i operuje obiektami matematycznymi.
- Modelowanie matematyczne.  
Uczeń dobiera model matematyczny do prostej sytuacji, buduje model matematyczny danej sytuacji.
- Użycie i tworzenie strategii.  
Uczeń stosuje strategię jasno wynikającą z treści zadania, tworzy strategię rozwiązania problemu.
- Rozumowanie i argumentacja.  
Uczeń prowadzi proste rozumowania, podaje argumenty uzasadniające poprawność rozumowania.

### **Wymagania szczegółowe (II etap kształcenia):**

- Zadania tekstowe. Uczeń:
  - czyta ze zrozumieniem prosty tekst zawierający informacje liczbowe;
  - wykonuje wstępne czynności ułatwiające rozwiązanie zadania, w tym rysunek pomocniczy lub wygodne dla niego zapisanie informacji i danych z treści zadania;
  - dostrzega zależności między podanymi informacjami;
  - dzieli rozwiązanie zadania na etapy, stosując własne poprawne, wygodne dla niego strategie rozwiązania;
  - weryfikuje wynik zadania tekstowego, oceniając sensowność rozwiązania.

**Pomoce:**

- piktogramy:



- program PIKTOFRUKTY (do ewentualnego wykorzystania),
- prezentacja (do ewentualnego wykorzystania),
- karty pracy (do ewentualnego wykorzystania).

**Przebieg sytuacji dydaktycznej:**

1. Przechodzimy do bardziej skomplikowanych opisów. Tym razem zagadki będą dotyczyły naczyń<sup>1</sup>, które są ustawione na małym regale z dwiema półkami:



Oto kilka przykładowych:



*Kubek stoi na lewo od talerzyka. Pod kubkiem stoi filiżanka, a pod talerzykiem szklanka. Dzbanek stoi pomiędzy filiżanką i szklanką. Jak są ustawione te przedmioty?*



*Kubek stoi pomiędzy dwiema filiżankami, a dzbanek, który stoi pod kubkiem na lewo od dwóch szklanek. Na lewo od dzbanka stoi talerzyk. Czy już można ustalić, jak są ustawione wymienione przedmioty?*



*Na górnej półce stoją dwie szklanki i dzbanek, a na dolnej dwie filiżanki i talerzyk. Jednakowe przedmioty stoją obok siebie. Pod jedną szklanką stoi talerzyk, a pod drugą filiżanka. Dzbanek stoi nad filiżanką. Jak są ustawione te przedmioty? Czy jest tylko jedno możliwe ustawienie tych przedmiotów?*

2. Zachęcamy uczniów do samodzielnego ułożenia jak najtrudniejszej, ale dającej się rozwiązać zagadki. Jak najprościej można to zrobić?

<sup>1</sup> Równie dobrze mogą dotyczyć nadal owoców czy innych przedmiotów, których piktogramami dysponujemy.

3. Pora na zagadki o liczbach, np. takie:

*Na kartce napisane są obok siebie cztery liczby: 3, 15, 6 i 18. Liczba 6 jest napisana pomiędzy najmniejszą i największą z tych liczb. Po 3 napisane jest 15. W jakiej kolejności zapisane są te liczby?*

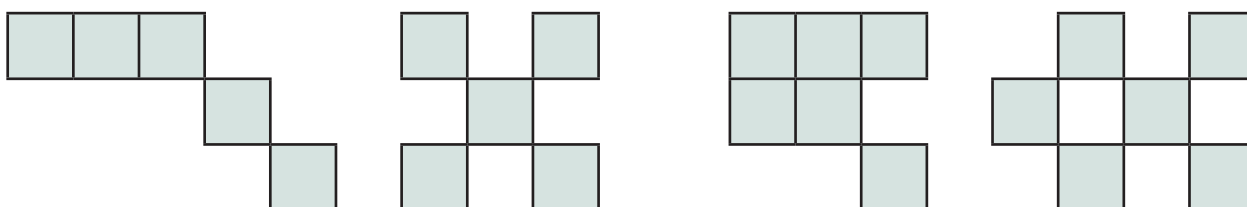
*Na kartce zapisano obok siebie pięć liczb: 8, 12, 14, 22, 25. Środkowa liczba jest sumą swoich sąsiadów. Pierwsza liczba jest większa od ostatniej. W jakiej kolejności zapisano te liczby?*

