



Niestandardowe cechy podzielności

Autor

Dariusz Kułma



Podstawowe cechy podzielności

Większość pamięta na pewno podstawowe cechy podzielności. Dobrze wiemy, kiedy liczba dzieli się przez 2 czy 5. Przypomnijmy jednak kilka podstawowych cech podzielności.

Cechy podzielności przez liczby od 2 do 10

CECHY PODZIELNOŚCI PRZEZ LICZBY OD 2 DO 10

LICZBA JEST PODZIELNA PRZEZ:

- 2** - JEŚLI NA KOŃCU LICZBY SĄ CYFRY: 0, 2, 4, 6, 8.
- 3** - JEŚLI SUMA CYFR LICZBY JEST PODZIELNA PRZEZ 3.
- 4** - JEŚLI LICZBA ZŁOŻONA Z DWÓCH OSTATNICH CYFR JEST PODZIELNA PRZEZ 4.
- 5** - JEŚLI OSTATNIĄ CYFRĄ LICZBY JEST 0 LUB 5.
- 6** - JEŚLI LICZBA JEST PODZIELNA PRZEZ 2 I PRZEZ 3.
- 9** - JEŚLI SUMA CYFR LICZBY JEST PODZIELNA PRZEZ 9.
- 10** - JEŚLI OSTATNIĄ CYFRĄ JEST 0.



Łączenie cech podzielności dzielników względnie pierwszych

Cechy podzielności można łączyć i wykorzystywać do sprawdzania podzielności przez liczby większe. Dobrze wiemy, że jeśli liczba dzieli się przez 2 i 3, to dzieli się również przez iloczyn tych liczb czyli 6. Takich cech można podać bardzo wiele. Warunek jest jednak taki, aby dzielniki były względnie pierwsze względem siebie. Przykładowo liczba 40 dzieli się przez 2 i przez 8, ale to wcale nie oznacza, że 40 dzieli się przez iloczyn 2 i 8 czyli 16. Dzieje się tak dlatego, że 2 i 8 nie są liczbami względnie pierwszymi. Przypomnijmy definicję liczb względnie pierwszych.

Liczby względnie pierwsze

LICZBY WZGLĘDNIPIERWSZE

LICZBY CAŁKOWITE, KTÓRYCH NAJWIĘKSZYM WSPÓLNYM DZIELNIKIEM JEST 1.

PRZYKŁADY: 6 i 35, 15 i 28, 25 i 27

WŁAŚCIWOŚCI:

- najmniejsza wspólna wielokrotność tych liczb to ich iloczyn
- liczba 1 jest względnie pierwsza z każdą liczbą całkowitą



Wyprowadzanie cech podzielności

Jeśli wiemy już, że możemy stwierdzić, że liczba dzieli się przez iloczyn liczb względnie pierwszych, to możemy tworzyć wiele cech podzielności. Przykładowo liczba dzieli się przez:

- 12 jeśli dzieli się przez 3 i 4
- 14 jeśli dzieli się przez 2 i 7
- 15 jeśli dzieli się przez 3 i 5
- 77 jeśli dzieli się przez 7 i 11

Tylko pozostaje problem - kiedy liczba dzieli się przez 7 albo 11?

Okazuje się, że jest wiele cech mniej standardowych niż używane na codzień. Podzielność przez 7, 11, 13 czy 37 są bardzo użyteczne w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności. Oto kilka ważnych cech na planszach intrygujących i statycznych.

