



## Tytuł

Kto nie zna geometrii, niech tu nie wchodzi czyli geometria brył platońskich

## Autor

Dariusz Kulma

## Dział

Bryły

## Innowacyjne cele edukacyjne

Uczeń zapoznaje się z kolejnymi wielościanami foremnymi.

- Uczeń rozróżnia bryły platońskie potrafiąc scharakteryzować ich własności matematyczne.
- Uczniowie odkrywają twierdzenie Eulera o wielościanach wypukłych.
- Uczeń poznaje rys historyczny geometrii starożytnej.

## Czas

1 jednostka lekcyjna

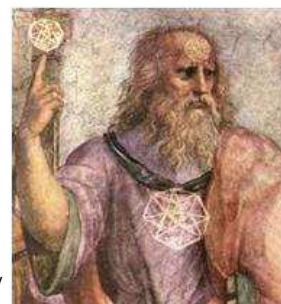
## Przebieg

### Etap 1 - Wprowadzenie z rysem historycznym i dyskusją

Nauczyciel wprowadza uczniów w temat. Przedstawia historię Platona oraz jego twórczość.

#### Informacja o Platonie do wykorzystania na lekcji:

Niewiele osób wie, że Platon znany głównie jako grecki filozof był też znakomitym matematykiem. Prawdopodobnie urodził się w 427 r. p.n.e. w Atenach, a zmarł w dniu swoich urodzin w 347 r. p.n.e. Jego prawdziwe imię brzmiało Arystokles. Przydomek Platon nadać mu miał nauczyciel gimnastyki Ariston z Agros ze względu na atletyczne szerokie ramiona utalentowanego sportowca. Platon bowiem nie tylko startował, ale i odnosił zwycięstwa w igrzyskach olimpijskich. Wcześniej rozpoczął naukę, jak i częste podróże. Mając 18 lat został porwany przez piratów, a następnie wykupiony przez swojego krewnego na targu niewolników. Jako dwudziestolatek poznał Sokratesa. Był jego uczniem przez 8 lat, aż do śmierci filozofa. Później opuścił Ateny, by po 12 latach podróży z innymi uczniami Sokratesa powrócić i założyć Akademię Ateńską w gaju Akademos. Na bramie szkoły widniał napis: "Kto nie zna geometrii, niech tu nie wchodzi". Akademią kierował przez 42 lata. Platon uważał, że materię tworzą idealne całości, które są figurami geometrycznymi. Najprostszą figurą jest trójkąt i to on tworzy materię. Trójkąty są także elementami ścian brył wielościanów. Z trójkątów równobocznych można utworzyć trzy bryły idealne – czworościan, ośmiościan, dwudziestościan, zaś dwa trójkąty złożone w kwadrat utworzą ścianę sześciianu. Platon uważał, że bryły te odpowiadają czterem żywiołom: ogień, powietrze, woda, ziemia. Piątym wielościanem foremnym jest dwunastościan, którego ścianami są pięciokąty foremne, symbolizujący według matematyka zespolenie wszystkich elementów. Wszystkie ściany brył platońskich są przystającymi wielokątami foremnymi, a z każdego wierzchołka wychodzi tyle samo krawędzi. Stanowią one zamknięty zbiór wielościanów foremnych.



#### Mapa Grecji:



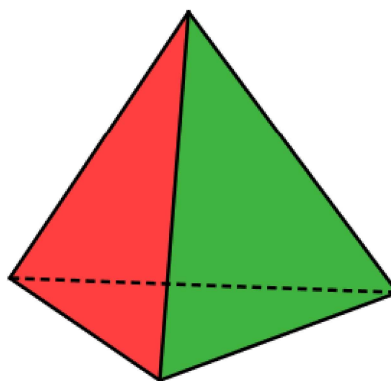
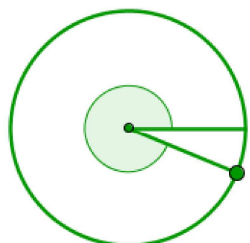
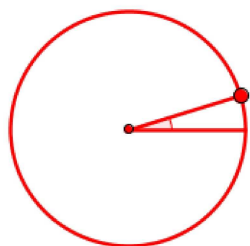
## Etap 2 - Wielościany foremne - obserwacje

---

Nauczyciel przypomina uczniom wiadomości o wielokątach foremnych oraz prowadzi z uczniami dyskusję, jakie bryły przestrzenne składają się z takich wielokątów. Na pewno uda się wskazać czworościan foremny i sześcián. W notatce były wymienione rodzaje wielościánów foremnych. Nauczyciel prosi o obserwację brył i wyświetla animację wielościánów foremnych. Bryły można dowolnie obracać. Na podsumowanie warto zgrupować wszystkie 5 wielościánów foremnych i wyświetlić łącznie z nazwami polskimi i greckimi.

