Złoty podział czyli boska proporcja i jej konstrukcje

Autor

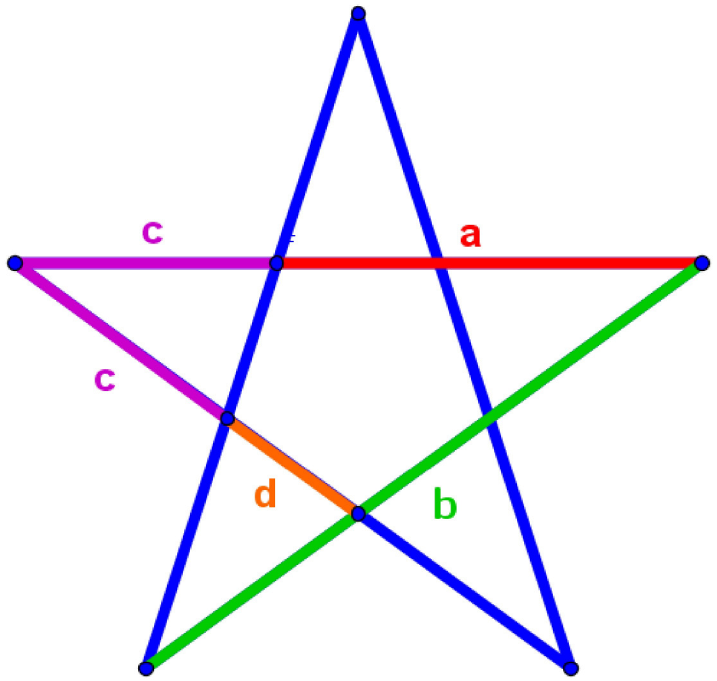
Dariusz Kulma

Co to jest złota liczba?

Na początku rozważań o złotej liczbie inaczej zwanej złotym podziałem zaobserwujmy na poniższej planszy zależność będącą tematem naszych rozważań.

Złoty podział czyli boska proporcja

Obserwując stosunek podziału odcinka na dwie części w takiej proporcji, na pierwszy rzut oka nie ma w tej wartości nic nadzwyczajnego. Przecież można by było podzielić ten odcinkek na mnóstwo innych odcinków, których stosunek będzie liczbą niewymierną. A jednak jest inaczej. Jest to po liczbie π jedna z najsłynniejszych liczb w historii. Z materiałów historycznych wiadomo, że po raz pierwszy złoty podział narysował Hippasus w V wieku p.n.e. Starożytni Grecy uważali złoty podział za idealną proporcję, którą chętnie wykorzystywali w architekturze czy innych dziedzinach. Złoty podział zwany był również po łacińsku **divina proportio** czyli boska proporcja. Zaskakujące jak w wielu dziedzinach możemy odnaleźć obecność złotej liczby. Pentagram oparty na złotej proporcji był znakiem, którym Pitagorejczycy się pozdrawiali. Czy jednak powinno nas to dziwić, skoro aż cztery różne odcinki w określonych proporcjach tworzą złotą liczbę. Zobacz poniższy rysunek.



$$\varphi = \frac{b}{a} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

$$\varphi = \frac{a}{c} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

$$\varphi = \frac{c}{d} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

Pentagram zwany również **gwiazdą pitagorejską** posiada własności wyróżniające od innych gwiazd. Suma kątów wewnętrznych przy wierzchołkach wynosi 180 stopni. Trójkąty tworzące ramiona pentagramu nazywamy złotymi trójkątami czyli takimi, które mają stosunek ramienia do stosunku podstawy również w złotym podziale.

Konstrukcje złotego podziału

Narysowanie konstrukcyjnie złotego podziału możemy zrobić na wiele sposobów. Oglądajac poniższe trzy plansze, zobacz krok po kroku, jak można skonstruować odcinek o długości złotej liczby. Oto one:

- Konstrukcja złotej liczby
- Konstrukcja pięciokąta foremnego i złotej liczby
- Konstrukcja złotej liczby za pomocą trójkąta prostokątnego

Ciekawe działania ze złotą liczbą

Bardzo ciekawe są dwa działania, jakie można wykonać bardzo szybko na złotej liczbie. Jedno dotyczy podnoszenia do kwadratu, drugie znajdowania odwrotności złotej liczby. Oto one:

JEŚLI $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ **TO:**

$$\varphi^2 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} + 1 \qquad \frac{1}{\varphi} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} - 1$$

Ciekawy ułamek łańcuchowy

Okazuje się, że ułamek łańcuchowy zapisany z samych jedynek również jest równy złotej liczbie. Zobacz jak wygląda.

$$\varphi = 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cdots}}}}}}}}}}}}}}$$