



Układanki z patyczków

Autor

Agnieszka Rogalska



Pierwsza nasza zagadka dotyczy sześcianu. Zadanie polega na tym, żeby za pomocą trzech dodatkowych patyczków stworzyć widok rzutu sześcianu. Zastanów się jak możemy to zrobić?



[Układanka z patyczków 1](#)

Jeśli masz problem z tym zadaniem, to pomocny będzie aplet z widokiem sześcianu. W pierwszym z podanych poniżej widoczne są tylko krawędzie, a w drugim również ściany boczne. Możesz skorzystać z dowolnego. Spróbuj za pomocą uchwytu tak ustawić nasz sześcian, żeby jego krawędzie zewnętrzne utworzyły figurę jak na początku zagadki (czyli sześciokąt), a zobaczysz, że krawędzie w środku figury same pokażą Ci rozwiązanie zagadki. Należy tylko pamiętać, że interesują nas wyłącznie krawędzie widoczne, czyli te narysowane linią ciągłą.



[Sześcian - najważniejsze wzory](#)



[Sześcian](#)

Ułóż teraz w ten sam sposób patyczki w zagadce i sprawdź swoje rozwiązanie.

W kolejnej łamigłówce również mamy podobną figurę jak w poprzedniej, ale tym razem naszym zadaniem jest przestawić dwa patyczki i dodać jeden, żeby ułożyć dwa romby. Powodzenia!



[Układanka z patyczków 2](#)

Jeśli nie udało Ci się rozwiązać łamigłówki, to pomyśl, ile boków ma romb? Zgadza się - cztery. Żeby zbudować dwa romby, potrzebujemy więc ośmiu patyczków. Jak to zrobić, skoro mamy ich tylko siedem? Połamać? Nie, wystarczy dwa romby zbudować w ten sposób, by miały jeden wspólny bok.

Teraz powinno być łatwiej, sprawdź swoje rozwiązanie.

Jeżeli obróciłeś/łaś dwa sąsiednie patyczki do środka i dołożyłeś/łaś jeden, a Twój rysunek wygląda inaczej niż w odpowiedzi, to nie martw się, ponieważ wszystkie takie rozwiązania są poprawne. No właśnie, ile jest możliwości ułożenia dwóch rombów w ten sposób?

Trzecia łamigłówka dotyczy symetrii. Musimy przestawić trzy patyczki i oko ryby w ten sposób, żeby płynęła w przeciwnym kierunku.

Do dzieła!



[Układanka z patyczków 3](#)

Udało się?

Jeśli nie, to przeczytaj odpowiedź. Jeśli ryba ma płynąć w przeciwnym kierunku, to jej obraz powinien być odbiciem poprzedniej ryby względem pionowej osi. Jeśli tak chcemy zrobić, wówczas musielibyśmy przesunąć cztery zapałki.

Co zrobić więc, aby przesunąć tylko trzy zapałki?

Otóż spróbuj przesunąć odbitą rybę w górę lub w dół. Odpowiedź w zadaniu wskaże Ci możliwe rozwiązania, w których przesunięte zostały tylko trzy zapałki.

Czwarta układanka jest nieco trudniejsza, ale spróbuj na początek jak zwykle rozwiązać ją bez odpowiedzi. Powodzenia!



[Układanka z patyczków 4](#)

Przypomnij sobie drugą łamigłówkę. Tam również mieliśmy mniej patyczków, niż było potrzeba do ułożenia wszystkich boków figur oddzielnie.

W tym zadaniu musimy myśleć podobnie, ponieważ mamy osiem patyczków, a chcąc zbudować oddzielnie cztery trójkąty i dwa kwadraty, potrzebowalibyśmy ich aż 20. Wynika z tego, że niektóre patyczki będą musiały należeć do kilku figur. Poszukaj takiego rozwiązania, w którym trójkąty będą miały boki zawarte zarówno w jednym jak i w drugim kwadracie.

W piątej łamigłówce mamy dwa kwadraty zbudowane łącznie z 16 patyczków. Naszym zadaniem jest przestawić cztery z nich, żeby otrzymać trzy kwadraty.

To zadanie ma kilka rozwiązań, warto więc poszukać różnych możliwości.

