



## Tytuł

Prosta Eulera - cz. 16

## Autor

Bronisław Pabich

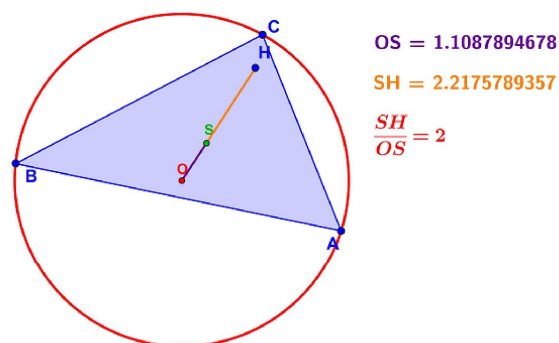
## Przebieg

### Etap 1 - Wprowadzenie

Ta lekcja poświęcona jest własności środka ciężkości, własności czysto geometrycznych.

Na początku uczniowie mogą zaspokoić swoją ciekawość w zakresie uzasadnienia podziału środkowych w stosunku 1:2.

Następnie dowiadują się, że środek ciężkości leży zawsze pomiędzy ortocentrum trójkąta i środkiem okręgu na nim opisanym. Również metryczne własności tych trzech punktów mogą odkryć na kolejnym aplecie. I na koniec odkrywają współliniowość tych trzech punktów wyznaczających prostą Eulera.



### Etap 2 - praca z wykorzystaniem apletu

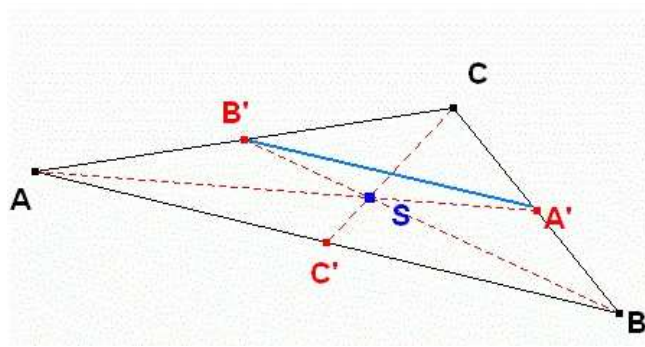
Aplet do przeprowadzenia zajęć jest dostępny na portalu [www.matematykainnegowymiaru.pl](http://www.matematykainnegowymiaru.pl) oraz na płycie CD dołączonej do materiałów.

## Aplet

Środek ciężkości znajduje się zawsze bliżej środka boku niż przeciwległego wierzchołka. Odległość ta jest dokładnie dwukrotnością tej mniejszej odległości. Aby uzasadnić ten fakt zauważ, że w trójkącie  $ABC$  punkty  $A'$  i  $B'$  są środkami boków  $BC$  i  $AC$ , a zatem odcinek  $A'B'$  jest dwukrotnie krótszy niż bok  $AB$  trójkąta. Dlatego trójkąt  $B'A'C$  jest dwukrotnie pomniejszonym trójkątem podobnym do trójkąta  $ABC$ .

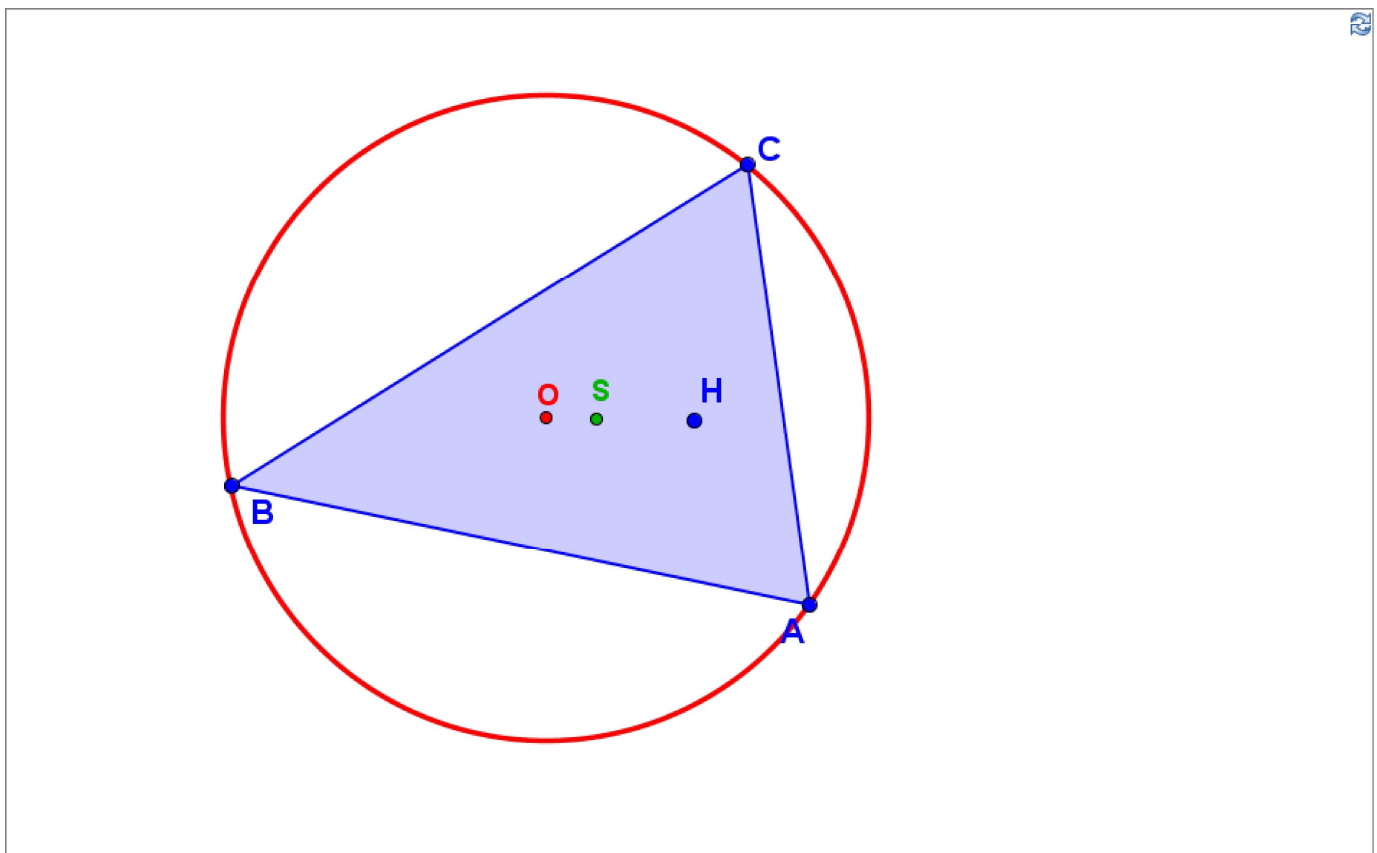
Stąd więc długość odcinka  $SA'$  jest dwa razy mniejszy niż długość odcinka  $AS$ .

