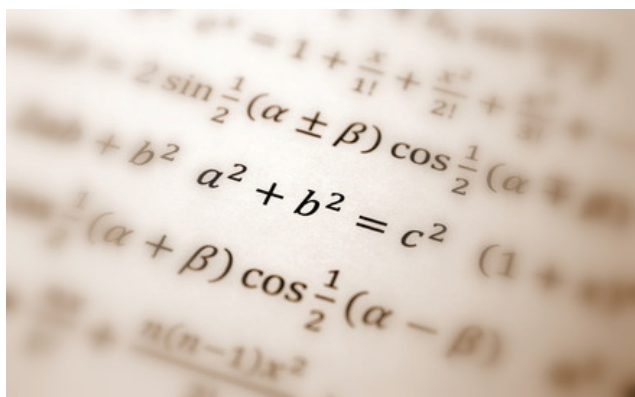




Twierdzenie Pitagorasa

Autor

Dariusz Kułma



Wstęp

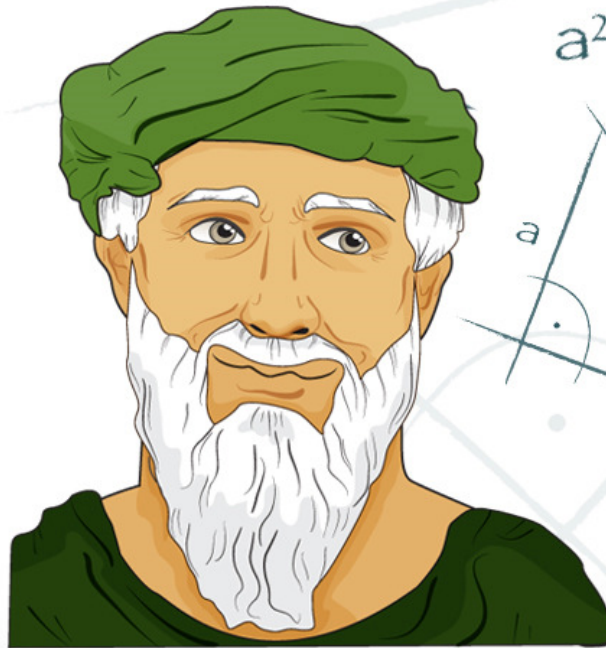
Myli się ten kto myśli, że najbardziej znane twierdzenie na świecie dotyczące geometrii czyli twierdzenie Pitagorasa zawdzięczamy tylko samemu Pitagorasowi. Dokumenty pozostałe po niezależnie rozwijających się cywilizacjach Babilonu czy Egiptu pokazują, że zależności boków w trójkątach prostokątnych były znane już dużo wcześniej. Pitagoras - super gwiazda matematyczna starożytnych czasów zaczął jednak tę wiedzę porządkować i za Talesem udowadniać zaobserwowane twierdzenia. Zauważmy, że Pitagoras długo podróżował, odwiedzając zarówno Babilonię jak i Egipt. Oczywiście nie można odebrać mu chwały za uporządkowanie tych obserwacji i sformułowanie tego twierdzenia, jednak pokazuje to, że rozwój cywilizacyjny wymusza niejako odkrycia matematyczne.

Oto kilka słów o tym wielkim matematyku.

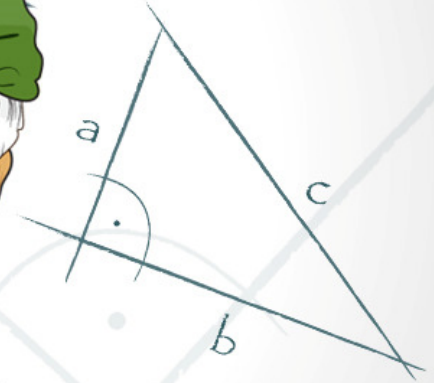
Pitagoras

PITAGORAS

Urodził się na wyspie Samos w 572 r. p.n.e. Mając 40 lat zaczął podróżować. Po powrocie z Egiptu założył w greckim Krotonie Związek Pitagorejski, zrzeszający zarówno mężczyzn jak i kobiety. By się do niego dostać, należało przejść trudny pięcioletni okres próbny wstrzeźliwości, posłuszeństwa, złożyć śluby milczenia i przyjąć regułę wspólnoty dóbr. Po śmierci Pitagorasa Związek podzielił się na dwa obozy: akuzmatyków zajmujących się religią i etyką oraz matematyków poświęcających się nauce. Szkoła Pitagorasa utrzymywała się ponad sto lat.



