

ZADANIE

Dla I klasy liceum z B16

1. Metryczka zadania

Oznaczenie zadania (numer)	Zakres materiału (wg podstawy programowej)	Szacowana łatwość (w skali: b. łatwe, łatwe, średniotrudne, trudne, b. trudne)	Maksymalna liczba punktów	Szacowany czas potrzebny na rozwiązanie (w min.)
B16-10	4.9	średnio trudne	4	8

2. Treść zadania

Napisz wzór funkcji kwadratowej, wiedząc, że wartości dodatnie przyjmuje tylko dla x z przedziału $[-2, 4]$ i punkt o współrzędnych $(1, 9)$ należy do wykresu tej funkcji.

3. Modelowe rozwiązanie (jeżeli istnieją różne sposoby rozwiązania to przynajmniej komentarz w tej kwestii)

Z warunków zadania wynika, że liczby $x_1 = -2$ i $x_2 = 4$ są miejscami zerowymi tej funkcji. Ponieważ 1 jest środkiem przedziału $[-2, 4]$, to z własności funkcji kwadratowej wynika, że punkt $(1, 9)$ jest wierzchołkiem paraboli. Z postaci iloczynowej trójmianu kwadratowego mamy $f(x) = a(x + 2)(x - 4)$, gdzie a jest szukaną liczbą rzeczywistą. Ponieważ wierzchołek należy do wykresu, więc $9 = -9a$, zatem $a = -1$. Ostatecznie $f(x) = -(x + 2)(x - 4) = -x^2 + 2x + 8$.

Odpowiedź. Szukana funkcja jest postaci $f(x) = -x^2 + 2x + 8$.

Uwaga. Zadanie to można rozwiązać kilkoma sposobami. Wiedząc, że wierzchołek ma współrzędne $(1, 9)$, można skorzystać z postaci kanonicznej i wartość współczynnika a wyznaczyć znając miejsca zerowe funkcji. Najbardziej pracochłonną metodą rozwiązania jest dyskutowanie rozwiązań układu równań.

$$\begin{cases} 4a - 2b + c = 0, \\ 16a + 4b + c = 0, \\ a + 3b + c = 9, \end{cases}$$

gdzie a, b, c , są współczynnikami trójmianu kwadratowego.

4. Schemat oceniania

podpunkt	modelowe etapy rozwiązania zadania	liczba punktów
	analiza tematu zadania (zapisanie danych i szukanych)	1
	wyznaczenie współczynników funkcji kwadratowej	2
	sformułowanie odpowiedzi	1

5. Propozycje wykorzystania (na lekcji, praca domowa, zadanie dodatkowe, zadanie powtórkowe, praca samodzielna, materiały do MOODL-a itp.)

na lekcji