Te fakty bliżej poznasz w liceum lub w technikum.



Poznałeś już trzy punkty charakterystyczne trójkąta. Są to środek okręgu opisanego na trójkącie, ortocentrum trójkąta i jego środek ciężkości. Zaznaczone są one na poniższym aplecie odpowiednimi kolorami :

- środek okręgu opisanego **O**
- ortocentrum **H**
- środek ciężkości **S**



25 Styczeń 2013, Utworzony z [GeoGebra](#)

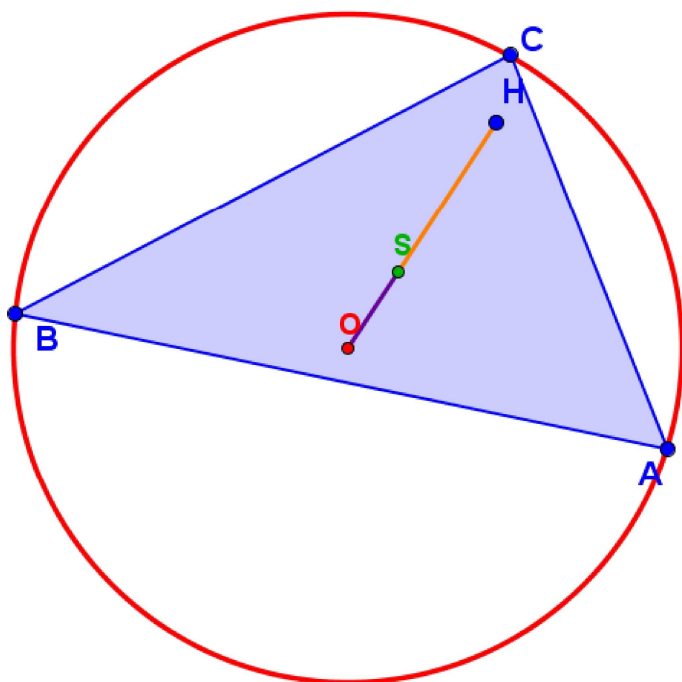
Chwyć myszą za dowolny z wierzchołków trójkąta i obserwuj zachowanie się tych trzech szczególnych punktów trójkąta. Czy wydaje Ci się, że ich położenie jest przypadkowe?

**Co szczególnego widzisz w ich położeniu? (80)**

Jak wszystko w matematyce, tak i w tym przypadku położenie wspomnianych trzech punktów nie jest przypadkowe. Zauważyłeś niewątpliwie, iż te punkty leżą na jednej prostej. Ponadto leżą zawsze w pewnej ustalonej kolejności. Jeden z nich leży zawsze pomiędzy pozostałymi.

**Który z tych punktów leży zawsze pomiędzy pozostałymi punktami? (81)**

Kolejny aplet przedstawia bardziej rozbudowaną konstrukcję. Przyjrzyj się wartościom liczbowym, które możesz odczytać z apletu i odpowiedz na poniższe pytania.



$$OS = 1.1087894678$$

$$SH = 2.2175789357$$

$$\frac{SH}{OS} = 2$$

25 Styczeń 2013, Utworzony z [GeoGebra](#)

**Opisz, jakie wielkości można odczytać na powyższym apłecie. (82)**  
**Jaka wielkość pozostaje stałą niezależnie od położenia wierzchołków trójkąta? (83)**

Fakty, które dostrzegłeś w tej lekcji zauważył w XVIII wieku matematyk szwajcarski **Leonard Euler**. Prosta, do której należą środek okręgu opisanego, środek ciężkości i ortocentrum trójkąta, matematycy nazwali na cześć jej odkrywcy **prostą Eulera**.



**KAPITAŁ LUDZKI**  
CZŁOWIEK – NAJLEPSZA INWESTYCJA!



**ELITMAT**  
FIRMA EDUKACYJNO-WYDAWNICZA

UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY

