A gdyby tak konstruować długości niewymierne

Autor

Dariusz Kulma

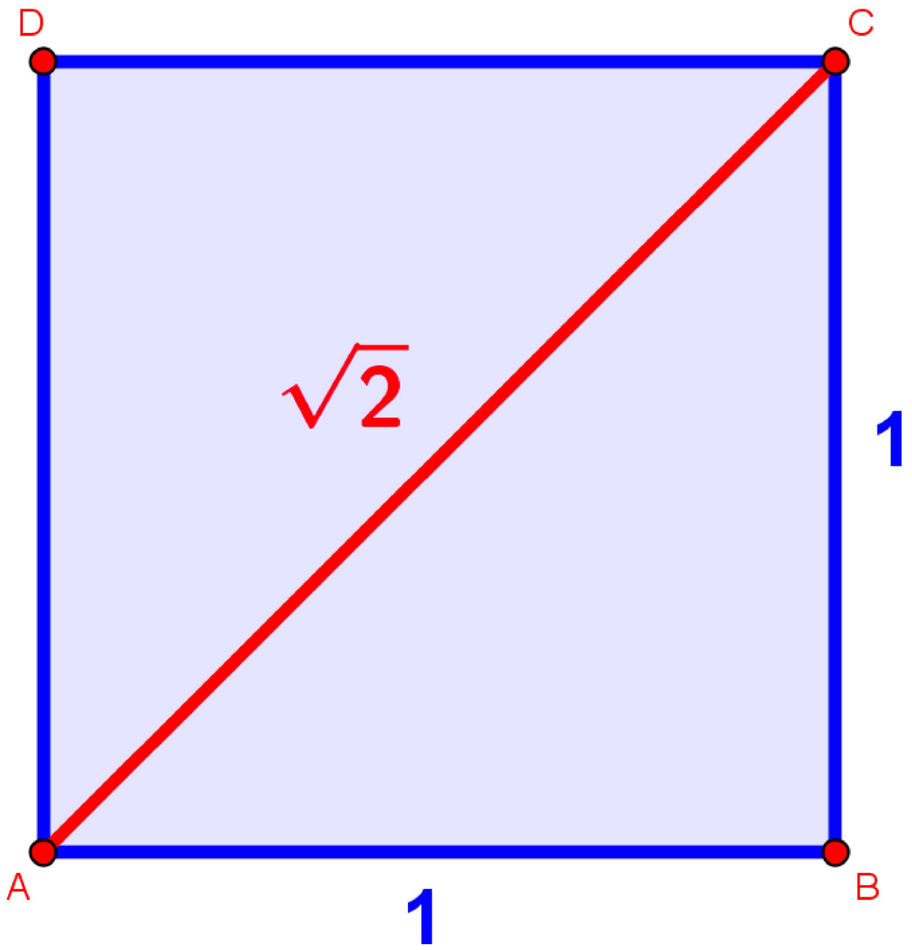
Wstęp

W matematyce nie mamy problemu z rysowaniem długości, które są liczbami naturalnymi. Łatwo nam narysować odcinek o długości 3 cm czy 4 dm. Trochę lepszych narzędzi potrzeba, by odcinki miały długości wymierne. To tylko kwestia odpowiednich i w miarę dokładnych narzędzi. Jednak nieraz na pewno rysowaliśmy odcinek o długościach, które były chociażby ułamkami dziesiętnymi jak 5,2 cm czy 9,9 cm. Problemy pojawiają się jednak, gdy trzeba narysować odcinek o długości niewymiernej np: $\sqrt{2}$ czy $\sqrt{7}$. I czy w ogóle jest to możliwe w prosty sposób? Przecież $\sqrt{2}$=1.41421356237... i tak w niekończoność bez żadnego porządku.

Przekątna kwadratu jakaś niewspółmierna

Pitagorejczycy mieli ogromny problem mierząc przekątną kwadratu. Liczbę, która im wychodziła, ale do niczego nie pasowała, nazwali niewspółmierną, ponieważ nie byli w stanie przedstawić tej liczby jako ilorazu dwóch liczb całkowitych. To właśnie $\sqrt{2}$ jest chronologicznie pierwszą badaną liczbą niewymierną. Odkrycie, że jest to liczba niewymierna zmieniło matematyczny krajobraz świata. Nazwano ten pierwiastek liczbą niewymierną, choć z nazwą można dyskutować czy jest nazwą odpowiednią. Po angielsku **liczba wymierna to rational number** od słowa łacińskiego "rationalis" czyli rozumowy, racjonanalny, rozsądny. **Liczba niewymierna** z angielskiego jako zaprzeczenie **irrational number** wiedziona łacińskim "irrationalis" to liczba bezrozumna i bezsensowna.

Jednak najważniejsze, że rysowanie $\sqrt{2}$ nie jst skomplikowane. Wystarczy narysować kwadrat, a w nim przekątną, by mieć najprostszy z odcnków o długości niewymiernej.



