



Tytuł

Ortocentrum (2) cz. 10

Autor

Bronisław Pabich

Czas

1 jednostka lekcyjna

Przebieg

Etap 1 - Wprowadzenie

Lekcję rozpoczynamy od podsumowania poprzedniej lekcji i omówienia odpowiedzi na pytania w niej zawarte. Uczeń jeszcze raz ma się przekonać, że ortocentrum jak każdy inny punkt charakterystyczny trójkąta jest dla niego jedynym, niepowtarzalnym punktem tak jak dowód osobisty czy paszport jedynym dla każdego pełnoletniego człowieka.

W tej i w kolejnych kilku lekcjach uczniowie poznają własności ortocentrum odkryte niedawno, bo na przełomie XX i XXI wieku dzięki użyciu do tego celu komputera.

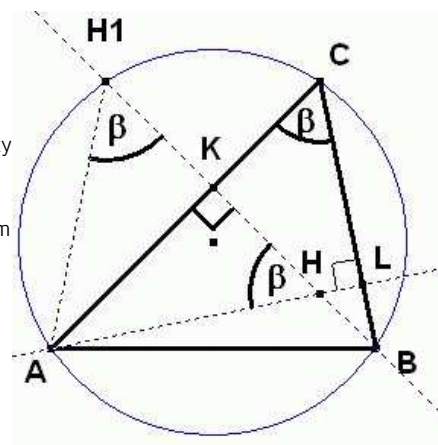
Odbicie ortocentrum w symetrii każdego z boków trójkąta daje obraz w postaci punktu leżącego na okręgu opisanym na trójkącie.

Wykażemy, że obraz H_1 wspomnianego ortocentrum H w symetrii zawierającej bok AC trójkąta leży na okręgu przechodzącym przez punkty A, B, C .

Dla wykazania tego faktu wystarczy pokazać, że kąty AH_1B i ACB jako kąty wpisane oparte na tym samym łuku AB są tej samej miary β

Ponieważ kąt AH_1H jest obrazem kąta AHH_1 w symetrii osiowej, więc $|\angle AH_1H| = |\angle AHH_1|$ (bo symetria osiowa zachowuje równość kątów po przekształceniu)

Wystarczy więc pokazać, że $|\angle AHH_1| = \beta$



To jest faktycznie prawdą, gdyż trójkąty AHK i ACL mają wspólny kąt CAL i po jednym kącie prostym. Zatem trzeci kąt tych trójkątów są tej samej miary β , co kończy dowód odkrytej własności.

Jak widać, dowód może być z powodzeniem poznany przez uczniów gimnazjum, gdyż nie wykracza on swym zasięgiem poza poznany dotychczas materiał z planimetrii.

Również obrazy ortocentrum w odbiciu względem środków boków trójkąta leżą na okręgu opisanym na tym trójkącie. Dowód tego twierdzenia nie może jednak być przeprowadzony w gimnazjum, gdyż opiera się na twierdzeniu o złożeniu dwóch symetrii osiowych o osiach prostopadłych, a to twierdzenie poznaje uczeń dopiero w liceum.