Cecha podzielności przez 7

ISTNIEJE KILKA METOD PODZIELNOŚCI PRZEZ LICZBĘ 7. W PRAKTYCE WARTO JE ŁĄCZYĆ. DLA LICZB 2-U LUB 3-Y CYFROWYCH NAJLEPIEJ STOSOWAĆ METODĘ, W KTÓREJ MNOŻYMY KOLEJNE CYFRY LICZBY PRZEZ KOLEJNE POTĘGI LICZBY 3. METODĘ MOŻNA STOSOWAĆ DLA DOWOLNYCH LICZB, ALE PRZY DUŻYCH LICZBACH NIE BĘDZIE JUŻ ONA WYGODNA.

$$455 \Rightarrow 4 \cdot 3^2 + 5 \cdot 3^1 + 5 \cdot 3^0 = 36 + 15 + 5 = 56$$

56:7=8 więc liczba jest podzielna przez 7

W PRAKTYCE CYFRY JEDNOŚCI NIE MNOŻYMY, CYFRĘ DZIESIĄTEK MNOŻYMY PRZEZ 3, A SETEK PRZEZ 9.

$$140 = 1 \cdot 9 + 4 \cdot 3 + 0 = 21 \text{ więc } 21 : 7 = 3, \text{ czyli}$$

LICZBA 140 jest podzielna przez 7.

SPRAWDŹ CZY LICZBA DZIELI SIĘ PRZEZ 7
WPISZ LICZBĘ DO OKIENKA I ZATWIERDŹ.

140

JEST PODZIELNA PRZEZ 7

LICZBY WIĘKSZE OD 1000 LICZBY MNIEJSZE OD 1000

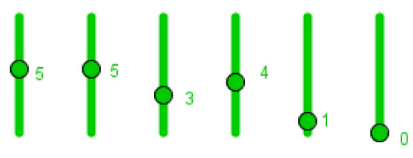
UWAGI! ZMIENIAJ SUWAKIEM RODZAJ LICZB ORAZ PO WSTAWIENIU LICZBY ZATWIERDŹ JĄ ENTEREM.

Cecha podzielności przez 7.

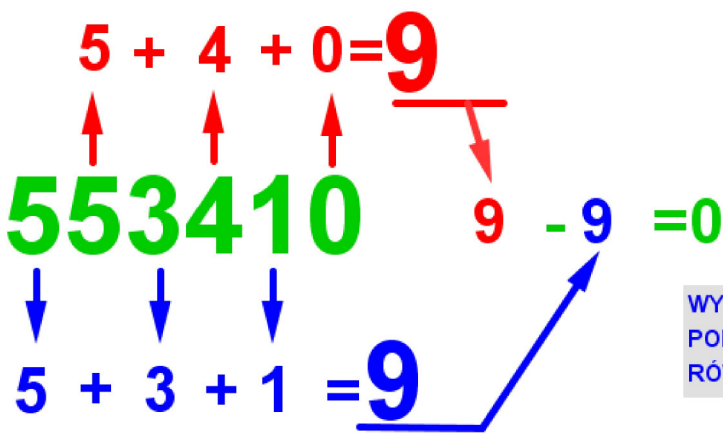
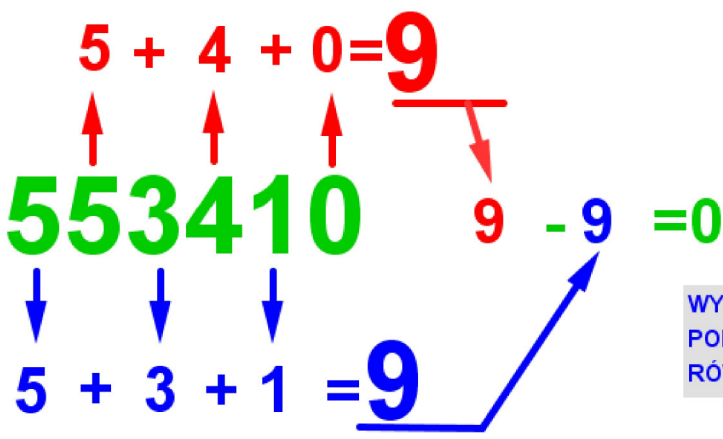
Dariusz Kułma - Matematyka innego wymiaru, Utworzony z [GeoGebra](#)

