



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Człowiek – najlepsza inwestycja

FENIKS

- długofalowy program odbudowy, popularyzacji i wspomaganie fizyki w szkołach w celu rozwijania podstawowych kompetencji naukowo-technicznych, matematycznych i informatycznych uczniów

Pakiet nr 7: Ruch

dr Małgorzata Wysocka-Kunisz

*Institut Fizyki,
Uniwersytet Humanistyczno-Przyrodniczy
Jana Kochanowskiego w Kielcach,
ul. Świętokrzyska 15, 25-406 Kielce*

Wersja UJK/1.0

Niniejszy tekst w odniesieniu do ćwiczeń realizowanych na uczelni dotyczy realizacji pakietu na UJK. Materiał będzie aktualizowany w miarę poszerzania bazy aparaturowej pracowni uczelnianych.



- długofalowy program odbudowy, popularyzacji i wspomaganie fizyki w szkołach w celu rozwijania podstawowych kompetencji naukowo - technicznych, matematycznych i informatycznych uczniów

Projekt współfinansowany jest ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

POTENCJALNE ZAGROŻENIA, ZASADY BHP	5
ZAGADNIENIA I DOŚWIADCZENIA DO REALIZACJI W SZKOLE.....	6
S.7.01 O ruchu	6
S.7.01.1 Co wprawia ciała w ruch?	6
S.7.01.2 Położenie ciała	8
S.7.01.3 Przemieszczenie samochodu	10
S.7.01.4 Pasażer w samochodzie	11
S.7.01.5 Ruch czy spoczynek?	12
S.7.01.6 Składamy ruchy	13
S.7.01.7 Zasada równoległoboku	14
S.7.01.8 Jak spadają przedmioty?.....	16
S.7.02 Ruch jednostajny prostoliniowy.....	17
S.7.02.1 Ruch kropli wody	17
S.7.02.2 Droga w ruchu jednostajnym	18
S.7.02.3 Droga i szybkość w ruchu jednostajnym	20
S.7.03 Ruch jednostajnie zmienny prostoliniowy	21
S.7.03.1 Droga w ruchu jednostajnie przyspieszonym	22
S.7.03.2 Spadek swobodny.....	23
S.7.03.3 Droga i przyspieszenie w ruchu jednostajnie przyspieszonym	24
S.7.03.4 Przyspieszenie w ruchu jednostajnie przyspieszonym a siła powodująca ruch.....	26
S.7.03.5 Przyspieszenie w ruchu jednostajnie przyspieszonym a masa układu	28
S.7.04 Ruchy krzywoliniowe	29
S.7.04.1 Prędkość chwilowa w ruchu po okręgu.....	30
S.7.04.2 Ruch jednostajny po okręgu	31
S.7.04.3 Rzut poziomy	32
S.7.04.4 Rzut ukośny.....	33
S.7.05 Ruch drgający	35
S.7.05.1 Wahadło	35
S.7.05.2 Wahadło matematyczne	37
S.7.05.3 Ruch obciążnika na sprężynie	39
S.7.06 Ruch bryły	41
S.7.06.1 Ruch obrotowy wałka do ciasta.....	41
S.7.06.2 Koło Maxwella.....	44
DOŚWIADCZENIA DO WYKONANIA NA UCZELNI	46
U.7.01 O ruchu.....	46
U.7.01.1 Opis toru ruchu	46
U.7.01.2 Ruch ciał w polu grawitacyjnym	47
U.7.01.3 Ruch wózka na równi	48
U.7.01.3 Ruch wahadła na wózku	49
U.7.01.4 Ruch wahadła przy swobodnym spadku.....	50
U.7.01.5 Spadek rozciągniętej sprężyny	51
U.7.01.6 Jak spadają przedmioty?	51
U.7.01.7 Równoległobok przemieszczeń	52
U.7.01.8 Paradoksalny ruch środka ciężkości	54
U.7.02 Ruch jednostajny prostoliniowy	54
U.7.02.1 Droga w ruchu jednostajnym.....	55

U.7.02.2 Droga i szybkość w ruchu jednostajnym	56
U.7.03 Ruch jednostajnie zmienny prostoliniowy	58
U.7.03.1 Droga w ruchu jednostajnie przyspieszonym	58
U.7.03.2 Ruch jednostajnie przyspieszony a II zasada dynamiki.....	60
U.7.04 Ruchy krzywoliniowe	63
U.7.04.1 Ruch jednostajny po okręgu	64
U.7.04.2 Rzut poziomy.....	66
U.7.04.3 Rzut ukośny	68
U.7.05 Ruch drgający	71
U.7.05.1 Ruch harmoniczny. Wahadło matematyczne.....	71
U.7.05.2 Oscylator harmoniczny	73
U.7.06 Ruchy bryły	76
U.7.06.1 Wahadło fizyczne	76
U.7.06.2 Zasada zachowania momentu pędu w ruchu po okręgu	80
U.7.04.3 Zasada zachowania momentu pędu na obrotowym stoliku	81
LITERATURA.....	83

Potencjalne zagrożenia, zasady BHP

Przy wykonywaniu wielu ćwiczeń konieczne jest zachowanie szczególnej ostrożności i przestrzeganie zasad bezpieczeństwa. Przy posługiwaniu się źródłami zasilania sieciowego, łatwopalnymi materiałami (np. denaturat lub nafta), grzałkami, gorącymi cieczami występuje zagrożenie dla zdrowia, a nawet życia. Przy wykonywaniu ćwiczeń w pracowniach należy przestrzegać obowiązującego w nich regulaminu BHP. Wykonywanie niektórych doświadczeń w domu jest możliwe, ale tylko po konsultacji z nauczycielem i pod nadzorem osoby dorosłej.

W związku z powyższym zaleca się przestrzeganie następujących zasad:

- 1) Nie wolno włączać zasilania sieciowego ani uruchamiać przyrządów doświadczalnych bez zgody prowadzącego zajęcia.
- 2) Elementy zestawów ćwiczeniowych należy łączyć zgodnie ze schematami podanymi w instrukcjach, szczególną uwagę zwracając na poprawność połączeń obwodów elektrycznych.
- 3) Wszystkie przyrządy i urządzenia należy stosować zgodnie z ich przeznaczeniem i zasadami ich stosowania (podanymi w instrukcjach obsługi). W razie potrzeby stosować rękawice, odzież ochronną lub inne niezbędne środki ochrony osobistej.
- 4) Należy zachować szczególną ostrożność podczas pracy z:
 - a) grzejnikami i ciałami podgrzanyymi do wysokiej temperatury,
 - b) cieczami łatwopalnymi i odczynnikami chemicznymi,
 - c) ostrymi narzędziami lub przedmiotami - w miarę potrzeby stosować rękawice ochronne,
 - d) przedmiotami ciężkimi, kruchymi albo łatwo tłukącymi się,
 - e) laserem - nie dopuścić do wprowadzenia wiązki światła do nieosłoniętego oka,
 - f) izotopami promieniotwórczymi - preparaty należy prawidłowo umieszczać pod licznikiem.
- 5) Doświadczenia należy wykonywać w pomieszczeniach, w których jest zapewniona właściwa wentylacja.
- 6) O powstałych w czasie wykonywania ćwiczeń wątpliwościach należy informować prowadzącego zajęcia.



Taka ikonka znajduje się przy ćwiczeniach wymagających zachowania ostrożności.

Zagadnienia i doświadczenia do realizacji w szkole

Tytuł

S.7.01 O ruchu

Cel ćwiczenia, opis

Poznanie wielkości opisujących ruch w różnych układach odniesienia.

Wymagana wiedza ucznia

Ruch, spoczynek, układ odniesienia, układ współrzędnych, tor, droga, przemieszczenie, szybkość średnia i chwilowa, prędkość średnia i chwilowa, przyspieszenie, środek masy, bezwładność, składanie ruchów, zasada niezależności ruchów.

S.7.01.1 Co wprawia ciała w ruch?

Cel ćwiczenia, opis

Sprawdzenie, co jest przyczyną ruchu ciał. Przypomnienie różnych rodzajów oddziaływań.

Niezbędne przedmioty i materiały

- I. Wyprofilowana listwa drewniana o długości około 1 m (listwa do ramek obrazów lub przypodłogowa) lub aluminiowa rynienka z zestawu do badania ruchów, kilka kulek metalowych lub szklanych.
- II. Dwa małe plastikowe pudełeczka lub duże plastikowe nakrętki od butelek z napojami, dwa magnesy, duże, płaskie naczynie z wodą.
- III. Dwie plastikowe rurki od długopisów, nitka o długości około 50 cm, statyw, czysta kartka białego papieru, taśma klejaca.

Przebieg ćwiczenia

- I. Oddziaływanie bezpośrednie i grawitacyjne.
 - Kulki ustawiamy na poziomo położonej listewce w odległości około 5 cm od siebie.
 - Jednej z kulek nadajemy możliwie dużą szybkość popychając ją palcem i obserwujemy zderzenia kolejnych kulek.

- Odpowiadamy na pytania: kiedy kolejne kulki zaczynają się poruszać i co jest przyczyną ich ruchu?
- Ponownie ustawiamy kulki w tych samych miejscach .
- Unosimy do góry jeden z końców listwy i obserwujemy ruch kulek.
- Odpowiadamy na pytania: jak teraz poruszają się kulki i co było przyczyną równoczesnego rozpoczęcia ruchu.

Na poziomej listwie kulki zaczynają się poruszać dopiero po zderzeniu z inną kulką. Zachodzi oddziaływanie bezpośrednie kulek. Siły kontaktowe powodują ruch kulek. Na podniesionej listwie wszystkie kulki rozpoczynają równocześnie ruch. Przyczyną ruchu są siły przyciągania grawitacyjnego, które działają w tym samym czasie na wszystkie kulki.

II. Oddziaływanie magnetyczne.

- Do dużego, płaskiego naczynia nalewamy wodę.
- Do plastikowych pudełeczek (naszych łódeczek) wkładamy magnesy.
- Pudełeczka z magnesami ustawiamy na wodzie, w pewnej odległości od siebie i przytrzymujemy przez chwilę, by woda się uspokoiła, a następnie puszczamy swobodnie.
- Obserwujemy łódeczki.
- Powtarzamy czynności zmieniając odległości pomiędzy łódeczkami.

Po puszczeniu łódeczek rozpoczyna się ich ruch do siebie. Łódki się poruszają bez konieczności bezpośredniego kontaktu ze sobą. Ruch odbywa się na skutek oddziaływania magnetycznego pomiędzy magnesami znajdującymi się na łódeczkach

III. Oddziaływanie elektrostatyczne.

- Przywiązujemy do jednego końca nici długopis (lub przyklejamy taśmą klejącą), a drugi koniec nici przywiązujemy do statywu.
- Wiszący długopis kilkakrotnie pocieramy kartką papieru.
- Pocieramy kartką papieru drugi długopis i zbliżamy go do wiszącego długopisu.
- Obserwujemy zachowanie się wiszącego długopisu.

Wiszący długopis zaczyna się poruszać. Długopisy oddziałują na siebie elektrostatycznie z pewnej odległości.


S.7.01.2 Położenie ciała

Cel ćwiczenia, opis

Określanie położenia ciała, układu odniesienia i układu współrzędnych.

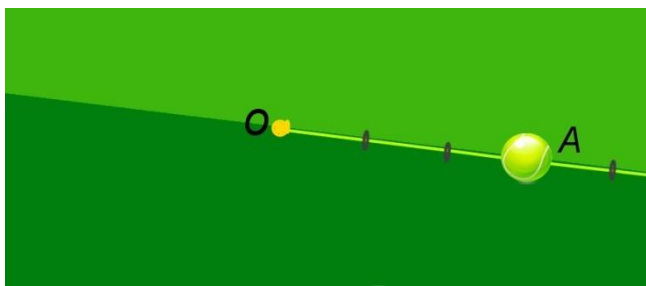
Niezbędne przedmioty i materiały

Cienki sznurek, spinacze biurowe (około 30), pinezki, linijka, niewielka zabawka (np. samochodzik czy ludzik z klocków, piłeczka), kreda, pudełko po butach, nożyczki.

 Ostre przedmioty, zagrożenie skaleczeniem.

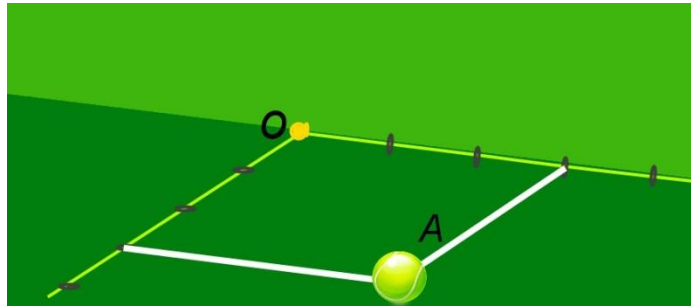
Przebieg ćwiczenia

- Ucinamy trzy kawałki sznurka o długościach około 1 m i do każdego przyczepiamy spinacze w odległościach co 10 cm.
- Umieszczamy zabawkę na podłodze, biurku czy oknie, zaznaczamy kredą jej położenie i za każdym razem wskazujemy układ odniesienia.
- Umieszczamy zabawkę na ławce zaznaczamy jej położenie początkowe O , a później przesuujemy w inne miejsce i ponownie zaznaczamy jej położenie rysując punkt A .
- Kładziemy jeden ze sznurków tak, aby był wyprostowany i przechodził przez miejsce położenia początkowego O i punkt A .

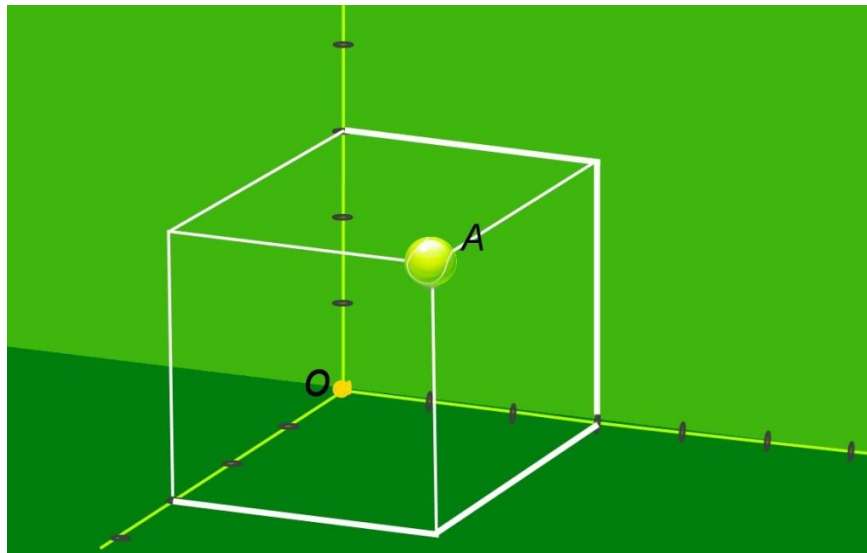


- Określamy położenie zabawki w punkcie A - współrzędną x w jednowymiarowym układzie współrzędnych z początkiem w punkcie O (musi się tam znajdować jeden ze spinaczy), przyjmując za jednostkę odległość między spinaczami.

- Związujemy końce dwóch sznurków i układamy tak, by utworzyły kąt prosty z początkiem w punkcie O , a zabawka znajdowała się pomiędzy sznurkami i określamy teraz położenie w dwuwymiarowym układzie współrzędnych (współrzędne x i y).



- Przywiązujemy trzeci sznurek i trzymamy go pionowo.
- Podnosimy zabawkę do góry i określamy teraz położenie zabawki w trójwymiarowym układzie współrzędnych odczytując współrzędne x , y i z .



lub

- Odcinamy z pudełka po butach dwie sąsiadujące ze sobą ścianki boczne, pozostawiając spód pudełka i dwie ścianki boczne.
- Wewnątrz pudełka od punktu O , w którym zbiegają się trzy krawędzie pudełka zaznaczamy posługując się flamastrem i linijką punkty co np. 2 cm na osiach utworzonych przez krawędzie.
- Przez dziurkę zrobioną w punkcie O przeciągamy sznurek (symbolizujący prostą, na której leży wektor przemieszczenia) a na sznurku na zewnątrz pudełka wiążemy gruby węzeł, by sznurek się nie przesunął.
- Na sznurku zaznaczamy flamastrem punkty co 2 cm.

- Ustawiamy małą zabawkę w dowolnym miejscu najpierw wzdłuż jednej osi, później na dnie pudełka, a na końcu pomiędzy ścianami pudełka i za każdym razem określamy współrzędne w jedno-, dwu- i trójwymiarowym układzie współrzędnych oraz długość wektora przemieszczenia.

Biurko, podłoga, ławka względem których określamy położenie zabawki tworzą układ odniesienia. Sznurki (lub krawędzie pudełka) symbolizują osie jedno-, dwu- lub trójwymiarowego układu współrzędnych względem których określamy współrzędne położenia zabawki.

S.7.01.3 Przemieszczenie samochodu

Cel ćwiczenia, opis

Sprawdzenie, że przemieszczenie i prędkość są wielkościami wektorowymi. Określanie spoczynku i ruchu ciała. Poznanie pojęcia względność ruchu.

Niezbędne przedmioty i materiały

Papierowa taśma o szerokości około 30 cm i długości kilku metrów (może być ręcznik papierowy bez nacięć), mała zabawka z napędem elektrycznym poruszająca się wolno, taśma papierowa szerokości kilku centymetrów, flamaster, klocki, przymiar metrowy, metronom (lub stoper), listewka, mały ludzik zabawka.

Przebieg ćwiczenia

- Na długim stoliku (dwóch połączonych ławkach) kładziemy taśmę, (będzie symbolizowała rzekę), a na jej brzegu zaznaczamy kreskami odcinki co 10 cm.
- Około 1,5 m od brzegu ławki ustawiamy nad taśmą most (z klocków i listewki), a na nim stawiamy obserwatora.
- Wzdłuż brzegu taśmy (rzeki) kładziemy przymiar (lub papierową taśmę z wyrysowaną podziałką) tak, by zero na skali znajdowało się przy moście.
- Zabawkę z napędem (statek) kładziemy pod mostem i włączamy metronom (używając stopera jeden z uczniów odlicza co sekundę).
- Włączamy zabawkę i słuchając metronomu sprawdzamy, o ile przesunie się np. w ciągu 4-5 s. Położenia zabawki zaznaczamy klockami.

- Mierzmy odcinek, o jaki przesunęła się zabawka i zapisujemy wynik.
- Ponownie ustawiamy statek pod mostem, a obok niego klocek (będzie symbolizował płynący z nurtem rzeki przedmiot np. koło ratunkowe).
- Ciągniemy taśmę rzekę z nieporuszającym się statkiem tak, by koło ratunkowe położone na wodzie, po 4-5 sekundach znalazło się np. 50 cm od mostu.
- Następnie puszczamy jednocześnie statek i koło ratunkowe - ciągniemy taśmę rzekę z poruszającym się (płynącym) statkiem tak, by koło ratunkowe ponownie, po 4-5 sekundach znalazło się w tej samej co poprzednio odległości od mostu.
- Mierzmy odległość statku i koła od mostu.
- Powtarzamy czynność z tym, że teraz puszczamy statek pod prąd (będzie się poruszał od mostu w przeciwną stronę), a taśmę ciągniemy tak samo jak poprzednio. Mierzmy odległości od mostu po 4-5 sekundach.
- Zwiększamy prędkość nurtu rzeki tak, by statek płynąc pod prąd nie mógł pokonać nurtu rzeki (żeby znajdował się pod mostem), a koło ratunkowe przemieściło się na taką samą odległość jak poprzednio.

Statek jest w spoczynku lub w ruchu względem wody, a koło ratunkowe spoczywa względem wody, ale jest w ruchu względem obserwatora stojącego na moście.

Statek płynąc z prądem, przebywa większą odległość niż na stojącej wodzie. Pod prąd statek pokonuje mniejszą odległość, płynie wolniej lub nie może przemieścić się względem mostu i brzegu.

Wyniki doświadczenia potwierdzają naszą hipotezę, że przemieszczenia i prędkości są wielkościami wektorowymi i dodają się jak wektory.

S.7.01.4 Pasażer w samochodzie

Cel ćwiczenia, opis

Badanie bezwładności ciał.

Niezbędne przedmioty i materiały

Mały samochodzik zabawka bez napędu (może być wykonany z klocków lego), ludzik z plasteliny, plastelina, gumka recepturka, ciężka przeszkoda (może być stos książek).