$$a^2 + b^2 = c^2$$



Obejrzyj planszę interaktywną i przyjrzyj się na czym polega twierdzenie Pitagorasa. Zmieniaj długości przyprostokątnych i obserwuj obliczenia, potwierdzające zależność zawartą w twierdzeniu Pitagorasa.

Twierdzenie Pitagorasa

ZMIENIAJ SUWAKAMI DŁUGOŚCI PRZYPROSTOKĄTNYCH. OBSERWUJ WARTOŚCI PÓL KWADRATÓW ZBUDOWANYCH NA BOKACH TRÓJKĄTA PROSTOKĄTNEGO.

a = 4 b = 3

WZÓR
 OBLICZENIA
 PODSTAWIENIE
 TWIERDZENIE
 ETYKIETY

$a^2 + b^2 = c^2$
 $4^2 + 3^2 = (5)^2$

Twierdzenie Pitagorasa.

Babiloński Plimpton 322

Może Cię zaskakiwać jakaś dziwna nazwa z numerem, ale wśród odnalezionych 500 tysięcy glinianych tabliczek pochodzących z Babilonu sprzed niemal 3500 lat 300 dotyczy matematyki. Jedną z najsławniejszych jest tabliczka Plimpton 322 (patrz zdjęcie poniżej). Nazwa pochodzi od nazwiska amerykańskiego dziennikarza George'a Arthura Plimptona, który oznaczył ją numerem 322 w swojej kolekcji. Tabliczka wypełniona znakami pisma klinowego zawiera cztery kolumny, które wydają się liczbami zapisanymi w sześćdziesiątkowym układzie pozycyjnym. Okazuje się, że wśród tych liczb znajdują się trójki pitagorejskie czyli liczby spełniające twierdzenie Pitagorasa. Oto kilka z nich:

3,4,5, 5,12,13 8,15,17

Nie byłoby w tym nic dziwnego, gdyby nie fakt, że tabliczka datowana jest na przedział czasowy ok. 1800-1600 r. p.n.e. - ponad 1000 lat przed narodzinami Pitagorasa!!!

