Tytuł

Ortocentrum (4) cz. 13

Autor

Bronisław Pabich

Czas

1 jednostka lekcyjna

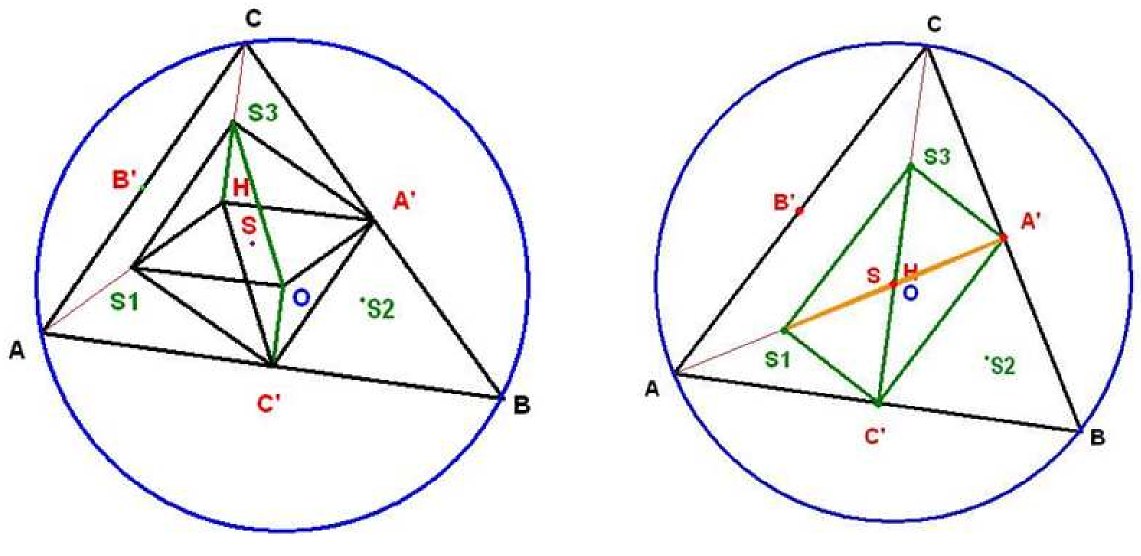
Przebieg

Etap 1 - Wprowadzenie

Okazuje się, że rzut prostopadłościanu to nie jedyny rzut, który można uzyskać z trójkąta.

Jeśli połączymy odpowiednio środki boków, środek okręgu opisanego na trójkącie i jego ortocentrum, wówczas otrzymamy rzut ośmiościanu środkowo symetrycznego, a nawet w szczególnym przypadku foremnego.

Wynika to z faktu, że czworokąt $\mathbf{OA'HS_1}$ jest zawsze równoległobokiem. Dla trójkąta równobocznego równoległobok ten jest prostokątem.



Odcinki **AH** i **OA'** są równoległe, gdyż zawierają się odpowiednio w wysokości i symetralnej do niej równoległej (bo prostopadłej do tego samego boku).

Ponadto okazuje się, że **|AH| = 2|OA'|**. To wynika z tego, że trójkąty **AHC** i **A'C'O** są jednokładne w skali ½. To zaś wynika z faktu, że **A'C'** jest odcinkiem łączącym środki dwóch boków **AB** i **CB** trójkąta.