Przebieg ćwiczenia

- Na samochodziku stojącym na stole umieszczamy ludzika tak, by się nie przykleił.
- Delikatnie i lekko popychamy samochodzik i obserwujemy zachowanie ludzika.
- Powtarzamy czynność, lecz tym razem gwałtownie popychamy samochodzik.
- Wykonujemy oparcie siedzenia dla ludzika (z plasteliny lub z klocków) i umieszczamy ludzika na samochodzie (ponownie zwracamy uwagę by się nie przykleił).
- W niewielkiej odległości od samochodu ustawiamy przeszkodę.
- Popychamy samochodzik z pasażerem tak, by zderzył się z przeszkodą i obserwujemy zachowanie ludzika.
- Przymocowujemy ludzika do oparcia siedzenia gumką i powtarzamy doświadczenie ze zderzeniem z przeszkodą.

Ludzik na samochodzie poruszany powoli nie przewraca się i pozostaje nieruchomy względem samochodu, a wraz z nim się porusza względem stołu.

Po gwałtownym popchnięciu samochodzika ludzik przewraca się (lub spada) do tyłu.

Jeśli pasażer zderza się z przeszkodą nie przypięty to przewraca się w momencie zderzenia do przodu.

Wynik opisanego doświadczenia pokazuje, jaką rolę pełnią pasy bezpieczeństwa w samochodzie i potwierdza naturalną tendencję do zachowania stanu, w jakim znajduje się ciało zwaną bezwładnością (inercją). Ciała spoczywające dążą do zachowania stanu spoczynku, natomiast poruszające się do zachowania ruchu bez zmiany wartości, kierunku i zwrotu prędkości.

S.7.01.5 Ruch czy spoczynek?

Cel ćwiczenia, opis

Badanie bezwładności ciał.

Niezbędne przedmioty i materiały

Metalowa kulka o średnicy około 2 cm, kartka papieru.

Przebieg ćwiczenia

- Na kartce leżącej na stole umieszczamy metalową kulkę.
- Łapiemy za kartkę wraz z kulką i przesuwamy powoli ruchem jednostajnym. Obserwujemy zachowanie kulki.
- Powtarzamy czynność, lecz tym razem po chwili gwałtownie zatrzymujemy kartkę.
- Ponownie kładziemy kulkę na kartce.
- Następnie gwałtownie pociągamy za kartkę, obserwując zachowanie kulki.

Kulka wraz z kartką przesuwana powoli pozostaje nieruchoma względem kartki. Po gwałtownym zatrzymaniu kartki porusza się dalej ruchem jednostajnym.

Jeśli kartka została gwałtownie pociągnięta, to kulka pozostaje nieruchoma w miejscu, w którym się znajdowała.

Tę naturalną tendencję do zachowania stanu, w jakim znajduje się ciało nazywamy bezwładnością.

S.7.01.6 Składamy ruchy

Cel ćwiczenia, opis

Składanie ruchów prostoliniowych. Sprawdzenie, że przemieszczenia dodają się do siebie według zasady równoległoboku i istnieje zasada niezależności ruchów.

Niezbędne przedmioty i materiały

Linijka o długości 20-30 cm, ekierka, kartka papieru, ołówek.

Przebieg ćwiczenia

- Na kartce białego papieru kładziemy wzdłuż jej dolnej krawędzi linijkę.
- Do linijki przykładamy ekierkę wzdłuż najdłuższego jej boku.
- Zaznaczamy punkt A, z którego rozpoczniemy rysowanie.
- Przesuwamy wzdłuż linijki trójkąt ekierki z opartym o jej krawędź ołówkiem o 10 cm w prawo do punktu B, a następnie wzdłuż ekierki (boku trójkąta) o 20 cm do punktu D.
- Umieszczamy z powrotem ekierkę i ołówek w położeniu początkowe A, i przesuwamy ołówek najpierw wzdłuż boku ekierki o 20 cm do punktu C.

- Z tego położenia przesuwamy ołówek wraz z ekierką o 10 cm w kierunku równoległym do dolnej krawędzi papieru (i linijki) i obserwujemy nasz rysunek.
- Ponownie umieszczamy ekierkę i ołówek w położeniu początkowym A.
- Wykonujemy teraz małe kroki ołówkiem i ekierką. Najpierw o 1 cm wzdłuż linijki, a później o 2 cm wzdłuż ekierki i ponownie obserwujemy nasz rysunek.
- Wykonujemy od początku czynności, ale tylko kilka kroków (można aż do punktu D) przesuając ołówek o 1mm wzdłuż linijki, a o 2 mm wzdłuż ekierki i obserwujemy wynik naszego działania.

Punkt D przedstawia punkt, który ołówek osiąga w skutek obu ruchów niezależnie od tego czy najpierw poruszamy się wzdłuż odcinka AB czy AC.

Jeżeli punkt materialny odbywa dwa ruchy jednocześnie albo kolejno jeden po drugim, to każdy z nich odbywa się tak, jakby drugiego wcale nie było.

Jeżeli drogi w obu kierunkach AB i AC podzielimy na małe odcinki i ołówek będzie je przebywał kolejno lub jednocześnie, to tor, jaki zakreśli, będzie przekątną równoległoboku utworzonego z ruchów składowych.

S.7.01.7 Zasada równoległoboku

Cel ćwiczenia, opis

Składanie ruchów prostoliniowych. Sprawdzenie, że przemieszczenia dodają się do siebie według zasady równoległoboku.

Niezbędne przedmioty i materiały

Wysoki statyw z poziomą rączką (może być również z bloczkiem), długi, mocny, cienki sznurek, ciężarek, deskorolka, długi stół (ławka), dwóch uczniów do wykonania doświadczenia, obserwatorzy.

Przebieg ćwiczenia

- Przez poziomą rączkę statywu stojącego na stole przeciągamy sznurek.
- Na jednym końcu sznurka wieszamy ciężarek tuż nad powierzchnią stołu, a drugi trzymamy w ręce.

- Ciągniemy za sznurek (oddalając się lub nawijając sznurek na rękę) i pokazujemy, że ciężarek może wykonywać pionowy, prostoliniowy ruch w górę.
- Opuszczamy obciążnik z powrotem nad powierzchnię stołu.
- Na stole kładziemy deskorolkę i pokazujemy, że może się ona poruszać ruchem prostoliniowym wzdłuż dłuższej krawędzi stołu.
- Ustawiamy z powrotem deskorolkę na brzegu stołu, a na niej statyw z ciężarkiem wiszącym nisko.
- Teraz jednocześnie przesuwamy deskorolkę wzdłuż dłuższej krawędzi stołu (jeden uczeń) i ciągnąc za sznurek podnosimy ciężarek tak, by dotarł do góry gdy deskorolka znajdzie się przy końcu stołu (drugi uczeń). Staramy się wykonywać ruchy jednostajne, prostoliniowe i zgrać je tak, by ciężarek płynnie przemieszczał się do góry.
- Obserwujemy ruch ciężarka (to najlepiej zrobią inne osoby) stojąc w pewnej odległości przed dłuższą krawędzią stołu.
- Doświadczenie powtarzamy kilkakrotnie.

Wypadkowy ruch ciężarka odbywa się po przekątnej prostokąta zbudowanego z przemieszczeń składowych.

Doświadczenie ułatwia zrozumienie wniosku wynikającego z zasady równoległoboku przemieszczeń, a pozwalającego ruch złożony traktować jako następstwo ruchów składowych.

Przemieszczenia dodają się do siebie według zasady równoległoboku, co znaczy, że są wielkościami wektorowymi. Podobne spostrzeżenia możemy wyciągnąć dla prędkości, która w ruchu jednostajnym prostoliniowym jest stosunkiem przemieszczenia do czasu, w którym ono nastąpiło. Jeśli ciężarek odbywa jednocześnie dwa ruchy jednostajne prostoliniowe o przemieszczeniach składowych $\vec{v}_1 t$ oraz $\vec{v}_2 t$, wówczas przekątna równoległoboku oznacza przemieszczenie wypadkowe $\vec{v} t$ dokonane w czasie t . Ponieważ $\vec{v}_1 t : \vec{v}_2 t : \vec{v} t = \vec{v}_1 : \vec{v}_2 : \vec{v}$ zatem prędkość wypadkowa \vec{v} jest przekątną równoległoboku utworzonego z prędkości składowych \vec{v}_1 i \vec{v}_2 .

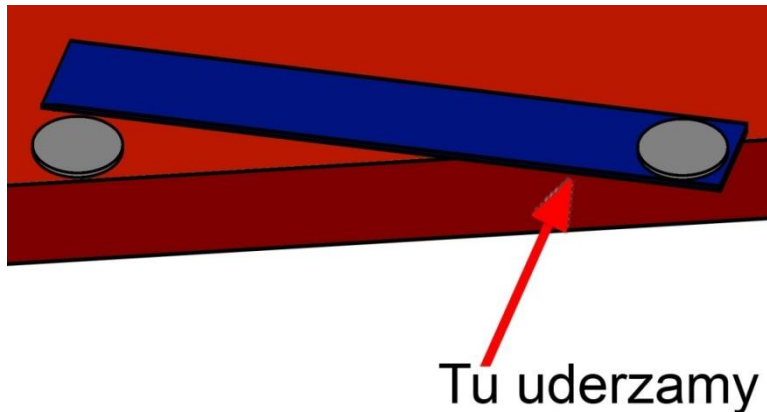
S.7.01.8 Jak spadają przedmioty?

Cel ćwiczenia, opis

Sprawdzenie zasady niezależności ruchów.

Niezbędne przedmioty i materiały

Linijka o długości 20-30 cm, dwie monety np. dwuzłotowe, ławka (stół) lub dwie, małe, jednakowe, plastikowe kulki.



Przebieg ćwiczenia

- Kładziemy linijkę na krawędzi stołu, pod pewnym kątem do niej tak, aby jeden koniec linijki wystawał poza stół.
- Następnie umieszczamy na ławce między linijką, a krawędzią stołu jedną monetę, a drugą kładziemy na drugim, wystającym poza ławkę końcu linijki.
- Uderzamy w wystający poza stół koniec linijki równoległe do powierzchni stołu tak, aby obie monety spadły na podłogę.
- Słuchamy odgłosów uderzeń obu monet o podłogę i obserwujemy po jakim torze poruszają się.
- Doświadczenie powtarzamy kilkakrotnie.

lub

- Ujmujemy jednocześnie obie kulki ułożone pionowo jedna na drugiej.
- W dolną kulkę pstrykamy palcem drugiej ręki, nadając jej prędkość w kierunku poziomym. Druga kulka w tej samej chwili rozpocznie swobodne spadanie na podłogę.
- Czynności powtarzamy kilkakrotnie.

Monety i kulki uderzają o podłogę jednocześnie. Jedna z kulek (monet) porusza się ruchem jednostajnie przyspieszonym w dół (spada swobodnie), wykonuje ruch prosty. Druga wykonuje dwa ruchy jednocześnie (ruch złożony): w kierunku poziomym z prędkością v i w kierunku pionowym w dół ruch jednostajnie przyspieszony i pokonuje dłuższą drogę. Mimo to, czas przebycia przez kulki obu dróg jest ten sam, gdyż stuk obu kulek o podłogę jest równoczesny. Równość czasów ruchu obu kulek świadczy o tym, że ruch drugiej kulki w dół nie został zakłócony jednoczesnym wykonywaniem przez nią ruchu w kierunku poziomym. Jest to potwierdzenie zasady niezależności ruchów.

Tytuł

S.7.02 Ruch jednostajny prostoliniowy

Cel ćwiczenia, opis

Zbadanie ruchu jednostajnego.

Wymagana wiedza ucznia

Ruch, spoczynek, czas, układ odniesienia, układ współrzędnych, tor, droga, przemieszczenie, szybkość średnia, prędkość średnia.

S.7.02.1 Ruch kropli wody

Cel ćwiczenia, opis

Obserwacja ruchu prostoliniowego jednostajnego.

Niezbędne przedmioty i materiały

Szklana menzurka (cylinder) o wysokości około 70 cm, stoper, olej, pipeta, woda, gumki recepturki, linijka. Jeśli nie mamy oleju, to naczynie napełniamy wodą, do której wpuszczamy małe (ok. 2 mm), plastikowe kuleczki (koraliki) lub takich samych rozmiarów kawałki kredy.

Przebieg ćwiczenia

- Do menzurki nalewamy oleju.

- Nakładamy na naczynie co 10 cm gumki umieszczając pierwszą 5 cm poniżej powierzchni oleju.
- Pipetą, której koniec zanurzamy pod powierzchnią oleju, wpuszczamy kroplę wody i obserwujemy jej ruch.
- Ponownie wpuszczamy kroplę wody i jednocześnie odczytujemy czas potrzebny do przebycia 10, 20, 30, ...cm drogi, którą pokonuje kropla wody. Najlepiej jak pomiary wykonuje kilku uczniów mierząc czas na umówionym odcinku drogi.
- Pomiary wykonujemy trzykrotnie i wyniki zapisujemy w tabeli.

Droga s w cm	Czas w s				Szybkość v w cm/s $\frac{s}{t_{sr}}$
	t_1	t_2	t_3	t_{sr}	
10					
20					
30					
40					
$v_{sr} =$					

- Obliczamy szybkość średnią, na danym odcinku drogi, a następnie średnią z otrzymanych wyników. Określamy, jakim ruchem poruszała się kropla wody i jakie mogliśmy popełnić błędy. Określamy niepewności pomiarowe.

Obserwujemy, że czas potrzebny na przebycie dwukrotnie dłuższej drogi jest również dwukrotnie dłuższy, a stosunki drogi do czasu w ruchu jednostajnym prostoliniowym mają w granicach niepewności pomiarowych stałą wartość.


S.7.02.2 Droga w ruchu jednostajnym

Cel ćwiczenia, opis

Badanie ruchu jednostajnego oraz narysowanie wykresu drogi od czasu.

Niezbędne przedmioty i materiały

Samochodzik zabawka z silniczkiem elektrycznym, flamaster lub kreda, taśma papierowa, metronom (stoper), deseczka, gwoździak, sznurek, taśma klejąca, młotek, linijka, nożyczki. Doświadczenie wykonuje przynajmniej dwóch uczniów.

 Ostre przedmioty, zagrożenie skaleczeniem. Możliwość przytłuczenia palca w trakcie wbijania gwoździka.

Przebieg ćwiczenia

- Do samochodzika przywiązujemy lub przyklejamy papierową taśmę.
- W środek deseczki wbijamy gwoździak tak, by obok niego po deseczce mogła swobodnie przesuwac się papierowa taśma.
- Kładziemy taśmę papierową na deseczce, a przed nią ustawiamy samochodzik (wszystko na brzegu długiej ławki lub stołu).
- Włączamy metronom i uruchamiamy samochodzik (możemy użyć stopera; wówczas jeden uczeń głośno odlicza do dwóch zgodnie z sekundnikiem stopera).
- W jednakowych odstępach czasu (np. co 2 sekundy lub na dwa, gdy odlicza uczeń) stawiamy kropkę flamastrem na taśmie na wysokości gwoździka.
- Zatrzymujemy samochodzik na końcu stołu.
- Przykładamy linijkę tak, by zero pokrywało się z pierwszym zaznaczonym punktem.
- Odczytujemy położenia x zaznaczonych punktów, a wyniki zapisujemy w tabeli.
- Wykonujemy obliczenia i uzupełniamy tabelę.

Numer pomiaru n	Czas t od początku ruchu w sekundach	Położenie $x = s$ w mm	Droga przebyta w kolejnych przedziałach czasu $\Delta s = x_n - x_{n-1}$
1			
2			

- Sporządzamy wykres $s(t)$.

Samochodzik przebywa jednakowe drogi w jednakowych odstępach czasu. Naniesione na wykres punkty doświadczalne układają się w pobliżu prostej.


S.7.02.3 Droga i szybkość w ruchu jednostajnym

Cel ćwiczenia, opis

Sprawdzenie, czy ciało porusza się ruchem jednostajnym, wyznaczenie wartości szybkości oraz narysowanie wykresu drogi od czasu.

Niezbędne przedmioty i materiały

Bardzo lekki spadochron z bibułki lub cienkiej torebki foliowej (puszyste piórko, kłębuszek z waty), papierowa taśma, linijka, taboret lub drabina, metronom lub stoper, kartka papieru, długopis.

 Uwaga! Czynności na wysokości. Zachowaj ostrożność. Zagrożenie upadkiem.

Przebieg ćwiczenia

Doświadczenie wykonuje kilku uczniów (przynajmniej dwóch).

- Przygotujemy bardzo lekki spadochron z bibułki o wymiarach około 20 cm x 20 cm.
- Z taśmy papierowej robimy przymiar o długości około 4 m. Rysujemy na niej wyraźną podziałkę co 10 cm.
- Taśmę wieszamy na ścianie na wysokości około 3 metrów.
- Wchodzimy na drabinę i mierzymy czas spadku spadochronu. Przykładowo, jeśli czas spadku wynosi około 4 sekundy, to metronom ustawiamy tak, by odmierzał czas co 0,7 s (dzielimy na około 5 części; jeśli nie jest to możliwe, to mierzymy czas co 1 s).
- Uruchamiamy metronom (lub jeden z uczniów stuka zgodnie ze wskazaniem sekundomierza).
- Ponownie wchodzimy na drabinę i puszczaemy spadochron obok taśmy w momencie usłyszenia metronomu.
- W czasie opadania spadochronu odczytujemy jego kolejne położenia od początku drogi w momentach, gdy słyszymy metronom (najlepiej, gdy obserwacje prowadzi kilku uczniów i każdy zapamiętuje jedno położenie; jeśli dwóch, to stojący przed taśmą odczytuje głośno kolejne położenia, a stojący na drabinie zapisuje wyniki).
- Wyniki zapisujemy w tabeli.

Numer pomiaru n	Czas t od początku ruchu w sekundach	Położenie x w cm	Droga przebyta w kolejnych przedziałach czasu $\Delta s = x_n - x_{n-1}$ w cm	Szybkość w kolejnych przedziałach czasu $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$
1				
2				

- Wykonujemy rysunek doświadczenia w odpowiedniej skali, na którym nanosimy położenia opadającego ciała.
- Obliczamy wielkości potrzebne do uzupełnienia tabeli.
- Wykonujemy wykres $s(t)$.
- Dyskutujemy, co miało wpływ na wyniki pomiarów i jakie mogliśmy popełnić błędy. Określamy niepewności pomiarowe.

Spadochron w jednakowych odstępach czasu przebywa prawie takie same drogi, a szybkość ma w przybliżeniu stałą wartość. Na tej podstawie wnioskujemy, że spadochron porusza się ruchem jednostajnym.

Tytuł

S.7.03 Ruch jednostajnie zmienny prostoliniowy

Cel ćwiczenia, opis

Badanie ruchu jednostajnie zmiennego.

Wymagana wiedza ucznia

Ruch, układ odniesienia, układ współrzędnych, droga, przemieszczenie, prędkość, przyspieszenie, siła wypadkowa, równia pochyła, tarcie.

S.7.03.1 Droga w ruchu jednostajnie przyspieszonym

Cel ćwiczenia, opis

Badanie zależności drogi od czasu w ruchu jednostajnie przyspieszonym.

Niezbędne przedmioty i materiały

Drewniana lub aluminiowa rynienka (może być listwa podłogowa, karnisz aluminiowy) około 2 m długości (im dłuższa tym lepiej), metalowe lub szklane kulki, papierowa taśma, flamaster, zegarek z sekundnikiem (taktomierz lub stoper), drewniane klocki lub książki, magnesy, tablica, kreda.

Przebieg ćwiczenia

- Podstawiamy pod jeden z końców toru ruchu drewniany klocek lub grubą książkę.
- Zaznaczamy flamastrem miejsce, z którego będą startować kulki (kilka centymetrów od początku listwy).
- Ustawiamy na starcie metalową lub szklaną kulkę (tak, aby jej początek lub środek pokrywał się z zaznaczonym miejscem, a później konsekwentnie obserwujemy początek lub środek kulki).
- Włączamy taktomierz (ustawiony np. co 1 sekundę) i słysząc dźwięk puszcza kulkę, odczytując lub zaznaczając położenie kulki po kolejnych sekundach ruchu. Używając stopera korzystamy z pomocy ucznia, który co sekundę głośno wypowiada krótkie słowo (np. raz, już, hop)
- Doświadczenie powtarzamy kilka razy, by jak najdokładniej określić położenie kulki w kolejnych chwilach.
- Zaznaczamy kropką na taśmie papierowej położenia kulki po kolejnych sekundach ruchu.
- Rysujemy na tablicy układ współrzędnych $s(t)$ i przypinamy wyciętą taśmę pionowo wzdłuż osi Y.
- Zaznaczamy jednostki na osi X (czasu) i zaznaczamy położenia kulki po kolejnych sekundach.
- Doświadczenie powtarzamy dla innego kąta nachylenia równi.
- Porównujemy otrzymane wykresy i wyciągamy wnioski.

- Sporządzamy wykresy $s(t)$ dla obserwowanych ruchów w odpowiedniej skali na papierze milimetrowym.

Kulka w kolejnych sekundach ruchu pokonuje coraz dłuższe odcinki toru. Droga przebyta ruchem jednostajnie przyspieszonym jest kwadratową funkcją czasu, a jej wykresem jedna gałąź paraboli.

S.7.03.2 Spadek swobodny

Cel ćwiczenia, opis

Badanie zależności drogi od czasu w ruchu jednostajnie przyspieszonym.

Niezbędne przedmioty i materiały

Dwa sznurki o długości około 3 m, około 15 nakrętek.



Uwaga! Czynności na wysokości. Zachowaj ostrożność. Zagrożenie upadkiem.

Przebieg ćwiczenia

- Przywiązujemy pierwszą nakrętkę na początku każdego sznurka.
- Przygotowujemy najpierw sznurek A wiążąc następne nakrętki w odległości 10 cm, 40 cm, 90 cm, 160 cm i 250 cm od pierwszej nakrętki, czyli w odstępach 1, 4, 9, 16, 25 części liczonych od położenia 0.
- Na sznurku B nakrętki przywiązujemy w równych odległościach od siebie na przykład co 40-50 cm.
- Najpierw wykonujemy doświadczenie ze sznurkiem A, który chwytny za nakrętkę najbardziej oddaloną od pozostałych.
- Stajemy na ławce zachowując ostrożność i trzymamy w wyciągniętej ręce sznurek w taki sposób, by pierwsza zerowa nakrętka leżała na podłodze, a sznurek był wyprostowany.
- Puszczamy sznurek i słuchamy uderzeń nakrętek o podłogę.
- Doświadczenie powtarzamy kilkakrotnie, za każdym razem wsłuchując się w uderzenia nakrętek.

- Powtarzamy kilkakrotnie doświadczenie ze sznurkiem B, słuchając odgłosów nakrętek.

Upuszczając sznurek A słyszymy równomierny, rytmiczny stuk nakrętek. Spadek ten jest istotnie ruchem jednostajnie przyspieszonym, gdyż drogi przebywane przez poszczególne nakrętki zgodnie z równaniem $s = \frac{1}{2}gt^2$, są proporcjonalne do kwadratów kolejnych liczb naturalnych: $s_1:s_2:s_3:\dots = 1^2:2^2:3^2:\dots$. Możemy również zauważyć, że drogi pokonywane przez nakrętki w kolejnych sekundach ruchu mają się do siebie jak kolejne liczby nieparzyste: $\Delta s_1:\Delta s_2:\Delta s_3:\dots = 1:3:5:\dots$.

Przy wykonaniu doświadczenia ze sznurkiem B słyszymy kolejne uderzenia w rytmie przyspieszonym. Nie jest to więc swobodny spadek, a jedynie ruch przyspieszony.

S.7.03.3 Droga i przyspieszenie w ruchu jednostajnie przyspieszonym

Cel ćwiczenia, opis

Badanie ruchu jednostajnie przyspieszonego i wyznaczenie wartości przyspieszenia.

Niezbędne przedmioty i materiały

Zestaw do badania ruchu jednostajnego przyspieszonego (aluminiowa rynienka z podziałką, metalowe kulki, szklane kulki), flamaster, zegarek z sekundnikiem (stoper lub taktomierz), drewniany klocek lub gruba książka.

Przebieg ćwiczenia

- Podstawiamy pod jeden z końców toru ruchu drewniany klocek lub grubą książkę.
- Ustawiamy na zerze skali metalową lub szklaną kulkę (tak, aby jej początek lub środek pokrywał się z zerem skali, a później konsekwentnie początek lub środek kulki obserwujemy).
- Włączamy taktomierz (ustawiony np. co 1 sekundę) i słysząc dźwięk puszcza kulkę, odczytując lub zaznaczając położenie kulki po kolejnych sekundach ruchu.
- Doświadczenie powtarzamy kilka razy, by jak najdokładniej określić położenie kulki w kolejnych chwilach.
lub
- Włączamy stoper i jednocześnie puszcza kulkę.

- Zaznaczamy lub odczytujemy położenie kulki po pierwszej sekundzie ruchu.
- Czynność powtarzamy kilka razy tak, by jak najdokładniej określić położenie kulki.
- Następnie kilkakrotnie wyznaczamy położenie kulki po drugiej, trzeciej i kolejnych sekundach ruchu.
- Wyniki pomiarów zapisujemy w tabeli.

Czas t od początku ruchu w sekundach	Położenie x w cm	Wartość przyspieszenia a w cm/s ²	Droga przebyta w kolejnych odstępach czasu Δs w cm

- Wykonujemy obliczenia przyspieszenia w celu uzupełnienia tabeli.

$$s = \frac{at^2}{2} \quad \text{stąd} \quad a = \frac{2s}{t^2}$$

gdzie:

s – droga od początku ruchu $s = x$,

t – czas od początku ruchu.

- Oblicz średnią wartość przyspieszenia $a_{\text{sr}} = \frac{a_1 + \dots + a_n}{n}$.
- Oblicz niepewność maksymalną ze wzoru $\Delta a = \frac{a_{\text{max}} - a_{\text{min}}}{2}$.
- Zapisujemy wynik: $a = a_{\text{sr}} \pm \Delta a$.
- Sporządzamy wykres zależności drogi przebytej przez kulkę od początku ruchu $s(t)$.
- Obliczamy stosunek $s_1 : s_2 : s_3 : \dots$
- Obliczamy szybkość średnią w kolejnych odstępach czasu i sporządzamy wykres tej szybkości od czasu.
- Na podstawie wykresu obliczamy wartość przyspieszenia w kolejnych odstępach czasu i przedstawiamy na wykresie.

Kulka w kolejnych sekundach ruchu pokonuje coraz dłuższe odcinki toru, a jej szybkość wzrasta stale o tę samą wartość liczbowo równą wyliczonemu przyspieszeniu. Drogi pokonywane przez kulkę w ruchu jednostajnie przyspieszonym mają się do siebie jak kolejne liczby nieparzyste $s_1 : s_2 : s_3 : \dots = 1 : 3 : 5 : \dots$

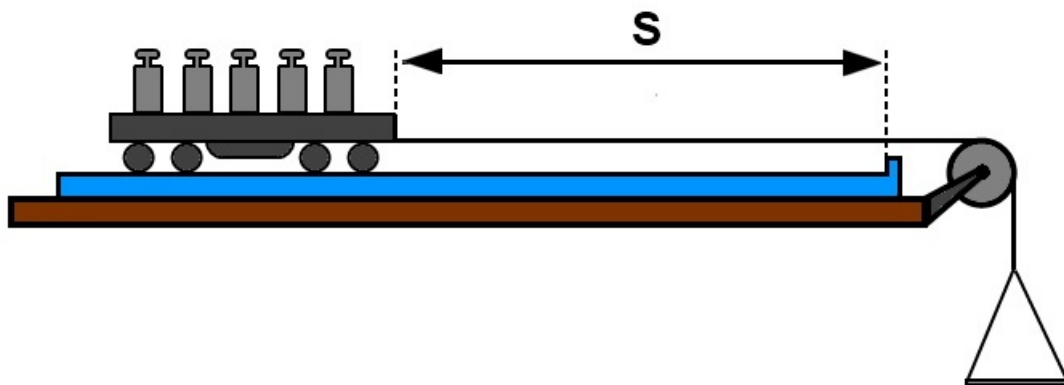
S.7.03.4 Przyspieszenie w ruchu jednostajnie przyspieszonym a siła powodująca ruch

Cel ćwiczenia, opis

Badanie zależności przyspieszenia w ruchu jednostajnie przyspieszonym od przyłożonej siły.

Niezbędne przedmioty i materiały

Wózek z zestawu do mechaniki, metalowa szyna lub gładka, metalowa płyta lub szyba, bloczek, sznurek o długości około 2 m, kilka odważników o masie 50g z zestawu do mechaniki, zestaw odważników, stoper, przymiar metrowy, lekka szalka z zestawu do mechaniki, waga, poziomnica.



Przebieg ćwiczenia

- Szynę lub płytę umieszczamy na stole i poziomujemy, tak by ustawiony na szynie wózek pozostawał w spoczynku.
- Na końcu stołu mocujemy bloczek.
- Przywiązujemy do wózka jeden koniec sznurka, a wózek stawiamy na szynie. Do zwisającego końca sznurka przywiązujemy szalkę (można ją zastąpić jednym z odważników z haczykiem).
- Na wózku ustawiamy kilka odważników.
- Na szalce umieszczamy odważnik z zestawu i sprawdzamy czy lekko popchnięty wózek porusza się ruchem jednostajnym (wówczas jego ciężar równoważy opory ruchu związane głównie z tarciami kół, bloczka).
- Mierzymy i zaznaczamy długość drogi, po której będzie poruszał się wózek.
- Przytrzymujemy wózek i jeden z odważników umieszczonych na nim przekładamy na szalkę (druga osoba).

- Puszczamy wózek, włączamy stoper i mierzymy czas, w którym wózek przebywa zmierzoną drogę.
- Zapisujemy w tabeli masę m_s przeniesionego odważnika i zmierzony czas.
- Obliczamy wartość siły $F = m_s g$, gdzie g oznacza wartość przyspieszenia ziemskiego.
- Przekładamy kolejno odważniki i za każdym razem mierzymy czas, w którym wózek porusza się na zaznaczonej drodze. Za każdym razem zapisujemy w tabeli sumaryczną masę położonych odważników i zmierzony czas ruchu.

Nr pomiaru	Droga s w cm	Czas t w s	Przyspieszenie $a = \frac{2s}{t^2}$	Masa odważników m_s w kg	Siła $F = m_s g$ w N

- Dla każdego z pomiarów obliczamy wartość przyspieszenia $a = \frac{2s}{t^2}$.
- Określamy niepewności pomiarowe Δs , Δt i szacujemy niepewność Δa metodą NKP lub UML.

W opisanym doświadczeniu początkowo wózek spoczywa względem stołu. Wynika stąd, że jego ciężar \vec{F}_c zrównoważony jest przez siłę reakcji podłoża \vec{R} . Zdjęcie odważnika z wózka i zawieszenie go na nici, nie zmienia masy układu (wózek, odważniki, nić z szalką). Ciężar \vec{F} położonych z wózka odważników stanowi siłę, pod wpływem której układ porusza się.

Wynik doświadczenia pokazuje, że przyspieszenie \vec{a} , z jakim porusza się układ jest wprost proporcjonalne do wartości siły, która ruch ten powoduje.

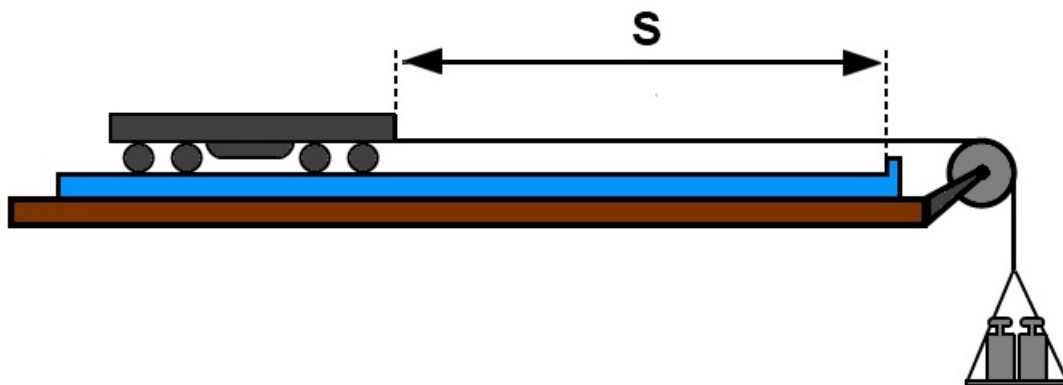
S.7.03.5 Przyspieszenie w ruchu jednostajnie przyspieszonym a masa układu

Cel ćwiczenia, opis

Badanie zależności przyspieszenia w ruchu jednostajnie przyspieszonym od masy ciała.

Niezbędne przedmioty i materiały

Wózek z zestawu do mechaniki, metalowa szyna lub gładka, metalowa płyta lub szyba, bloczek, sznurek o długości około 2 m, kilka odważników o masie 50g z zestawu do mechaniki, zestaw odważników, stoper, przymiar metrowy, lekka szalka z zestawu do mechaniki, waga, poziomnica.



Przebieg ćwiczenia

- Szynę lub płytę umieszczamy na stole i poziomujemy, tak by ustawiony na szynie wózek pozostawał w spoczynku.
- Na końcu stołu mocujemy bloczek.
- Przywiązujemy do wózka jeden koniec sznurka, a wózek stawiamy na szynie.
- Dobieramy obciążenie nici stosując odważniki z zestawu odważników tak, by puszczony wózek szybko ruszał z miejsca.
- Mierzymy i zaznaczamy długość drogi, po której będzie poruszał się wózek.
- Na wózku ustawiamy odważnik 50 g.
- Puszczamy wózek, włączamy stoper i mierzymy czas, w którym wózek przebywa zmierzoną drogę.
- Dokładamy na wózek kolejne pięćdziesięciogramowe odważniki, zwiększając tym samym masę wprawianego w ruch układu i za każdym razem mierzymy czas.

- Za każdym razem zapisujemy w tabeli całkowitą masę odważników leżących na wózku i zmierzony czas.

Nr pomiaru	Droga s w m	Czas t w s	Przyspieszenie $a = \frac{2s}{t^2}$ w m/s^2	Masa odważników m_s w kg	Siła $F = m_s a$ w N

- Dla każdego z pomiarów obliczamy wartość przyspieszenia $a = \frac{2s}{t^2}$.
- Określamy niepewności pomiarowe Δs , Δt i szacujemy niepewność Δa metodą NKP lub UML oraz ΔF .

Wynik doświadczenia pokazuje, że wózek tym trudniej wprawić w ruch im większa jest jego masa (przyspieszenie jest najmniejsze).

Tytuł

S.7.04 Ruchy krzywoliniowe

Cel ćwiczenia, opis

Badanie ruchu jednostajnego po okręgu i innych ruchów krzywoliniowych.

Wymagana wiedza ucznia

Wielkości opisujące ruch po okręgu: okres, częstotliwość, siła dośrodkowa, prędkość liniowa, przyspieszenie dośrodkowe, siła dośrodkowa, siła bezwładności, ruchy krzywoliniowe, rzut poziomy, rzut ukośny.


S.7.04.1 Prędkość chwilowa w ruchu po okręgu

Cel ćwiczenia, opis

Badanie kierunku prędkości chwilowej w ruchu po okręgu.

Niezbędne przedmioty i materiały

Kulka metalowa o masie ok. 0,1 kg, mocna nić, kreda, tablica z zabezpieczonymi brzegami i gwoździak (lub tablica z zabezpieczonymi brzegami z dziurą w środku), młotek, kred, zwilżona gąbka.

 Ostre przedmioty, zagrożenie skaleczeniem.

Przebieg ćwiczenia

- Kulkę metalową o masie ok. 0,1 kg zawieszamy na mocnej nici o długości ok. 40 cm (trochę dłuższej dla tablicy z dziurką).
- Na drugim końcu nici wykonujemy pętelkę.
- Kule pocieramy ze wszystkich stron kredą tak, by tocząc się zostawiała ślad.
- Tablicę przecieramy zwilżoną gąbką i ustawiamy poziomo.
- Kulkę kładziemy na tablicy unieruchamiając koniec nici z pętelką za pomocą trzymanego w ręce goździka (lub przeciągamy przez dziurkę i przytrzymujemy nić pod tablicą).
- Naciągamy nić i mocnym pchnięciem w kierunku prostopadłym do nici wprawiamy kulkę w ruch.
- Obserwujemy tor ruchu kulki, a po chwili szybko podnosimy gwoździak (lub puszczamy nitkę) i pozwalamy kulce swobodnie się poruszać. Obserwujemy zmianę toru kulki.
- Przecieramy tablicę gąbką i powtarzamy doświadczenie.

Torem ruchu kulki utrzymywanej za pomocą nici jest okrąg. Torem ruchu kulki po zwolnieniu nici jest linia prosta styczna do okręgu w miejscu puszczenia nici. Doświadczenie pokazuje, że w ruchu po okręgu wektor prędkości chwilowej ciała poruszającego się po okręgu jest styczny do jego toru.

S.7.04.2 Ruch jednostajny po okręgu

Cel ćwiczenia, opis

Badanie ruchu jednostajnego po okręgu. Wyznaczenie okresu i częstotliwości ruchu.

Niezbędne przedmioty i materiały

Plastikowa, metalowa lub szklana rurka o długości około 20 cm (np. obudowa od długopisu), kawałek cienkiego, mocnego sznurka o długości około 1 m, kulka plasteliny o średnicy 3-4 cm, mały spinacz biurowy, linijka, stoper.

Przebieg ćwiczenia

Doświadczenie wykonuje dwóch uczniów.

- Przewlekamy sznurek przez rurkę.
- Na jednym końcu sznurka przywiązujemy spinacz i wokół niego formujemy kulkę z plasteliny. Na drugim końcu sznurka robimy pętelkę.
- Ustalamy promień okręgu r_1 , po którym będzie poruszać się kulka, wkładając palec w pętelkę i owijając sznurek wokół palca do wysokości dolnego końca rurki.
- Mierzymy linijką r_1 (druga osoba).
- Wprawiamy kulkę w ruch jednostajny po okręgu.
- Mierzymy czas $t_{1,1}$ trwania 10 obiegów (druga osoba).
- Wyznaczamy okres $T_{1,1} = t_{1,1} / 10$ i częstotliwość ruchu $\nu_{1,1} = 1 / T_{1,1}$.
- Nie zmieniając promienia okręgu, zmieniamy częstotliwość i ponownie mierzymy czas $t_{1,2}$ trwania 10 obiegów.
- Wyniki wpisujemy do tabeli.
- Czynności powtarzamy dla innego promienia okręgu r_2 .

Promień okręgu r (m)		Czas t trwania 10 obiegów (s)		Okres T (s)		Częstotliwość (1/s = 1 Hz)	
r_1		$t_{1,1}$		$T_{1,1}$		$\nu_{1,1}$	
		$t_{1,2}$		$T_{1,2}$		$\nu_{1,2}$	
r_2		$t_{2,1}$		$T_{2,1}$		$\nu_{2,1}$	
		$t_{2,2}$		$T_{2,2}$		$\nu_{2,2}$	

Czas jednego pełnego obrotu nazywamy okresem ruchu T (jednostką jest 1 s). Wielkość określającą ilość obrotów w jednostce czasu nazywamy częstotliwością i wyrażamy ją w hercach ($1 \text{ Hz} = 1 \text{ 1/s}$): $\nu = \frac{1}{T}$.

S.7.04.3 Rzut poziomy

Cel ćwiczenia, opis

Pokazanie ruchu ciała rzuconego z pewnej wysokości w kierunku poziomym oraz toru w tym ruchu (paraboli).

W doświadczeniu możemy również pokazać, że tor kulki jest parabolą. W tym celu będziemy mierzyli drogę x w kierunku poziomym i odpowiadającą jej drogę y w kierunku pionowym. Obliczony iloraz $\frac{x^2}{y}$ ma w granicach niepewności stałą wartość. Świadczy to o tym, że otrzymana krzywa jest parabolą.

Niezbędne przedmioty i materiały

Duża deska lub mała tablica magnetyczna (np. 40 cm x 60 cm), duża kartka białego lub szarego papieru, mała rynienka z drzewa lub blachy, świeca (lub kreda, węgiel), kulka stalowa, drewniane, duże klocki lub grube książki.

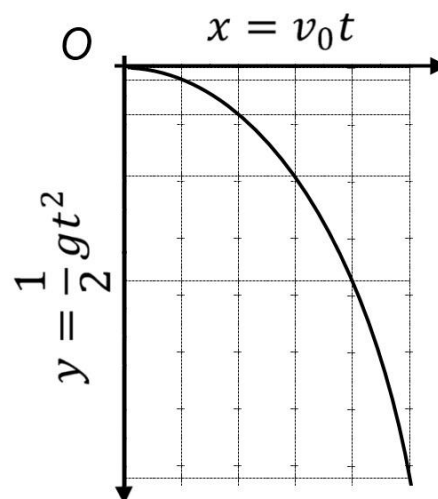
Przebieg ćwiczenia

- Deskę lub tablicę ustawiamy ukośnie podkładając pod jedną z dłuższych krawędzi klocki lub książki.
- Do tablicy przymocujemy kartkę papieru.
- U góry przykładamy do tablicy rynienkę, a na niej umieszczamy okopconą (wysmarowaną węglem, kredą) kulkę stalową.
- Pstryknięciem wprawiamy kulkę w ruch i obserwujemy pozostawiony przez nią ślad.
- W miejscu startu kulki rysujemy prostą poziomą, na niej w równych odstępach odcięte x , a przy każdej odpowiadające im rzędne y (zaznaczane na osi pionowej) punktów leżących na krzywej zaznaczonej przez ślad kulki.
- Wyniki umieszczamy w tabeli.

x w cm	y w cm	x^2	$\frac{x^2}{y}$
10			
20			
30			
40			
...			

- Obliczamy ilorazy $\frac{x^2}{y}$.
- Rysujemy (w skali) wykres na papierze milimetrowym.

W doświadczeniu możemy zaobserwować, że torem ruchu kulki, której nadano prędkość w kierunku poziomym jest parabola. Otrzymaną krzywą możemy rozważyć jako wypadkową dwóch ruchów: jednostajnego w kierunku wyrzutu kuli i jednostajnie przyspieszonego w kierunku pionowym w dół. Na podstawie narysowanego wykresu możemy zaobserwować, że wzdłuż osi X, kulka w stałych odstępach czasu pokonuje jednakowe odcinki drogi (ruch jednostajny). Odpowiadające im odcięte świadczą o tym, że w kierunku pionowym kulka porusza się ruchem jednostajnie przyspieszonym.



S.7.04.4 Rzut ukośny

Cel ćwiczenia, opis

Pokazanie ruchu ciała, któremu nadano prędkość początkową pod pewnym kątem do poziomu. Zbadanie co ma wpływ na zasięg rzutu i maksymalną wysokość w rzucie.

Niezbędne przedmioty i materiały

Duża deska lub mała tablica magnetyczna (np. 40 cm x 60 cm), duża kartka białego lub szarego papieru, mała rynienka z drzewa lub blachy, świeca (lub kreda, węgiel), kulka stalowa, drewniane, duże klocki lub grube książki, strzykawka, woda.

Przebieg ćwiczenia

- Deskę lub tablicę ustawiamy ukośnie podkładając pod jedną z dłuższych krawędzi klocki lub książki.
- Do tablicy przymocowujemy kartkę papieru.
- U dołu, pod pewnym kątem przykładamy do tablicy rynienkę, a na niej umieszczamy okopconą (wysmarowaną węglem, kredą) kulkę stalową.
- Pstryknięciem wprawiamy kulkę w ruch i obserwujemy pozostawiony przez nią ślad.
- Zmieniamy siłę z jaką poruszamy kulkę i obserwujemy pozostawione ślady.
- Powtarzamy doświadczenie zmieniając kąt ustawienia rynienki i obserwujemy pozostawiane przez kulkę ślady.

lub

- Deskę lub tablicę ustawiamy ukośnie podkładając pod jedną z dłuższych krawędzi klocki lub książki.
- Do tablicy przymocowujemy kartkę szarego papieru.
- U dołu, w rogu tablicy przykładamy pod pewnym kątem do poziomej krawędzi tablicy strzykawkę napełnioną wodą i mocno naciskamy na tłok strzykawki.
- Zaznaczamy flamastrem pozostawiony przez wodę ślad.
- Czynności powtarzamy zmieniając nacisk na tłok strzykawki (zmieniamy szybkość początkową wody), przy tym samym kącie nachylenia strzykawki.
- Czynności powtarzamy zmieniając kąt nachylenia strzykawki.

W rzucie ukośnym torem ruchu jest parabola. Zmieniacząc kąt nachylenia otrzymujemy różne parabole. Zasięg rzutu ukośnego zależy do kąta nachylenia i ma maksymalną wartość przy kącie równym 45^0 . Prędkość początkowa ma również wpływ na maksymalną wysokość w rzucie i maksymalny zasięg.

Tytuł

S.7.05 Ruch drgający

Cel ćwiczenia, opis

Poznanie wielkości opisujących ruch drgający.

Wymagana wiedza ucznia

Ruch drgający, amplituda, okres, częstotliwość, drgania wymuszone i rezonansowe, wahadło matematyczne, wahadło fizyczne, oscylator harmoniczny.

S.7.05.1 Wahadło

Cel ćwiczenia, opis

Zbadanie, od czego zależy okres T wahadła.

Niezbędne przedmioty i materiały

Mocna nitka lub cienki sznurek, ciężarek (metalowe nakrętki, kulka z plasteliny, metalowa kulka z dziurką lub haczykiem), stoper lub zegarek z sekundnikiem, przymiar metrowy lub metr krawiecki, kątomierz lub ekierka.

Przebieg ćwiczenia

I. Sprawdzenie, czy okres wahadła zależy od masy ciężarka.

- Przygotowujemy sznurek o długości ok. 1,1 m.
- Przywiązujemy nakrętkę do sznurka lub mocujemy kulkę z plasteliny.
- Wieszamy wahadło tak, aby mogło się swobodnie wahać.
- Wyznaczamy długość l nitki (od punktu zawieszenia do połowy wysokości nakrętki lub kulki).
- Odchylamy wahadło od pionu o mały kąt, ok. 20° , i puszczamy.
- Mierzymy trzykrotnie przy użyciu stopera czas t potrzebny na wykonanie przynajmniej dwudziestu pełnych wahań. Wyniki zapisujemy w tabeli.
- Dokładamy dodatkowe nakrętki lub zwiększamy masę plasteliny. Pomiary wykonujemy dla trzech różnych mas wahadła.

- Obliczamy wartość średnią czasu trwania dwudziestu wahnięć t_{sr} i okres drgań wahadła.

Mierzona wielkość	Pomiar I dla masy m	Pomiar II dla masy $m_2 > m_1$	Pomiar III dla masy $m_3 > m_2$
l (m)			
t_1 (s)			
t_2 (s)			
t_3 (s)			
t_{sr} (s)			
$T = t_{sr} / 20$ (s)			

II. Sprawdzenie, czy okres drgań wahadła zależy od kąta jego maksymalnego wychylenia.

- Wykonujemy wahadło i wyznaczamy jego długość l .
- Odchylamy wahadło od pionu o mały kąt, ok. 20° , i puszczone.
- Mierzmy trzykrotnie czas t przynajmniej dwudziestu pełnych wahnięć. Wyniki zapisujemy w tabeli. Pomiar wykonujemy jeszcze dla dwóch innych kątów z przedziałów podanych w tabeli. Kąty określamy w przybliżeniu (z pomocą kątomierza lub ekierki).
- Obliczamy wartość średnią czasu trwania dwudziestu wahnięć t_{sr} i okres drgań wahadła.

Mierzona wielkość	Pomiar I $10^\circ < \alpha_{max} < 25^\circ$	Pomiar II $30^\circ < \alpha_{max} < 45^\circ$	Pomiar III $50^\circ < \alpha_{max} < 70^\circ$
l (m)			
t_1 (s)			
t_2 (s)			
t_3 (s)			
t_{sr} (s)			
$T = t_{sr} / 20$ (s)			

III. Sprawdzenie, czy okres drgań wahadła zależy od długości wahadła.

- Przy ustalonej masie wahadła i kącie odchylenia ok. 20° wykonujemy trzykrotne pomiary dwudziestu pełnych drgań wahadła dla każdej z podanych w tabeli jego długości.
- Obliczamy wartość średnią czasu trwania dwudziestu wahaniec $t_{\dot{s}r}$ i okres drgań wahadła $T_{do\dot{s}w.}$.
- Obliczamy okres drgań wahadła matematycznego ze wzoru $T_{teor.} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$

Mierzona wielkość	$l = 25$ cm	$l = 50$ cm	$l = 75$ cm
t_1 (s)			
t_2 (s)			
t_3 (s)			
$t_{\dot{s}r}$ (s)			
$T_{do\dot{s}w.} =$ $t_{\dot{s}r} / 20$ (s)			
$T_{teor.}$ (s)			

- Określamy niepewności pomiarów prostych l i t , przyjmując wartość działki elementarnej przyrządów pomiarowych.
- Rysujemy wykres zależności $T_{do\dot{s}w.}(l)$ zaznaczając poszczególne punkty pomiarowe wraz z ich niepewnościami.
- Rysujemy wykres $T_{teor.}(l)$ i dyskutujemy otrzymane rezultaty.

Okres drgań wahadła zależy od jego długości; jest on wprost proporcjonalny do pierwiastka z długości: $T \sim \sqrt{l}$. Dla małych wychyleń wahadła (niewielkich amplitud) okres wahań wahadła nie zależy od amplitudy. Zjawisko to nosi nazwę izochronizmu. Wahadło może być użyte do odmierzenia równych odstępów czasu.

S.7.05.2 Wahadło matematyczne*Cel ćwiczenia, opis*

Wyznaczanie przyspieszenia ziemskiego za pomocą wahadła matematycznego.

Wahadłem matematycznym nazywamy ciało o masie m i o niezmiernie małej objętości (czyli punkt materialny), zawieszony na nieważkiej i nierozciągliwej nici o długości l . W praktyce takim wahadłem jest ciało, którego wymiary liniowe są znacznie mniejsze niż długość nici.

Niezbędne przedmioty i materiały

Cienki sznurek lub mocna nitka o długości około 2 m, ciężka metalowa kulka o średnicy ok. 2 cm (z przewierconym otworem lub z haczykiem) lub ciężarek z zestawu do mechaniki, stoper, suwmiarka, przymiar metrowy.

Przebieg ćwiczenia

- Mierzmy średnicę d kulki (lub wysokość ciężarka) za pomocą suwmiarki. Pomiar powtarzamy trzykrotnie.
- Przywiązujemy nitkę do kulki, a następnie wieszamy wahadło tak, aby mogło się swobodnie wahać.
- Wyznaczamy kilkakrotnie długość l nitki (łącznie z haczykiem).
- Odchylamy wahadło od pionu o mały kąt (do ok. 15°) i puszczaemy.
- Mierzmy czas t potrzebny na wykonanie dwudziestu pełnych wahań przy użyciu stopera. Pomiar powtarzamy trzykrotnie. Wyniki zapisujemy w tabeli.

Mierzona wielkość	Pomiar I	Pomiar II	Pomiar III	Wartość średnia
d (mm)				
l (m)				
t (s)				
$T = t/20$ (s)				
$L = d+l$ (m)				
g (m/s ²)				

- Określamy niepewności pomiarów prostych d , l i t , przyjmując za nie wartość działki elementarnej przyrządów pomiarowych.
- Wyznaczamy wartości średnie d , l i t , ze związku:

$$x_{sr} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

x_i – wartość i -tego pomiaru,

n – liczba pomiarów.

Za niepewności wartości średnich przyjmujemy niepewności pojedynczego pomiaru bezpośredniego, jeśli uzyskane wyniki nie różnią się od wartości średniej więcej niż o wartość niepewności pojedynczego pomiaru. W przypadku większych różnic za miarę niepewności przyjmujemy niepewność maksymalną określoną ze wzoru:

$$\Delta x = \frac{x_{max} - x_{min}}{2}.$$

- Obliczamy długość wahadła: $L = l + \frac{1}{2}d$ i jej niepewność.
- Obliczamy wartość g ze wzoru: $g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$.
- Szacujemy niepewność pomiaru metodą najmniej korzystnego przypadku (NKP)

$$\Delta g = \frac{g_{max} - g_{min}}{2} = 2\pi^2 \left[\frac{L + \Delta L}{(T - \Delta T)^2} - \frac{L - \Delta L}{(T + \Delta T)^2} \right],$$

lub uproszczoną metodą logarytmiczną (UML)

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta L}{L} + 2 \frac{\Delta T}{T}.$$

- Odpowiadamy na pytanie, jakie czynniki wpływają na wartość niepewności pomiarowej i jakie są sposoby jej zmniejszenia?

Równanie na okres drgań wahadła matematycznego $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ pozwala na wyznaczenie przyspieszenia ziemskiego w miejscu, w którym się znajdujemy (jeśli znamy długość l i okres drgań T wahadła).

S.7.05.3 Ruch obciążnika na sprężynie

Cel ćwiczenia, opis

Badanie drgań własnych układu złożonego ze sprężyny i obciążnika. Wyznaczenie okresu drgań i sprawdzenie od czego zależy okres drgań.

Niezbędne przedmioty i materiały

Sprężyna, odważniki, statyw, stoper.

Przebieg ćwiczenia

- Zawieszamy sprężynę na statywie, a na niej odważnik dobrany tak, aby wydłużenie sprężyny nie przekraczało 2 cm.

- Wychylamy odważnik z położenia równowagi i po puszczeniu go wyznaczamy za pomocą stopera czas dziesięciu pionowych pełnych drgnień. Pomiar wykonujemy trzykrotnie.
- Powtarzamy pomiary po zwiększeniu obciążenia sprężyny odważnikami o masie kolejno: dwukrotnie, czterokrotnie i dziewięciokrotnie większej. Wyniki zapisujemy w tabeli.

Masa odważników	m		2m		4m		9m	
Czas 10 drgnień	t ₁ =		t ₁ =		t ₁ =		t ₁ =	
	t ₂ =		t ₂ =		t ₂ =		t ₂ =	
	t ₃ =		t ₃ =		t ₃ =		t ₃ =	
Średni czas 10 drgnień								
Okres drgań								
Częstotliwość drgań								

- Wykonujemy obliczenia w celu uzupełnienia tabeli.
- Określamy niepewność pomiaru okresu drgań.
- Zaznaczamy punkty pomiarowe wraz z ich niepewnościami na wykresie zależności okresu drgań własnych od pierwiastka kwadratowego z masy układu.
- Wykorzystując znajomość zależności liniowej okresu drgań od pierwiastka kwadratowego z masy układu: $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$, obliczamy wartość współczynnika k , wiedząc, że współczynnik kierunkowy wykreślonej prostej, czyli tangens kąta, pod jakim nachylona jest do osi poziomej, równy jest $\frac{2\pi}{\sqrt{k}}$.

Okres ruchu drgającego ciała zawieszzonego na sprężynie jest wprost proporcjonalny do pierwiastka kwadratowego z jego masy. Jeżeli obciążamy sprężynę kolejno masami m_1 , m_2 , m_3 , to odpowiadające im okresy T_1 , T_2 , T_3 spełniają proporcje:

$$T_1 : T_2 : T_3 : \dots = m_1 : m_2 : m_3 : \dots$$

Tytuł

S.7.06 Ruch bryły*Cel ćwiczenia, opis*

Poznanie wielkości opisujących ruch postępowy i obrotowy bryły i bryły sztywnej.

Wymagana wiedza ucznia

Bryła sztywna, środek ciężkości, moment bezwładności, moment siły, wahadło fizyczne.

S.7.06.1 Ruch obrotowy wałka do ciasta*Cel ćwiczenia, opis*

Sprawdzenie II zasady dynamiki dla ruchu obrotowego.

Do wałka do ciasta przyklejamy nitkę, owijamy ją wokół wałka, a na jej końcu na pętelce przywieszamy odważnik. Całość wieszamy na dwóch pętelkach na pewnej wysokości. Na odważnik zawieszony na nitce działa siła ciężkości \vec{F}_c o wartości $F_c = mg$ zwrócona w dół oraz siła naciągu nitki \vec{F}_n zwrócona w górę. Gdy wałek przytrzymujemy tak, by się nie obracał, siły te się równoważą, a odważnik pozostaje w spoczynku. Gdy wałek obraca się i nitka odwija się z wałka, odważnik zaczyna spadać z przyspieszeniem a . Ruch odważnika następuje pod wpływem wypadkowej siły o wartości $F = F_c - F_n = mg - F_n$. Korzystając z II zasady dynamiki, możemy napisać, że $F = ma$, a więc $F_n = mg - ma = m(g - a)$.

Nitka działa na wałek stycznie do jego powierzchni siłą \vec{F}_n' , która jest zwrócona w dół i równa co do wartości $F_n' = F_n$ (z III zasady dynamiki). Na wałek działa więc względem jego osi moment siły o wartości $M_n = F_n' r$. Dodatkowo na obracający się wałek działa względem jego osi moment siły tarcia rączek wałka o pętle, na których jest zawieszony (lub moment siły tarcia rączek wałka o wałek, jeśli mamy wałek z obrotową rączką; możemy przyjąć, że jego wartość jest stała). Oznaczmy jego wartość przez M_t (M_n i M_t mają te same kierunki i przeciwne zwroty). Wypadkowy moment sił działający na wałek ma wartość

$$M = M_n - M_t = F_n' r - M_t = m(g - a)r - M_t.$$

Oznaczamy wartość przyspieszenia kątownego, z jakim porusza się wałek przez ε . Połączenie ciężarka i wałka nitką powoduje, że spełniony jest związek $a = \varepsilon r$. Możemy więc powiedzieć, że pod działaniem wypadkowego momentu sił o wartości M wałek porusza się z

przyspieszeniem kątowym o wartości ε , czyli $\varepsilon = \beta M$ (gdzie β oznacza współczynnik proporcjonalności). Możemy wtedy napisać:

$$\varepsilon = \beta M = \beta(M_n - M_t) = \beta M_n - \beta M_t.$$

Jest to zależność liniowa typu $y = cx + b$, gdzie $y = \varepsilon$, $c = \beta$, $x = M_n$, $b = \beta M_t$.

Sprawdzimy, czy uzyskane przez nas wartości doświadczalne spełniają tę zależność, a tym samym sprawdzimy słuszność naszego założenia.

Niezbędne przedmioty i materiały

Walek do ciasta (może być z obrotową rączką), mocna nić, kilka odważników o znanych masach, stoper, suwmiarka, nożyczki, taśma samoprzylepna, linijka, waga elektroniczna (może być laboratoryjna), kij o długości około 1 m (może być od szczotki).

Przebieg ćwiczenia

Doświadczenie wykonują dwie osoby.

- Wyznaczamy masę m_w wałka na wadze elektronicznej.
- Za pomocą suwmiarki mierzymy średnicę wałka i obliczamy jego promień r .
- Na środku wałka przyklejamy taśmą samoprzylepną koniec nitki o długości około 2 m. Nitkę nawijamy na wałek, a na jej końcu zawiązujemy pętelkę.
- Z dwóch kawałków nici formujemy dwie jednakowe pętle.
- Wałek zawieszamy poziomo za uchwyty na pętlach zawieszonych na kiju lub trzymany przez drugą osobę. Całość wieszamy na oparciach dwóch krzeseł stojących na ławkach lub trzymamy w uniesionych, nieco powyżej oczu, rękach (na wysokości ok. 1,8 m).
- Mierzmy odległość s dolnej krawędzi wałka od podłogi.
- Zawieszamy na pętelce na końcu nici odważnik tak, aby wisiał na wysokości dolnej krawędzi wałka i przytrzymujemy wałek, aby się nie obracał.
- Puszczamy wałek (który teraz zaczyna się obracać) i jednocześnie włączamy stoper. Mierzmy czas t do uderzenia odważnika o podłogę. Czynności powtarzamy trzykrotnie.
- Pomiar powtarzamy dla kilku odważników i wyniki zapisujemy w tabeli.
- Obliczamy dla każdego pomiaru przyspieszenie a , z jakim poruszał się ciężarek i zapisujemy w tabeli.

- Dla każdego pomiaru obliczamy wartości przyspieszenia kąowego ε oraz momentu siły M_n .

Masa wałka m_w	Odległość wałka od podłogi s	Masa odważnika m	Czas t opadania odważnika	Przyspieszenie a ciężarka	Przyspieszenie kątowe $\varepsilon = \frac{a}{r}$	Moment siły $M_n = m(g - a)r$

- Określamy niepewności pomiarowe mierzonych i wyznaczanych wielkości.
- W układzie współrzędnych M_n , ε nanosimy otrzymane wartości wraz z prostokątami niepewności pomiarowych.
- Metodą najmniejszych kwadratów dopasowujemy prostą do narysowanych punktów, otrzymując wartości współczynników $c \pm \Delta c$ oraz $b \pm \Delta b$. Oceniamy, czy prosta dobrze oddaje zależność ε od M_n . Jeśli tak, biorąc pod uwagę stałość M_t , możemy stwierdzić, że nasze założenie o proporcjonalności wartości przyspieszenia kąowego do wartości momentu sił $\varepsilon = \beta M$ jest prawdziwe.
- Obliczamy moment bezwładności $I = \frac{1}{\beta}$ wraz z niepewnością ΔI .
- Sprawdzamy, czy otrzymana wartość zgadza się z wartością przewidywaną teoretycznie dla walca, tzn. czy wartość przewidywana teoretycznie mieści się w przedziale $(I - \Delta I, I + \Delta I)$.
- Szacujemy wielkość błędu systematycznego, który popełniamy, pomijając moment bezwładności rączek wałka.
- Obliczamy także moment siły tarcia $M_t = Ib$ wraz z niepewnością.