*Na kartce zapisano obok siebie pięć liczb: 8, 9, 10, 11, 12. Pierwsza jest mniejsza od trzeciej, a trzecia jest mniejsza od ostatniej. Druga jest większa od czwartej, a czwarta większa od piątej. Czy już można ustalić, w jakiej kolejności je zapisano? Dlaczego?*

### **Komentarz:**

Także i te zagadki pozwalają nam na „uruchomienie”, w atrakcyjny i motywujący dla uczniów sposób, wszystkich obszarów ich wiedzy arytmetycznej.

4. Wspólnie z uczniami wymyślamy i rozwiązujemy kolejne zagadki, dopasowując ich poziom trudności do możliwości i potrzeb uczniów.
5. Zmieniamy „matematyczny obszar” zagadek i przechodzimy do geometrii. Każdy uczeń robi w ukryciu przed kolegami rysunek złożony z pięciu (sześciu) identycznych kwadratów łączących się wierzchołkami albo bokami – przykłady takich rysunków poniżej:



Następnie kolejni uczniowie opisują, możliwie dokładnie, swój rysunek, nie pokazując go. Zadaniem pozostałych jest jego narysowanie. Ciąg dalszy może odbywać się w parach – uczniowie opisują sobie nawzajem sporządzone rysunki i odtwarzają je, posługując się tym opisem.

6. Uczniowie pracują w parach lub całą grupą. Tym razem osoba (osoby), która ma odtworzyć zrobiony rysunek, np. analogiczny jak wcześniej, zadaje pytania jego autorowi. Mogą to być pytania dwójakiego rodzaju: albo tzw. pytania ogólne, czyli o odpowiedzi TAK albo NIE, albo pytania o ilość czegoś, dla których odpowiedzią jest liczba (np. *Ile kwadratów jest w górnym rzędzie rysunku?*). Zadaniem osoby zadającej pytania jest jak najdokładniejsze odtworzenie rysunku.

Anna Dereń

## 17. PLAN MIEJSCOWOŚCI – CZYLI OPISUJEMY NASZĄ OKOLICĘ

### Cele ogólne na III etapie kształcenia:

- zdobycie przez uczniów umiejętności wykorzystania posiadanych wiadomości podczas wykonywania zadań i rozwiązywania problemów;
- kształtowanie u uczniów postaw warunkujących sprawne i odpowiedzialne funkcjonowanie we współczesnym świecie;
- myślenie matematyczne – umiejętność wykorzystania narzędzi matematyki w życiu codziennym oraz formułowania sądów opartych na rozumowaniu matematycznym;
- myślenie naukowe – umiejętność wykorzystania wiedzy o charakterze naukowym do identyfikowania i rozwiązywania problemów, a także formułowania wniosków opartych na obserwacjach empirycznych dotyczących przyrody i społeczeństwa;
- umiejętność sprawnego posługiwania się nowoczesnymi technologiami informacyjno-komunikacyjnymi;
- umiejętność wyszukiwania, selekcjonowania i krytycznej analizy informacji;
- umiejętność pracy zespołowej.

### Cele ogólne – matematyka:

- Wykorzystanie i tworzenie informacji.  
Uczeń interpretuje i tworzy teksty o charakterze matematycznym, używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.
- Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.  
Uczeń używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretuje pojęcia matematyczne i operuje obiektami matematycznymi.

### Pomoce:

- puste naklejki, pozwalające na tworzenie własnych piktogramów,
- duże arkusze papieru,
- pisaki,
- linijki, sznurki, paliki,
- taśma miernicza,
- kompas,
- naklejki:



- karty pracy (do ewentualnego wykorzystania).

**Przebieg sytuacji dydaktycznej (zakładany czas realizacji – 3 godziny):**

1. Zachęcamy uczniów do wykonania planu miejscowości lub dzielnicy, w której znajduje się szkoła.
2. Uczniowie wychodzą z klasy, oglądają okolicę, zwracając uwagę na znaki informacyjne, ogólny układ elementów przestrzeni, robią wstępny szkic lub zdjęcia.
3. Po powrocie do klasy wspólnie rysują ogólny plan sytuacyjny, ustalają, w jakiej skali wykonany będzie plan oraz w jakich grupach będą pracowali. Ponieważ plan złoży się z kilku fragmentów opracowanych przez różne zespoły, ustalają, jakie przyjmą zasady rysowania planu, co będzie jego miejscem centralnym. Zwracamy uwagę na konieczność zachowania proporcji, żeby plan odnosił się rzeczywiście do opisywanego w nim miejsca. Ustalamy też punkty charakterystyczne lub strategiczne. Uczniowie planują również strategię dokonywania pomiarów.
4. Zespoły przystępują do wykonania zadania, pracując w terenie. Po powrocie do szkoły dołączają do swoich planów odpowiednie, przygotowane przez siebie piktogramy, oznaczając ważne miejsca. Łączą wszystkie części planu, dopisują legendę, ustalają kierunki świata. Sprawdzają, czy na podstawie planu możemy rozpoznać naszą miejscowość.
5. Plan może zostać wykorzystany do zaaranżowania gry terenowej dla innych uczniów naszej szkoły lub dla grup, które pracowały nad jego wykonaniem.
6. Możemy też zaproponować udogodnienia, modernizacje, zwrócić uwagę na ważny element miejscowości (np. brak przejścia dla pieszych, ławek, koszy na odpady, klombu) i nanieść na plan i zaprezentować lokalnym władzom, rodzicom, innym klasom.
7. To doświadczenie pozwoli na opracowanie gier sytuacyjnych, np. „poszukiwanie tajnej informacji” na terenie szkoły lub okolicy. Piktogramy sporządzone przez uczniów zostaną wykorzystane do zakodowania drogi prowadzącej do ukrytej informacji.
8. Sporządzenie planu okolicy szkoły (osiedla, dzielnicy, miasta) z zaznaczeniem i opisem miejsc dla uczniów ważnych lub polecanych do zwiedzania przez turystów może być również tematem projektu – długoterminowej pracy zespołowej. Efekty mogą być zaprezentowane na tablicach informacyjnych przed szkołą, w gminie, w informacji turystycznej lub innym miejscu dostępnym dla mieszkańców lub turystów.

*Elżbieta Jabłońska*

## 18. JAK ZAPISAĆ TRASĘ – CZYLI JAK ORIENTOWAĆ SIĘ NA PLANIE

### **Cele ogólne na III etapie kształcenia:**

- zdobycie przez uczniów umiejętności wykorzystania posiadanych wiadomości podczas wykonywania zadań i rozwiązywania problemów;
- kształtowanie u uczniów postaw warunkujących sprawne i odpowiedzialne funkcjonowanie we współczesnym świecie;
- myślenie matematyczne – umiejętność wykorzystania narzędzi matematyki w życiu codziennym oraz formułowania sądów opartych na rozumowaniu matematycznym;
- umiejętność sprawnego posługiwania się nowoczesnymi technologiami informacyjno-komunikacyjnymi;
- umiejętność wyszukiwania, selekcjonowania i krytycznej analizy informacji;
- umiejętność pracy zespołowej.

### **Cele ogólne – matematyka:**

- Wykorzystanie i tworzenie informacji.  
Uczeń interpretuje i tworzy teksty o charakterze matematycznym, używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.
- Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.  
Uczeń używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretuje pojęcia matematyczne i operuje obiektami matematycznymi.