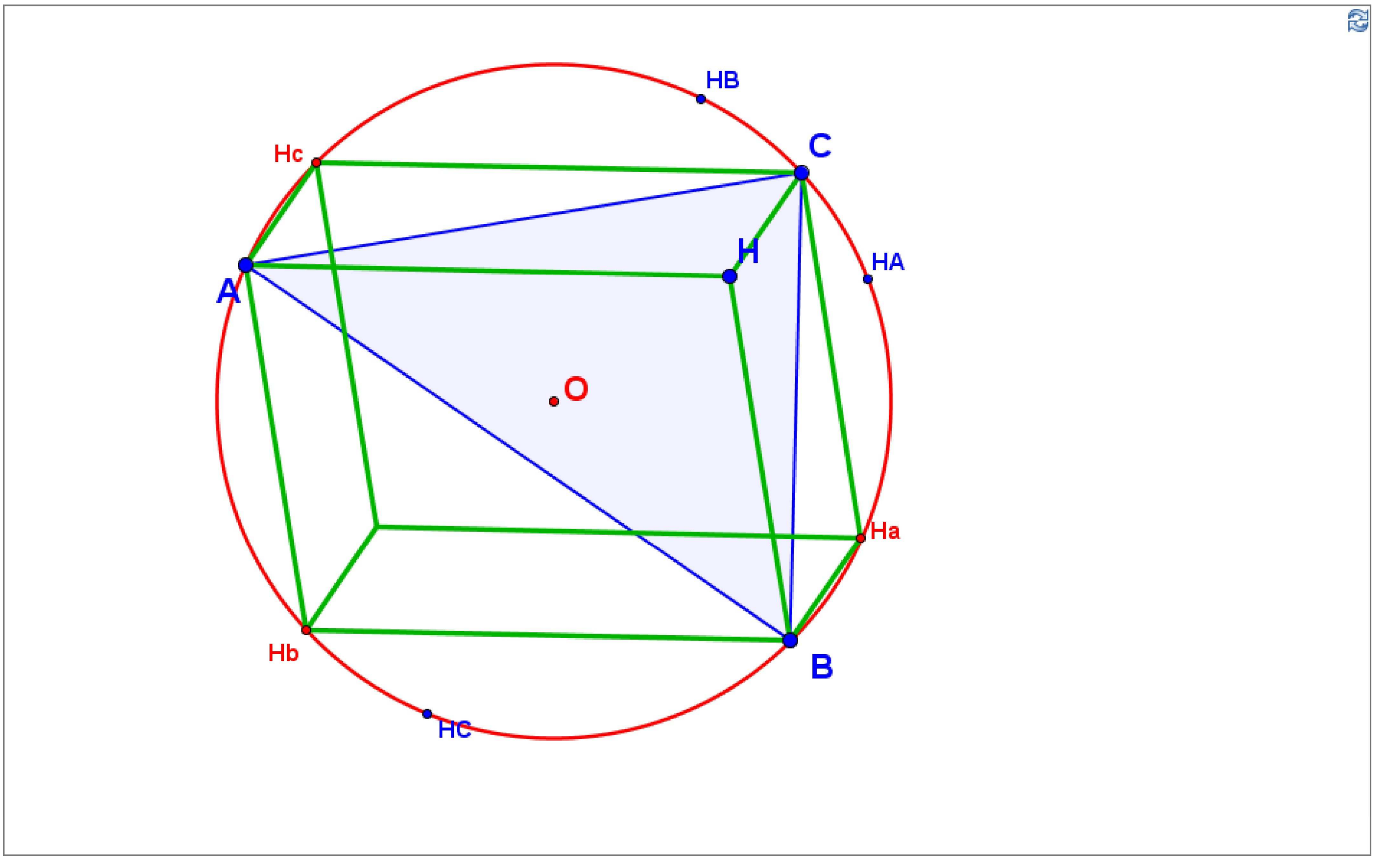
Stąd więc $\mathbf{S_1H = OA'}$ i $\mathbf{S_1H \parallel OA'}$.

Etap 2 - praca z wykorzystaniem apletu

Aplet do przeprowadzenia zajęć jest dostępny na portalu www.matematykainnegowymiaru.pl oraz na płycie CD dołączonej do materiałów.

Aplet

Na ostatnich lekcjach poznałeś kilka własności ortocentrum trójkąta. Szczególnie ostatnia była interesująca, gdyż przeniosła Cię na chwilę w przestrzeń trójwymiarową.
Możnaby rzec, że każdy trójkąt z jego ortocentrum i odpowiednio wykreślonymi odcinkami jest zawsze rzutem prostopadłościanu. Czy zawsze tak się dzieje?
Sprawdź to na poniższym aplecie w przypadku trójkąta rozwartokątnego.