S.7.06.2 Koło Maxwella

Cel ćwiczenia, opis

Wyznaczenie momentu bezwładności metalowego dysku osadzonego na osi.

Koło Maxwella składa się z ciężkiego dysku o promieniu R i masie m osadzonego na cienkiej osi o promieniu $r \ll R$. Zakładamy, że masa osi jest bardzo mała w porównaniu z masą dysku i możemy ją pominąć. Koło zawieszono jest na dwóch niciach. Obracając koło, nawijamy nici na oś, podnosząc dysk na wysokość h . Koło puszczono swobodnie porusza się ruchem jednostajnie przyspieszonym i jednocześnie wykonuje ruch obrotowy odwijając nici. Stracie energii potencjalnej koła $E_p = mgh$ towarzyszyć będzie wzrost jego energii kinetycznej, na którą składać się będzie energia kinetyczna ruchu postępowego $E_{kp} = \frac{1}{2}mv^2$, gdzie v jest prędkością środka masy krążka, oraz energia kinetyczna ruchu obrotowego $E_{ko} = \frac{1}{2}I\omega^2$, gdzie I jest momentem bezwładności krążka względem osi przechodzącej przez jego środek ciężkości. Możemy więc zapisać:

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2. \quad (1)$$

Chwilowa oś obrotu przechodzi przez punkt oddalony o r od środka osi, na której wisi koło. Moment ciężaru dysku względem tej osi wynosi mgr i jest stały w czasie.

Prędkość środka masy dysku O $v = \omega r$, ponieważ jednak ω rośnie proporcjonalnie do czasu, wobec tego punkt O porusza się ruchem jednostajnie przyspieszonym. Możemy zapisać że:

$$h = \frac{1}{2}at^2, \text{ a } v = at = \frac{2h}{t}.$$

Po podstawieniu do równania (1) $v = \frac{2h}{t}$ i $\omega = \frac{v}{r}$ otrzymujemy

$$mgh = \frac{1}{2}m\left(\frac{2h}{t}\right)^2 + \frac{1}{2}I\left(\frac{\frac{2h}{t}}{r}\right)^2, \text{ a stąd}$$

$$I = \frac{mgt^2r^2}{2h} - \frac{mr^2}{2}.$$

Możemy również po obliczeniu prędkości liniowej wyznaczyć wartość przyspieszenia liniowego a i przyspieszenia kąowego ε .

Niezbędne przedmioty i materiały

Koło Maxwella, stoper, przymiar metrowy, waga elektroniczna.

Przebieg ćwiczenia

- Wyznaczamy masę i promień dysku.

- Ustawiamy koło Maxwella na ławce i mierzymy odległość h_1 najniższego punktu krążka od powierzchni stołu.
- Nawijamy sznurek dookoła osi i ponownie mierzymy odległość h_2 najniższego punktu dysku od powierzchni stołu.
- Pomiary powtarzamy trzykrotnie i wyliczamy dla każdego pomiaru $h = h_2 - h_1$, a następnie h_{sr} .
- Wyznaczamy trzykrotnie czas, w którym koło pokonuje drogę h w czasie pierwszego spadku po nawinięciu nici.
- Wyliczamy moment bezwładności dysku.

Doświadczenia do wykonania na uczelni

Tytuł

U.7.01 O ruchu

Cel ćwiczenia, opis

Poznanie wielkości opisujących ruch w różnych układach odniesienia.

Wymagana wiedza ucznia

Ruch, spoczynek, układ odniesienia, układ współrzędnych, tor, droga, przemieszczenie, szybkość średnia i chwilowa, prędkość średnia i chwilowa, przyspieszenie, środek masy, bezwładność, składanie ruchów, zasada niezależności ruchów.

U.7.01.1 Opis toru ruchu

Cel ćwiczenia, opis

Pokazanie, że kształt toru zależy od układu odniesienia i zademonstrowanie ruchu złożonego.

Niezbędne przedmioty i materiały

Plastikowy krążek z otworami (lub butelka po syropie, recepturki), kreda, tablica.

Przebieg ćwiczenia

- Do obwodu krążka przytwierdzamy kawałek kredy i toczymy krążek po podstawie tablicy tak, by kreda była w ciągłym zetknięciu z powierzchnią tablicy. Obserwujemy pozostawiony przez kredę ślad.
- Mocujemy do tablicy krążek w jego środku z przytwierdzoną do obwodu krążka kredą. Obracamy krążek i obserwujemy ślad.
- Mocujemy kredę w środku krążka i ponownie toczymy krążek po podstawie tablicy tak, by kreda była w ciągłym zetknięciu z powierzchnią tablicy. Obserwujemy pozostawiony przez kredę ślad.
- Próbujemy odpowiedzieć na pytanie, jaki ruch wykonuje w tym doświadczeniu kawałek kredy.

W układzie związanym z tablicą kreda pozostawia na tablicy ślad zwany cykloidą, a układzie związanym nieruchomo ze środkiem krążka kreda obraca się wokół krążka i wykreśla w tym przypadku koło. Kreda zamocowana w środku krążka pozostawia ślad będący linią prostą, równoległą do krawędzi tablicy.

W pierwszej części doświadczenia kreda wykonuje ruch złożony, uczestniczy równocześnie w ruchu postępowym i obrotowym.

U.7.01.2 Ruch ciał w polu grawitacyjnym

Cel ćwiczenia, opis

Badanie swobodnego spadku ciał i wpływu siły oporu powietrza na ruch ciał.

Niezbędne przedmioty i materiały

Pompa próżniowa, długa szklana (lub plastikowa) rura o długości około 1 m zakończona korkiem z zaworem, drobne przedmioty: piórko, koralik, metalowa kulka, korek itp., które znajdują się również w środku rury.

Przebieg ćwiczenia

- Bierzymy kilka drobnych przedmiotów i wypuszczamy z rąk z wysokości około 2 m. Obserwujemy ich ruch w czasie spadku na podłogę.
- Rurę z przedmiotami w środku obracamy tak, by zaobserwować ruch ciał w rurze w czasie swobodnego spadku. Ponawiamy kilkakrotnie obroty rury i za każdym razem obserwujemy spadające w niej ciała.
- Podłączamy rurę do pompy próżniowej i wypompowujemy z niej powietrze.
- Obracamy rurę kilkakrotnie i obserwujemy spadające ciała.

Obserwowane przedmioty spadają w powietrzu i w rurze z powietrzem z różnymi prędkościami i w różnym czasie spadają na podłogę. Po wypompowaniu powietrza z rury wszystkie ciała spadają jednocześnie.

Prędkość ciała spadającego swobodnie pod wpływem siły grawitacji $\vec{F} = m\vec{g}$ jest wprost proporcjonalna do czasu spadania, lecz w powietrzu, działa na nie również siła oporu zależna

od kształtu tego ciała, jego przekroju prostopadłego do kierunku ruchu oraz szybkości. Dlatego spadające w powietrzu ciała nie osiągają powierzchni podłogi jednocześnie.

U.7.01.3 Ruch wózka na równi

Cel ćwiczenia, opis

Badanie bezwładności ciał.

Niezbędne przedmioty i materiały

Równia pochyła, wózek, drewniane klocki, gumki recepturki.

Przebieg ćwiczenia

- Na wózku stawiamy klocek na jego boku, o najmniejszej powierzchni.
- Wózek ustawiamy na górze równi pochyłej i delikatnie puszczamy. Obserwujemy zachowanie klocka.
- Na dole, w poprzek równi ustawiamy drugi klocek przeszkodę.
- Ponownie puszczamy wózek z klockiem ze szczytu równi i obserwujemy zachowanie klocka.
- Przymocowujemy klocek do wózka przy pomocy gumek i powtarzamy doświadczenie ze zderzeniem z przeszkodą.

Klocek nie przewraca się i pozostaje nieruchomy względem wózka, a wraz z nim się porusza względem równi, jeśli na ich drodze nie ma żadnej przeszkody.

Jeśli wózek zderza się z przeszkodą nie przypięty to przewraca się w momencie zderzenia do przodu. Klocek przymocowany gumkami, nie spada z wózka.

Wynik opisanego doświadczenia pokazuje, jaką rolę pełnią pasy bezpieczeństwa w samochodzie i potwierdza naturalną tendencję do zachowania stanu, w jakim znajduje się ciało zwaną bezwładnością (inercją). Ciała spoczywające dążą do zachowania stanu spoczynku, natomiast poruszające się do zachowania ruchu bez zmiany wartości, kierunku i zwrotu prędkości.

U.7.01.3 Ruch wahadła na wózku

Cel ćwiczenia, opis

Pokazanie ruchu wahadła w układzie poruszającym się ruchem przyspieszonym prostoliniowo.

Niezbędne przedmioty i materiały

Wózek z zamocowanym statywem w postaci pręta o wysokości około 25 cm, metalowa kulka na sznurku (małe wahadło), bloczek, ciężarki, szalka, równia pochyła, cienki sznurek.

Przebieg ćwiczenia

- Na stole ustawiamy wózek z zawieszonym na statywie wahadłem.
- Do wózka przywiązujemy sznurek, a sznurek przeciągamy przez bloczek przymocowany do krawędzi stołu i obciążamy go szalką.
- Ustawiamy na szalce taką ilość odważników, by wózek poruszał się ruchem jednostajnym i obserwujemy zachowanie wahadła.
- Dokładamy na szalkę odważniki i pozwalamy wózkowi poruszać się ruchem jednostajnie przyspieszonym i w czasie ruchu wózka obserwujemy wahadło.
- Zwiększamy liczbę odważników, a tym samym przyspieszenie wózka i ponownie obserwujemy zachowanie wahadła.
- Ustawiamy wózek z wahadłem na równi pochyłej, nachylonej pod niewielkim kątem i obserwujemy wahadło podczas zjazdu wózka z równi.
- Powtarzamy doświadczenie kilkakrotnie, za każdym razem zwiększając kąt nachylenia równi i obserwujemy wahadło.

W czasie prostoliniowego, jednostajnego ruchu wózka wahadło nie odchyła się od pionu. Gdy wózek porusza się ruchem jednostajnie przyspieszonym obserwujemy, że wahadło odchyła się od pionu w stronę przeciwną do ruchu wózka. Z uwagi na przyspieszenie wózka na wahadło działa siła bezwładności $\vec{F}_b = -m\vec{a}$ zwrócona przeciwnie do wektora przyspieszenia wózka. Kulka wahadła odchyła się tym bardziej, im większe jest przyspieszenie wózka.

U.7.01.4 Ruch wahadła przy swobodnym spadku

Cel ćwiczenia, opis

Pokazanie ruchu wahadła i występowania sił bezwładności przy swobodnym spadku.

Niezbędne przedmioty i materiały

Wahadło matematyczne o długości około 30 cm zawieszona na desce, która może poruszać się wzdłuż metalowych drutów rozciągniętych pionowo (pomiędzy sufitem, a podłogą), duża płaska gąbka jako zabezpieczenie na podłodze, drabina.

 Uwaga! Czynności na wysokości. Zachowaj ostrożność. Zagrożenie upadkiem.

Przebieg ćwiczenia

- Deskę z wahadłem podnosimy wzdłuż drutów do góry używając w tym celu drabiny.
- Kulkę wahadła odchylamy od pionu, wprawiając wahadło w ruch i gdy kulka znajduje się w pozycji największego wychylenia, zwalniamy deskę, na której wisi wahadło. Obserwujemy wahadło w czasie spadku w dół.
- Ponownie podnosimy deskę z wahadłem w górę, powtarzamy doświadczenie, z tym, że teraz zwalniamy deskę, gdy wahadło przechodzi przez położenie równowagi. Obserwujemy wahadło w czasie spadku.

Gdy zwolnimy deskę w momencie gdy kulka znajduje się w pozycji największego wychylenia, to w czasie spadania deski wahadło nie zmienia swego położenia względem niej. W układzie związanym z deską siła ciężkości zwrócona pionowo w dół działająca na kulkę wahadła jest zrównoważona siłą bezwładności zwróconą pionowo w górę (przeciwnie do wektora przyspieszenia deski). Deska zaczęła spadać w chwili, gdy prędkość kulki względem deski była równa zero, wobec tego kulka nie zmienia swego położenia względem niej.

Jeśli zawieszenie deski zwalniamy w chwili, gdy kulka wahadła przechodzi przez położenie równowagi czyli ma prędkość liniową styczną do toru i o największej wartości, to w czasie spadania deski zatoczy ona koło względem punktu zawieszenia. W tym przypadku kulka nie poddana działaniu sił zewnętrznych będzie zachowywać swą prędkość początkową, zachowując się tak jak kulka na sznurku pchnięta wzdłuż stycznej do koła.


U.7.01.5 Spadek rozciągniętej sprężyny

Cel ćwiczenia, opis

Pokazanie zachowania rozciągniętej sprężyny i występowania sił bezwładności przy swobodnym spadku.

Niezbędne przedmioty i materiały

Spiralna sprężyna ze sprężystego drutu mosiężnego o grubości 2-3 mm, około 20 zwojach i średnicy zwoju około 15 cm, odważniki, duża płaska gąbka jako zabezpieczenie na podłodze, drabina.

 Uwaga! Czynności na wysokości. Zachowaj ostrożność. Zagrożenie upadkiem.

Przebieg ćwiczenia

- Podnosimy spiralę za jeden koniec i obserwujemy ułożenie zwojów.
- Spiralę podnosimy wysoko pod sufit używając w tym celu drabiny (można stanąć na ławce) i upuszczamy ją z góry obserwując w czasie spadku zwoje sprężyny.
- Doświadczenie możemy powtórzyć obciążając sprężynę obciążnikiem.

Jeśli podnosimy spiralę za jeden koniec, to pod ciężarem zwojów rozciąga się ona niejednakowo: zwoje górne, na które działa ciężar zwojów pozostałych, rozciągają się bardziej niż zwoje dolne. Gdy spirala opada w dół obserwujemy, że zwoje zbliżają się do siebie i w efekcie, równe odległości między nimi.

U.7.01.6 Jak spadają przedmioty?

Cel ćwiczenia, opis

Sprawdzenie zasady niezależności ruchów.

Niezbędne przedmioty i materiały

Przyrząd do demonstracji niezależności ruchów.

Przebieg ćwiczenia

- Lekko odginamy pionową, metalową, płaską sprężynę i wkładamy kulkę dociskając ją do pionowej listewki znajdującej się na drewnianej deseczce.
- Ustawiamy drugą kulkę na poziomej deseczce tak, aby dotykała z drugiej strony do sprężyny, którą w stanie wygiętym utrzymuje metalowy bolec wysuwany od tylnej strony deseczki.
- Usuwamy bolec i obserwujemy ruch kulek.

Gdy usuniemy bolec jedna z kulek będzie poruszać się ruchem złożonym po paraboli. W kierunku poziomym zostanie wyrzucona z prędkością początkową v , a jednocześnie w kierunku pionowym w dół będzie wykonywać ruch jednostajnie przyspieszony. Pokona przy tym dłuższą drogę. Druga kulka będzie spadać swobodnie ruchem prostym. Mimo to, czas przebycia przez kulki obu dróg będzie ten sam, gdyż stuk obu kulek o podłogę jest równoczesny. Równość czasów ruchu obu kulek świadczy o tym, że ruch drugiej kulki w dół nie został zakłócony jednoczesnym wykonywaniem przez nią ruchu w kierunku poziomym. Jest to potwierdzenie zasady niezależności ruchów.

U.7.01.7 Równoległobok przemieszczeń

Cel ćwiczenia, opis

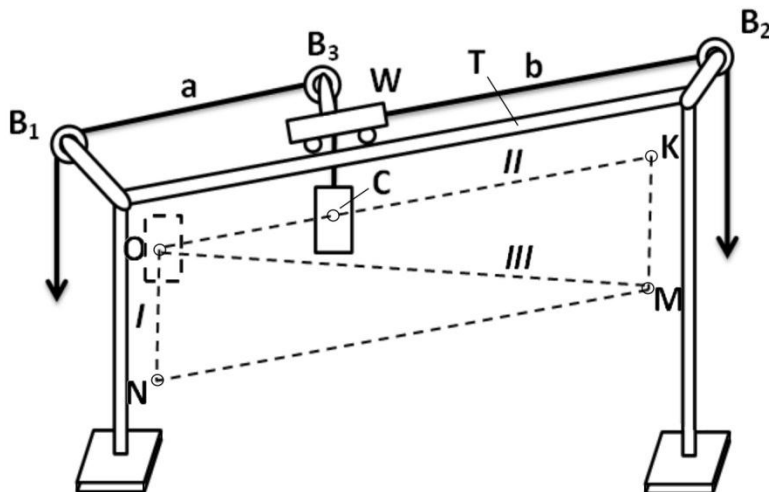
Składanie ruchów prostoliniowych. Sprawdzenie, że przemieszczenia dodają się do siebie według zasady równoległoboku.

Niezbędne przedmioty i materiały

Dwa wysokie statywy z nachylonym do poziomu torem, wózek, bloczki, mocny, cienki sznurek, ciężarek. Doświadczenie wykonuje dwóch uczniów.

Przebieg ćwiczenia

- Stawiamy dwa wysokie statywy w odległości około 100 cm od siebie i umieszczamy pomiędzy nimi nachylony pod pewnym kątem do poziomu tor T (rysunek).



- Na torze ustawiamy wózek W z bloczkiem B_3 , przez który przekładamy sznurek a z odważnikiem C. Drugi koniec sznurka przekładamy przez bloczek B_1 .
- Do wózka przywiązujemy sznurek b i przekładamy go przez bloczek B_2 .
- Umieszczamy wózek w najniższym miejscu toru i nie zmieniając położenia wózka pozwalamy ciężarkowi swobodnie opadać zwalniając powoli sznurek a trzymany w ręce. Obserwujemy ruch ciężarka.
- Powracamy z ciężarkiem do pozycji wyjściowej O ciągnąc go za sznurek przeciągnięty przez bloczek B_1 .
- Ciągniemy teraz powoli za sznurek b i obserwujemy ruch ciężarka, po czym sprowadzamy wózek ponownie do dolnej pozycji wyjściowej O.
- Teraz równocześnie ciągniemy sznurek b (jeden uczeń) i zwalniamy powoli sznurek a (drugi uczeń). Oba ruchy należy zgrać, aby była zachowana płynność ruchu ciężarka C. Obserwujemy tor ruchu ciężarka
- Zastanawiamy się, jakie ruchy jeszcze możemy wykonać w celu doprowadzenia ciężarka z dolnej pozycji wyjściowej O do pozycji końcowej M, czyli w jakiej kolejności trzeba poruszać sznurkami.

Ciągnąc za sznurek a pozwalamy ciężarkowi uczestniczyć w ruchu prostym po torze I, a ciągnąc za sznurek b w ruchu prostym po torze II (rysunek powyżej).

Złożony ruch ciężarka odbywa się po przekątnej prostokąta zbudowanego z przemieszczeń składowych (tor III).

Doświadczenie ułatwia zrozumienie wniosku wynikającego z zasady równoległoboku przemieszczeń, a pozwalającego ruch złożony traktować jako następstwo ruchów

składowych. Przez odpowiednie manipulowanie sznurkami a i b przeprowadzamy ciężarek raz po torach OK i KM, a drugi raz – po torach ON i NM. W jednym i drugim przypadku ciężarek przemieszcza się do tego samego punktu końcowego.

U.7.01.8 Paradoksalny ruch środka ciężkości

Cel ćwiczenia, opis

Pokazanie, jaki wpływ ma położenie środka ciężkości bryły na jej ruch.

Niezbędne przedmioty i materiały

Przyrząd do demonstracji paradoksalnego ruchu środka ciężkości (podwójny stożek, równia zbudowana z dwóch prętów nieznacznie nachylonych do poziomu i rozbieżnych; w miarę wznoszenia się ku górze ich odległość wzrasta).

Przebieg ćwiczenia

- Kładziemy stożek na górze równi i obserwujemy jego ruch.
- Kładziemy stożek na dole równi i obserwujemy jego ruch.

Stożek nie opada w dół równi tylko pozostaje w miejscu, w którym został położony. Położony na dole równi „wspina się” po niej do góry. Przy takim przemieszczaniu się stożka, wskutek powiększania się odległości między prętami, jego środek ciężkości obniża się.

Tytuł

U.7.02 Ruch jednostajny prostoliniowy

Cel ćwiczenia, opis

Badanie ruchu jednostajnego.

