



Obliczanie wyznaczników

Autor

Dariusz Kulma

Wyznacznik macierzy



Wstęp

Matematycy od wielu wieków starali się znaleźć sposób na znalezienie uniwersalnego sposobu na rozwiązanie układu równań liniowych z n niewiadomymi. W XVIII wieku **Gabriel Cramer** - szwajcarski matematyk i fizyk - wyprowadził wzory na obliczanie wyznaczników, które dziś potocznie nazywamy **wzorami Cramera**. W XIX wieku jego odkrycia rozwijali tak znani matematycy jak **Laplace**, **Jacobi** i **Cauchy**.

Warunek obliczenia wyznacznika

Wyznaczniki możemy obliczać tylko z macierzy kwadratowych czyli wtedy, gdy liczba wierszy jest równa liczbie kolumn.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{bmatrix}$$

Macierz o wymiarach - n wierszy i m kolumn.

Definicja

Wyznacznikiem nazywamy takie odwzorowanie macierzy kwadratowej, które danej macierzy $A = [a_{ij}]$ przyporządkowuje dokładnie jedną liczbę rzeczywistą oznaczoną jako $\det A$.

Jeśli macierz jest stopnia $n = 1$, to jej wyznacznik $\det A = a_{11}$

Jeśli stopień macierzy $n > 1$, to jej wyznacznik obliczamy według następującego wzoru:

$$\det A = \sum_{j=1}^n (-1)^{i+j} a_{ij} \det M_{ij}$$

gdzie $\det M_{ij}$ oznacza wyznacznik macierzy powstałej z macierzy A przez skreślenie i -tego wiersza i j -tej kolumny.

Obliczanie wyznacznika 2x2

Wyznacznik macierzy dwuwymiarowej obliczamy w sposób:

$$\det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

np.

$$\det A = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -5 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-5) - 3 \cdot 4 = -10 - 12 = -22$$

Zadanie 1

Oblicz wyznacznik:

$$\det A = \begin{vmatrix} 6 & -2 \\ 7 & -1 \end{vmatrix}$$

Obliczanie wyznacznika 3x3

Jest wiele metod obliczania wyznacznika 3x3. Plansza interaktywna przedstawia jeden ze sposobów oraz zawiera edytor do obliczania wyznaczników macierzy o wymiarach 3x3.

Obliczanie wyznacznika 3x3

WPISZ DOWOLNE LICZBY CAŁKOWITE DO MACIERZY Z ZAKRESU OD -50 DO 50 I ZATWIERDŹ ENTEREM.

detA $\begin{vmatrix} 5 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & 4 & -1 \end{vmatrix} =$

POKAŻ JEDEN ZE SPOSOBÓW OBLICZANIA WYZNACZNIKA POKAŻ WYNIK

Obliczanie wyznacznika 3x3.

Dariusz Kułma - Matematyka innego wymiaru, Utworzony z [GeoGebra](#)

Zadanie 2

Oblicz i sprawdź za pomocą edytora wyznacznik:

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 5 & 0 & 1 \\ -2 & 4 & 3 \end{vmatrix}$$

Obliczanie wyznacznika 4x4 i wyższego stopnia

Do obliczenia wyznacznika 4x4 lub wyższego stopnia używamy tzw. Rozwinięcia Laplace'a.



[Rozwinięcie Laplace'a](#)

Zadanie 3

Oblicz wyznacznik macierzy:

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

Wynik sprawdź w poniższym edytorze do obliczania wyznacznika 4x4



[Obliczanie wyznacznika 4x4](#)



KAPITAŁ LUDZKI
CZŁOWIEK – NAJLEPSZA INWESTYCJA!



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