### **Wymagania szczegółowe – (matematyka i przyroda):**

- Liczby wymierne dodatnie. Uczeń:
  - odczytuje i zapisuje liczby naturalne dodatnie w systemie rzymskim (w zakresie do 3000);
  - dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli liczby wymierne zapisane w postaci ułamków zwykłych lub rozwinięć dziesiętnych skończonych zgodnie z własną strategią obliczeń (także z wykorzystaniem kalkulatora);
  - zaokrągla rozwinięcia dziesiętne liczb;
  - szacuje wartości wyrażeń arytmetycznych;
  - stosuje obliczenia na liczbach wymiernych do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, w tym do zamiany jednostek (jednostek prędkości, gęstości itp.).

### Wymagania szczegółowe – (matematyka i przyroda) na II etapie edukacyjnym:

Uczeń:

- zamienia i prawidłowo stosuje jednostki długości: metr, centymetr, decymetr, milimetr, kilometr;
- oblicza rzeczywistą długość odcinka, gdy dana jest jego długość w skali, oraz długość odcinka w skali, gdy dana jest jego rzeczywista długość;
- orientuje plan, mapę w terenie, posługuje się legendą;
- identyfikuje na planie i mapie topograficznej miejsce obserwacji i obiekty w najbliższym otoczeniu, określa wzajemne położenie obiektów na planie, mapie topograficznej i w terenie;
- posługuje się podziałką liniową do określania odległości, porównuje odległość na mapie z odległością w terenie.

**Pomoce:**

- piktogramy:



- naklejki czyste pozwalające na tworzenie własnych obrazków,
- powiększony plan okolicy szkoły lub najbliższej znanej uczniom miejscowości,
- taśma klejąca,
- plastelina, patyczki,
- małe obrazki, np. z płyty CD, ze znakami drogowymi oznaczającymi obiekty przy drodze:





**Przebieg zajęć:**

1. Uczniowie pracują w grupach. Każda grupa otrzymuje powiększony fragment planu okolicy szkoły lub znanej im najbliższej miejscowości. Ustalają, w jakiej skali sporządzony jest plan. Wybierają znaczki potrzebne do oznaczania obiektów na planie. Sporządzają takie, których nie ma w zestawie, np. bank, kościół, przychodnia lekarska, apteka itp. Umawiają się, co oznaczają zgromadzone lub przygotowane przez nich znaczki.  
Zapoznają się ze znakami drogowymi informacyjnymi, które mogą stać przy drodze: przejście dla pieszych, kładka, przejście podziemne, stacja benzynowa, szpital, restauracja.
2. Oznaczają wybranymi lub sporządzonymi znaczkami obiekty na makiecie lub planie. Mogą naklejać naklejki lub z patyczków i plasteliny budować znaki pionowe i nimi oznaczać obiekty na planie.
3. Pracując w parach, uczniowie układają sobie nawzajem zagadki. Jeden uczeń układa ciąg znaków niezwiązany z planem, a drugi słowami opisuje trasę.

Na przykład: taki ciąg znaków może być odczytany:



*Ruszam spod poczty, przechodzę koło metra, skręcam w prawo, przechodzę koło sklepu, przechodzę kładką na drugą stronę ulicy, idę jeszcze prosto i dochodzę do szpitala.*

4. Następnie między znaczkami pojawiają się oznaczenia mówiące o odległości poszczególnych obiektów:

Na przykład:



*Co oznacza: Ruszam spod poczty, idę 200 m, dochodzę do sklepu, za sklepem skręcam w prawo, idę 100 m, przechodzę przez kładkę, po 50 m dochodzę do szkoły.*

5. Uczniowie pracują w grupach nad planami uzupełnionymi o wprowadzone przez nich oznaczenia obiektów na planach. Wybierają sobie trasę między dwoma wybranymi punktami na planie. Zadaniem uczniów jest teraz ustalenie, jakim środkiem lokomocji najlepiej poruszać się, przemieszczając się między tymi dwoma punktami w terenie: pieszo, autobusem, tramwajem, metrem, pociągiem, rowerem itp. Szacują prędkości tych środków lokomocji, a następnie obliczają szacunkowy czas przebycia dystansów. Zapisują trasę, używając odpowiednich piktogramów.