Pamiętaj, że kwadraty mogą mieć wspólne całe boki lub ich część.



[Układanka z patyczków 5](#)

W kolejnym zadaniu musimy z osiemnastu patyczków ułożyć dwa prostokąty o tej samej długości podstawy w taki sposób, by jeden z nich miał pole dwukrotnie większe od pola drugiego.



[Układanka z patyczków 6](#)

Zadanie szóste można rozwiązać układając patyczki, ale możemy również podejść do niego algebraicznie.

Przyjmijmy, że podstawa każdego prostokąta wynosi 1. Wówczas zużylibyśmy cztery patyczki na cztery podstawy prostokątów. Pozostało 14 zapałek. Ale z nich mamy zbudować wysokości prostokątów: dwie długości „ x ” i dwie długości „ $2x$ ”, czyli łącznie długości $2x+4x=6x$. Ponieważ równanie $14 = 6x$ nie ma rozwiązania wśród liczb naturalnych, więc w tym przypadku rozwiązania nie ma.

Załóżmy więc, że podstawy prostokątów mają długości 2. Wówczas na wszystkie podstawy wykorzystamy 8 patyczków. Pozostałe 10 powinno starczyć na boki obu prostokątów. I znowu mamy równanie $10=6x$, które w zbiorze liczb naturalnych nie ma rozwiązania.

Załóżmy więc, że podstawą każdego prostokąta są trzy zapałki. Zużyjemy więc ich 12. Pozostała liczba 6 zapałek spełnia równanie $6 = 6x$, które daje jedyne rozwiązanie zadania, czyli prostokąty o wymiarach: 3×1 i 3×2 .

Jak już algebraicznie rozwiązaliśmy zadanie szóste, to spróbuj teraz rozwiązać następujące zadanie:

Czy jest możliwe z tej samej ilości patyczków (18) zbudować takie dwa prostokąty, aby długość podstawy i pole jednego z nich były dwukrotnie większe niż długość podstawy i pole drugiego czworokąta.

Do rozwiązania zadania możesz również wykorzystać patyczki z zadania szóstego.

A oto rozwiązanie algebraiczne powyższego zadania:

Na początek należy zauważyć pewną zależność. W tym celu możesz otworzyć planszę z przypomnieniem wzoru na pole prostokąta.



Pole i obwód prostokąta

Korzystając z naszej planszy możemy zauważyć, że jeśli pole pierwszego prostokąta to $P = a \times b$, a pole drugiego prostokąta miałyby być równe $2P = 2a \times c$, to $b = c$.

To oznacza, że w naszym przypadku wysokości obu prostokątów muszą być takie same.

Zatem:

Niech długość podstawy mniejszego prostokąta wynosi „ x ” patyczków, wówczas do budowy wszystkich czterech podstaw dwóch prostokątów potrzebne byłoby „ $6x$ ” patyczków.

Pozostaje więc „ $18 - 6x$ ” patyczków, które musimy podzielić na cztery pozostałe boki w obu prostokątach.

Niech więc te boki (czyli wysokości) obu prostokątów wynoszą „ y ”, a skoro mamy cztery równej długości boki, to możemy ułożyć równanie:

$$18 - 6x = 4y$$

$$\text{Dla } x = 1 \text{ mamy } 12 = 4y \quad \text{skąd } y = 3$$

$$\text{Dla } x = 2 \text{ mamy } 6 = 4y \quad \text{skąd } y \in \emptyset$$

$$\text{Dla } x = 3 \text{ mamy } 0 = 4y \quad \text{skąd } y = 0$$

Tak więc zadanie ma znowu jedno rozwiązanie, czyli prostokąty o wymiarach 1×3 oraz 2×3 – tak samo jak w poprzednim zadaniu.

Kolejna układanka to również kolejne wyzwanie algebraiczne. Zanim zaczniesz układać patyczki, spróbuj ułatwić sobie zadanie rachunkowo.

