



Tytuł

Polski okrąg 12 punktów cz. 11

Autor

Bronisław Pabich

Przebieg

Etap 1 - Wprowadzenie

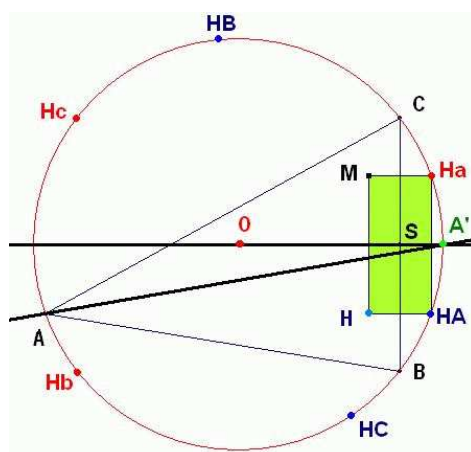
Własności poznane w tej lekcji łączą twierdzenia z poprzedniej lekcji z twierdzeniem o punktach przecięcia się dwusiecznych trójkąta z odpowiadającymi im symetralnymi jego boków.

Spróbujmy przeprowadzić dowód tego faktu.

Zauważmy po pierwsze, że czworokąt HH_AH_aM musi być prostokątem (dlaczego?).

Symetralna boku BC , a zarazem boku H_AH_a w tym prostokącie musi przecinać łuk H_AH_a w jego środku A' , co kończy dowód.

Oczywiście tak utworzone nowe trzy punkty dają na okręgu opisanym na trójkącie aż 12 punktów charakterystycznych trójkąta. Ponieważ część tych faktów została odkryta w Polsce, okrąg ten nazwałem **polskim okręgiem dwunastu punktów**.



Etap 2 - praca z wykorzystaniem apletu

Aplet do przeprowadzenia zajęć jest dostępny na portalu www.matematykainnegowymiaru.pl oraz na płycie CD dołączonej do materiałów.

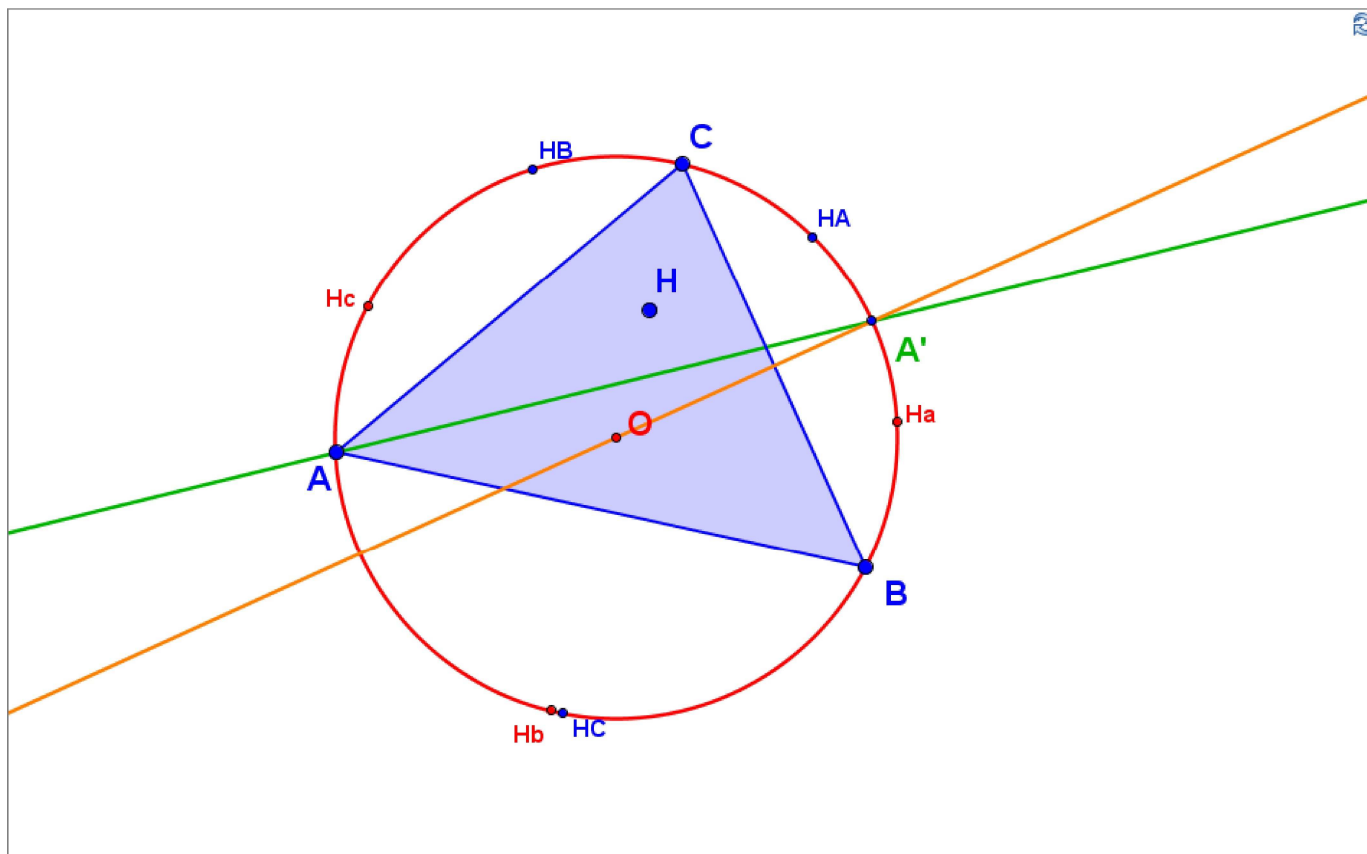
Aplet

Już wiesz, że obrazy ortocentrum trójkąta w symetriach względem jego boków i względem środków jego boków znajdują się zawsze na okręgu opisanym na tym trójkącie.