Wymagana wiedza ucznia

Ruch, spoczynek, czas, układ odniesienia, układ współrzędnych, tor, droga, przemieszczenie, szybkość, prędkość, stoper lub taktomierz.


U.7.02.1 Droga w ruchu jednostajnym

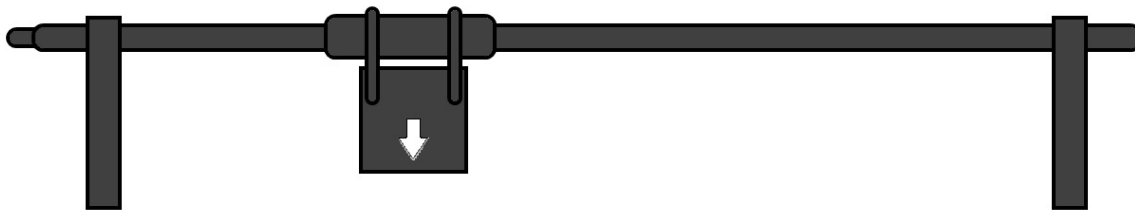
Cel ćwiczenia, opis

Badanie zależności drogi od czasu w ruchu jednostajnym prostoliniowym.

Niezbędne przedmioty i materiały

Tor powietrzny z wyposażeniem, dmuchawa do toru powietrznego, kroplomierz (lub strzykawka bez tłoczka z krótką igłą), zabarwiona woda, papierowa taśma, linijka, poziomnica, małe, płaskie naczynie.

 Dmuchawa do toru zasilana napięciem 230 V.

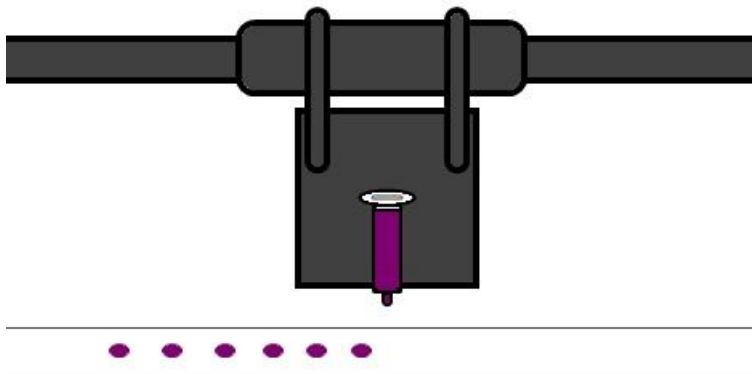


Przebieg ćwiczenia

- Ustawiamy tor powietrzny poziomo wykorzystując poziomnicę i łączymy z dmuchawą.
- Blisko jednego końca toru wieszamy wózek od toru powietrznego, a wzdłuż toru rozciągamy papierową taśmę.
- Do wózka przyczepiamy kroplomierz wypełniony zabarwioną wodą (pod kroplomierzem ustawiamy płaskie naczynie).
- W czasie, gdy wózek jest nieruchomy mierzymy kilkakrotnie odstęp czasu, jaki upływa pomiędzy kolejnymi kroplami oraz wyznaczamy jego wartość średnią (możemy również dopasować wahania taktomierza).
- Przytrzymujemy wózek ręką i włączamy dmuchawę.
- Puszczamy wózek, obserwujemy jego ruch i łapiemy go przy drugim końcu toru.
- Zmieniamy taśmę i trzykrotnie powtarzamy doświadczenie.
- Mierzymy odległości pomiędzy kroplami, a wyniki umieszczamy w tabeli.

- Obliczamy wartość średnią drogi przebytej w kolejnych przedziałach czasu dla każdej serii pomiarów.
- Sporządzamy wykres zależności drogi przebytej przez wózek w funkcji czasu.
- Określamy niepewności pomiaru czasu i drogi.

Numer pomiaru n	Czas t od początku ruchu w sekundach	Położenie x (mierzone od początku ruchu) w mm, $x = s$	Droga przebyta w kolejnych przedziałach czasu $\Delta s = x_n - x_{n-1}$ w mm
Seria I			
Seria II			



W ruchu jednostajnym prostoliniowym wózek w kolejnych przedziałach czasu przebywa jednakowe drogi.

U.7.02.2 Droga i szybkość w ruchu jednostajnym

Cel ćwiczenia, opis

Wyznaczenie wartości szybkości oraz narysowanie wykresu drogi od czasu.

Niezbędne przedmioty i materiały

Zestaw do badania ruchu jednostajnego (rurka z pęcherzykiem powietrza, linijka), flamaster, zegarek z sekundnikiem (stoper lub taktomierz).

Przebieg ćwiczenia

- Pochylamy rurkę i czekamy, aż pęcherzyk powietrza znajdzie się na jednym z jej końców.
- Ustawiamy rurkę pionowo tak, aby pęcherzyk znalazł się na dole.
- W jednakowych odstępach czasu (np. co 2 sekundy) zaznaczamy flamastrem na rurce położenie pęcherzyka (zawsze jego środek lub jeden z końców, zawsze ten sam).
- Obracamy rurkę i powtarzamy czynności kilkakrotnie (zaczynamy zawsze od tego samego końca), by jak najdokładniej zaznaczyć punkty na rurce.
- Przykładamy linijkę tak, by zero pokrywało się z pierwszym zaznaczonym punktem.
- Odczytujemy położenia x zaznaczonych punktów, a wyniki zapisujemy w tabeli.
- Wykonujemy obliczenia i uzupełniamy tabelę.

Numer pomiaru n	Czas t od początku ruchu w sekundach	Położenie x w mm	Droga przebyta w kolejnych przedziałach czasu $\Delta s = x_n - x_{n-1}$	Szybkość w kolejnych przedziałach czasu $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$
1				
2				

- Obliczamy szybkość średnią $v_{\text{sr}} = \frac{v_1 + \dots + v_n}{n}$.
- Obliczamy niepewność maksymalną ze wzoru $\Delta v = \frac{v_{\text{max}} - v_{\text{min}}}{2}$.
- Zapisujemy wynik: $v = v_{\text{sr}} \pm \Delta v$.
- Sporządzamy wykres $s(t)$.

Drogi przebyte przez pęcherzyk powietrza w jednakowych odstępach czasu są jednakowe (w granicach niepewności pomiarowych). Również szybkości w kolejnych przedziałach czasu są jednakowe. Naniesione na wykres punkty doświadczalne układają się w pobliżu prostej.

Tytuł

U.7.03 Ruch jednostajnie zmienny prostoliniowy

Cel ćwiczenia, opis

Badanie ruchu jednostajnie zmiennego.

Wymagana wiedza ucznia

Ruch, układ odniesienia, układ współrzędnych, droga, przemieszczenie, prędkość, przyspieszenie, siła wypadkowa, równia pochyła, tarcie.

U.7.03.1 Droga w ruchu jednostajnie przyspieszonym

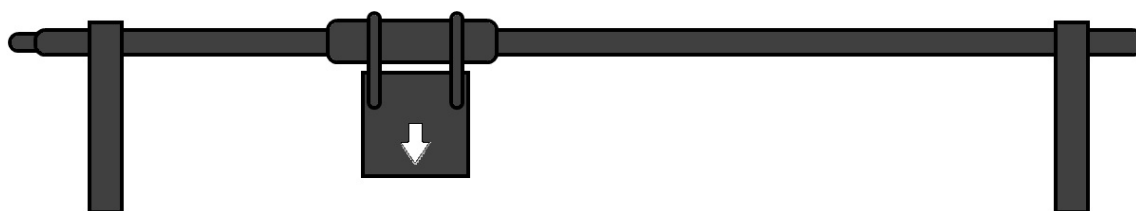
Cel ćwiczenia, opis

Badanie zależności drogi od czasu w ruchu jednostajnie przyspieszonym.

Niezbędne przedmioty i materiały

Tor powietrzny z wyposażeniem, dmuchawa do toru powietrznego, kroplomierz (lub strzykawka bez tłoczka z krótką igłą), zabarwiona woda, papierowa taśma, linijka, małe, płaskie naczynie, stoper lub taktomierz.

 Urządzenie zasilane napięciem 230 V.

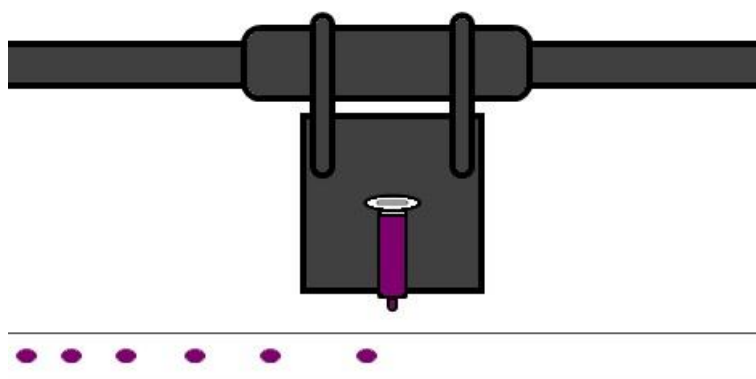


Przebieg ćwiczenia

- Ustawiamy tor powietrzny pod niewielkim kątem do poziomu i łączymy z dmuchawą.
- Blisko podniesionego końca toru wieszamy wózek od toru powietrznego, a wzdłuż toru rozciągamy papierową taśmę.

- Do wózka przyczepiamy kroplomierz wypełniony zabarwioną wodą (pod kroplomierzem ustawiamy płaskie naczynie).
- W czasie, gdy wózek jest nieruchomy mierzymy stoperem kilkakrotnie odstęp czasu, jaki upływa pomiędzy kolejnymi kroplami oraz wyznaczamy jego wartość średnią (możemy również dopasować drgania taktomierza).
- Przytrzymujemy wózek ręką i włączamy dmuchawę.
- Puszczamy wózek, obserwujemy jego ruch i łapiemy go przy drugim końcu toru.
- Zmieniamy taśmę i powtarzamy czynności dla innego kąta nachylenia toru powietrznego.
- Mierzymy odległości pomiędzy kroplami, a wyniki umieszczamy w tabeli.
- Sporządzamy wykresy zależności drogi przebytej przez wózek w funkcji czasu dla każdego kąta nachylenia.
- Określamy niepewności pomiaru czasu i drogi.

Czas t od początku ruchu w sekundach	Położenie x (mierzone od początku ruchu) w cm, $x = s$	Droga przebyta w kolejnych odstępach czasu Δs w cm



Wózek przebywa w kolejnych odstępach czasu coraz dłuższe drogi. Droga przebyta ruchem jednostajnie przyspieszonym jest kwadratową funkcją czasu, a jej wykresem jest jedna gałąź paraboli (bo $t > 0$).

U.7.03.2 Ruch jednostajnie przyspieszony a II zasada dynamiki

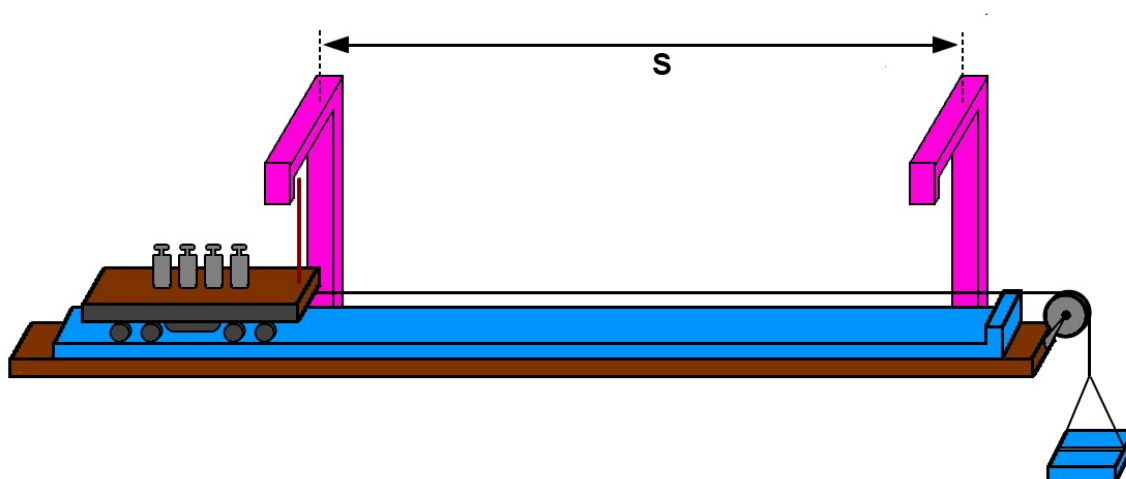
Cel ćwiczenia, opis

Sprawdzenie II zasady dynamiki.

Niezbędne przedmioty i materiały

Zestaw do mechaniki (ciężki wózek na łożyskach tocznych z zestawu do mechaniki z metalowym pionowym bolcem lub paskiem kartonu, gładki tor, bloczek, sznurek o długości około 2 m, kilka odważników o masie 50 g lub 100 g, zestaw odważników) lub tor powietrzny z wózkiem, czasomierze elektroniczne z fotobramkami, przymiar metrowy, szalka z zestawu do mechaniki, waga, czarny karton, poziomnica.

⚠ Urządzenie zasilane napięciem 230 V.



Przebieg ćwiczenia

- I. Wyznaczenie zależności wartości przyspieszenia z jakim porusza się układ o stałej masie od wartości siły, która ten ruch powoduje i sprawdzenie, czy wartość przyspieszenia z jakim porusza się układ jest wprost proporcjonalna do wartości siły będącej przyczyną ruchu.
 - Poziomujemy tor ruchu wózka, tak by ustawiony na nim wózek pozostawał w spoczynku.
 - Przywiązujemy do wózka jeden koniec sznurka, a drugi przeciągamy przez bloczek.
 - Do zwisającego końca sznurka przywiązujemy szalkę (można ją zastąpić jednym z odważników z haczykiem).

- Na wózku ustawiamy kilka odważników.
- Na szalce umieszczamy odważnik z zestawu i sprawdzamy czy lekko popchnięty wózek porusza się ruchem jednostajnym (wówczas jego ciężar równoważy opory ruchu związane głównie z tarciem: tocznym wózka o podłoże, w łożyskach kół, w obracającym się boczku).
- Określamy i mierzymy długość drogi, po której będzie poruszał się wózek i ustawiamy fotobramki; pierwszą tuż przed bolcem (lub przyklejonym do wózka kartonem), a drugą na końcu wyznaczonego odcinka drogi.
- Przytrzymujemy wózek i jeden z odważników umieszczonych na nim przekładamy na szalkę (druga osoba).
- Włączamy czasomierze, puszczaemy wózek, i mierzymy czas, w którym wózek przebywa wyznaczoną drogę.
- Zapisujemy w tabeli masę m_s przeniesionego odważnika i zmierzony czas.
- Przekładamy kolejno odważniki i za każdym razem mierzymy czas, w którym wózek porusza się na zaznaczonej drodze. Za każdym razem zapisujemy w tabeli sumaryczną masę położonych odważników i zmierzony czas ruchu.

Nr pomiaru	Droga s w m	Czas t w s	Przyspieszenie $a = \frac{2s}{t^2}$	Masa odważników m_s w kg	Siła $F = m_s g$ w N	$\frac{a}{F}$ w 1/kg

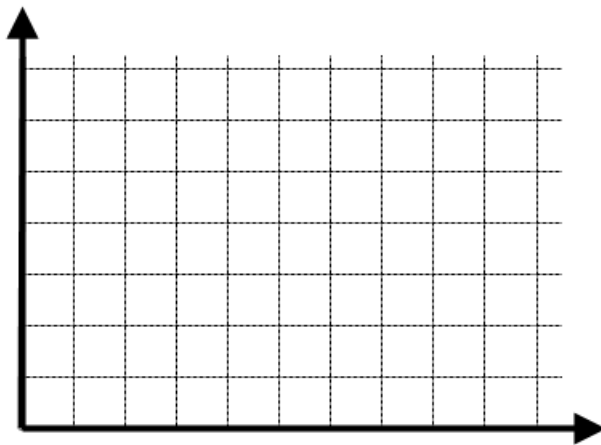
- Dla każdego z pomiarów obliczamy wartość przyspieszenia $a = \frac{2s}{t^2}$.
- Określamy niepewności pomiarowe Δs , Δt przyjmując za wartości niepewności wartość działki elementarnej użytego przymiaru i dokładność czasomierza elektronicznego.
- Szacujemy niepewność Δa metodą NKP

$$\Delta a = \frac{a_{max} - a_{min}}{2} = \frac{1}{2} \left[\frac{2(s + \Delta s)}{(t - \Delta t)^2} - \frac{2(s - \Delta s)}{(t + \Delta t)^2} \right]$$

lub UML

$$\frac{\Delta a}{a} = \frac{\Delta s}{s} + s \frac{\Delta t}{t}, \text{ a stąd } \Delta a = a \left(\frac{\Delta s}{s} + s \frac{\Delta t}{t} \right).$$

- Obliczamy wartość siły $F = m_s g$, gdzie g oznacza wartość przyspieszenia ziemskiego.
- Obliczamy niepewność ΔF metodą NKP lub UML, przyjmując, że wartość g znamy dokładnie.
- Dla każdego z wykonanych pomiarów obliczamy wartość ilorazu $\frac{a}{F}$ i porównujemy te wartości.
- Obliczamy wartość średnią otrzymanych ilorazów.
- Obliczamy niepewność $\Delta \frac{a}{F}$.
- Wartości a oraz F wraz z prostokątami niepewności przedstawiamy w układzie współrzędnych a, F i do otrzymanych punktów dopasowujemy graficznie prostą.



II. Wyznaczenie współczynnika proporcjonalności między wartością przyspieszenia z jakim porusza się układ, a wartością siły będącej przyczyną ruchu.

- Wyznaczamy całkowitą masę m układu ważąc razem wózek, szalkę, sznurek, odważniki z wózka i szalki.
- Porównujemy całkowitą masę układu i obliczamy wartość $\frac{1}{m}$ z wartością średnią ilorazu $\frac{a}{F} = \bar{c}$.
- Określamy na podstawie narysowanego wykresu $a(F)$ współczynnik kierunkowy dopasowanej prostej i porównujemy z wartością obliczonego $\frac{1}{m}$.

W opisanym doświadczeniu początkowo wózek spoczywa względem stołu. Zdjęcie odważnika z wózka i zawieszenie go na nici, nie zmienia masy układu (wózek, odważniki, nić z szalką). Ciężar \vec{F} przełożonych z wózka odważników stanowi siłę, pod wpływem której układ porusza się.

Jeśli doświadczenie zostało wykonane starannie, otrzymane wartości ilorazu $\frac{a}{F}$ dla poszczególnych pomiarów są w ramach niepewności jednakowe (różnica dowolnych dwóch wartości jest nie większa niż suma ich niepewności).

Możemy więc powiedzieć, że stosunek wartości przyspieszenia do wartości siły, pod działaniem której układ się porusza jest stały: $\frac{a}{F} = const = c$, czyli $a \sim F$, a $\frac{a}{F} = \bar{c}$.

Narysowana prosta dobrze opisuje zależność wartości przyspieszenia od wartości siły będącej przyczyną ruchu, a współczynnik kierunkowy dopasowanej prostej równy jest w ramach niepewności pomiarowych wartości $\frac{1}{m}$ oraz $\bar{c} = \frac{1}{m}$.

Wynik doświadczenia pokazuje, że przyspieszenie a , z jakim porusza się układ jest wprost proporcjonalne do wartości siły, która ruch ten powoduje, a współczynnik proporcjonalności równy jest odwrotności masy ciała (układu).

$$a = \frac{1}{m} F.$$

Tytuł

U.7.04 Ruchy krzywoliniowe

Cel ćwiczenia, opis

Badanie ruchu jednostajnego po okręgu i innych ruchów krzywoliniowych oraz wyznaczenie wielkości z nimi związanych.

Wymagana wiedza ucznia

Ruch krzywoliniowy, ruch jednostajny po okręgu, okres i częstotliwość ruchu, przyspieszenie dośrodkowe, siła dośrodkowa, prędkość kątowna, rzut poziomy, rzut ukośny, składanie ruchów.


U.7.04.1 Ruch jednostajny po okręgu

Cel ćwiczenia, opis

Badanie ruchu jednostajnego po okręgu. Wyznaczenie okresu ruchu oraz wartości siły dośrodkowej.

Niezbędne przedmioty i materiały

Przyrząd do badania ruchu jednostajnego po okręgu (lub plastikowa, metalowa lub szklana rurka o długości około 20 cm, kawałek cienkiego, mocnego sznurka o długości około 1 m, kulka plasteliny o średnicy 3-4 cm, mały spinacz biurowy), linijka, stoper, siłomierze o zakresach (0-3) N i (0-10) N, szpileczka lub kawałek kolorowej wstążeczki.

 Możliwość uderzenia się. Zachowaj szczególną ostrożność podczas obrotów.

Przebieg ćwiczenia

Doświadczenie wykonuje dwóch uczniów.

Przygotowanie przyrządu:

- Przewlekamy sznurek przez rurkę.
- Na jednym końcu sznurka przywiązujemy spinacz i wokół niego formujemy kulkę z plasteliny. Na drugim końcu sznurka robimy pętelkę.

Wykonanie doświadczenia:

- Za pomocą siłomierza mierzymy wartość ciężaru F_c kulki, a na tej podstawie obliczamy jej masę ($m = F_c / g$).
- Ustalamy promień okręgu r_1 , po którym będzie poruszać się kulka.
- Na sznurku przy dolnym końcu rurki zawiązujemy wstążeczkę lub wbijamy poziomo szpilkę w celu ustalenia długości promienia i mierzymy linijką r_1 (druga osoba).
- Do dolnej pętli sznurka zaczepiamy siłomierz i trzymając jedną ręką siłomierz, a drugą rurkę, wprawiamy kulkę w ruch jednostajny po okręgu.
- Odczytujemy wartość siły dośrodkowej $F_{d\acute{s}w}$, wskazywaną przez siłomierz.
- Wyniki wpisujemy do tabeli.
- Mierzymy czas $t_{1,1}$ trwania 10 obiegów (druga osoba).
- Wyznaczamy okres $T_{1,1} = t_{1,1} / 10$ i częstotliwość ruchu $\nu_{1,1} = 1 / T_{1,1}$.

- Nie zmieniając promienia okręgu, zmieniamy częstotliwość i ponownie mierzymy wartość siły dośrodkowej i czas $t_{1,2}$ trwania 10 obiegów.
- Doświadczenie (obie serie pomiarów) powtarzamy dla innego promienia okręgu r_2 . Staramy się by okresy ruchów były takie same, ale nie jest to warunek konieczny.

Promień okręgu r (m)	Czas t trwania 10 obiegów (s)	Okres T (s)	Siła dośrodkowa (N)	
			Zmierzona $F_{d\dot{s}w}$	Obliczona F_{obl}
r_1	$t_{1,1}$	$T_{1,1}$		
	$t_{1,2}$	$T_{1,2}$		
r_2	$t_{2,1}$	$T_{2,1}$		
	$t_{2,2}$	$T_{2,2}$		

- Obliczamy wartości siły dośrodkowej dla kolejnych wartości okresu T ze wzoru

$$F_{obl} = \frac{4\pi^2 mr}{T^2}.$$

- Określamy niepewności pomiarowe: Δr , ΔT , ΔF , Δm .
- Wyznaczamy niepewność F_{obl} metodą NKP

$$\Delta F_{obl} = 2\pi^2 \left[\frac{(m+\Delta m)(r+\Delta r)}{(T-\Delta T)^2} - \frac{(m-\Delta m)(r-\Delta r)}{(T+\Delta T)^2} \right]$$

lub UML

$$\frac{\Delta F}{F_{obl}} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta r}{r} + 2 \frac{\Delta T}{T}.$$

- Porównujemy wartości obliczone z wartościami zmierzonymi w poszczególnych przypadkach.
- Dyskutujemy, czy wartości obliczone mieszczą się w granicach niepewności wartości zmierzonych siłomierzem i co jest przyczyną ewentualnych rozbieżności wyników.

Czas jednego pełnego obrotu nazywamy okresem ruchu T (jednostką jest 1 s). Wielkość określającą ilość obiegów w jednostce czasu nazywamy częstotliwością i wyrażamy ją w hercach ($1 \text{ Hz} = 1 \text{ 1/s}$): $\nu = \frac{1}{T}$. Wartość przyspieszenia dośrodkowego ciała jest stała i

wprost proporcjonalna do kwadratu jego szybkości. Przyspieszenie jest wynikiem działania siły dośrodkowej $F_r = ma_r = m \frac{v^2}{R}$.

U.7.04.2 Rzut poziomy

Cel ćwiczenia, opis

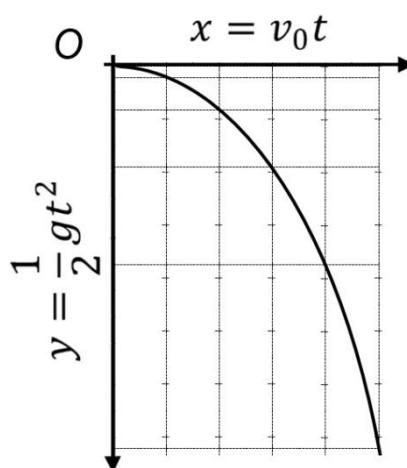
Badanie ruchu ciała rzuconego z pewnej wysokości w kierunku poziomym oraz sprawdzenie, że torem ruchu jest parabola. Wyznaczenie wartości prędkości początkowej w kierunku poziomym. Sprawdzenie zasady niezależności ruchów.

Kulce znajdującej się na wysokości H nad podłogą nadajemy prędkość początkową w kierunku poziomym o wartości v_0 . Kulka porusza się jednocześnie dwoma ruchami. W kierunku poziomym ruchem jednostajnym z prędkością \vec{v}_0 – zgodnie z pierwszą zasadą dynamiki – gdyż w tym kierunku nie działa na nią żadna siła. W kierunku pionowym kulka spada swobodnie, ponieważ działa na nią siła ciężkości. W każdej chwili ruchu kulka ma dwie prędkości: poziomą \vec{v}_0 i pionową $\vec{g}t$, których wypadkową możemy obliczyć korzystając z twierdzenia Pitagorasa: $v_t = \sqrt{v_0^2 + (gt)^2}$.

Kierunek wektora prędkości v_t , tworzy z poziomem kąt α , którego tangens wynosi $\tan \alpha = \frac{gt}{v_0}$. Jak widzimy z tego wzoru, w miarę upływu czasu rośnie wartość funkcji tangens, a tym samym kąt α . Zmienia się wartość i kierunek prędkości, a to znaczy, że ruch odbywa się po linii krzywej, którą jest gałąź paraboli.

Droga przebyta w czasie t w kierunku poziomym $x = v_0 t$, a w kierunku pionowym $y = \frac{1}{2} g t^2$. Jeśli w ruchu poziomym czas t wyrazimy w zależności od drogi x oraz prędkości v_0 , to droga w kierunku pionowym $y = \frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2}$. Krzywa będąca obrazem graficznym takiego równania jest parabolą.

W doświadczeniu postaramy się właśnie pokazać, że tor pocisku jest parabolą. W tym celu będziemy mierzyli drogę x w kierunku poziomym i odpowiadającą jej drogę y w kierunku pionowym, tworząc iloraz $\frac{x^2}{y}$. Iloraz ten, w myśl ostatniego równania $\frac{x^2}{y} = \frac{2v_0^2}{g}$ powinien być wielkością stałą (stałe g i v_0).



Niezbędne przedmioty i materiały

Przyrząd do badania rzutu poziomego – pistolet osadzony na statywie, stalowe i drewniane kule, pionowy ekran (tablicę), kreda lub węgiel, przymiar metrowy, kartka w formacie A1 białego lub szarego papieru, flamaster, magnesy lub taśma klejąca.

 Możliwość uderzenia. Zachowaj szczególną ostrożność podczas strzałów z pistoletu.

Przebieg ćwiczenia

- Przed pistoletem ustawiamy tablicę z przymocowaną do niej kartką papieru.
- Zaznaczamy na kartce poziomą linią wysokość, na której znajduje się pistolet (poziom zerowy).
- Odsuwamy tablicę na odległość 30 cm od pistoletu i strzelamy do niej kulą posmarowaną węglem lub kredą. Zaznaczamy, to miejsce flamastrem.
- Nie zmieniając ustawienia pistoletu umieszczamy ekran kolejno w odległościach $x = 40, 50, 60$ cm (dopóki kulka nie zbliży się do powierzchni podłogi) i za każdym razem strzelamy w tablicę. Zaznaczamy ślady flamastrem.
- Mierzmy odległość y od zaznaczonego poziomu, czyli od zera, dla każdego zaznaczonego śladu, czyli dla każdej odległości ekranu od pistoletu. Wyniki umieszczamy w tabeli.

x w cm	y w cm	x^2	$\frac{x^2}{y}$	Wartość średnia $\frac{x^2}{y}$
30				
40				
50				
60				
70				
80				
...				

- Obliczamy wielkości potrzebne do uzupełnienia tabeli i wartość średnią z wyników w kolumnie $\frac{x^2}{y}$.
- Korzystając z zależności $\frac{x^2}{y} = \frac{2v_0^2}{g}$ obliczamy wartość v_0 .
- Określamy niepewności pomiarowe i dyskutujemy, co miało wpływ na wyniki pomiarów.

U.7.04.3 Rzut ukośny

Cel ćwiczenia, opis

Pokazanie ruchu ciała, któremu nadano prędkość początkową pod pewnym kątem do poziomu. Zbadanie co ma wpływ na zasięg rzutu i maksymalną wysokość w rzucie.

W celu zademonstrowania rzutu ukośnego posłużymy się pistoletem do rzutów, z którego będziemy strzelać różnymi kulkami. Kulkom będziemy nadawać prędkość początkową \vec{v}_0 , pod kątem α do poziomu.

Jeśli prędkość początkową kulki rozłożymy na składowe w kierunkach poziomym i pionowym, to możemy przyjąć, że kulka porusza się równocześnie dwoma ruchami w dwóch kierunkach. Wzdłuż osi x kulka ma prędkość \vec{v}_{0x} , i z tą prędkością oddala się z miejsca wyrzucenia ruchem jednostajnym, gdyż w tym kierunku nie działa żadna siła. Równocześnie porusza się pionowo rzutem pionowym do góry z prędkością początkową \vec{v}_{0y} . Złożenie obu ruchów pozwala obliczyć wielkości opisujące rzut ukośny. Zasięg rzutu x_{max} jest drogą przebytą w czasie, w którym ciało wznosi się w pionie na maksymalną wysokość H i spada, z powrotem na ten sam poziom. Wiemy, że w rzucie pionowym w górę, czas wznoszenia jest równy czasowi spadania $t_s = t_w$, tak więc czas rzutu ukośnego wynosi $2t_s$. Czas spadania swobodnego jest równy $t_s = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$, wobec tego zasięg rzutu x_{max} wynosi $x_{max} = v_{0x} 2t_s = v_0 \cos \alpha \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{2v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$. Maksymalną wysokość, na jaką wzniesie się ciało, obliczamy z zasady zachowania energii $mgH = \frac{mv_{0y}^2}{2}$, skąd $H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$.

Niezbędne przedmioty i materiały

Przyrząd do badania rzutu ukośnego – pistolet osadzony na statywie, dwie stalowe kule o różnych masach, drewniana kula, pionowy ekran (tablica), kreda (węgiel), przymiar metrowy, flamaster, kartka papieru.

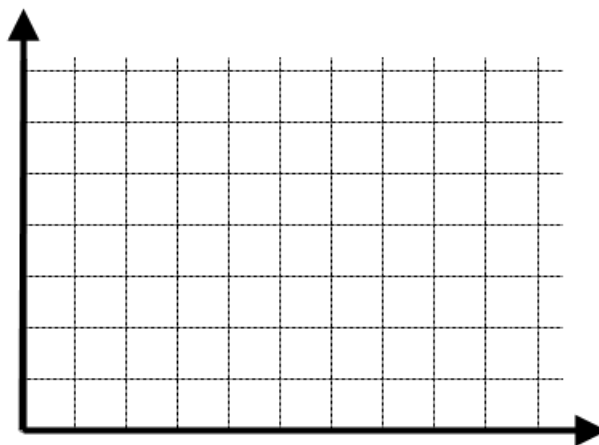
-  Możliwość uderzenia. Zachowaj szczególną ostrożność podczas strzałów z pistoletu.

Przebieg ćwiczenia

- Przed pistoletem ustawiamy tablicę ścierną (lub tablicę z przymocowaną do niej kartką papieru).
- Ustawiamy pistolet pod kątem 15^0 , który jest jednocześnie kątem prędkości początkowej \vec{v}_0 od poziomu.
- Zaznaczamy na kartce poziomą linią wysokość, na której znajduje się wylot lufy pistoletu (poziom zerowy).
- Odsuwamy tablicę na odległość 10-20 cm od pistoletu i strzelamy do niej kulą stalową posmarowaną węglem lub kredą. Zaznaczamy, to miejsce flamastrem i stawiamy liczbę porządkową 1.
- Nie zmieniając kąta ustawienia pistoletu umieszczamy ekran kolejno w odległościach $x = 30, 40, 50, 60$ cm (dopóki kulka nie zbliży się do powierzchni podłogi) i za każdym razem strzelamy w tablicę. Zaznaczamy ślady flamastrem i przypisujemy punktom kolejne liczby porządkowe.
- Strzelamy raz jeszcze i określamy zasięg rzutu x_{max} .
- Mierzymy odległość y od zaznaczonego poziomu, czyli od zera, dla każdego zaznaczonego śladu, czyli dla każdej odległości ekranu od pistoletu. Wyniki umieszczamy w tabeli.

x w cm	y w cm				
	15^0	30^0	45^0	60^0	75^0
10					
20					
30					
40					
50					
60					
70					
...					
x_{max}					
H					

- Powtarzamy czynności zmieniając kąt ustawienia pistoletu.
- Rysujemy wykresy $y(x)$ na jednym układzie współrzędnych.
- Na podstawie narysowanych wykresów szacujemy maksymalną wysokość wznoszenia dla każdego kąta pod którym ustawiony był pistolet.



- Ustawiamy kąt na 45° i powtarzamy doświadczenie dla trzech różnych kul. Wyniki wpisujemy do tabeli.

x w cm	y w cm		
	Kulka	Kulka	Kulka
10			
20			
x_{max}			
H			

- Rysujemy wykresy $y(x)$ na jednym układzie współrzędnych dla każdej z kulek.
- Na podstawie narysowanych wykresów szacujemy maksymalną wysokość wznoszenia dla każdej kulki.
- Odpowiadamy na pytanie, od czego zależy zasięg rzutu i wysokość wznoszenia oraz dla jakiego kąta zasięg rzutu jest największy.
- Określamy niepewności pomiarowe i dyskutujemy, co miało wpływ na wyniki pomiarów.

Tytuł

U.7.05 Ruch drgający*Cel ćwiczenia, opis*

Poznanie wielkości opisujących ruch drgający.

Wymagana wiedza ucznia

Ruch drgający, amplituda, okres, częstotliwość, drgania wymuszone i rezonansowe, wahadło matematyczne, wahadło fizyczne, oscylator harmoniczny.

U.7.05.1 Ruch harmoniczny. Wahadło matematyczne*Cel ćwiczenia, opis*

Wyznaczanie przyspieszenia ziemskiego za pomocą wahadła matematycznego.

Wahadłem matematycznym nazywamy ciało o masie m i o niezmiernie małej objętości (czyli punkt materialny), zawieszone na nieważkiej i nierozciągliwej nici o długości l . W praktyce za wahadło matematyczne możemy uznać ciało, którego wymiary liniowe są znacznie mniejsze od długości nici.

W położeniu równowagi ciężar ciała $m\vec{g}$ zrównoważony jest siłą reakcji nici \vec{F}_R . Jeśli ciało wychylimy z położenia równowagi, te dwie siły już się nie równoważą, a ich wypadkowa \vec{F} powoduje ruch w stronę położenia równowagi. Wartość siły wypadkowej możemy znaleźć porównując trójkąt sił i trójkąt utworzony przez odchyloną o kąt α od pionu nić. Kąty o ramionach odpowiednio równoległych są równe, zatem

$$\frac{F}{mg} = \sin \alpha, \text{ a stąd } F = mg \sin \alpha.$$

Jeśli założymy, że $\sin \alpha \approx \alpha$ (w radianach) dla małych kątów, wtedy $F = mg\alpha$, ale $\alpha = \frac{x}{l}$ (miara łukowa kąta), więc wartość siły $F = mg \frac{x}{l} = \frac{mg}{l}x$.

Jeśli przyjmiemy, że siła \vec{F} jest zwrócona w stronę położenia równowagi, w lewo, więc jej współrzędna F_x jest ujemna $F_x = -F = -\frac{mg}{l}x$. Cały ułamek $\frac{mg}{l}$ jest stały, bo nić jest z założenia nierozciągliwa. Zatem ruch wahadła jest ruchem harmonicznym, przy czym

$$\frac{mg}{l} = k. \text{ Teraz możemy łatwo wyliczyć okres drgań takiego wahadła } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}, T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Przy dużych kątach wychylenia wahadło matematyczne nie porusza się ruchem harmonicznym, gdyż $\sin \alpha \neq \alpha$.

Niezbędne przedmioty i materiały

Zestaw z wahadłem matematycznym, stoper, przymiar metrowy.

Przebieg ćwiczenia

- Mierzmy długość nici wahadła od środka kulki do punktu zawieszenia.
- Odchylamy kulkę od położenia równowagi o kąt nie większy niż 5 stopni.
- Puszczamy wahadło i w momencie powrotu do punktu, z którego wahadło startowało włączamy stoper i jednocześnie rozpoczynamy liczenie od zera.
- Mierzmy czas trwania 100 okresów wahadła.
- Pomiar powtarzamy trzykrotnie.
- Doświadczenie powtarzamy dla innego kąta wychylenia i innej długości nici.
- Wyniki zapisujemy w tabeli.

Długość wahadła w mm	Kąt wychylenia wahadła	Czas trwania 100 pełnych wahaniec w s	Okres w s	Średnia wartość T w s	Stosunek l/T^2	Średnia wartość l/T^2	Przyspieszenie ziemskie g
		t ₁₁ =					
		t ₁₂ =					
		t ₁₃ =					
		t ₂₁ =					
		t ₂₂ =					
		t ₂₃ =					
		t ₃₁ =					
		t ₃₂ =					
		t ₃₃ =					

- Przeprowadzamy obliczenia w celu uzupełnienia tabeli i obliczamy wartość g ze wzoru $g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$.
- Określamy niepewności pomiarowe Δl i ΔT .
- Szacujemy niepewność pomiaru metodą NKP lub UML.

Jedną z łatwiejszych metod wyznaczenia wartości przyspieszenia ziemskiego jest pomiar g w oparciu o prawa ruchu wahadła prostego. Mierząc długość wahadła oraz wyznaczając jego okres możemy wyliczyć wartość g .

U.7.05.2 Oscylator harmoniczny

Cel ćwiczenia, opis

Badanie drgań własnych układu złożonego ze sprężyny i obciążnika. Badanie zależności okresu drgań oscylatora od obciążenia i sporządzenie wykresu $T(m)$. Badanie zależności amplitudy drgań od czasu trwania ruchu, dla stałej masy. Praktyczne zapoznanie się z ruchem harmonicznym prostym i tłumionym i wyznaczanie podstawowych parametrów tego ruchu.

Okres ruchu drgającego ciała zawieszzonego na sprężynie jest wprost proporcjonalny do pierwiastka kwadratowego z jego masy i opisany wzorem $T = 2\pi\sqrt{\frac{m_{o+sz} + \frac{1}{3}m_{spr}}{k}}$. Zgodnie z

tym dla danej sprężyny stosunek $\frac{T^2}{m_{o+sz} + \frac{1}{3}m_{spr}} = \frac{4\pi^2}{k} = const.$

Możemy również napisać, że $T^2 = \frac{4\pi^2}{k} \left(m_{o+sz} + \frac{1}{3} m_{spr} \right)$, a stąd

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{k} m_{o+sz} + \frac{4\pi^2}{3k} m_{spr},$$

gdzie:

m_{o+sz} – masa odważnika i szalki,


m_{spr} – masa sprężyny,

k – współczynnik sprężystości sprężyny.

Powyższe równanie ma postać równania prostej w postaci $T^2 = am + b$, skąd możemy obliczyć k i m_{spr} na podstawie wzorów: $a = \frac{4\pi^2}{k}$ i $b = \frac{4\pi^2}{3k}$. Współczynniki a i b można wyliczyć na podstawie zebranych w tabeli danych metodą regresji liniowej lub na podstawie otrzymanego wykresu pamiętając, że tangens kąta nachylenia otrzymanej prostej równy jest współczynnikowi a , zaś wartość b określa punkt przecięcia prostej z osią Y .

Niezbędne przedmioty i materiały

Sprężyna, odważniki o masie 0,25 kg, przymiar, stoper. Masa szalki m_{sz} wynosi 0,30 kg.

 Ciężkie odważniki i sprężyna. Zachowaj ostrożność w czasie ruchu wahadła i nakładania odważników.