Oto treść zadania:

Z 18 patyczków zbuduj dwa prostokąty, których pola są takie same, a podstawy jednego prostokąta są:

a/ dwa razy dłuższe

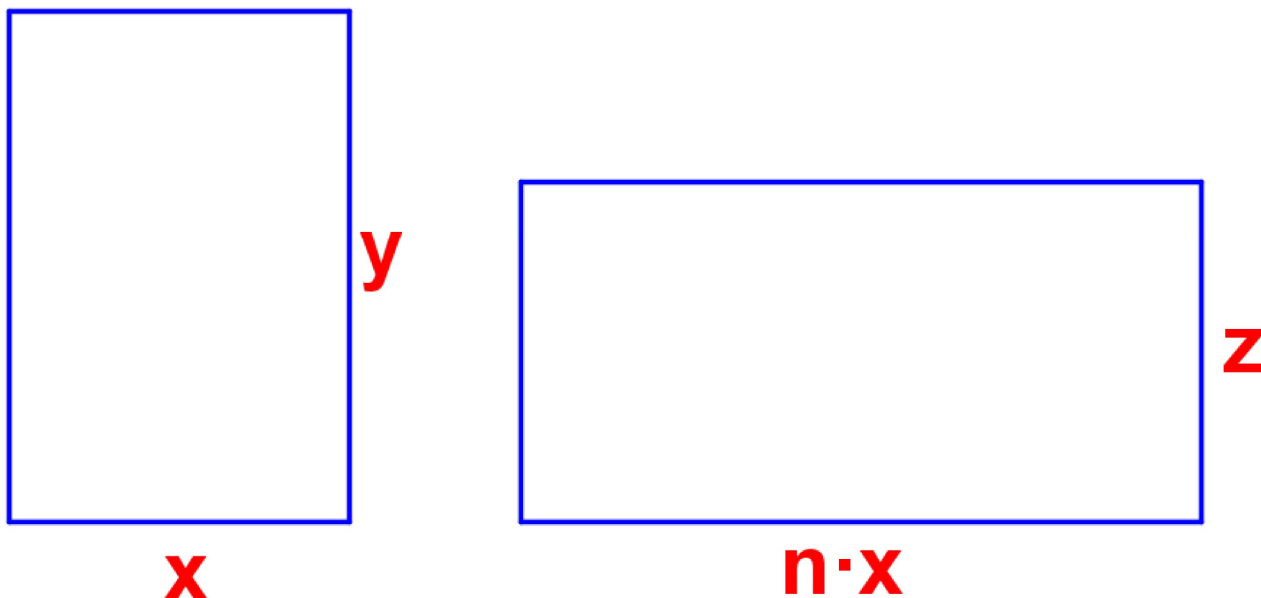
b/ trzy razy dłuższe

c/ cztery razy dłuższe

od podstawy drugiego prostokąta.

A jak zadanie rozwiązać, zastępując prostokąty równoległobokami?

Oznaczmy na odpowiednich bokach prostokątów ilość użytych patyczków, tak jak na rysunku poniżej.



a/ Niech $n=2$.

Suma obwodów obu prostokątów wynosi wówczas: $2x+4x+2y+2z = 18$.

Ponieważ $xy = 2xz$ (bo pola są równe), więc: $y = 2z$

Równanie 1 przyjmie postać $6x + 6z = 18$, czyli $z = 3-x$

Dla $x = 1$, $z = 2$, $y = 4$ mamy prostokąty: 1×4 oraz 2×2

Dla $x = 2$, $z = 1$, $y = 2$ mamy prostokąty: 2×2 oraz 4×1 (to poprzedni przypadek)

Dla $x = 3$, $z = 0$, $y = 0$ co oznacza, że nie ma prostokąta.

b/ Niech $n=3$

Suma obwodów obu prostokątów wynosi: $2x+6x+2y+2z=18$

Ponieważ $xy = 3xz$, więc $y = 3z$

Zatem $8x+8z = 18$, czyli $z = \frac{1}{8}(18-x)$, a to nie jest liczba naturalna.

Zatem nie ma prostokąta o polu trzykrotnie większym od pola drugiego prostokąta.

c/ Dla $n=4$ też nie ma rozwiązania.

Na koniec zostały nam jeszcze trzy ostatnie łamigłówki. Rozwiąż je samodzielnie. Czasem kilka rozwiązań może być prawidłowych, więc spróbuj znaleźć jak najwięcej z nich. Powodzenia!



[Układanka z patyczków 7](#)



[Układanka z patyczków 8](#)



[Układanka z patyczków 9](#)