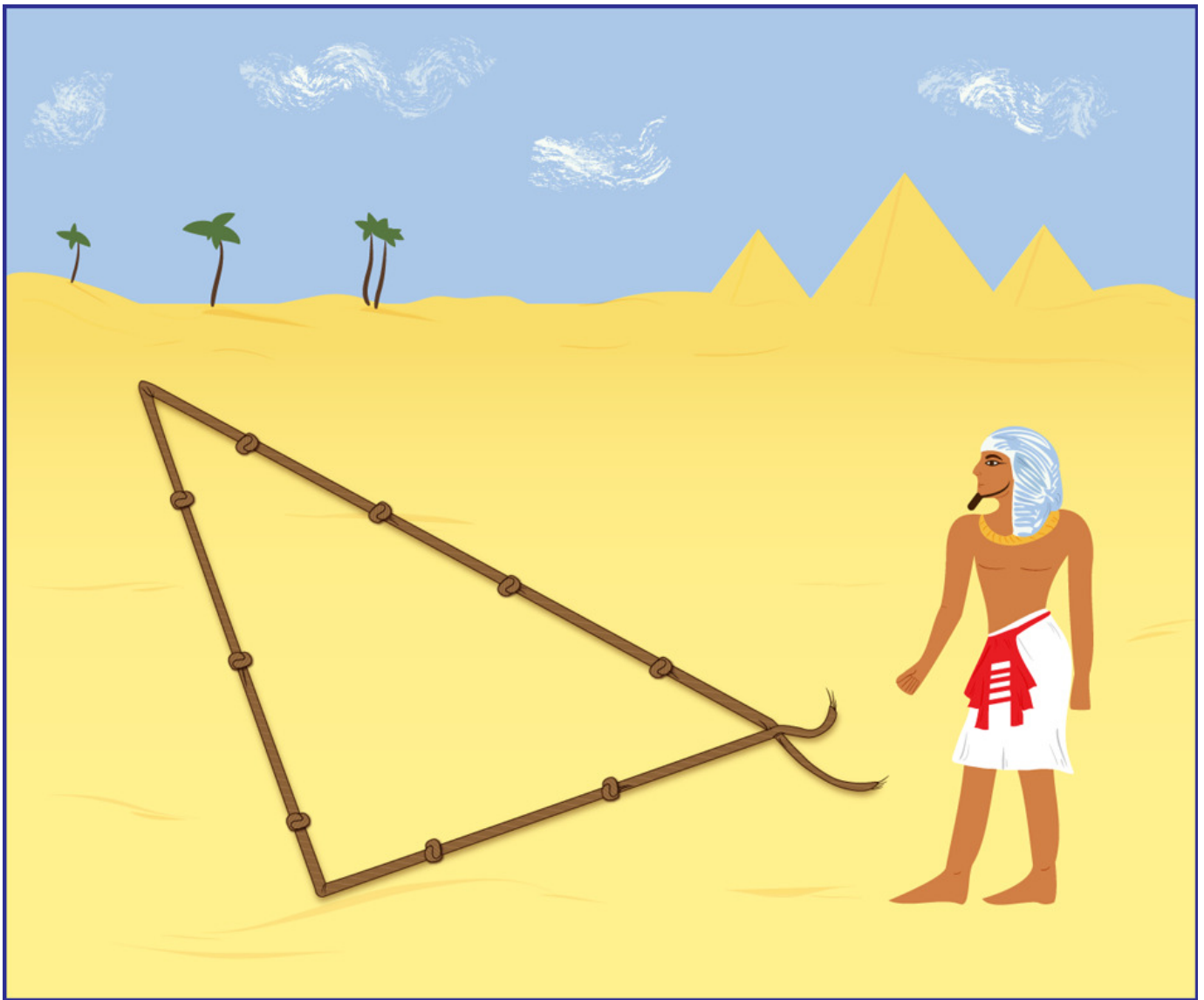


Egipski papirus Rhinda

Drugą wspaniale rozwijającą się cywilizacją był Egipt. Po Egipcjanach również zachowało się dużo dokumentów, ale w odróżnieniu od Babilończyków używali oni do zapisu papirusu. O dziwo sprzyjający klimat pozwolił by zachowały się one w bardzo dobrym stanie. Najlepszym odzwierciedleniem tego, co działo się w egipskim matematycznym świecie, jest papirus Rhinda (patrz zdjęcie poniżej). Nazwa pochodzi od odkrywcy papirusa, szkockiego egiptologa Henry'ego Rhinda w 1858 roku. Jest to zbiór 87 zadań arytmetycznych i geometrycznych, jakimi zajmowali się Egipcjanie, a powstał ok. 1650 roku p.n.e. Papirus Rhinda zawiera rozwiązanie krok po kroku, nawet ze szkicami rysunków. Spisał go scribe Ahmes, ale podał on również informację, że nie jest autorem, lecz tylko kopiował starszy dokument z około 1800 roku p.n.e. Wydawać by się mogło, że budownicy niewyobrażalnie wielkiej jak na tamte czasy Piramidy Cheopsa musieli znać również zasady, jakimi rządzą się trójkąty prostokątne. A jak w papirusie Rhinda nic o tym nie ma, mimo że przypuszcza się, że zawarte w nich zadania musieli sobie przyswoić scribe królewscy.