Przebieg ćwiczenia

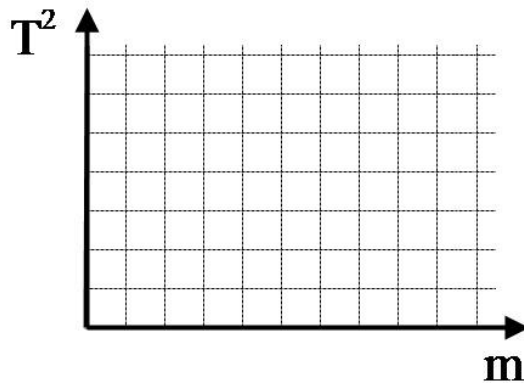
- Obciążamy szalkę odważnikiem o masie 0,25 kg i mierzymy stoperem czas trwania 20 drgań oscylatora. Stoper włączamy w momencie przejścia szalki przez położenie równowagi i dalej liczymy w momencie kolejnych przejść wahadła przez ten punkt.
- Pomiar powtarzamy trzykrotnie.
- Dokładamy kolejne odważniki aż do 3 kg i wyznaczamy dla każdego obciążenia czas trwania 20 drgań oscylatora.
- Wyniki zapisujemy w tabeli.

Masa odważnika m_o w kg	Czas trwania 20 okresów $t_i = 20 T$ w s			t_{sr}	T	T^2	k	m_s
	t_1	t_2	t_3					
0,25								
0,50								
0,75								

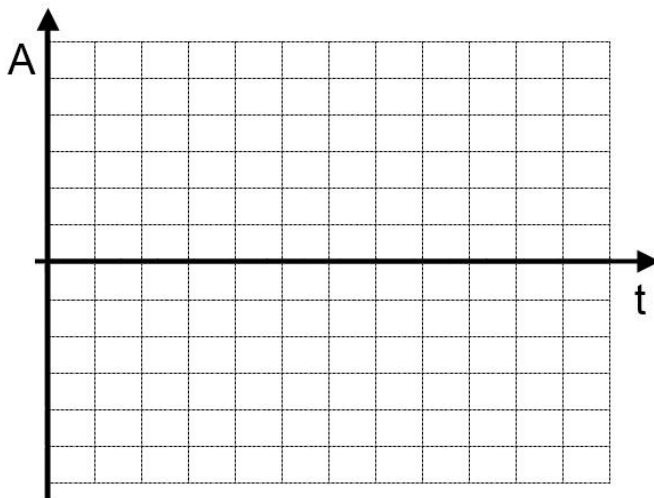
- W celu zbadania zależności amplitudy drgań od czasu trwania ruchu, dla stałej masy obciążamy szalkę masą $m_o = 2$ kg i mierzymy amplitudę drgań A od czasu $t = 0$ do 20 min. Wartości t i A rejestrujemy co 20 s w przedziale 0 - 3 min., pozostałe pomiary odczytujemy co 1 min. Amplituda początkowa A_0 powinna wynosić w przybliżeniu 10 cm. Pomiary zapisujemy w tabeli.

Lp.	Czas t w s	Amplituda A w cm

- Obliczamy wartości t_{sr} , T i T^2 w tabeli w celu narysowania wykresu.
- Sporządzamy wykres $T^2 = f(m)$. Uwzględniamy masę szalki ($m = m_{o+sz}$).



- Wiedząc, że zależność na wykresie opisana jest równaniem $T^2 = am + b$ obliczamy na podstawie wykresu współczynniki kierunkowe prostej (a i b). Bardziej zaawansowani mogą na podstawie danych z tabeli, wyznaczyć współczynniki a i b metodą regresji liniowej (można obliczenia wykonać, z użyciem gotowych formuł, na kalkulatorze).
- Znając wartość współczynnika a obliczamy stałą k sprężyny i uzupełniamy tabelę.
- Znając wartość współczynnika b i stałą k obliczamy masę efektywną sprężyny m_s i uzupełniamy tabelę.
- Sporządzamy wykres $A = f(t)$.



- Określamy niepewności pomiarowe.

Tytuł

U.7.06 Ruchy bryły

Cel ćwiczenia, opis

Poznanie wielkości opisujących ruch postępowy i obrotowy bryły i bryły sztywnej.

Wymagana wiedza ucznia

Bryła sztywna, środek ciężkości, moment bezwładności, moment siły, wahadło fizyczne, wahadło rewersyjne, zasady dynamiki dla ruchu obrotowego, twierdzenie Steinera.

U.7.06.1 Wahadło fizyczne

Cel ćwiczenia, opis

Wyznaczenie przyspieszenia ziemskiego za pomocą wahadła rewersyjnego i poznanie wielkości opisujących ruch obrotowy bryły sztywnej.

Wahadłem fizycznym nazywamy dowolną bryłę sztywną zawieszoną na poziomej osi nie przechodzącej przez jej środek masy. Jeżeli bryłę taką odchylimy od położenia równowagi o niewielki kąt, to poruszać się będzie ruchem wahadłowym, harmonicznym o pewnym okresie T , przy czym siłą decydującą o ruchu będzie ciężar wahadła przyłożony do jego środka ciężkości. Ruch wahadłowy bryły możemy uważać za szczególny przypadek ruchu obrotowego zmiennego według praw ruchu harmonicznego.

Dla wahadła fizycznego stosuje się taki sam wzór na okres wahań jak dla wahadła matematycznego $T = 2\pi\sqrt{\frac{l_0}{g}}$, z tą różnicą, że l_0 we wzorze oznacza długość wahadła matematycznego, które jest zsynchronizowane w czasie z wahadłem fizycznym. Jest to tzw. długość zredukowana.

Wahadło rewersyjne to specjalnie skonstruowane wahadło fizyczne, które pozwala na dokładny pomiar l_0 .

Możemy udowodnić, że jeżeli w wahadle fizycznym środek wahań A uczynimy osią obrotu, to punkt O , czyli poprzednia oś obrotu, stanie się obecnie środkiem wahań, to okresy drgań w obu przypadkach będą jednakowe ($T_O = T_A$). Niech C będzie środkiem masy układu leżącym na prostej OA . Na podstawie twierdzenia Steinera moment bezwładności względem osi O określa wyrażenie $I_0 = I_c + ma^2$, gdzie I_c oznacza moment bezwładności względem osi

przechodzącej przez środek masy. Okres wahań względem osi O możemy zapisać w postaci

$$T_O = 2\pi \sqrt{\frac{I_C + ma^2}{mga}},$$

gdzie a jest odległością środka masy C od osi obrotu. Jeśli zawiesimy

wahadło na osi przechodzącej przez punkt A , to okres $T_A = 2\pi \sqrt{\frac{I_C + mb^2}{mgb}}$, gdzie b jest

odległością środka masy od punktu zawieszenia. Jeśli na podstawie przeprowadzonych pomiarów okresy spełniają równość $T_O = T_A$ to po porównaniu wzorów otrzymamy

$$I_C(a - b) = mab(a - b).$$

Równanie to wyznacza takie położenie środka masy wahadła, które zapewnia równość okresów. Jest to możliwe, gdy $a = b$ (środek masy w połowie długości odcinka OA ; mało prawdopodobne dla wahadła rewersyjnego, dlatego nie bierzemy go pod uwagę) lub $a \neq b$ i otrzymujemy po skróceniu przez $(a - b)$ że $I_C = mab$. Po

podstawieniu tej zależności do wzorów na okresy znajdujemy $T_A = T_O = 2\pi \sqrt{\frac{a+b}{g}}$.

Zależność ta stwierdza, że okres wahań wahadła fizycznego jest taki sam, jak okres wahań wahadła zredukowanego długości $l_o = a + b$.

Wahadło rewersyjne jest to ciało sztywne, mające takie dwie osie obrotu I i II, że okresy wahań względem nich są jednakowe. Znajdując doświadczalnie wzajemną odległość tych osi oraz okres wahań wahadła względem każdej z nich, wyznaczamy przyspieszenie ziemskie według wzoru

$$g = \frac{4\pi^2(a+b)}{T^2},$$

gdzie $l = a + b$ jest długością wahadła zredukowanego.

Wahadło rewersyjne to ciężka, długa, stalowa sztaba z podziałką, na której znajdują się dwa ruchome, ciężkie, metalowe dyski (soczewki). Jedną z nich (mniejszą) pozostawiamy nieruchomą, a drugą przesuwamy wzdłuż sztaby i odczytujemy jej położenie. Przez przesuwanie soczewki zmieniamy położenie środka masy wahadła, a więc i okres wahadła. Osie obrotu I i II, to nieruchomo zamocowane pryzmaty znajdujące się w stałej od siebie odległości, którą mierzymy z dużą dokładnością (zwykle jest po prostu podana). Przesuwając dużą soczewkę i zmieniając osie obrotu znajdujemy takie położenie soczewek, przy którym okresy wahań względem obu osi są jednakowe.

Niezbędne przedmioty i materiały

Wahadło rewersyjne, stoper, długa linijka, papier milimetrowy.



Bardzo ciężki przedmiot. Zachowaj szczególną ostrożność przy zmianie zawieszenia wahadła.

Przebieg ćwiczenia

- Wyznaczamy odległość d między ostrzami.
- Zawieszamy wahadło na ostrzu I.
- Przesuwamy ruchomą masę (soczewkę) na odległość 10 cm od osi obrotu wahadła i wyznaczyc czas 20 pełnych wahań t . Wynik zapisujemy w Tabeli 1.
- Obliczamy okres jednego wahańcia $T_{11} = t / 20$.
- Przesuwamy soczewkę na odległość 20 cm i ponownie wyznaczamy czas 20 wahań.
- Powtarzamy czynności przesuwając soczewkę co 10 cm, aż do 90 cm i wyznaczamy za każdym razem czas dwudziestu wahań. Uzupełniamy Tabelę 1.

Tabela 1

Położenie masy b (cm)	Zawieszenie I		Zawieszenie II	
	Czas trwania 20 okresów (s)	Okres wahań (s)	Czas trwania 20 okresów (s)	Okres wahań (s)
10				
20				
30				
40				
50				
60				
70				
80				
90				

- Obliczamy okresy wahań $T_{12}, T_{13}, T_{14}, \dots$ itd.
- Zawieszamy wahadło na ostrzu II i powtarzamy pomiary zmieniając położenie dużej soczewki co 10 cm.
- Obliczamy okresy wahań $T_{21}, T_{22}, T_{23}, \dots$ itd.
- Sporządzamy wykresy (na jednym układzie współrzędnych) zależności okresów wahań od położenia b ruchomej masy $T(b)$, dla zawieszenia na ostrzu I i na ostrzu II.

- Odczytujemy współrzędną b_0 (odcięta) miejsca przecięcia wykreślonych krzywych wyznaczającą takie położenie mas, przy których odległość między ostrzami d jest długością zredukowaną l wahadła rewersyjnego.
- Odczytujemy współrzędną T_0 (rzędna) punktu przecięcia krzywych wyznaczającą okres wahadła rewersyjnego.
- Wyznaczamy ponownie czas 100 wahań (t_I i t_{II}) przy zawieszeniu na ostrzu I i na ostrzu II dla położenia mas odpowiadającemu punktowi b_0 i obliczamy odpowiednie okresy T_I i T_{II} . Uzupełniamy Tabelę 2.
- Obliczamy wartość średnią T_{sr} .
- Obliczamy przyspieszenie ziemskie g .

Tabela 2

Zawieszenie I		Zawieszenie II	
Czas trwania 100 okresów t_I (s)	Okres wahań T_I (s)	Czas trwania 100 okresów t_{II} (s)	Okres wahań T_{II} (s)
$T_{\text{sr}} = \frac{T_I + T_{II}}{2}$			
$g = \frac{4\pi^2 l}{T_{\text{sr}}^2}$			

- Określamy niepewności pomiarowe pomiarów bezpośrednich.
- Szacujemy niepewność pomiaru metodą najmniej korzystnego przypadku (NKP) lub uproszczoną metodą logarytmiczną (UML).
- Odpowiadamy na pytanie, jakie czynniki wpływają na wartość niepewności pomiarowej i jakie są sposoby jej zmniejszenia?

U.7.06.2 Zasada zachowania momentu pędu w ruchu po okręgu

Cel ćwiczenia, opis

Sprawdzenie słuszności zasady zachowania momentu pędu.

Siły wewnętrzne nie mogą zmienić całkowitego momentu pędu układu ciał. Jeśli nie zadziała zewnętrzny moment siły, to całkowity moment pędu układu pozostaje stały.

Słuszność zasady zachowania momentu pędu sprawdzimy obserwując mały ciężarek poruszający się w płaszczyźnie poziomej po okręgu o dość dużym promieniu o promieniu r_1 z prędkością liniową v_1 , odpowiadającą prędkości kątowej ω_1 . Po pewnym czasie ciągniemy sznurek w dół, zmniejszając promień okręgu, po którym krąży ciężarek. Siła F działająca za pośrednictwem sznurka na ciężarek, nie może zmienić jego momentu pędu, ponieważ jej moment względem osi pionowej (wzdłuż rurki, przez którą przeciągnięty jest sznurek) jest równy zero. Jeśli promień okręgu zataczanego przez ciężarek zmniejszy się do wartości r_2 , wartość prędkości liniowej wzrośnie do v_2 , a wartość prędkości kątowej do ω_2 .

Wartości energii kinetycznych odpowiadające prędkościom v_1 i v_2 można przedstawić w następujący sposób:

$$E_{k1} = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mr_1^2\omega_1^2 = \frac{1}{2}I_1\omega_1^2, \quad E_{k2} = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}mr_2^2\omega_2^2 = \frac{1}{2}I_2\omega_2^2$$

Momenty pędu wynoszą:

$$L_1 = r_1mv_1 = mr_1^2\omega_1 = I_1\omega_1, \quad \text{a} \quad L_2 = r_2mv_2 = mr_2^2\omega_2 = I_2\omega_2$$

Ponieważ moment pędu nie zmieni się $L_1 = L_2$, więc po porównaniu powyższych równań można napisać:

$$r_1mv_1 = r_2mv_2, \quad \text{a stąd} \quad v_2 = \frac{r_1}{r_2}v_1$$

$$\text{lub} \quad I_1\omega_1 = I_2\omega_2, \quad \text{a} \quad \omega_2 = \frac{I_1}{I_2}\omega_1.$$


Stosunek energii kinetycznych wynosi:

$$\frac{E_{k2}}{E_{k1}} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \frac{I_1}{I_2}. \quad \text{Wartość energii kinetycznej wzrośnie} \quad \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \frac{I_1}{I_2} \text{ razy.}$$

Siła F nie zmienia momentu pędu, ale wykonując pracę związaną ze zbliżeniem ciężarka do osi obrotu, zwiększa jego energię kinetyczną.

Niezbędne przedmioty i materiały

Przyrząd do badania ruchu po okręgu (lub plastikowa rurka o długości około 20 cm, kawałek cienkiego, mocnego sznurka o długości około 1 m, kulka stalowa, mały ciężarek lub nakrętka).

 Możliwość uderzenia się. Zachowaj szczególną ostrożność podczas obrotów.

Przebieg ćwiczenia

- Mały ciężarek przyczepiamy do sznurka.
- Sznurek przeciągamy przez rurkę i przytrzymujemy pod rurką.
- Poruszamy rurką tak, aby ciężarek zaczął krążyć w płaszczyźnie poziomej po okręgu o dość dużym promieniu.
- Następnie zmniejszamy promień, po którym krąży ciężarek pociągając sznurek w dół i obserwujemy ciężarek.

Zauważamy, że w miarę zmniejszania promienia okręgu po którym krąży ciężarek prędkość liniowa i kątowa ciężarka rośnie.

U.7.04.3 Zasada zachowania momentu pędu na obrotowym stoliku

Cel ćwiczenia, opis

Sprawdzenie zasady zachowania momentu pędu w ruchu ciała na stoliku obrotowym.

Zaobserwujemy konsekwencje zasady zachowania momentu pędu w sytuacji, gdy siły wewnętrzne mogą zmieniać moment bezwładności bryły (oczywiście nie jest ona wtedy bryłą sztywną). Człowiek, trzymający w rozłożonych rękach hantle, stojący na stoliku (lub siedzący na fotelu) może obracać się z małym tarcim dookoła pionowej osi. Działając zewnętrznym momentem siły, wprawiamy stół wraz z człowiekiem w ruch obrotowy z niezbyt wielką prędkością kątową ω_1 . Wartość momentu pędu nadanego układowi (stół z człowiekiem i ciężarkami) wyniesie: $L_1 = I_1\omega_1$. Następnie obracający się człowiek przyciąga do tułowia ręce z hantlami, zmniejszając tym samym moment bezwładności układu do wartości I_2 . Zauważymy znaczny wzrost wartości prędkości kątowej do $\omega_2 > \omega_1$. Wartość momentu pędu $L_2 = I_2\omega_2$. Ponieważ w trakcie ruchu nie działał na układ żaden zewnętrzny moment sił (z wyjątkiem nieznacznego momentu siły oporów ruchu, który powoli zmniejsza moment pędu całego układu), zasadę zachowania momentu pędu możemy zapisać: $L_1 = L_2$, a stąd

$I_1\omega_1 = I_2\omega_2$. Przekształcając wzór możemy wyliczyć wartość prędkości kątowej:

$$\omega_2 = \frac{I_1}{I_2}\omega_1.$$

Ponieważ $I_1 > I_2$ i $\omega_2 > \omega_1$ możemy powiedzieć, że przy zmniejszaniu momentu bezwładności rośnie wartość prędkości kątowej układu.

Niezbędne przedmioty i materiały

Stolik obrotowy lub fotel obrotowy, hantle, dwóch uczniów.



Możliwość przewrócenia. Zachowaj szczególną ostrożność podczas obrotów na stoliku obrotowym.

Przebieg ćwiczenia

- Wchodzimy na stół obrotowy (lub siadamy na krześle obrotowym).
- Bierzymy do rąk hantle i trzymając je rozkładamy ręce na ich całą szerokość.
- Wprawiamy stół wraz z uczniem w ruch obrotowy z niewielką prędkością (tę czynność wykonuje druga osoba).
- Zachowując ostrożność przyciągamy w trakcie obracania się ręce z hantlami do tułowia, a po chwili ponownie rozkładamy ręce. Czynności te powtarzamy jeszcze dwa razy.
- Obserwujemy obroty ucznia stojącego na stoliku.

Obserwujemy wzrost szybkości obrotów (wzrost prędkości kątowej) w momencie przyciągania rąk do tułowia. Nasze obserwacje potwierdzają „działanie” zasady zachowania momentu pędu podczas ruchu obrotowego ucznia, który zmienia w trakcie obrotów na stoliku obrotowym swój „rozkład masy” (moment bezwładności).

Literatura

- R. J. Brown, *200 doświadczeń dla dzieci*, Prószyński i S-ka, Warszawa 1999
- J. Van Cleave, *Fizyka dla każdego dziecka. 101 ciekawych doświadczeń*, WSiP, Warszawa 1994
- J. Domański, *Domowe zadania doświadczalne z fizyki*, Prószyński i S-ka, Warszawa 1999
- T. Dryński, *Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki*, PWN, Warszawa 1980
- Foton, Pismo dla nauczycieli fizyki i ich uczniów, IF UJ, Kraków
- M. Godlewska, D. Szot-Gawlik, *Doświadczenia z fizyki dla uczniów gimnazjum, cz.1*, ZamKor, Kraków 2005
- M. Halaunbrenner, *Ćwiczenia praktyczne z fizyki. Kurs podstawowy*, WSiP, Warszawa 1976
- M. Halaunbrenner, *Ćwiczenia praktyczne z fizyki. Kurs średni*, WSiP, Warszawa 1982
- P. G. Hewitt, *Fizyka wokół nas*, Wyd. Naukowe PWN, Warszawa 2000
- E. M. Rogers, *Fizyka dla dociekliwych*, PWN, Warszawa 1970
- J. Salach (red.), *Fizyka dla szkół ponadgimnazjalnych, cz.1, 2*, Wyd. ZamKor, Kraków 2004
- J. Semaniak, J. Semaniak, J. Krywult, *Fizyka i astronomia*, MAC Edukacja, Kielce 2003
- Sz. Szczeniowski, *Fizyka doświadczalna*, PWN, Warszawa 1976
- G. L. Squires, *Praktyczna fizyka*, PWN, Warszawa 1992
- K. Tabaszewski, *Fizyka z prostymi doświadczeniami*. Prószyński i S-ka, Warszawa 2000
- D. Tokar i in., *Zbiór zadań doświadczalnych z fizyki – kurs średni*, WSiP, Warszawa 1980

Rysunki

Kazimierz Kunisz