Etap 2 - praca z wykorzystaniem apletu

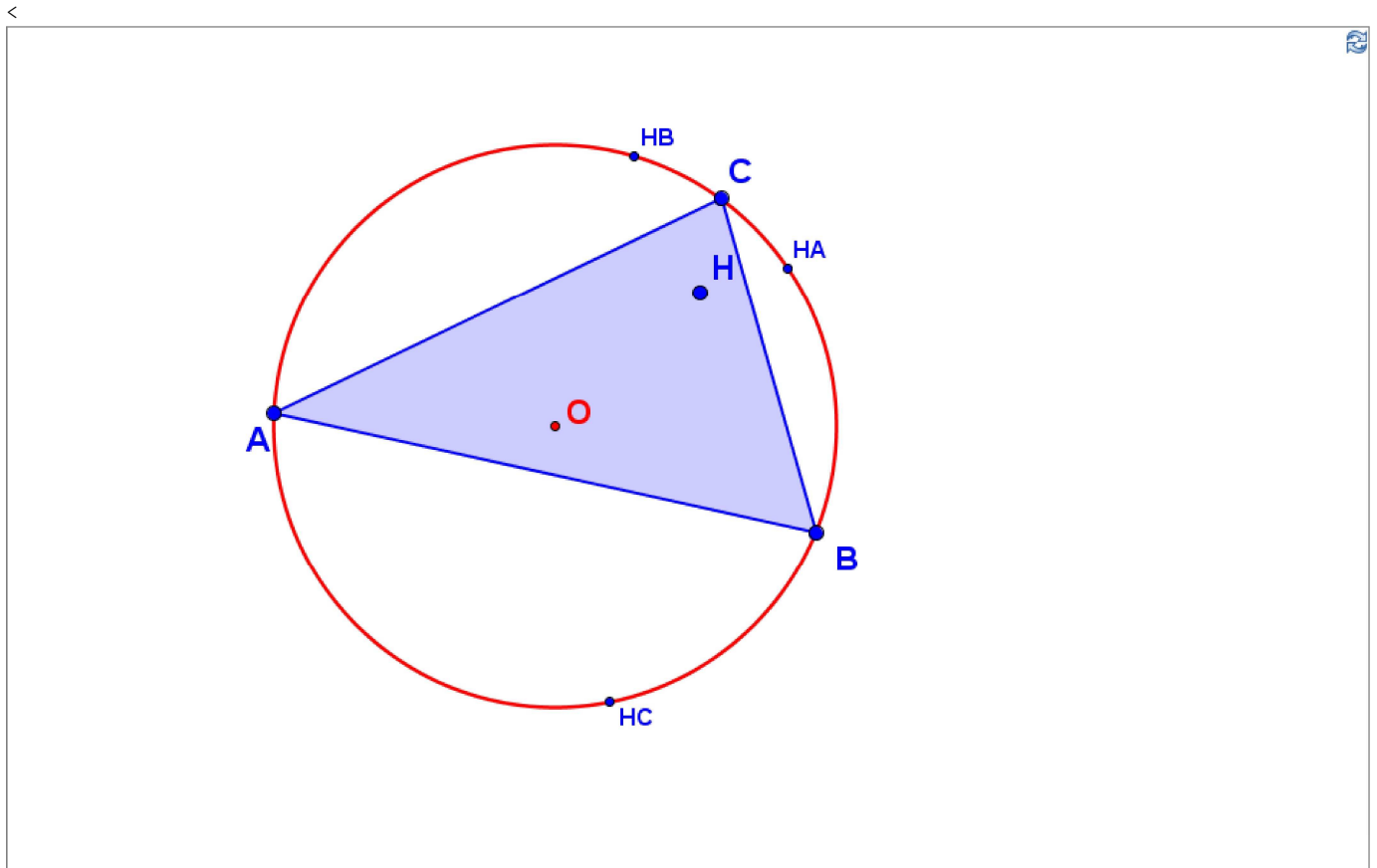
Aplet

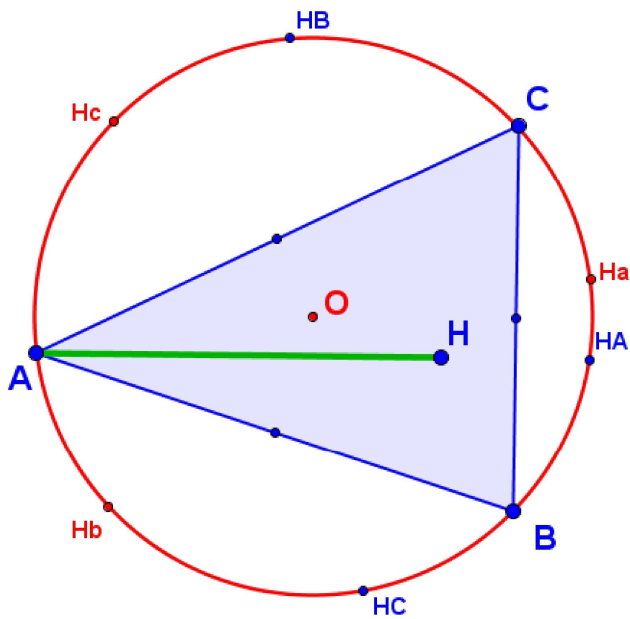
W poprzedniej lekcji poznałeś już pojęcie **ortocentrum trójkąta**.

Przekonałeś się również, że jest on dla trójkąta tym, czym dowód osobisty dla każdego obywatela Polski. Charakteryzuje on rodzaj trójkąta. Dla trójkąta prostokątnego znajduje się w wierzchołku przy kącie prostym, dla trójkąta ostrokątnego wewnątrz trójkąta a dla rozwartokątnego znajduje się poza trójkątem.

Okazuje się, że ortocentrum jeszcze z wielu innych powodów jest interesującym punktem charakterystycznym trójkąta. Przekonają Cię o tym kolejne aplety.

W jednej z poprzednich lekcji poznałeś trochę wiedzy na temat symetrii osiowej. Będziesz mógł ją teraz zastosować. W pierwszym aplecie widoczne są obrazy ortocentrum względem prostych zawierających boki trójkąta. Innymi słowy ortocentrum odbito w symetriach osiowych względem boków trójkąta. Zaobserwuj, **gdzie znajdują się te trzy punkty, które powstały z ortocentrum po jego odbiciu w symetriach?** (55)





24 Styczeń 2013, Utworzony z [GeoGebra](#)

Oba te fakty odkrył węgierski matematyk George Polya w latach pięćdziesiątych poprzedniego stulecia. Napisał on dla uczniów dwie interesujące książki pod tytułem "Jak to rozwiązać?" oraz "Odkrycie matematyczne". Są one trudne do zdobycia, ale może przypadkiem w bibliotece Twojej szkoły odnajdziesz je. Warto się nimi zainteresować.

Kolejne własności ortocentrum poznasz w następnych lekcjach.

