

ZADANIE

Dla I klasy liceum z B16

1. Metryczka zadania

Oznaczenie zadania (numer)	Zakres materiału (wg podstawy programowej)	Szacowana łatwość (w skali: b. łatwe, łatwe, średniotrudne, trudne, b. trudne)	Maksymalna liczba punktów	Szacowany czas potrzebny na rozwiązanie (w min.)
B16-7	3.4	średnio trudne	5	8

2. Treść zadania

Z kartonu w kształcie koła o promieniu r wycięto trójkąt prostokątny równoramienny o największym polu. Oblicz pole tego trójkąta i pole koła, z którego go wycięto, wiedząc, że pole pozostałej części koła wynosi 14π .

3. Modelowe rozwiązanie (jeżeli istnieją różne sposoby rozwiązania to przynajmniej komentarz w tej kwestii)

Z warunków zadania wynika, że wycinany trójkąt jest wpisany w dane koło o promieniu r . Ponieważ jest on prostokątny, więc zgodnie z twierdzeniem o kącie wpisanym i środkowym jego przeciwprostokątna ma długość $2r$. Z faktu, że rozważany trójkąt jest równoramienny, wynika, że obie przyprostokątne tego trójkąta mają długość $r\sqrt{2}$. Zatem pole pozostałej po wycięciu części koła ma pole równe różnicy pola koła i pola rozważanego trójkąta. Otrzymujemy zatem równanie z niewiadomą r postaci $\pi r^2 - \frac{1}{2}(r\sqrt{2})^2 = 14\pi$. Równanie to równoważne jest równaniu $r^2(\pi - 1) = 14\pi$, skąd, wobec dodatniości r mamy $r = \sqrt{\frac{14\pi}{\pi-1}}$. Oznaczmy przez P_k pole koła, a przez P_t pole wyciętego trójkąta. Wtedy zachodzą równości: $P_k = \pi r^2 = \frac{14(\pi)^2}{\pi-1}$, $P_t = \frac{1}{2}(r\sqrt{2})^2 = \frac{14\pi}{\pi-1}$.

Odpowiedź. Pole koła wynosi $\frac{14(\pi)^2}{\pi-1}$, a pole wyciętego trójkąta $\frac{14\pi}{\pi-1}$.

Uwaga. Dla uzyskania odpowiedzi nie było konieczne obliczanie długości r . Wystarczyło jedynie wyznaczona wartość r^2 .

4. Schemat oceniania

podpunkt	modelowe etapy rozwiązania zadania	liczba punktów
	analiza tematu zadania (zapisanie danych i szukanych)	1
	rozwiązanie stosownego równania	2
	wyznaczenie pola koła i pola trójkąta	1
	sformułowanie odpowiedzi	1

5. Propozycje wykorzystania (na lekcji, praca domowa, zadanie dodatkowe, zadanie powtórkowe, praca samodzielna, materiały do MOODL-a itp.)

na lekcji