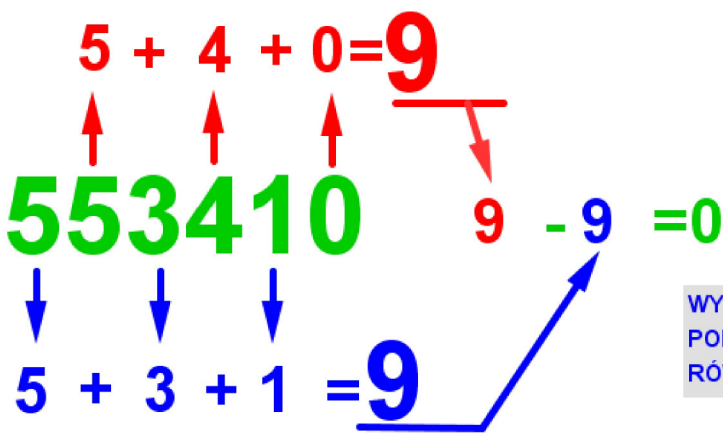
Cecha podzielności przez 11

SPRAWDZASZ PODZIELNOŚĆ LICZBY 553410 PRZEZ 11

553410

USTAW SUWAKAMI CYFRY W LICZBIE

$$5 + 4 + 0 = 9$$

$$5 + 3 + 1 = 9$$


$$9 - 9 = 0$$


STWIERDŹ PODZIELNOŚĆ
 POKAŻ UKRYJ DOWÓD
 DEFINICJA PODZIELNOŚCI PRZEZ 11

WYNIK DZIAŁANIA WYNOŚI 0 I JEST
PODZIELNY PRZEZ 11, WIĘC LICZBA
RÓWNIŻ JEST PODZIELNA PRZEZ 11.

Cecha podzielności przez 11.

Dariusz Kułma - Matematyka innego wymiaru, Utworzony z [GeoGebra](#)

Cecha podzielności przez 13


CECHA PODZIELNOŚCI PRZEZ 13

Należy skreślić trzy ostatnie cyfry danej liczby i odjąć tę liczbę od liczby, która powstała po skreśleniu tych trzech cyfr. Jeśli powstała różnica jest podzielna przez 13, to pierwotna liczba jest także podzielna przez 13.

PRZYKŁAD:

$$255086 = 255 - 86 = 169 \Rightarrow 169 : 13 = 13$$

Różnica jest podzielna przez 13, więc liczba 255086 jest także podzielna przez 13.



CECHA PODZIELNOŚCI PRZEZ 37

Od danej liczby odejmujemy trzycyfrową liczbę złożoną z trzykrotnie powtórzonej cyfry jedności. Otrzymujemy różnicę, skreślamy 0 i ponownie postępujemy jak poprzednio. Operację wykonujemy do momentu aż ostatecznie otrzymamy zero lub wielokrotność 37 - wtedy liczba jest podzielna przez 37.

PRZYKŁAD:

$$13172 \Rightarrow 13172 - 222 = 12950 \Rightarrow 1295 - 555 = 740 \Rightarrow 74 : 37 = 2$$

Liczba 74 jest podzielna przez 37, więc

liczba 13172 jest także podzielna przez 37.



CECHA PODZIELNOŚCI PRZEZ 101

Liczba jest podzielna przez 101, jeśli różnica pomiędzy sumą odcinków dwucyfrowych stojących na nieparzystych miejscach od prawej strony i sumą odcinków dwucyfrowych stojących na parzystych miejscach równa się zero lub wielokrotności 101.

PRZYKŁAD:

$$4774068 \Rightarrow 68 + 77 = 145 \text{ i } 40 + 4 = 44$$

$$145 - 44 = 101$$

więc liczba 4774068 jest podzielna przez 101



CECHA PODZIELNOŚCI PRZEZ 143

CECHA PODZIELNOŚCI PRZEZ 143

Liczba jest podzielna przez 143, jeśli różnica pomiędzy sumą odcinków trzycyfrowych stojących na nieparzystych miejscach od prawej strony i sumą odcinków trzycyfrowych stojących na parzystych miejscach równa się zero lub wielokrotności 143.

PRZYKŁAD:

$$829902216 \Rightarrow 216 + 829 = 1045 \text{ i } 902$$

$$1045 - 902 = 143$$

więc liczba 829902216 jest podzielna
przez 143



Cecha podzielności przez 1001

CECHA PODZIELNOŚCI PRZEZ 1001

Liczba jest podzielna przez 1001, jeśli różnica pomiędzy sumą odcinków trzycyfrowych stojących na nieparzystych miejscach od prawej strony i sumą odcinków trzycyfrowych stojących na parzystych miejscach równa się zero lub wielokrotności 1001.

PRZYKŁAD:

$$450522072 \Rightarrow 72 + 450 = 522 \text{ i } 522$$

$$522 - 522 = 0$$

więc liczba 450522072 jest podzielna
przez 1001



Zadanie interaktywne

Włącz poniższe zadanie interaktywne i sprawdź czy już potrafisz korzystać z cech podzielności przez 7, 11, 13 czy 143. Pamiętaj, że czasami szybciej sprawdzisz cechę podzielności przez 143 niż oddzielnie przez czynniki tego dzielnika 11 i 13. Powodzenia!

Niestandardowe cechy podzielności

LOSUJ LICZBĘ3737

LICZBA 3737 DZIELI SIĘ PRZEZ:

PRZEZ 7

PRZEZ 37

PRZEZ 101

PRZEZ 11

PRZEZ 91

PRZEZ 143

PRZEZ 13

PRZEZ 99

PRZEZ 1001

PODPOWIEDZ PRZEZ ILE Z POWYŻSZYCH LICZB SIĘ DZIELI

Niestandardowe cechy podzielności

Dariusz Kułma - Matematyka innego wymiaru, 27 Styczeń 2013, Utworzony z [GeoGebra](#)

Zadania z portalu MIW

A teraz garść zadań konkursowych. Postaraj się wykorzystać zdobytą wiedzę jak najlepiej.



[Zadanie 166](#) - Najgroźniejszy matprzestępca Kwadratolandii Czarny Septylion dał zadan...



[Zadanie 170](#) - W Kwadratolandii każde słowo mieszkańcy przeliczają na konkretną warto...



[Zadanie 172](#) - Reszta z dzielenia liczby 2009^3 przez 13:...



[Zadanie 175](#) - Zakrzewek zastanawiał się ostatnio, ile jest par liczb (x,y) , że $\text{NWD}(x...$



[Zadanie 573](#) - Liczba $10^{2008} + 21$ podzielna jest przez:...



[Zadanie 594](#) - Podane liczby podzielne przez 7, niezależnie od tego, jakimi cyframi s...



[Zadanie 653](#) - Dana jest liczba sześciocyfrowa CBACBA. Samogłoska oznacza cyfrę parzy...



[Zadanie 130](#) - W Kwadratolandii każde słowo mieszkańcy przeliczają na konkretną warto...



[Zadanie 452](#) - Różniczka zakochała się w Czesiu Iloczyńskim. W sumie to nawet fajny c...



[Zadanie 531](#) - Wartość wyrażenia $2008 - 2007 + 2006 - 2005 + \dots + 2 - 1$ jest liczbą:...



[Zadanie 769](#) - Wymierniak oznaczył przez A zbiór czynników pierwszych liczby 84, a pr...



[Zadanie 825](#) - Matcyfrzak zna cechy podzielności przez 2, 3, 5 i przez kilka innych l...



[Zadanie 937](#) - Najbardziej szczęśliwa liczba w Kwadratolandii to oczywiście 7. Jeśli ...



[Zadanie 422](#) - Wyrażenie $12n+6$, gdzie n jest liczbą naturalną, jest podzielne przez...



KAPITAŁ LUDZKI
CZŁOWIEK – NAJLEPSZA INWESTYCJA!



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

