

ZADANIE

Dla I klasy liceum z B18

1. Metryczka zadania

Oznaczenie zadania (numer)	Zakres materiału (wg podstawy programowej)	Szacowana łatwość (w skali: b. łatwe, łatwe, średniotrudne, trudne, b. trudne)	Maksymalna liczba punktów	Szacowany czas potrzebny na rozwiązanie (w min.)
B18-9	4.6, 4.4 roz.	trudne	8	25

2. Treść zadania

Politycy od wielu lat toczą spory jaki podatek należałoby wprowadzić w Polsce. Rozwiązania przez nich proponowane są na ogół zbieżne z interesem i programem partii do jakiej należą. Proponowane przez nich rozwiązania często promują np. najbiedniejszych bądź grupy społeczne, które osiągają najwyższe zarobki.

W 2008 roku podatek dochodowy obliczany był według następujących reguł.

do 3091zł	3091zł – 44490zł	44490zł – 85528zł	ponad 85528zł
0	19%	30%	40%

Zapisz w postaci funkcji zależność odprowadzanego podatku $f(x)$ od kwoty dochodu x .
Narysuj w dowolnym programie komputerowym wykres tej funkcji.

Zastanówmy się nad sposobem zdefiniowania i obliczania idealnego podatku.
Oczywiście można zaproponować wiele rozwiązań. Dla przykładu rozważmy trzy funkcje:

- $f(x) = \frac{1}{5}x$,
- $g(x) = 10\sqrt{x}$,
- $h(x) = \frac{1}{125000}x^2$,

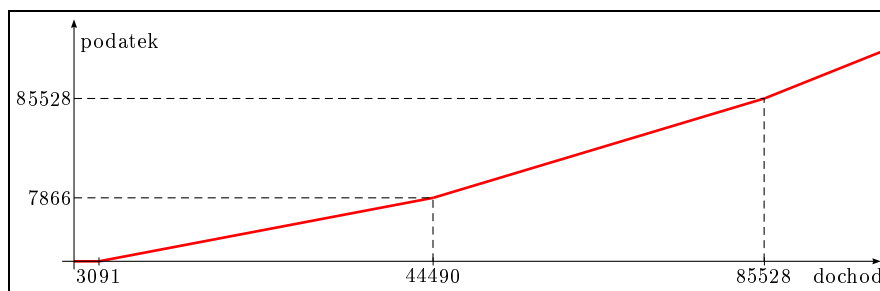
gdzie x jest wysokością osiąganego dochodu Narysuj w dowolnym programie komputerowym wykresy tych funkcji. Zinterpretuj otrzymane wyniki w kontekście osiąganego przez podatnika dochodu.

3. Modelowe rozwiązanie (jeżeli istnieją różne sposoby rozwiązania to przynajmniej komentarz w tej kwestii)

Zależność odprowadzanego podatku $f(x)$ od kwoty dochodu x jest następująca:

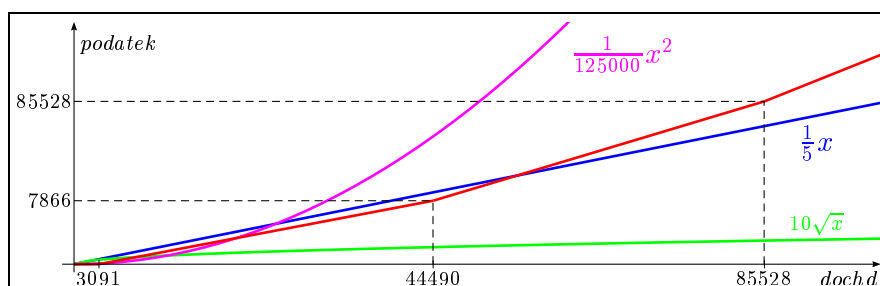
$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \leq 3091, \\ 0.19x - 586.85 & \text{dla } x \in (3091, 44490], \\ 0.30(x - 44490) + 7866.25 & \text{dla } x \in (44490, 85528], \\ 0.40(x - 85528) + 20177.65 & \text{dla } x > 85528. \end{cases}$$

Wykresem powyższej funkcji jest więc łamana.



Wykresy funkcji, o których mowa w zadaniu zostały naszkicowane poniżej.

Wszystkie te funkcje są rosnące, więc we wszystkich przypadkach obowiązuje zasada **im większy dochód, tym większy podatek**.



dochód	$f(x) = \frac{1}{5}x$	$g(x) = 10\sqrt{x}$	$h(x) = \frac{1}{12500}x^2$
1000 zł	200zł	316zł	8zł
2500 zł	500zł	500zł	500zł
5000 zł	1000zł	707zł	200zł
10000 zł	2000zł	1000zł	800zł

4. Schemat oceniania

podpunkt	modelowe etapy rozwiązania zadania	liczba punktów
	zapisanie funkcji w postaci wielonormowej	1
	naszkicowanie wykresu	1
	naszkicowanie wykresów funkcji	4
	interpretacja wyników	2

5. Propozycje wykorzystania (na lekcji, praca domowa, zadanie dodatkowe, zadanie powtórkowe, praca samodzielna, materiały do MOODL-a itp.)

zadanie dodatkowe, zadanie projektowe