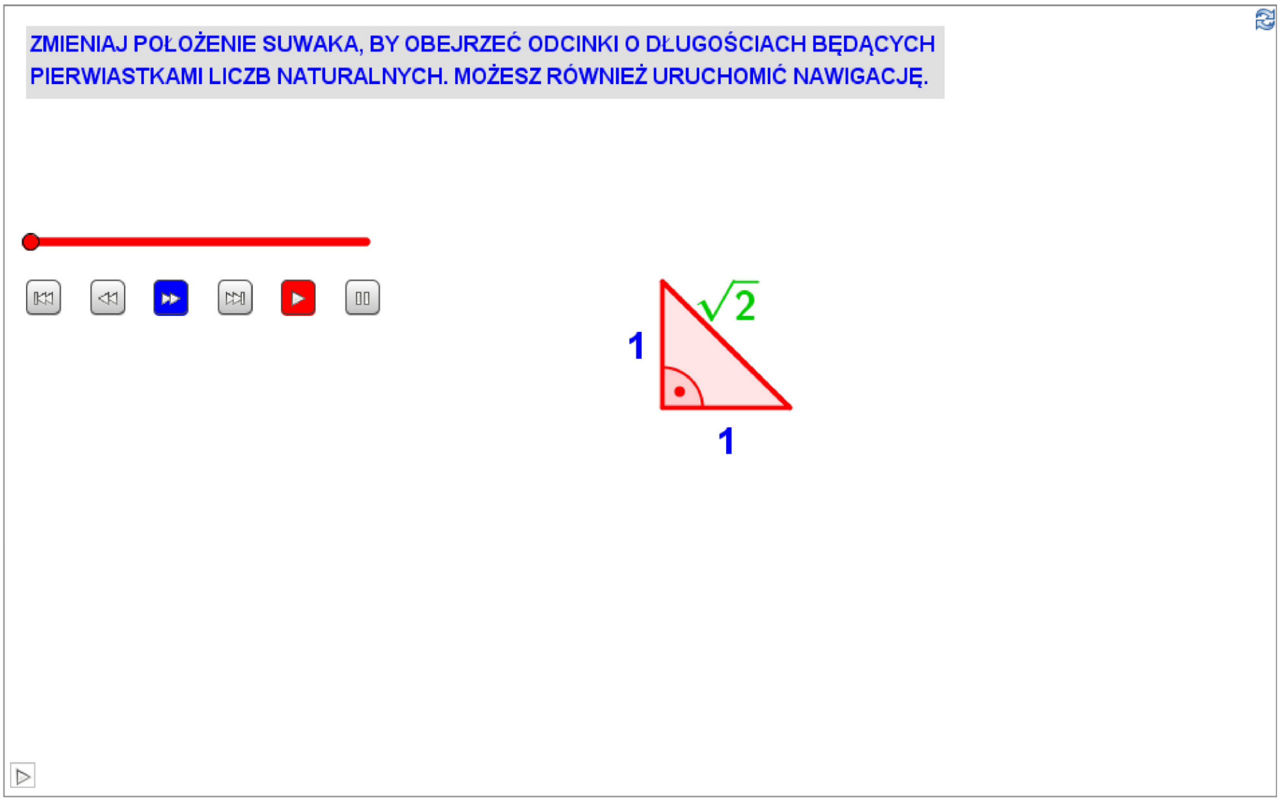
Teodoros z Cyreny

Przez długi czas jedyną liczbą niewymierną był pierwiastek z 2. Platon w swoim dziele Theaetetus opisuje, że jego nauczyciel matematyki, Teodoros z Cyreny, jako pierwszy wykazał niewymierność innych pierwiastków. Rozważał on pierwiastki:

$\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{10}$, $\sqrt{11}$, $\sqrt{12}$, $\sqrt{13}$, $\sqrt{14}$, $\sqrt{15}$, $\sqrt{17}$

Dzięki twierdzeniu Pitagorasa można przeprowadzić konstrukcję takich odcinków, których długości będą kolejnymi pierwiastkami kwadratowymi. Można je przedstawić za pomocą trójkątów prostokątnych, które tworzą swoistą spiralę, nazywaną potocznie spiralą Teodorosa. Zobacz założenia konstrukcji w poniższej planszy interaktywnej.

Ślimak Teodorosa - konstrukcja odcinków o długościach będących pierwiastkami liczb naturalnych



Ślimak Teodorosa - konstrukcja odcinków o długościach będących pierwiastkami liczb naturalnych.

Dariusz Kulma - Matematyka innego wymiaru, Utworzony z GeoGebra

Wykonanie konstrukcji odcinka o długości niewymiernej

Wykonaj konstrukcyjnie, patrząc na poniższą planszę, konstrukcję odcinka o długości $\sqrt{7}$ za pomocą cyrkla, linijki i ekierki.

Konstrukcja odcinków o długościach niewymiernych

Pominąć spiralę Teodorosa

Mam nadzieję, że udało Ci się wykonać konstrukcyjnie odcinek o długości $\sqrt{7}$. Jednak sama konstrukcja jest dość żmudna. Zwróć jednak uwagę, że gdybyśmy zaczęli konstrukcję od trójkąta o przyprostokątnych 1 i 2, to skrócilibyśmy część naszej spirali. To jest niezbędne, jeśli chcemy znajdować odcinki o dużo większych wartościach. Przyjrzyj się jak bez spirali skonstruować odcinki niewymierne jak $\sqrt{41}$ czy $\sqrt{74}$. Przy spirali Teodorosa rysowanej od samego początku byłoby to niemożliwe.

Konstrukcja odcinków niewymiernych z wykorzystaniem tw. Pitagorasa

KAPITAŁ LUDZKI
CZŁOWIEK – NAJLEPSZA INWESTYCJA!
ELITMAT
FIRMA EDUKACYJNO-WYDAWNICZA
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY