



Tytuł

Ciekawe liczby - liczby trójkątne, kwadratowe

Autor

Anna Czarnocka

Dział

Liczby naturalne

Innowacyjne cele edukacyjne

Uczniowie zapoznają się z nieużywanymi w szkole nazwami liczb mającymi określone własności, takimi jak liczby trójkątne i kwadratowe oraz zasadą ich powstawania.

Czas

1 jednostka lekcyjna

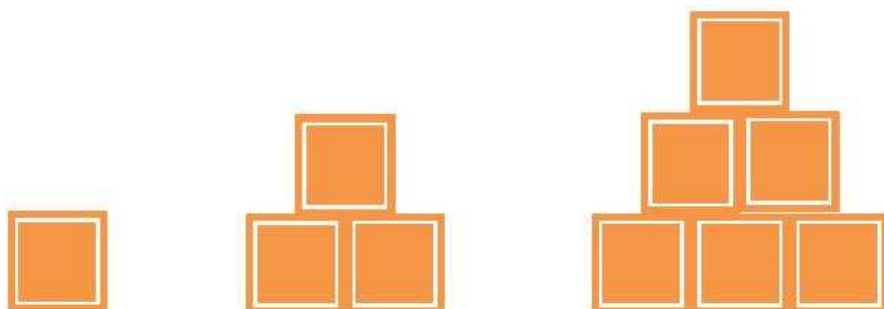
Przebieg

Etap 1 - Liczby trójkątne

Nauczyciel zapoznaje uczniów z pojęciem liczby trójkątnej oraz ze sposobem tworzenia takich liczb za pomocą klocków.

Uczniowie budują liczby trójkątne z klocków. Nauczyciel mówi jakich zasad trzeba przestrzegać podczas budowania liczb trójkątnych z klocków.

1. Klocki układamy tak, aby te z warstwy kolejnej leżały na dwóch z warstwy poprzedniej.
2. Po ułożeniu podstawy musimy postawić na niej ścianę pomniejszoną o jeden klocek.
3. Układamy taką budowlę do momentu, aż na szczycie będzie tylko jeden klocek.



Powstaje pytanie: ile klocków będzie potrzeba do zbudowania kolejnej liczby i następnych liczb?

Etap 2 - Liczby trójkątne - zadania

Uczniowie wraz z nauczycielem rozwiązują kolejne zadania dotyczące liczb trójkątnych.

Zadanie 1.

Ułóż z klocków dwie następne liczby trójkątne.

Zadanie 2.

Wykorzystując liczby trójkątne zbudowane z klocków uzupełnij tabelę:

Pozycja liczby trójkątnej	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Liczba klocków	1								

Uczniowie (jeżeli będzie potrzeba to nauczyciel nakierowuje ich) zauważają zależność, jaka zachodzi pomiędzy pozycją liczby trójkątnej a liczbą klocków zużytych na jej zbudowanie.

I: 1

II: $3 = 1 + 2$

III: $6 = 1 + 2 + 3$

IV: $10 = \dots$

V: $15 = \dots$

VI: $21 = \dots$

itd.

Uczniowie wyciągają wniosek:

Sumując liczbę klocków z kolejnych warstw (zaczynając od najwyższej) dostajemy sumy n kolejnych liczb naturalnych, gdzie n oznacza ilość warstw.

Stąd wniosek, że **liczba trójkątna jest sumą n kolejnych liczb naturalnych.**

Nauczyciel podaj wzór na liczbę trójkątną zajmującą dowolną pozycję: $\frac{n(n+1)}{2}$, gdzie n oznacza pozycję liczby trójkątnej.

Zadanie 3.

Czy liczba 116 jest liczbą trójkątną?

Etap 3 - Liczby kwadratowe

Nauczyciel zapoznaje uczniów z pojęciem liczby kwadratowej oraz ze sposobem tworzenia takich liczb za pomocą klocków.

Uczniowie budują liczby kwadratowe z klocków (wystarczy 6-8 liczb).



Znowu powstaje pytanie: ile klocków będzie potrzebna do zbudowania kolejnej liczby i następnych liczb?

Etap 4 - Liczby kwadratowe - zadania

Uczniowie wraz z nauczycielem rozwiązują kolejne zadania dotyczące liczb kwadratowych.

Zadanie 1.

Ułóż z klocków dwie następne liczby kwadratowe.

Zadanie 2.

Wykorzystując liczby kwadratowe zbudowane z klocków uzupełnij tabelę:

Numer kwadratu	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Liczba puzzli	1								

Uczniowie, (jeżeli będzie potrzebna to nauczyciel nakierowuje ich) zauważają zależność, jaka zachodzi pomiędzy pozycją liczby kwadratowej a liczbą klocków zużytych na jej zbudowanie.

I: $1 = 1 \times 1$

II: $4 = 2 \times 2$

III: $9 = 3 \times 3$

IV: $16 = \dots$

V: $25 = \dots$

VI: $36 = \dots$

itd.

Uczniowie wyciągają wniosek:

Liczby kwadratowe są to kwadraty kolejnych liczb naturalnych.

Nauczyciel podpowiada jak jeszcze można otrzymać liczbę kwadratową. Podpowiada, żeby każdą liczbę kwadratową zapisać jako sumę klocków z wcześniejszej liczby plus liczbę klocków, które dokładamy.

I: $1 = 0+1$

II: $4 = 1+3$

III: $9 = 1+3+5$

IV: $16 = 1+3+5+7$

V: 25 =...

VI: 36 = ...

itd.

Uczniowie wyciągają wnioski:

1. Liczba klocków, które dokładamy to kolejne liczby naturalne nieparzyste.
2. Suma kolejnych liczb nieparzystych równa się kwadratowi ich liczby.

$$1 = 1^2$$

$$1 + 3 = 4 = 2^2$$

$$1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$$

$$1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2$$

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25 = 5^2$$

Itd.

Zadanie 3.

Czy liczba 1225 jest liczbą kwadratową? Jeżeli tak, to którą pozycję zajmuje?

Zadanie 4.

Jak można zapisać liczbę stojącą na n-pozycji?

Podsumowanie

Uczniowie losują wcześniej przygotowane karteczki z numerem pozycji liczby trójkątnej lub kwadratowej i wyznaczają te liczby.