## Czworościan foremny

zoom = 10

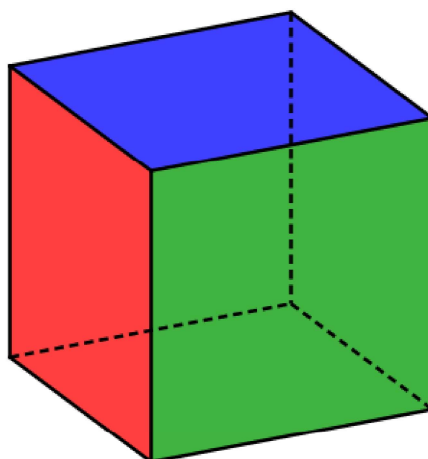


## Sześcian

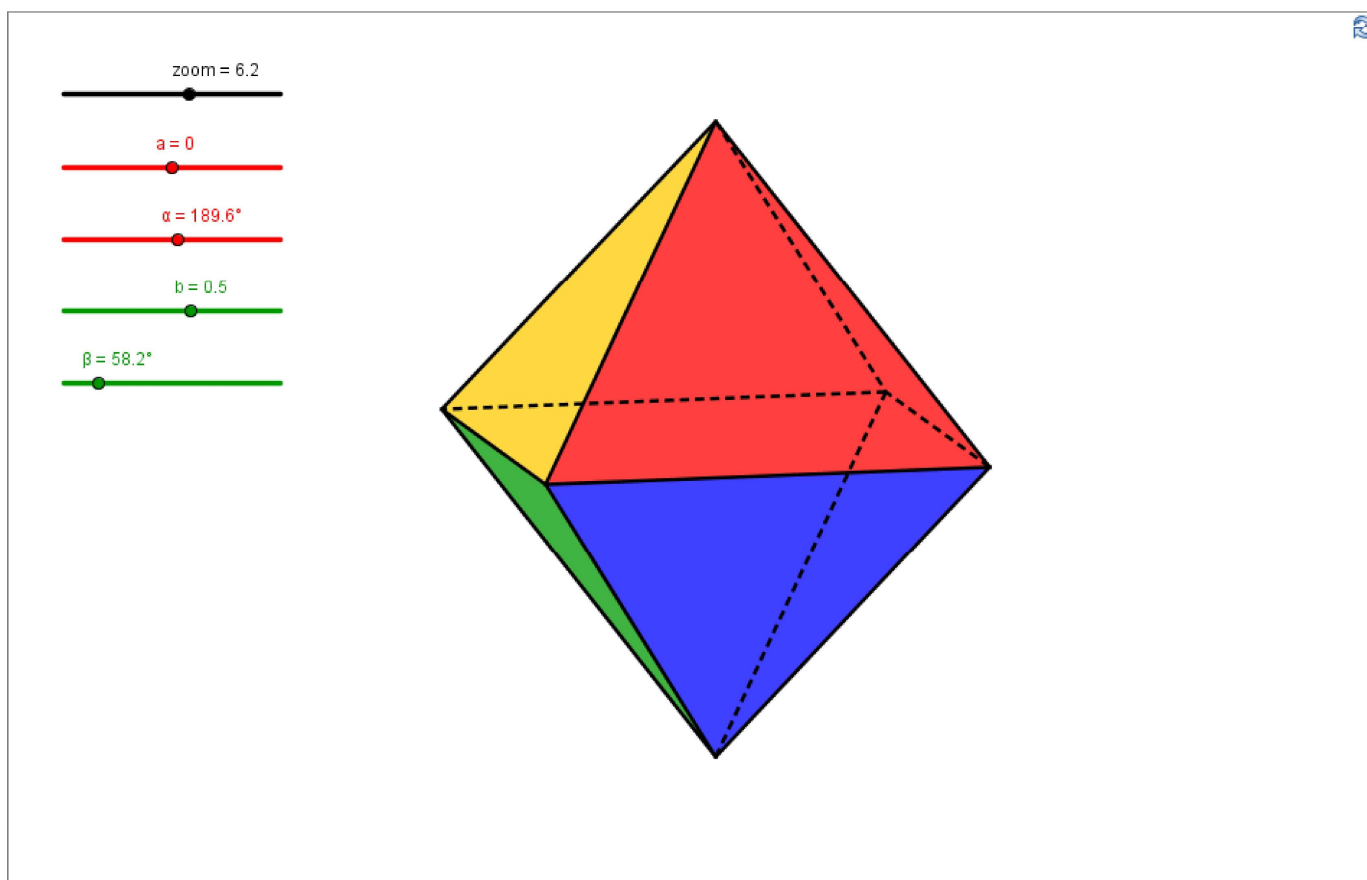
