ZADANIE
Dla I klasy liceum
z B19

1. Metryczka zadania

Oznaczenie zadania (numer)	Zakres materiału (wg podstawy programowej)	Szacowana łatwość (w skali: b. łatwe, łatwe, średniotrudne, trudne, b. trudne)	Maksymalna liczba punktów	Szacowany czas potrzebny na rozwiązanie (w min.)
B19-7	7.3	średniotrudne	7	20

2. Treść zadania

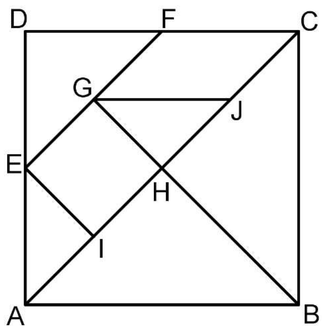
W kwadracie $ABCD$ poprowadzono przekątną AC i przez środek E boku AD odcinek EF równoległy do tej przekątnej. Niech G oznacza środek odcinka EF. Z punktów B, E i G prowadzimy odcinki prostopadłe do przekątnej AC tak, że końce odcinków leżą na odcinku AD. Przecinają one tę przekątną odpowiednio w punktach H i I. Dodatkowo z punktu G prowadzimy odcinek GJ równoległy do CD tak, że punkt J leży na odcinku AC.

A. Figura opisana w temacie zadania nosi nazwę tangramu. Sporządź jego rysunek według podanego opisu.

B. Wskaż figury podobne i podaj skale ich podobieństwa oraz wyznacz pola i obwody tych figur.

3. Modelowe rozwiązanie (jeżeli istnieją różne sposoby rozwiązania to przynajmniej komentarz w tej kwestii)

A. Na rysunku przedstawiono figurę opisaną w temacie zadania.



B. Figury podobne to kwadraty $ABCD$ i $EGHI$ oraz wszystkie trójkąty na tym rysunku. Jeżeli przez a oznaczymy długość boku kwadratu $ABCD$, to bok kwadratu $EGHI$ ma długość $\frac{a\sqrt{2}}{4}$, zatem kwadrat ten jest podobny do $ABCD$ w skali $\frac{\sqrt{2}}{4}$. Ponieważ obwód kwadratu $ABCD$ wynosi $4a$, a pole a^2,więc kwadrat $EGHI$ ma obwód $a\sqrt{2}$, a pole równe $\frac{a^2}{8}$.

Wszystkie trójkąty na tym rysunku są prostokątne i równoramienne. Trójkąty ΔABH i ΔCHB są przystające o przeciwprostokątnych długości a przyprostokątnych długości $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Ich obwody wynoszą $a + a\sqrt{2}$, a pola $\frac{a^2}{4}$. Również trójkąty ΔAEI i ΔGHJ są przystające, przy czym przyprostokątna każdego z nich ma długość $\frac{a\sqrt{2}}{4}$, a przeciwprostokątna $\frac{a}{2}$. Zatem ich obwód wynosi $\frac{a}{2}(\sqrt{2}+1)$, a pole $\frac{a^2}{16}$. Trójkąt ΔDEF jest podobny do trójkąta ΔABH w skali $\frac{\sqrt{2}}{2}$. Zatem jego obwód wynosi $a+\frac{a\sqrt{2}}{2}$ a pole równa $\frac{a^2}{8}$. Trójkąt ΔAEI jest podobny do trójkąta ΔDEF w skali $\frac{\sqrt{2}}{2}$, zatem jego obwód równa się $\frac{a}{2}(\sqrt{2}+1)$, a pole $\frac{a^2}{16}$. W końcu trójkąt ΔAEI jest podobny do trójkąta ΔABH w skali $\frac{1}{2}$.

4. Schemat oceniania

podpunkt	modelowe etapy rozwiązania zadania	liczba punktów
A	sporządzenie odpowiedniego rysunku	1
B	wskazanie wszystkich trójkątów podobnych	1
	podanie skal podobieństwa tych trójkątów	1
	wskazanie wszystkich kwadratów podobnych lub podanie twierdzenia, że wszystkie kwadraty są podobne	1
	podanie skali podobieństwa tych kwadratów	1
	wyznaczenie pól figur podobnych	1
	wyznaczenie obwodów figur podobnych	1

5. Propozycje wykorzystania (na lekcji, praca domowa, zadanie dodatkowe, zadanie powtórkowe, praca samodzielna, materiały do MOODL-a itp.)

zadanie dodatkowe

Projekt „Żyj twórczo. Zostań M@T.e-MANIAKIEM" jest współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

WYŻSZA SZKOŁA EUROPEJSKA IM. KS. JÓZEFA TISCHNERA

UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY