Tytuł

Okrąg Eulera - cz. 17

Autor

Bronisław Pabich

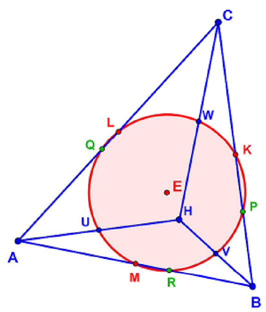
Przebieg

Etap 1 - Wprowadzenie

To pojęcie jest znowu związane z nazwiskiem genialnego szwajcarskiego matematyka, który całe niemal życie spędził w Rosji a potem w Berlinie

Okrąg Eulera przechodzi przez trzy trójki punktów:

- środki boków trójkąta,
- spodki jego wysokości,
- środki odcinków łączących ortocentrum trójkąta z jego wierzchołkami.



Zwany okręgiem dziewięciu punktów, albo też okręgiem Feuerbacha z uwagi na odkrytą przez niego jeszcze jedna własność: środek tego okręgu, środek okręgu opisanego na trójkącie i ortocentrum są współliniowe, a ponadto długość jego promienia stanowi połowę długości promienia okręgu opisanego.

Celem tej lekcji jest zaciekawienie ucznia takimi niecodziennymi własnościami trójkąta, pokazanie, że własności te nie zmieniają się przy zmianie kształtu i wielkości trójkąta. Dowody tych twierdzeń na etapie gimnazjum są zbyt trudne, ale zainteresowanych uczniów można odwołać do wspomnianej już lektury.

Etap 2 - praca z wykorzystaniem apletu

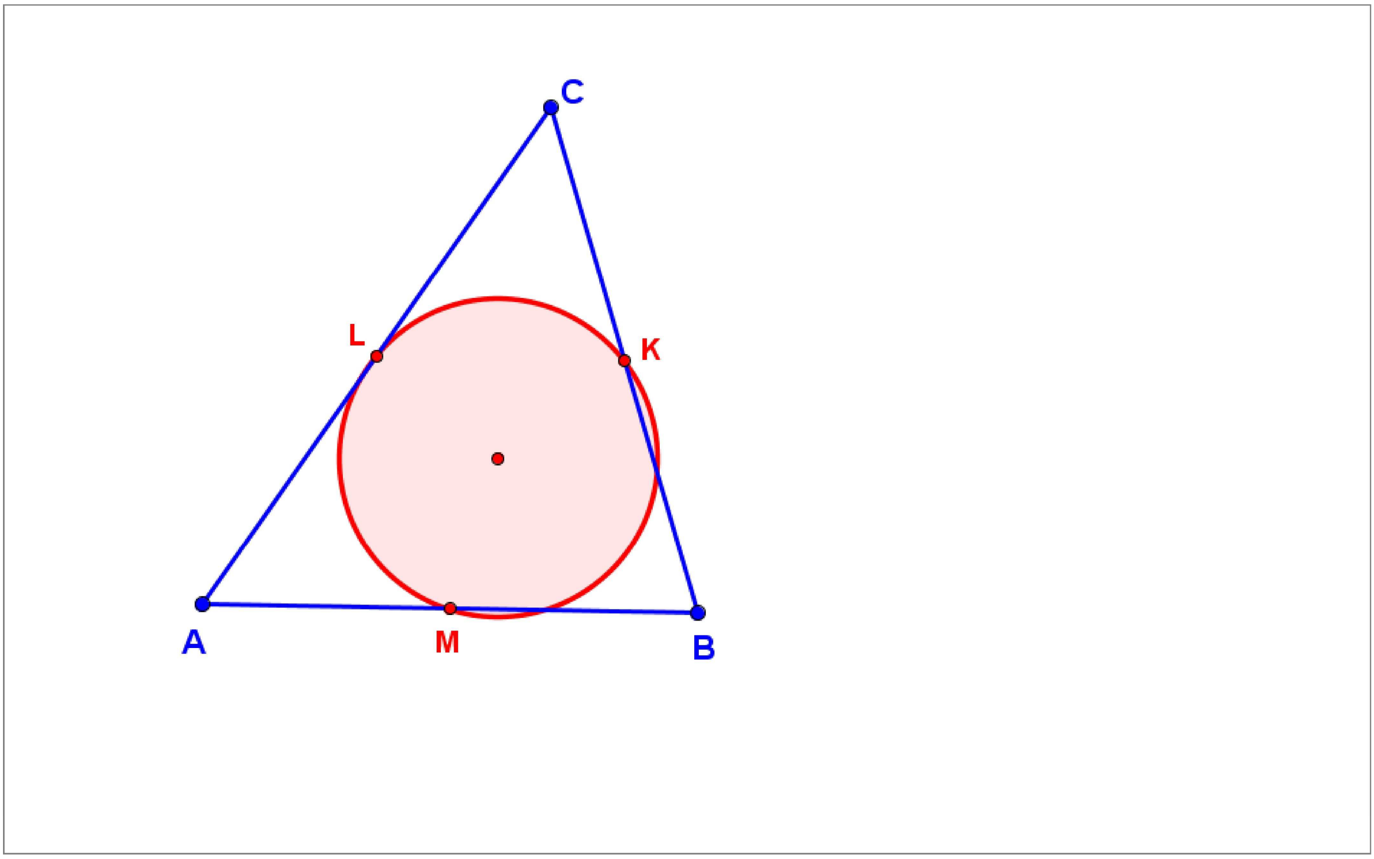
Aplet do przeprowadzenia zajęć jest dostępny na portalu www.matematykainnegowymiaru.pl oraz na płycie CD dołączonej do materiałów.