zoom = 3.1



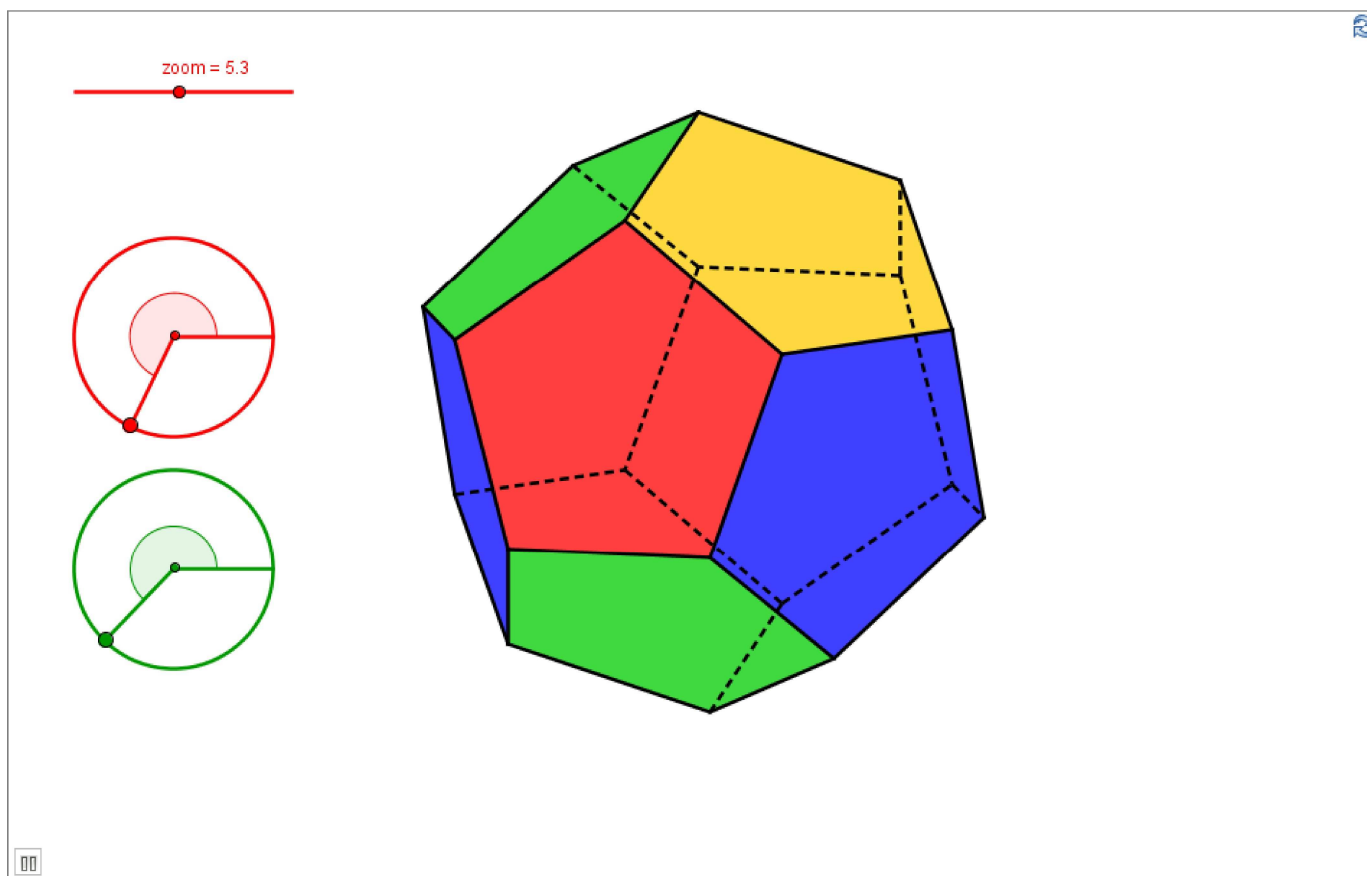
Uchwyt



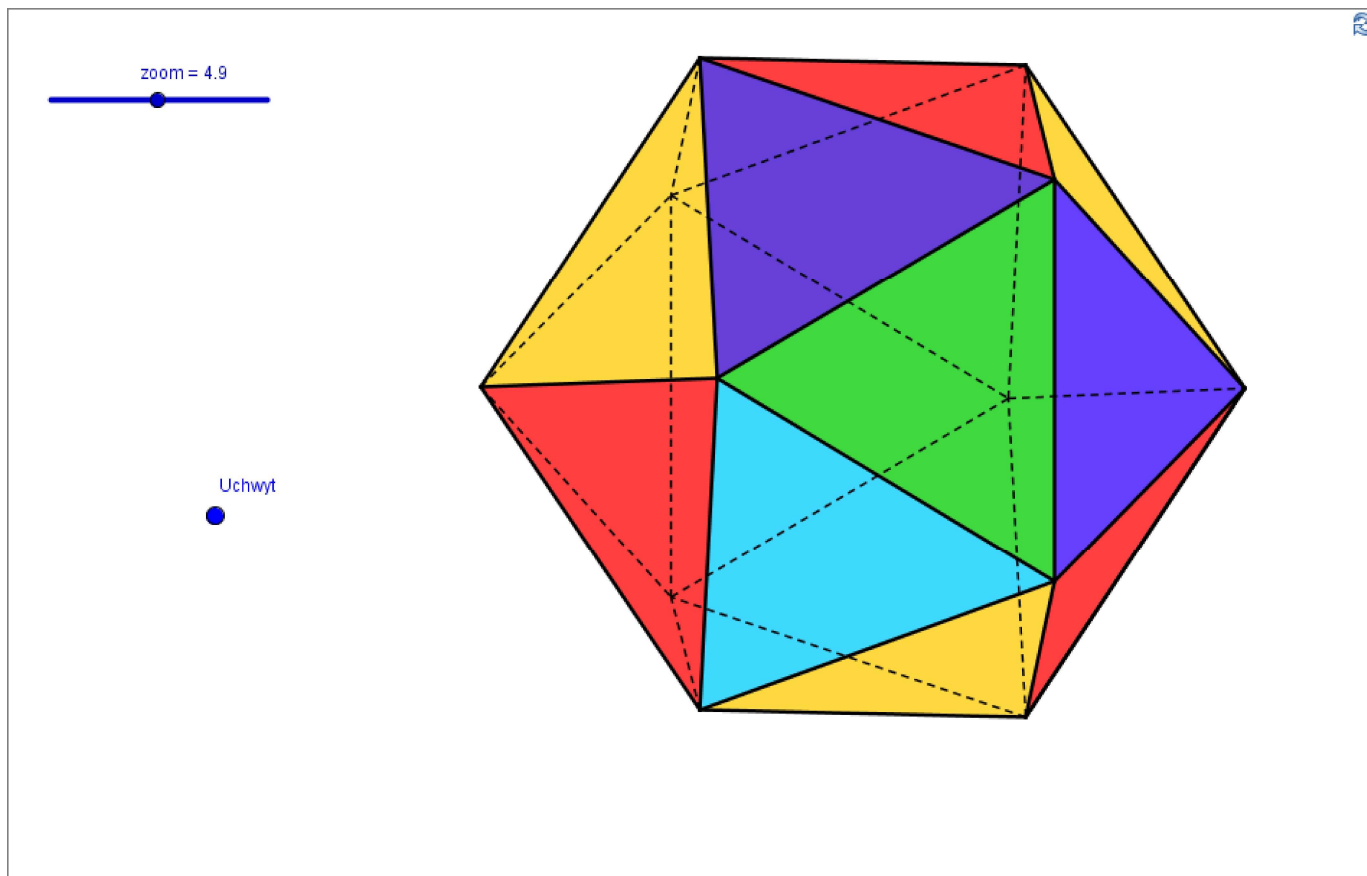
## Ośmiościan foremny



## Dwunastościan foremny



## Dwudziestościan foremny



Podsumowanie - zgrupowane rodzaje brył w tabeli z nazwami.

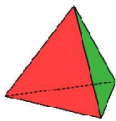
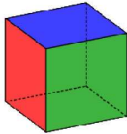
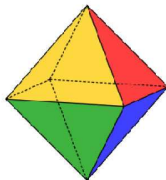
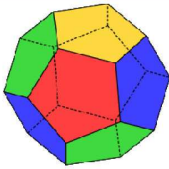
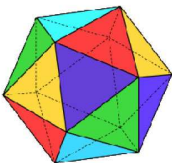
## BRYŁY PLATOŃSKIE

GRAFIKA	NAZWA POLSKA	NAZWA GRECKA
	CZWOROŚCIAN	TETRAEDR
	SZEŚCIAN	HEKSAEDR
	OŚMIOŚCIAN	OKTAEDR
		

	DWUNASTOŚCIAN	DODEKAEDR
	DWUDZIESTOŚCIAN	IKOSAEDR

### Etap 3 - Obserwacja własności na modelach

Nauczyciel dzieli uczniów na grupy (mogą być dwuosobowe) i rozdaje siatki wszystkich wielościanów platońskich. Prosi o złożenie (sklejenie) brył i zapisanie w karcie obserwacji wniosków i własności. Nauczyciel wskazuje, że istnieje stała zależność między liczbą ścian, wierzchołków i krawędzi. **Siatki oraz karta obserwacji dostępne w materiałach do druku w wersji PDF.** Obserwacji dodatkowo można przeprowadzić przy pomocy plansz ineraktywnych. Warto jednak dać dotknąć wielościanów poprzez chociażby złożenie siatki bez sklejanja.

GRAFIKA	NAZWA POLSKA	LICZBA ŚCIAN S	LICZBA WIERZCHOŁKÓW W	LICZBA KRAWĘDZI K
	CZWOROŚCIAN TETRAEDR			
	SZEŚCIAN HEKSAEDR			
	OŚMIOŚCIAN OKTAEDR			
	DWUNASTOŚCIAN DODEKAEDR			
	DWUDZIESTOŚCIAN IKOSAEDR			

Uczniowie na pewno nie będą mieli problemu z wypełnieniem tabelki. Po obserwacji uczniowie lub nauczyciel wyświetla wzór zależności między ilością ścian, krawędzi i wierzchołków w postaci Twierdzenia Eulera o wielościanach.



# TWIERDZENIE EULERA O WIEŁOŚCIANACH

$$W+S-2=K$$

**W - LICZBA WIERZCHOŁKÓW**

**S - LICZBA ŚCIAN**

**K - LICZBA KRAWĘDZI**

Należy przeprowadzić dyskusję czy wyprowadzana zależność jest zasadna dla innych brył, niekoniecznie platońskich.

Ciekawymi figurami są antygraniastosłupy. Oto przykład jednego z nich. Warto sprawdzić czy zależność Eulera dotyczy również takich rodzajów brył.

Można zachęcić uczniów/uczenice do obracania bryły w celu zliczenia ilości wierzchołków, krawędzi i ścian i sprawdzenia zależności.

[Antygraniastosłup z podstawą pięciokąta - zobacz aplet](#)

## Podsumowanie

Nauczyciel zaznacza, że udało się wspólnie odkryć twierdzenie Eulera o wielościanach i prosi, by uczniowie w domu spróbowali dalej bawić się w matematycznych odkrywców i sprawdzili co to są bryły półforemne. Prosi o zamieszczenie linków ciekawych brył na stronie ELITMAT SPACE w zakładce swojego ELITMAT TEAM.

## Materiały do druku

- [Karta obserwacji](#)
- [Siatka - czworościan foremny](#)
- [Siatka - sześciąt](#)
- [Siatka - ośmiościan foremny](#)
- [Siatka - dwunastościan foremny](#)
- [Siatka - dwudziestościan](#)
- [Bryły platońskie - rodzaje](#)
- [Własności brył platońskich](#)