Na przykład:



*Wyruszamy spod szkoły w lewo, jedziemy na rowerze 10 minut do basenu, a potem skręcamy w prawo i po 5 minutach jazdy na rowerze dojeżdżamy do stacji metra.*

6. Uczniowie planują wycieczkę, w czasie której koledze, który nie zna ich miejscowości, pokażą najciekawsze miejsca. Wybierają obiekty warte pokazania, środki lokomocji, planują trasę i opisują ją, szacując czasy przejścia lub przejechania z jednego miejsca do drugiego. Trasę zapisują symbolicznie, używając dostępnych obrazków lub projektując własne znaczki. Mogą również w sposób ikoniczny zapisać oszacowane czasy.

*Anna Dereń*

## 19. GRY – CZYLI ROZWIJANIE UMIEJĘTNOŚCI STRATEGICZNYCH

### **Cele ogólne na III etapie kształcenia:**

- zdobycie przez uczniów umiejętności wykorzystania posiadanych wiadomości podczas wykonywania zadań i rozwiązywania problemów;
- myślenie matematyczne – umiejętność wykorzystania narzędzi matematyki w życiu codziennym oraz formułowania sądów opartych na rozumowaniu matematycznym;
- myślenie naukowe – umiejętność wykorzystania wiedzy o charakterze naukowym do identyfikowania i rozwiązywania problemów, a także formułowania wniosków opartych na obserwacjach empirycznych dotyczących przyrody i społeczeństwa;
- umiejętność pracy zespołowej.

### **Cele ogólne – matematyka:**

- Użycie i tworzenie strategii.
  - Uczeń stosuje strategię jasno wynikającą z treści zadania, tworzy strategię rozwiązania problemu;
- Rozumowanie i argumentacja.
  - Uczeń prowadzi proste rozumowania, podaje argumenty uzasadniające poprawność rozumowania.

### **Pomoce:**

- wcześniej wykonane plany miejscowości lub wydrukowany (mapa Google) plan miejscowości (format A3),
- piktogramy – pełen zestaw,
- kostki sześciennie do gry,
- puste naklejki do tworzenia własnych piktogramów.

### Przebieg sytuacji dydaktycznej:

**Tworzenie gier** możemy zaproponować uczniom po zajęciach związanych z rysowaniem planów, które mogą być wykorzystane jako plansze do gry.

1. Dzielimy uczniów na 3–4-osobowe grupy. Ich zadaniem jest ułożenie gry do planu miejscowości, czyli:
  - ✓ *wymyślenie celu gry (np. dojście do parku, przejście najkrótszą drogą przez całą miejscowość, odwiedzenie kolegi, zbudowanie ronda, zebranie potrzebnych informacji;*
  - ✓ *ustalenie, czy gra opiera się na rywalizacji czy na współpracy;*
  - ✓ *ustalenie minimalnej i maksymalnej liczby zawodników;*
  - ✓ *stworzenie reguł, wykorzystanie piktogramów oraz kostek do gry;*
  - ✓ *wklejenie lub pieczętowanie na planszy odpowiednich piktogramów (chyba, że celem gry jest ich zbieranie, wtedy uczniowie decydują, w jakim miejscu i w jakiej ilości zostaną rozłożone);*
  - ✓ *zapisanie instrukcji gry.*
2. Uczniowie wymieniają się planszami i grają zgodnie z załączonymi regułami. W czasie rozgrywek powinni mieć możliwość uzupełniania instrukcji, jeżeli okaże się, że nie są jasne dla innych. Po naniesieniu poprawek możemy zorganizować turniej gier miejskich.
3. Ważna będzie rozmowa o tym, w jaki sposób uczniowie budowali swoje strategie, co ich zadaniem jest najważniejsze w instrukcji? Czy wygrana zależy od wyników rzutów kostką, czy jest możliwe strategiczne kierowanie jej przebiegiem? Co jest najtrudniejsze w tworzeniu gier? Czy możliwy jest inny zapis reguł gry? (np. za pomocą piktogramów?). Czy można określić prawdopodobieństwo wygranej?

