



## Tytuł

Piąte działanie matematyczne - dzielenie modulo

## Autor

Tomasz Herud

## Dział

Algebra

## Innowacyjne cele edukacyjne

- Dzielenie Modulo to jakoby piąte działanie matematyczne, jest szeroko wykorzystywane w informatyce i kryptografii. Poznanie dzielenie modulo pomaga rozwijać percepcję matematyczną szczególnie uzdolnionych uczniów.
- Uczniowie poznają reguły rządzące dzieleniem modulo oraz triki pozwalające szybko dzielić modulo.
- Prezentacja tematu w formie wykładu przerywanego ćwiczeniami pozwala oswoić się uczniom z formą prowadzenia zajęć dydaktycznych na uczelniach wyższych, jednakże dzięki przerwom na wykonanie kilku ćwiczeń jest łatwiejsza w zrozumieniu.

## Czas

1 jednostka lekcyjna

## Przebieg

### Etap 1 Wprowadzenie dzielenia modulo

---

- Nauczyciel zapoznaje uczniów z dzieleniem modulo.
  - Historia
  - Zapis
  - Alternatywny zapis
  - Zastosowania
  - Kolejność działań
- Kilka zadań do wykonania sprawdzających zrozumienie podstaw dzielenia modulo (karta pracy poniżej)

### Etap 2 Właściwości dzielenia modulo

---

- Nauczyciel zapoznaje uczniów z właściwościami dzielenia modulo
  - Podstawowe zasady
  - Wnioski wypływające z podstawowych zasad
  - Podstawowe właściwości
  - Dzielenie modulo w przypadku liczb ujemnych

- Inne podejście do dzielenia modulo
- Zaawansowane właściwości
  - Niewrażliwość na dodawanie wielokrotności dzielnika do dzielnej
  - Rozdzielność względem dodawania
    - Uzasadnienie geometryczne
  - Rozdzielność względem odejmowania
  - Rozdzielność względem mnożenia
    - Uzasadnienie algebraiczne
    - Uzasadnienie geometryczne
- Kilka zadań do wykonania sprawdzających zrozumienie właściwości dzielenia modulo (karta pracy poniżej).

### **Etap 3** **Triki przy dzieleniu modulo**

---

- Nauczyciel zapoznaje uczniów z trikami wykorzystywanymi przy dzielenia modulo potęg
  - Prosty przypadek
  - Przypadek z bardzo dużym wykładnikiem
- Dwa przykłady do wykonania sprawdzających zrozumienie triku pozwalającego obliczyć modulo potęgi o dużym wykładniku (karta pracy poniżej).

### **Etap 4** **Rozszerzenie dzielenia modulo do liczb rzeczywistych**

---

- Nauczyciel pokazuje, że dzielenie modulo może również odbywać się w świecie liczb rzeczywistych.
- Kilka zadań do wykonania sprawdzających dzielenia modulo w zbiorze liczb rzeczywistych (karta pracy poniżej).

### **Załącznik nr 1.** **[Prezentacja\\* - \[POBIERZ\]](#)**

\*Do otwarcia prezentacji niezbędny jest program Microsoft Office PowerPoint 2007 lub darmowy program Microsoft Office PowerPoint Viewer 2007( program wraz z opisem instalacji dostępny jest na stronie producenta: [\[POBIERZ\]](#) )

---

### **Załącznik nr 2.** **Karta pracy**

---

#### **zadania dla uczniów - część 1**

$$13 \bmod 6 =$$

$$13 - 7 \bmod 6 =$$

$$2 \bmod 6 =$$

$$3 \cdot 4 \bmod 11 =$$

$$13 \bmod 6 \cdot 2 =$$

$$123 : 11 \bmod 5 =$$

$$17 - 11 \bmod 5 =$$

#### **zadania dla uczniów - część 2**

$$-13 \bmod 6 =$$

$$-13 - 7 \bmod 6 =$$

$$-2 \bmod 6 =$$

$$(9 \cdot 7) \bmod 8 =$$

$$(12 + 15) \bmod 11 =$$

$$(17 - 25) \bmod 12 =$$

$$225 \bmod 14 =$$

### zadania dla uczniów - część 3

$$11129 \bmod 13 =$$

$$17156 \bmod 7 =$$

### zadania dla uczniów - część 4

$$7,8 \bmod 2,4 =$$

$$-4,3 \bmod 1,2 =$$

$$89 \bmod 88,9 =$$

$$4,5 \bmod 1,7 =$$

## Podsumowanie

- Uczniowie poznają inny sposób prowadzenia zajęć (przypominający wykład akademicki).
- Uczniowie poznają nietrudne, choć rzadko omawiane zagadnienie jakim jest dzielenie modulo.

## Materiały do druku

- [KARTA PRACY](#)