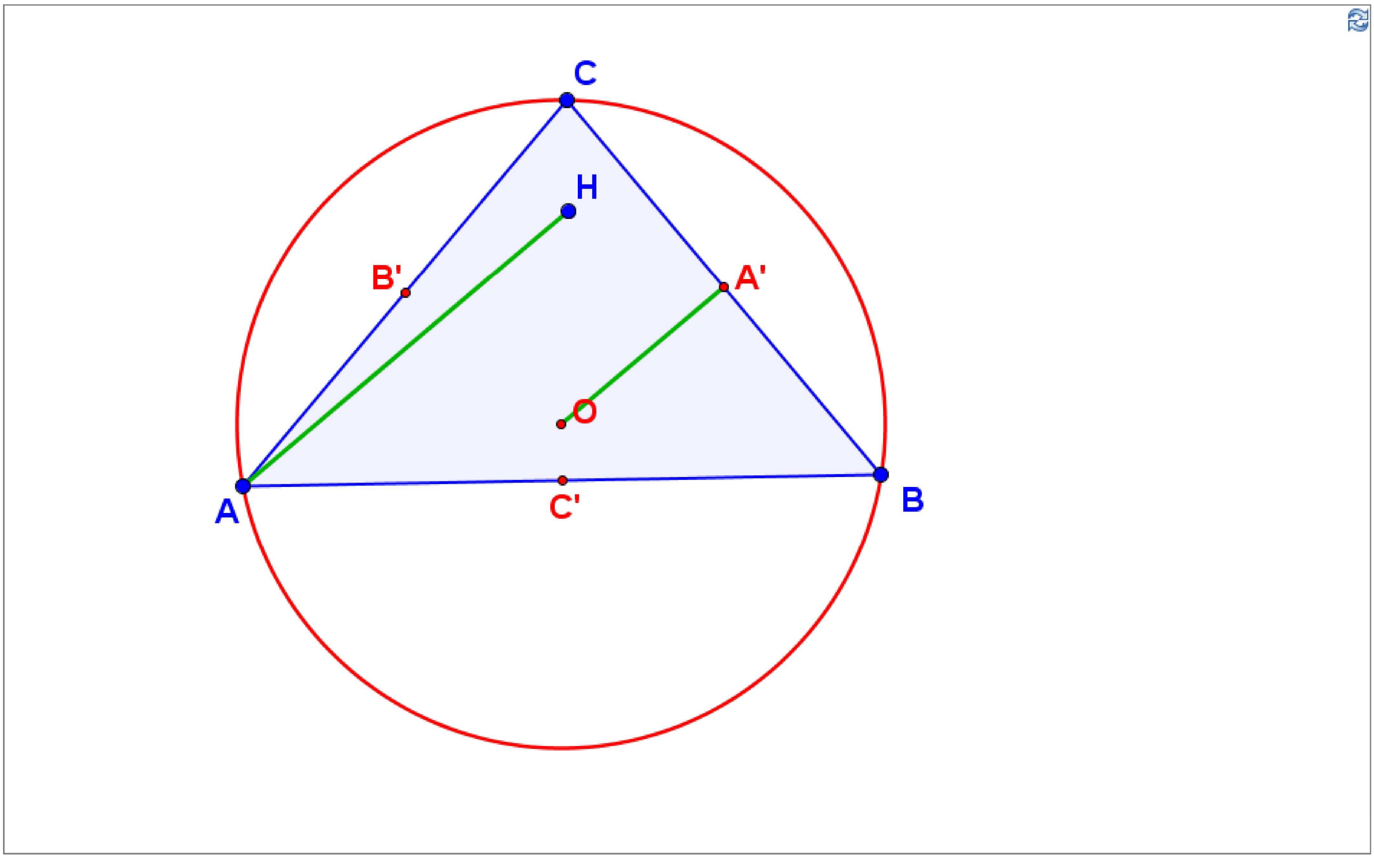
24 Styczeń 2013, Utworzony z GeoGebra

Spróbujmy jeszcze raz przenieść się w świat geometrii przestrzennej wykorzystując inne własności ortocentrum trójkata.

Na kolejnym aplecie utworzono trójkąt **ABC**, jego ortocentrum **H**, środek okręgu opisanego **O** oraz środki jego boków: **A’** - środek odcinka **BC**, **B’** - odcinka **AC** i **C’** - odcinka **AB.**

Poruszaj wierzchołkami trójkąta **ABC**, a jeśli nie dostrzegasz faktów niezbędnych do udzielenia odpowiedzi na poniższe pytania, pobierz plik Cabri, zapisz go na swoim komputerze i wykonuj polecenia na pliku w wersji demonstracyjnej Cabri. Sposób pobrania pliku z apletu opisany był na wstępie.