## Propozycje innych gier, czyli dalej GRAMY W PIKTOGRAMY

Możemy zaproponować uczniom inne plany (np. Warszawy, Krakowa, metra, mapę województwa lub Polski), żeby stworzyli do nich scenariusze gier.

Dobrą okazją do wykorzystania gier w plenerze będzie wycieczka klasowa, cykliczne akcje typu: „sprzątanie świata”, „dzień wiosny w plenerze”, „dzień sportu” itp.

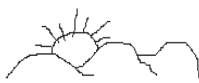
Można również wykonać uniwersalną planszę „miejskiej gry”, pozwalającą na zastosowanie różnych reguł.

W czasie wycieczek klasowych staramy się angażować uczniów do różnych działań. Tworzenie gier, plansz, reguł może: służyć kierowaniu ich uwagi, inspirować do działania w plenerze, wprowadzić swoiste „notatki z podróży” w postaci piktogramów.

1. Punktem wyjścia do stworzenia „**GRY W SPRZĄTANIE**” może być wyprawa rozpoznawcza z planem miejscowości. Uczniowie zaznaczają miejsca: zaniedbane, zagrożone, wysypiska, brak koszy na śmieci, miejsca segregacji odpadów itp. Po powrocie do klasy planują swoją grę, wykorzystując naniesione na planie obserwacje. Po akcji „sprzątania świata” mogą dodać nowe informacje – ile można zebrać worków śmieci, ile puszek, butelek, papierów i wykorzystać w instrukcji (jako pionki możemy wykorzystać plastikowe nakrętki). Systematyczne „zagłębienie” do zaznaczonych na planie miejsc pozwoli na rejestrowanie zmian w środowisku. Plansze do gry mogą spełniać rolę plakatów zachęcających do utrzymania czystości w otoczeniu. Do opisu gry można dołączyć dodatkowe dane: ilościowe – ile kilogramów odpadów zostało zebranych, ile przypada na jednego mieszkańca, ile sztuk, na jakiej powierzchni, jaki to procent powierzchni naszej miejscowości itp., jakościowe – jaki typ odpadów został znaleziony – elektroodpady, tworzywa sztuczne, metale itp.
2. „**MUZEUM**” – większe muzea proponują dzieciom, młodzieży trasy tropem wybranych obrazów, eksponatów, dołączając do nich przewodniki z zadaniami, wyznaczonymi do odszukania obrazami. Wizyta w muzeum może być okazją do stworzenia artystycznej gry. Po rozmowie o wybranych obrazach (lub innych eksponatach) uczniowie tworzą ich piktogramy (warto wcześniej pokazać rysunki, np. Picassa) na małych karteczkach. Sprawdzają, czy są czytelne dla pozostałych uczniów, czy rozpoznają dzieło, do którego się odnosi. To dobra okazja do rozmowy o tym, w jaki sposób zapamiętujemy obrazy.



Bitwa pod Grunwaldem



zachód słońca nad morzem



martwa natura



portret w kapeluszu



Makowski



las

Uczniowie rysują (lub dostają wcześniej wydrukowany plan muzeum) i wklejają odpowiednio swoje piktogramy, opracowują zadania, polecenia lub pytania. Gra może być zrealizowana w muzeum, w szkole po powrocie z wystawy, wykorzystana podczas wizyty w muzeum z inną klasą.

Planszę gry możemy wywiesić na korytarzu, żeby w czasie przerw mogły w nią grać inne osoby. Dołączymy wówczas reprodukcje obrazów po to, żeby można było odnieść się do oryginałów.

3. „**LAS/PARK**” Dzielimy uczniów na zespoły 4-osobowe. Ich zadaniem będzie opracowanie gry terenowej odnoszącej się do tego, co mogą zaobserwować w przestrzeni. Mogą korzystać z taśmy mierniczej, kompasu, klucza do oznaczania drzew lub ilustracji podręcznika. Celem gry będzie dotarcie do wskazanej mety. Ustalamy, że jednemu oczku kostki do gry odpowiada określona liczba kroków. Na planie uczniowie wklejają swoje piktogramy, układają zadaniowe instrukcje (np. stoisz pod drzewem – zmierz jego wysokość). Wszystkie gry odbywają się w dwóch planach: najpierw rzut kostką lub dwiema, ustawienia pionka na planszy, wykonanie odpowiedniej liczby kroków, wykonanie zadania, jeżeli stanęło się na oznaczonym polu. Uczniowie wymieniają się grami i działają zgodnie z załączoną instrukcją.

Na zakończenie omawiamy gry: co było trudne? Ile kroków najwięcej udało się zrobić? Ile w sumie? Ile razy trzeba było się zatrzymać, żeby wykonać zadanie? Jakie były najtrudniejsze? Czego nie udało się wykonać? Dlaczego? Co można by zmienić?

Gry możemy wykorzystać w pracy z innymi klasami, zawiesić na korytarzu, żeby inne osoby mogły w nie zagrać (załączamy rysunki lub zdjęcia zaznaczonych na planszy drzew, krzewów itp.).

4. „**HIPERMARKET**”, czyli sprytne zakupy.

Coraz więcej czasu wolnego spędza się w hipermarketach. Wykorzystamy je do stworzenia gry rozwijającej umiejętność planowania zakupów, szacowania ich kosztu.

Uczniowie rysują lub wykorzystują gotowe piktogramy „artykułów”, a także ich ceny. Zadaniem graczy jest zrobienie zakupów. Gracze nie rywalizują ze sobą, ich wspólnym celem

są zakupy. Każdorazowo wynik rzutu kostkami (dwoma, trzema lub czterema) jest informacją o posiadanych zasobach finansowych (mamy tyle, ile wyrzucimy oczek). Zakupy odbywają się ten sposób, że z planszy zdejmujemy wybrany produkt (plansza powstaje przez ułożenie piktogramów z produktami i ich cenami). Uczniowie tworzą strategię i zasady gry, decydują o cenach, liczbie kostek i rzutów, zasadach dobierania produktów (np. czy za jeden rzut można kupować tylko jeden rodzaj, np. warzywa, czy wybór jest dowolny).

Gracze podejmują wiele ważnych decyzji, tworząc swoją strategię gry, np. co się bardziej opłaca, zakup jednego „drogiego” towaru, gdy udało się rzucić większą liczbę oczek, czy więcej „tanich”? Czy zawsze jeden droższy, a za resztę najtańsze?

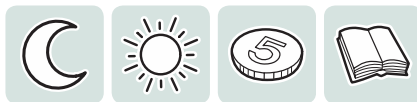
Muszą też negocjować decyzje, sprawdzają ich skuteczność.

Na koniec, po ustalonej liczbie rzutów, sprawdzają, za ile zrobili zakupy, ile rzeczy udało im się kupić, porównują wyniki innych grup, zastosowane strategie kupowania.