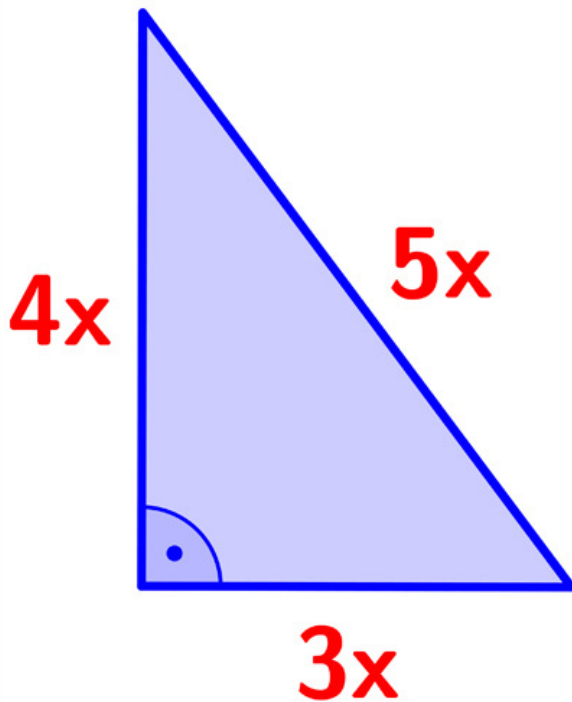
Czy oznacza to, że jednak Egipcjanie nie wiedzieli nic o własnościach trójkąta prostokątnego? Nic bardziej mylnego. Po każdym wylewie Nilu Egipcjanie na nowo mierzyli swoje działki rolne. Na zalanych terenach rozmywały się miedze i trzeba było wyznaczyć pola na nowo, a od powierzchni pola zależały też podatki. Jedną z podstawowych miar powierzchni był prostokąt o wymiarach łokci na 100 łokci. Jednak do dokładnego wyznaczenia tego prostokąta potrzebny był kąt prosty. Okazało się, że Egipcjanie mają do tego znakomite narzędzie. Wiązali w równych odstępach węzły i tworzyli z nich trójkąt o bokach składających się z 3, 4, 5 węzłów, zauważając tym samym, że największy kąt jest kątem prostym! (patrz ilustracja poniżej)



Odtąd trójkąt o bokach 3, 4, 5 nazywamy trójkątem egipskim i jest on chyba jednym z najczęstszych przykładów używanych na lekcjach i w podręcznikach.

Trójkąt egipski

TRÓJKĄT EGIPSKI



Trójkąt egipski to taki trójkąt prostokątny w którym stosunek długości boków wynosi:

3:4:5



Pitagorejczycy zauważyli, że trójkątów, w których boki są długościami naturalnymi, jest wiele. Trójkąty takie w obecnych czasach nazywamy pitagorejskimi i jest ich nieskończenie wiele.

Otwórz planszę interaktywną i zobacz, za pomocą jakich wzorów można tworzyć trójki pitagorejskie.



[Liczby pitagorejskie](#)

Jak widać sami możemy tworzyć za pomocą wzorów trójki pitagorejskie. Oto te najbardziej popularne i przydatne.

Trójki pitagorejskie

TRÓJKI PITAGOREJSKIE

Trójki pitagorejskie - to trójka liczb całkowitych dodatnich spełniająca równanie Pitagorasa.

Trójkę pitagorejskich jest nieskończenie wiele.

STOSUNEK DŁUGOŚCI BOKÓW TRÓJKĄTA	3 : 4 : 5	5 : 12 : 13	8 : 15 : 17	9 : 40 : 41
WIELOKROTNOŚĆ	6 : 8 : 10	10 : 24 : 26	16 : 30 : 34	18 : 80 : 82
WIELOKROTNOŚĆ	9 : 12 : 15	15 : 36 : 39	24 : 45 : 51	
WIELOKROTNOŚĆ	12 : 16 : 20	20 : 48 : 52		



