

ZADANIE

Dla I klasy liceum z B17

1. Metryczka zadania

Oznaczenie zadania (numer)	Zakres materiału (wg podstawy programowej)	Szacowana łatwość (w skali: b. łatwe, łatwe, średniotrudne, trudne, b. trudne)	Maksymalna liczba punktów	Szacowany czas potrzebny na rozwiązanie (w min.)
B17-8	4.12	średniotrudne	5	7

2. Treść zadania

Oto zależności między wysokością płaconych rachunków przez abonentów w dwu sieciach: Blue i Red.

Wzór funkcji wyrażającej koszty ponoszone przez abonentów w sieci Blue w zależności od czasu rozmów ma postać

$$y = \begin{cases} 25, & \text{gdy } x \leq 20, \\ 25 + 0,5(x - 20), & \text{gdy } x > 20. \end{cases}$$

Wzór funkcji wyrażającej koszty ponoszone przez abonentów w sieci Red w zależności od czasu rozmów ma postać

$$y = \begin{cases} 40 & \text{gdy } x \leq 30, \\ 40 + 0,4(x - 30) & \text{gdy } x > 30. \end{cases}$$

Przy jakiej liczbie minut rozmów sieć Blue jest tańsza od sieci Red?

3. Modelowe rozwiązanie (jeżeli istnieją różne sposoby rozwiązania to przynajmniej komentarz w tej kwestii)

Jeżeli abonent rozmawia w ciągu miesiąca nie więcej niż 20 minut, to tańsza jest sieć Blue.

Rozważmy sytuację, gdy abonent rozmawia więcej niż 20 minut ale nie więcej niż 30 minut.

W tej sytuacji opłata w sieci Red wynosi 40 zł, zaś w Blue wyraża się wzorem $y = 0,5(x - 20) + 25$, czyli $y = \frac{x}{2} + 15$.

Zauważmy, że dla $x > 20$ i $x \leq 30$ wartości funkcji $y = \frac{x}{2} + 15$ są mniejsze od 40 zł a więc sieć Blue jest tańsza od sieci Red.

Rozważmy na koniec sytuację, gdy liczba minut rozmów jest większa od 30.

Oznaczmy tę liczbę minut przez x

Mamy

$25 + 0,50(x - 20)$ – koszt rozmów w Blue,

$40 + 0,40(x - 30)$ – koszt rozmów w Red.

Rozważmy równanie

$$25 + 0,5(x - 20) = 40 + 0,4(x - 30),$$

którego dziedziną są liczby większe od 30.

Rozwiązaniem równania jest $x = 130$, co oznacza, że dla 130 minut koszt rozmów w obu sieciach jest taki sam.

Zauważmy, że dla $31 \leq x < 130$ tańsza jest sieć Blue, zaś dla $x > 130$ tańsza jest sieć Red.

4. Schemat oceniania

podpunkt	modelowe etapy rozwiązania zadania	liczba punktów
	przeanalizowanie przypadku, gdy czas rozmów jest nie większy od 20 min.	1
	przeanalizowanie przypadku, gdy czas rozmów jest większy od 21 min. ale nie większy od 30 min.	1
	przeanalizowanie przypadku, gdy czas rozmów jest większy od 30 min.	2
	udzielenie odpowiedzi	1

5. Propozycje wykorzystania (na lekcji, praca domowa, zadanie dodatkowe, zadanie powtórkowe, praca samodzielna, materiały do MOODL-a itp.)

zadanie dodatkowe, materiały do MOODL-a, zadanie projektowe