Aplet

Podsumujmy własności trójkąta odkryte w poprzedniej lekcji:

1/ Środek okręgu opisanego, środek ciężkości i ortocentrum trójkąta leżą zawsze na prostej, zwanej prostą Eulera,
2/ Środek ciężkości leży zawsze pomiędzy środkiem okręgu opisanego i ortocentrum, ale bliżej środka okręgu opisanego.
3/ Stosunek odległości środka cieżkości od ortocentrum jest zawsze dwukrotnie większa od odległości tego środka od środka okręgu opisanego na trójkącie.

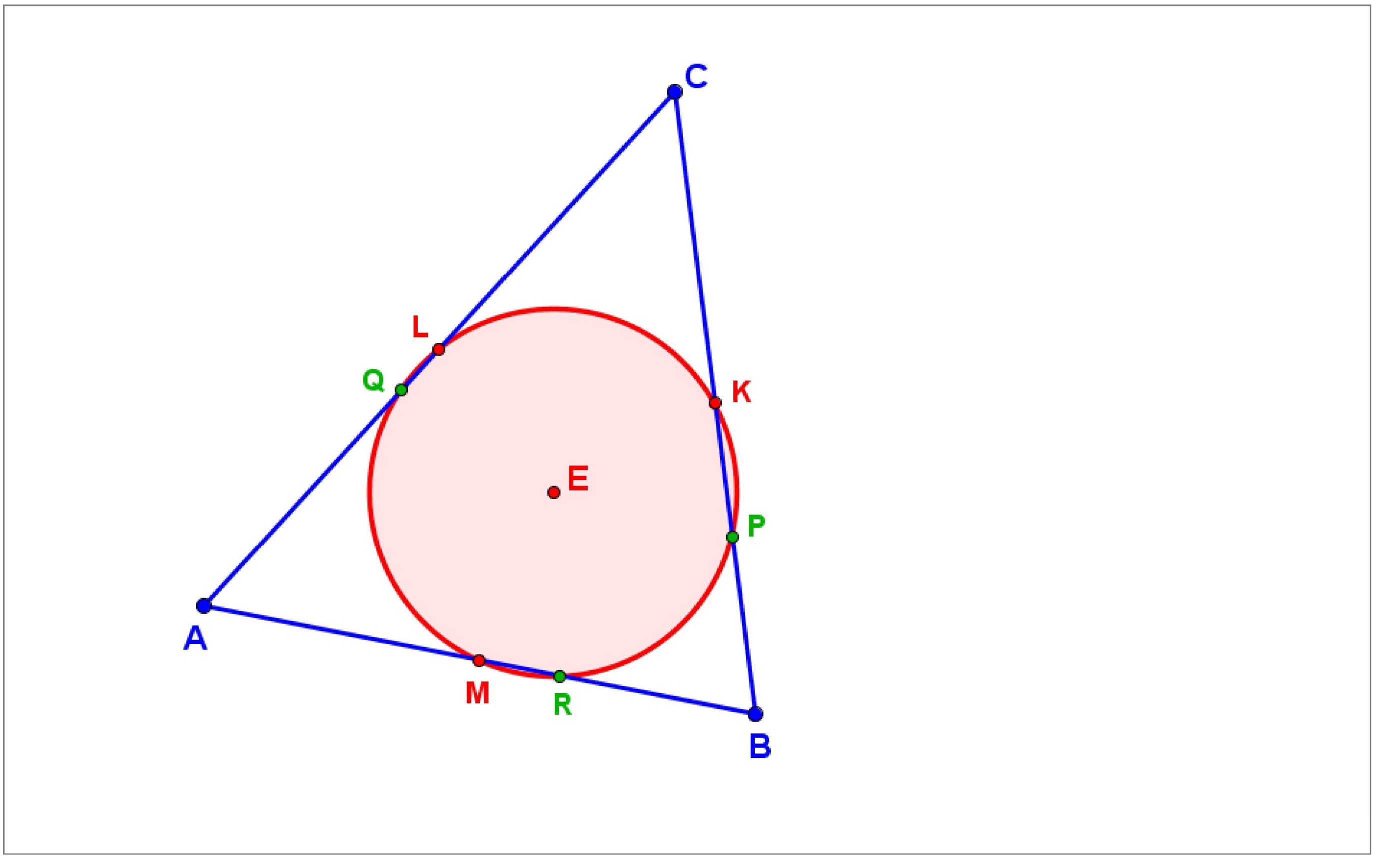
Kolejne odkrycie Eulera to okrąg, zwany również okręgiem Feuerbacha. **Carl Wilhelm Feuerbach (1800 - 1934)** – matematyk niemiecki, rozszerzył twierdzenie odkryte przez Eulera.
Opiszmy okrąg na trójkącie, którego wierzchołkami są środki ***K***, ***L*** i ***M*** boków trójkąta ***ABC***.
Poniższy aplet ilustruje ten okrąg.
Poruszaj wierzchołkami trójkąta ***ABC*** i obserwuj, przez które jeszcze inne punkty leżące na bokach trójkąta przechodzi ten okrąg.



25 Styczeń 2013, Utworzony z GeoGebra

Może nie udało Ci się roztrzygnąć tej kwestii na powyższym aplecie. Skonstruuj ten okrąg na kartce papieru lub na ekranie Twojego komputera w Cabri Demo. Jeżeli nadal nie potrafisz ustalić położenia tych punktów, to obejrzyj kolejny aplet, na którym te punkty oznaczone są jako ***P***, ***Q*** i ***R***.

<

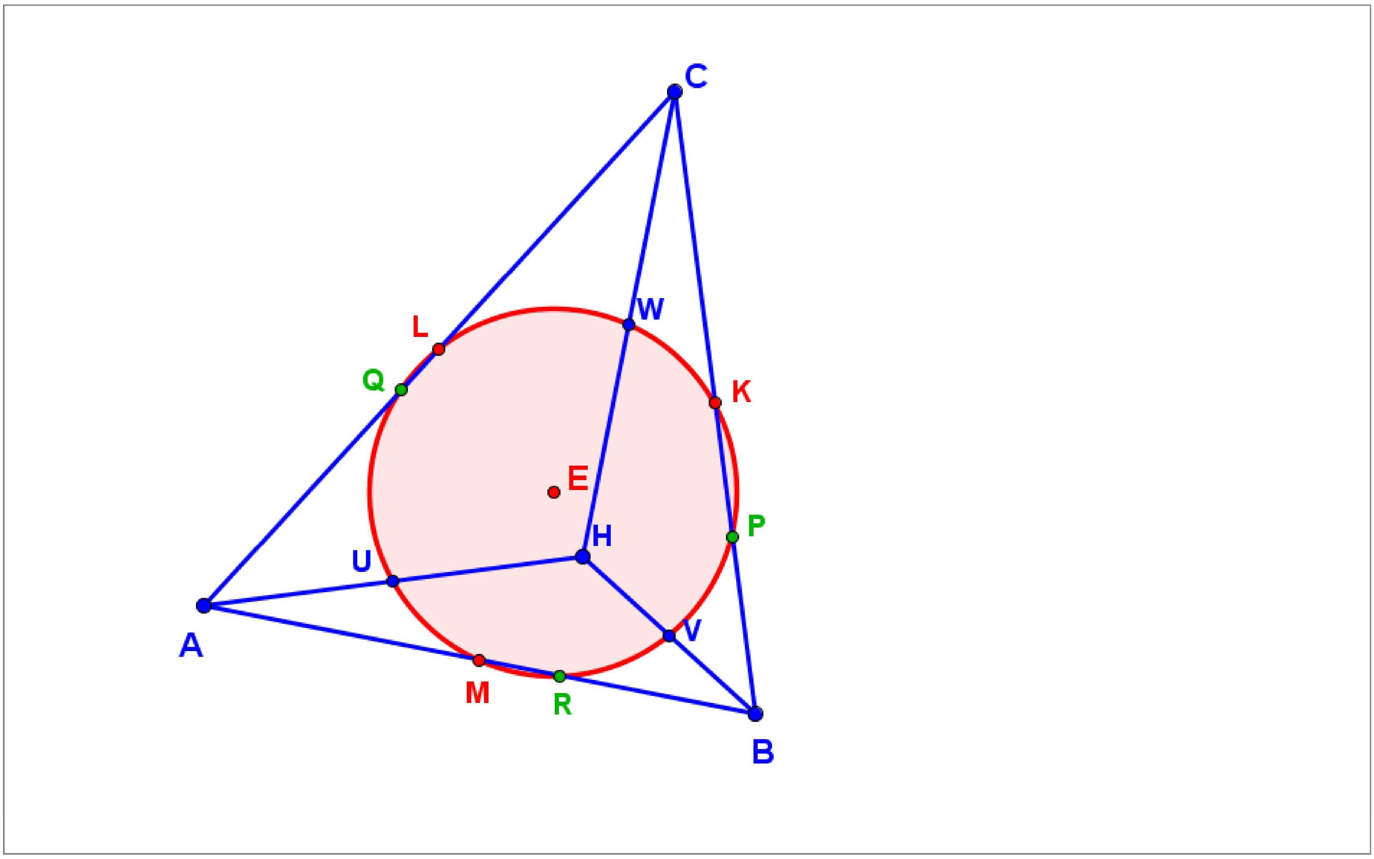


25 Styczeń 2013, Utworzony z GeoGebra

Odkrycie roli, jaką pełnią w trójkącie punkty ***P***, ***Q*** i ***R*** może nadal nie być łatwe. Spróbuj na swoim rysunku, który wcześniej wykonałeś na kartce papieru poprowadzić proste ***AP***, ***BQ*** i ***CR.*** Czym są te proste?

Punkty te to spodki .... AP**,** ***BQ*** **i** ***CR . (84)***

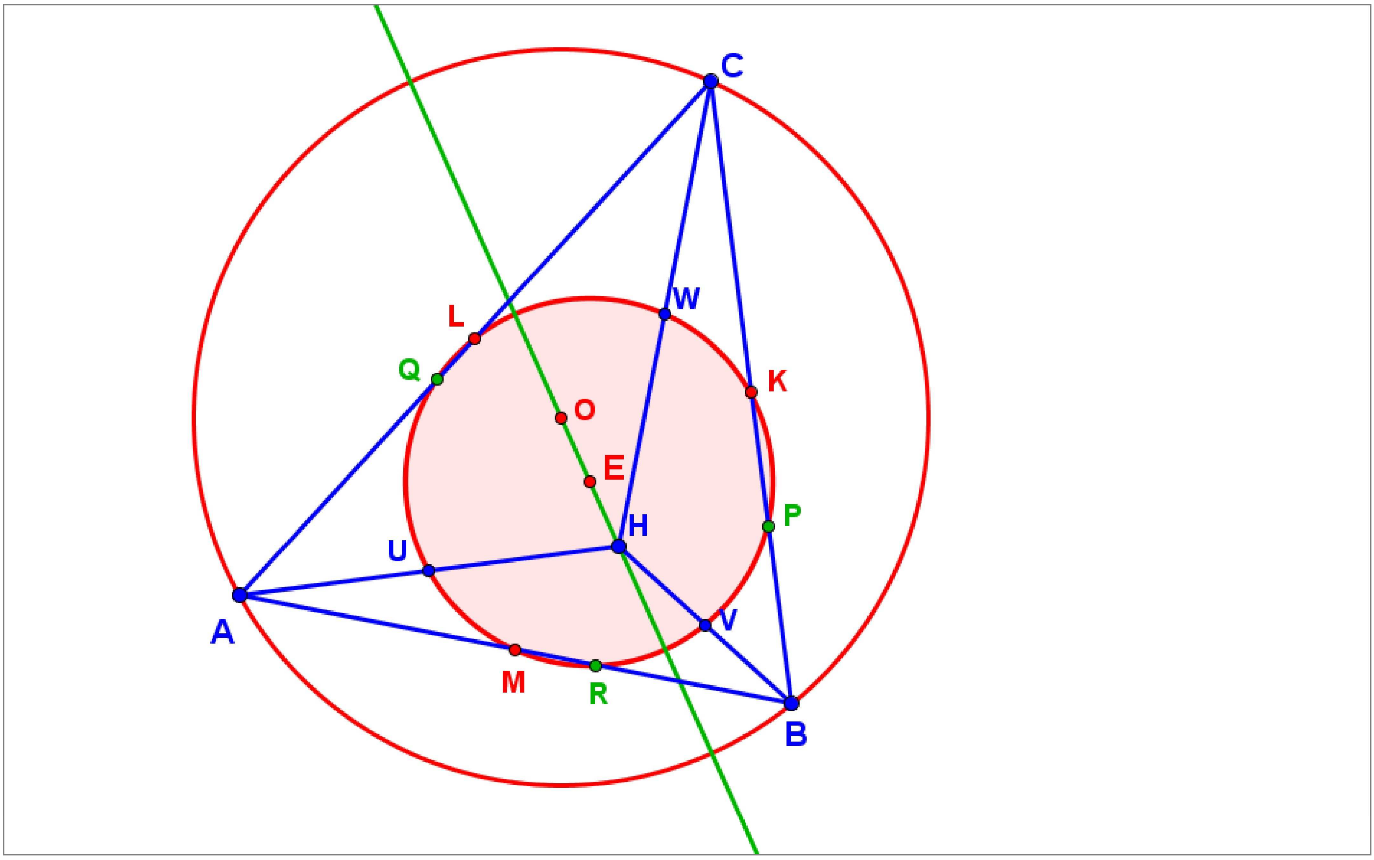
Ale to nie wszystkie punkty, przez które przechodzi okrąg Eulera. Poprowadźmy dodatkowo odcinki łączące ortocentrum trójkąta z jego wierzchołkami tak, jak to ilustruje trzeci aplet.
Czy potrafisz powiedzieć, jakie punkty wyznaczają przecięcie tych trzech odcinków z okręgiem Eulera?



25 Styczeń 2013, Utworzony z GeoGebra

Chwyć myszą za dowolny z wierzchołków trójkąta i obserwuj zachowanie się tych trzech punktów.
Punkty U, V i W są ....odcinków łączących ....
..z ....(85)