- **Rozważ odcinki AH i OA’. Zmierz je. Jakie są ich długości? (67)**
- **Jakie jest ich wzajemne położenie? (68)**
- **Czy zależy ono od położenia wierzchołków trójkąta ABC? (69)**



24 Styczeń 2013, Utworzony z GeoGebra

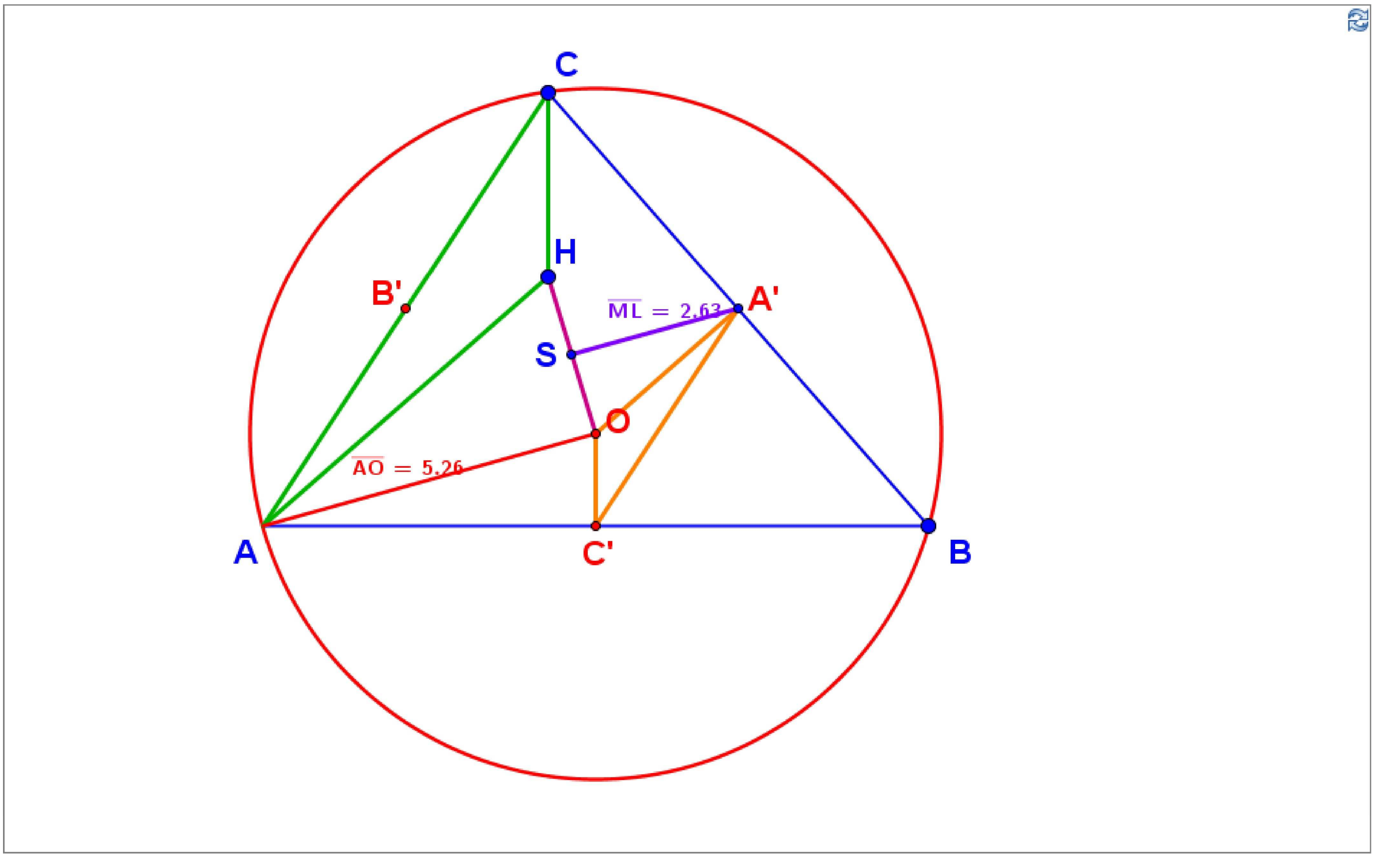
Niech S będzie środkiem odcinka **OH**.

Rozważ promień R okręgu opisanego na trójkącie - przykładowo niech to będzie odcinek **OA**.

Rozważ odcinek **SA'.**

Zmierz odcinki **SA'** i promień **R**.

Co dostrzegasz? (70)



24 Styczeń 2013, Utworzony z GeoGebra

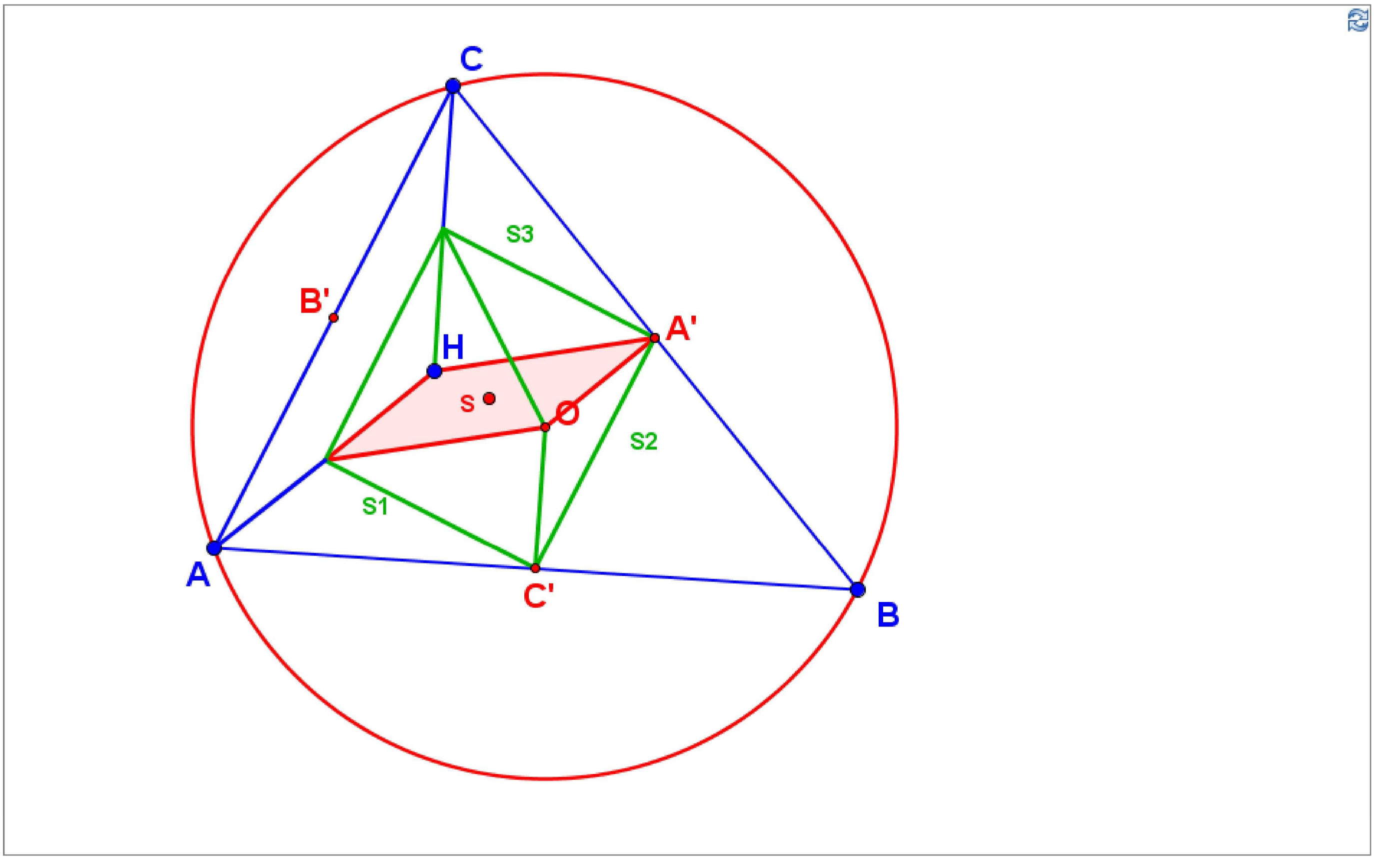
Rozważ środki S_1, S_2 i S_3 odcinków **HA**, **HB** i **HC**.

Utwórz czworokąt S_1**OA'H**.

Co to za czworokąt? (71)

Połącz punkt **S_3** oraz **C'** z punktami **S_1, O, A', H**

Co dostrzegasz na ekranie? (72)



24 Styczeń 2013, Utworzony z GeoGebra

Podsumujmy więc:

W dowolnym trójkącie odcinki łączące wierzchołki z jego ortocentrum i odcinki łączące środki boków ze środkiem okręgu opisanego na tym trójkącie są równoległe i pierwsze z nich są dwukrotnie dłuższe od drugich.
Czworokąty S_1C'A'S_3, S_1B'A'S_2, S_3B'C'S_2 są równoległobokami.
Równoległoboki te są rzutami przekrojów ośmiokąta foremnego którego rzut stanowia odpowiednie odcinki w trójkącie.