

Kwadraty magiczne

Autor

Dariusz Kulma

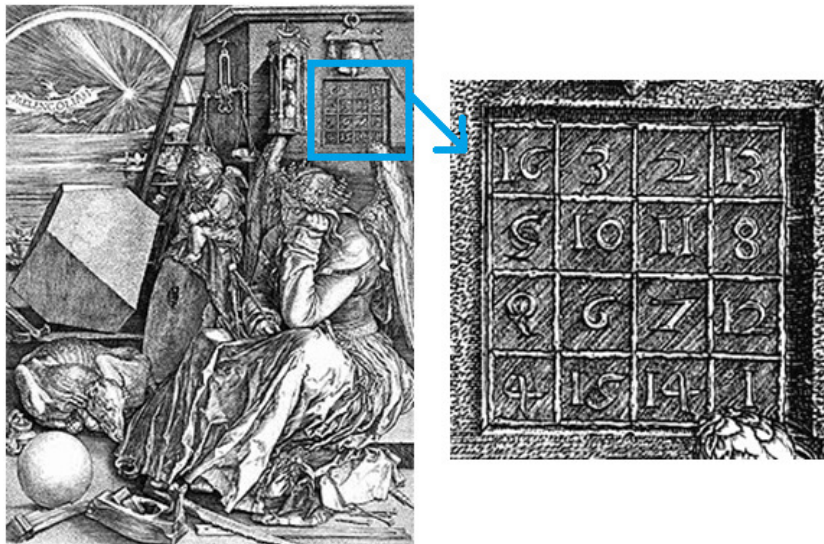


Co to jest kwadrat magiczny?

Kwadrat magiczny to tablica liczb składająca się z n wierszy i n kolumn dla $n > 2$, w którą wpisano n^2 różnych liczb naturalnych.

Suma liczb w każdym wierszu, w każdej kolumnie i w każdej przekątnej jest taka sama i nazywa się sumą magiczną. Wyróżniamy również kwadraty półmagiczne czyli takie, w których suma liczb w każdym wierszu i każdej kolumnie jest taka sama, ale sumy liczb w przekątnych są różne. Kwadraty magiczne znali już starożytni Chińczycy i Hindusi, wierzyli w ich magiczną moc i dlatego umieszczali je na amuletach i talizmanach. Najsłynniejszym kwadratem magicznym jest jednak ten, który umieścił **Albrecht Dürer** na swoim słynnym miedziorycie "Melancholia I"(zobacz grafikę powyżej). Zapewne nieprzypadkowo w dwu wewnętrznych kratkach ostatniego wiersza tego kwadratu stoją obok siebie liczby 15 i 14, składające się na datę powstania grafiki - rok 1514.

Poniżej miedzioryt i przybliżenie kwadratu magicznego.



Zagadka

Spróbuj ułożyć kwadrat magiczny 3 na 3.



[Kwadrat magiczny 3x3](#)

Sumy magiczne. Czy jest jakaś zależność?

Mam nadzieję, że udało Ci się ułożyć kwadrat magiczny. Jednak dużo łatwiej układa się liczby w kwadracie, jeśli wiemy jaka powinna być suma w każdej kolumnie, wierszu i na obu przekątnych. W tym przypadku wynosiła ona 15. A jak będzie w kwadratach większych i czy istnieje jakaś zależność? Najłatwiej zaobserwować sumy magiczne dodając liczby po przekątnej zawierającej liczbę 1. Bardzo szybko zauważymy, że suma magiczna dla kwadratu 3 na 3 to 15, dla 4 na 4 - 34, 5 na 5 - 65, 6 na 6 - 111 itd.

1	2	3
4	5	6
7	8	9

$$1 + 5 + 9 = 15$$

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

$$1 + 6 + 11 + 16 = 34$$

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

$$1 + 7 + 13 + 19 + 25 = 65$$

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36

$$1 + 8 + 15 + 22 + 29 + 36 = 111$$

Wzór na sumę magiczną

Oczywiście zależność można zapisać wzorem. Jeżeli kwadrat magiczny ma rozmiar n na n , to sumę magiczną można zapisać jako:

$$S = \frac{n \cdot (n^2 + 1)}{2}$$

Sprawdźmy dla $n=5$

$$S_5 = \frac{5 \cdot (5^2 + 1)}{2} = 65$$

Jak widzimy wzór jest prawdziwy.

Zadanie

Spróbuj ułożyć kwadrat 4x4. Włącz grę.



[Kwadrat Magiczny 4x4](#)

Widać, że ułożenie kwadratu 4 na 4 wiąże się z dużo większym wysiłkiem, chyba że posłużymy się jakimś algorytmem.

Jak ułożyć kwadrat magiczny 4 na 4?



[Układanie kwadratu magicznego 4x4](#)

Spróbuj jeszcze raz ułożyć kwadrat 4 na 4, a potem przejdź do gry, gdzie kwadrat ma rozmiar 5 na 5.



[Kwadrat Magiczny 4x4](#)



[Kwadrat Magiczny 5x5](#)

Metoda hinduska układania kwadratów magicznych nieparzystych

Jak ułożyć kwadrat 5 na 5? A może jest algorytm? Oto jeden ze sposobów. Odtwórz planszę interaktywną i przeanalizuj, a potem jeszcze raz wypróbuj na kwadracie 3x3 i 5x5.



[Układanie kwadratu magicznego - metoda hinduska](#)



[Kwadrat Magiczny 3x3](#)



[Kwadrat Magiczny 5x5](#)

Na koncie spróbuj ułożyć kwadrat 6 na 6. Może też odkryjesz jakieś zależności.



[Kwadrat Magiczny 6x6](#)



KAPITAŁ LUDZKI
CZŁOWIEK - NAJLEPSZA INWESTYCJA!



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