Wcześniej poznałeś też punkty przecięcia symetralnych trójkąta z dwusiecznymi jego kątów. One też należały do tego okręgu. Pewnie interesuje Cię, czy istnieje jakiś związek pomiędzy tymi punktami?

W poniższym aplecie widoczny jest jeden z punktów przecięcia symetralnej z dwusieczną w otoczeniu obrazów ortocentrum w odpowiednich symetriach.

Poruszaj wierzchołkami trójkąta i poszukuj tego związku.

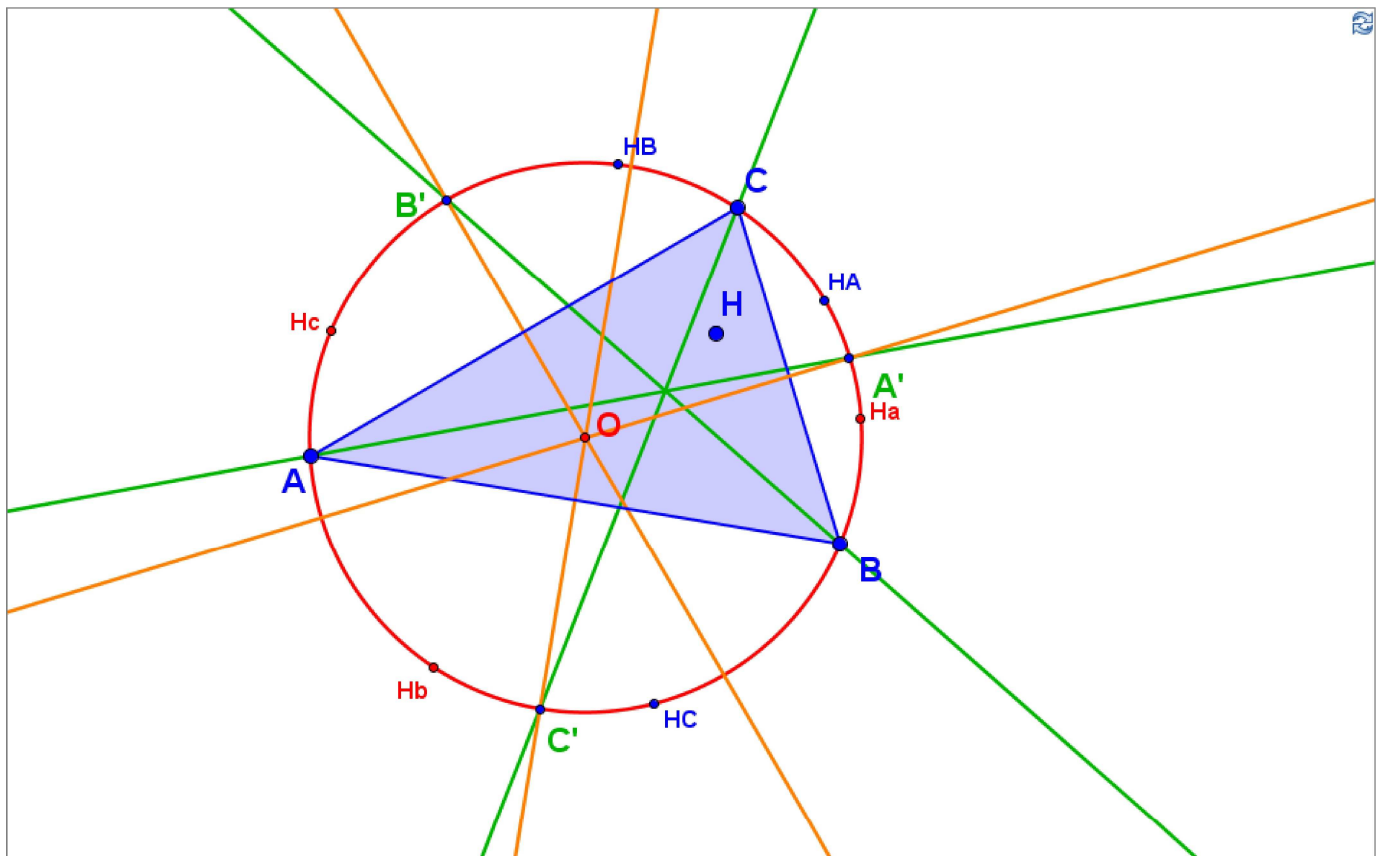


24 Styczeń 2013, Utworzony z [GeoGebra](#)

Uzupełnij zapis:

Wydaje mi się, że punkt przecięcia symetralnej z dwusieczną nie leży w przypadkowym położeniu. **Jest on**(57)

Czy pozostałe punkty przecięcia symetralnych z dwusiecznymi też są w podobnej relacji z innymi punktami okręgu? Poniższy aplet pozwoli Ci upewnić się doświadczalnie w tym zakresie. Poruszaj wierzchołkami trójkąta.



24 Styczeń 2013, Utworzony z [GeoGebra](#)

Podsumuj więc:

Trzy punkty przecięcia symetralnych z dwusiecznymi trójkąta sąktórych końce są(58)

Ponieważ 9 punktów Geografa Poly zostały uzupełnione dodatkowo trzema punktami, odkrytymi w 1995 roku przez uczniów jednej z polskich szkół średnich, nazwał ten okrąg polskim okręgiem dwunastu punktów. Wcześniej podobny okrąg dla trójkąta odkrył szwajcarski matematyk - Leonard Euler. Poznasz ten okrąg w jednej z kolejnych lekcji.