### **GRAMY W PIKTOGRAMY, czyli wykorzystanie piktogramów do tworzenia gier rozwijających umiejętności matematyczne, tworzenie strategii, współpracę w grupie, kreatywność.**

1. Uczniowie w zespołach 4-osobowych grupują piktogramy zgodnie z przyjętą przez siebie strategią. Wybierają jeden zestaw i tworzą grę planszową. Nadają jej nazwę (warto popracować nad jej atrakcyjnością). Sprawdzają, czy zaproponowane reguły da się zastosować dla pozostałych plansz. Rozmawiamy o tym, dlaczego jest to możliwe lub niemożliwe. Jaki wpływ na zasady gry ma jej plansza?
2. **KOSTKI DO GRY** – uczniowie w parach projektują swoją kostkę do gry, naklejając na ściankach wybrane przez siebie piktogramy (zgodnie z przyjętą zasadą), a potem wymyślają grę, czyli instrukcję, co należy zrobić, gdy wyrzuci się określony piktogram.
3. **HISTORIE NIE Z TEJ ULICY** – gra dla 2–4 graczy – piktogramy leżą ułożone w stosik. Uczniowie układają z nich „ulicę”, opowiadając jej historię. Kolejno odkrywają rysunek i dokładając do poprzedniego, kończą zdanie: „Na mojej ulicy...”. Ulica może przebiegać w dowolny sposób. Grę można wykorzystać do rozwijania umiejętności słuchania. W tym przypadku pierwszy gracz mówi np. „Na mojej ulicy rosną dęby” (piktogram z drzewem), a drugi „Na twojej ulicy rosną dęby, a na mojej mieszka mój nauczyciel” (piktogram z człowiekiem) itd.
4. Podobnie możemy tworzyć **FILMOGRAM** – piktogramy potraktujemy jako klatki filmowe, dokładając kolejne uczniowie budują fabułę: albo ją opowiadają, albo mogą odgrywać scenę – w tym wypadku znak inicjuje działanie.
5. **ANALOGIE** – uczniowie grają w parach, mają do dyspozycji różne zestawy piktogramów, wymyślają różne sposoby ułożenia zgodnie z jakąś zasadą 8 piktogramów. Pierwszy gracz układa swoje zestawienie, a drugi „odpowiada”, dokładając odpowiedni piktogram. Za każdym razem mówią, jaka jest zasada ułożenia piktogramów.

6. **UŁOŻ JAK JA** – uczniowie grają w parach, mają te same zestawy piktogramów. Pierwszy gracz układa zestaw 4 piktogramów (niewidoczne dla drugiego gracza) i podaje instrukcję z niewiadomą: „Mam książkę, monetę, słońce i księżyc. Na lewo od książki ułożyłem monetę. Słońce nie leży obok książki, a księżyc nie leży obok monety ani obok książki”.



Warto zacząć grę wspólnie, tzn. nauczyciel układa swój zestaw i podaje instrukcję dzieciom, które na jej podstawie układają swoje piktogramy. To dziecko, które pierwsze ułoży prawidłowo obrazki, wyjaśnia, w jaki sposób doszło do rozwiązania, a potem prowadzi grę. Za każdym razem dzieci pokazują, w jaki sposób postępowały, żeby trafnie ułożyć piktogramy.

Możemy zapisywać najciekawsze instrukcje, żeby wykorzystać je do zadań z instrukcją testową. Wówczas proponujemy taki zapis: „Zosia ułożyła 5 piktogramów. Powiedziała, że...”.

W miarę nabywania sprawności zwiększamy liczbę piktogramów.

## 7. **Obrazkowy MASTER MIND**

Gra w parach. Dzieci otrzymują zestaw takich samych 4 piktogramów, po 10 sztuk każdego. Jeden uczeń układa niewidoczny dla drugiego rząd 4 piktogramów (w dowolnej konfiguracji, np. każdy inny, po dwa takie same itp.). Zadaniem kolegi jest odkrycie układu przez tworzenie kolejnych. Za każdym razem uzyskuje wskazówkę: np. 1 na tym samym miejscu, dwa na złym, a jednego nie ma. Kierując się nią, wyklada kolejną czwórkę, aż dojdzie do rozwiązania (lub, po ustaleniu np. do 5 razy, przerywa się turę). Ważne jest, by uczniowie sami odkrywali i budowali strategię najlepszego sposobu rozwiązania zagadki.

W miarę nabierania sprawności możemy zwiększać ilość używanych piktogramów.