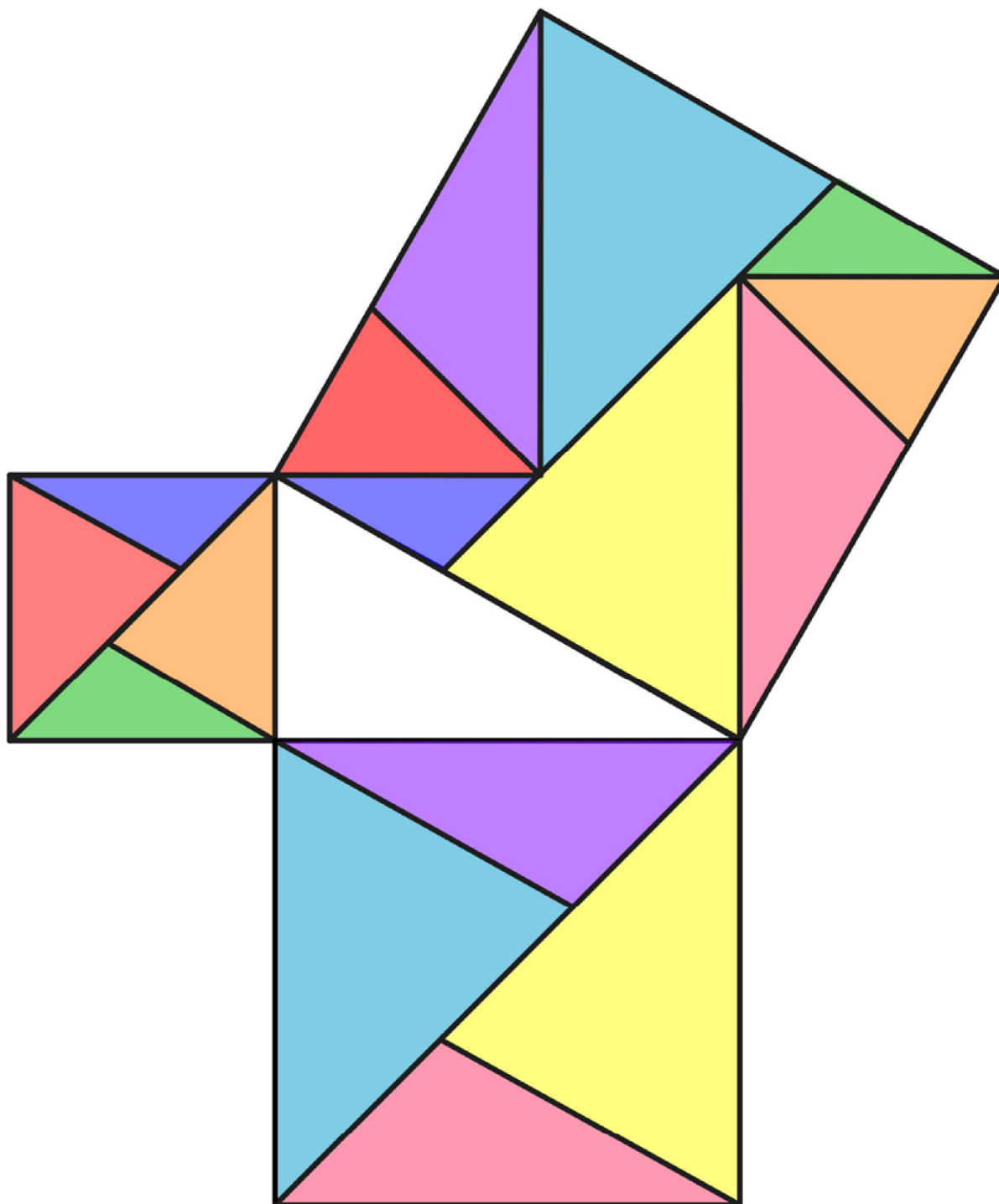
Dowody na twierdzenie Pitagorasa

Wielu matematyków prześcigało się w udowadnianiu na nowe sposoby twierdzenia Pitagorasa. Podstawowy dowód przedstawiliśmy już w pierwszej planszy, budując kwadraty na bokach trójkąta prostokątnego i licząc ich pola. Obejrzyj animację z jednym z dowodów za pomocą rozcinania na części mniejszych kwadratów i układania z nich kwadratu zbudowanego na przeciwprostokątnej.



[Dowód twierdzenia Pitagorasa](#)

I jeszcze inny przykład.



KAPITAŁ LUDZKI
CZŁOWIEK – NAJLEPSZA INWESTYCJA!



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