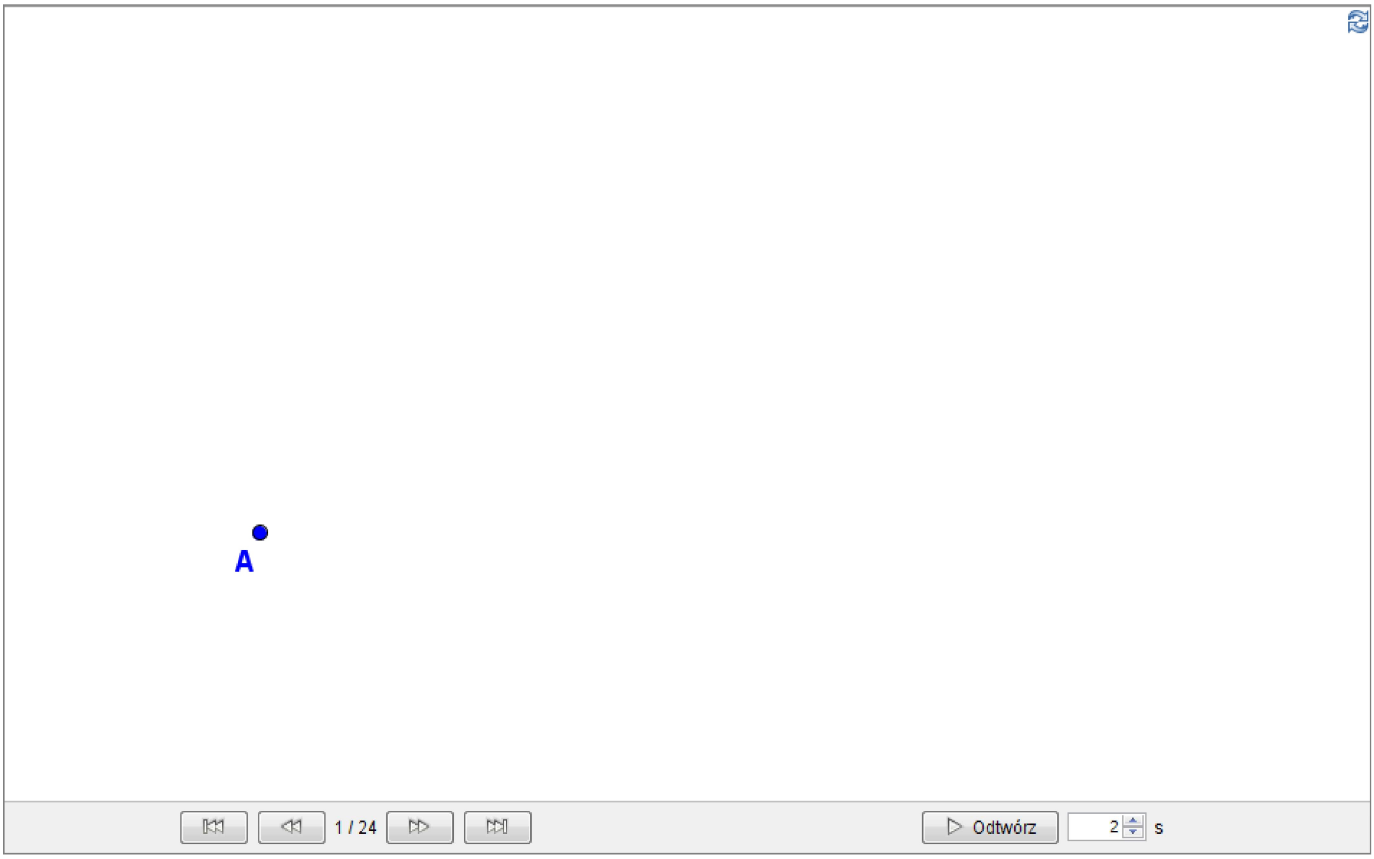
Odkryty okrąg Eulera - Feurerbacha ma jeszcze jedną ciekawą własność. Przede wszystkim zauważ, gdzie jest jego środek ***E***. Ułatwi Ci to poniższy aplet.



25 Styczeń 2013, Utworzony z GeoGebra

Uzupełnij zapis: środek okręgu Eulera leży na ....(86)

Ostatnią własność, którą można dostrzec, dotyczy własności metrycznych okręgu Eulera. Zmierzmy długości promieni okręgów: opisanego na trójkącie i okręgu Eulera. Co zauważasz?
Na poniższym aplecie możesz odczytać odpowiednie długości. Zmieniaj kształt i wielkość trójkąta **ABC** poruszając dowolnym z jego wierzchołków.



30 Styczeń 2013, Utworzony z GeoGebra

Promień okręgu opisanego na trójkącie jest ....od okręgu Eulera - Feuerbacha. (87)