ZADANIE
Dla I klasy liceum
z B20

1. Metryczka zadania

Oznaczenie zadania (numer)	Zakres materiału (wg podstawy programowej)	Szacowana łatwość (w skali: b. łatwe, łatwe, średniotrudne, trudne, b. trudne)	Maksymalna liczba punktów	Szacowany czas potrzebny na rozwiązanie (w min.)
B20-7	7.4	średniotrudne	8	12

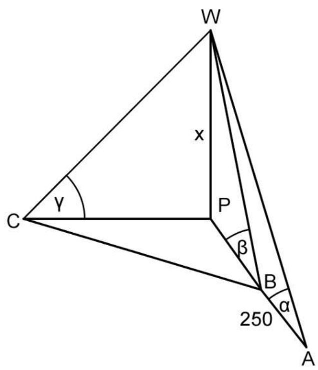
2. Treść zadania

Na wysokim wzgórzu znajduje się zamek.

A. Turysta, wędrując w płaskim terenie drogą wiodącą do zamku od południa, zmierzył, w punktach A i B odległych o 250 m od siebie, odpowiednio kąty $\alpha = 30^\circ$ i $\beta = 60^\circ$ pod którymi widziano wieżę zamkową. Wyznacz jak wysoko nad drogą znajduje się szczyt wieży zamkowej.

B. Inny turysta wędrując po tym samym terenie do zamku od zachodu, zobaczył w punkcie C wierzchołek zamkowej wieży pod katem $\gamma = 45^\circ$. Jak daleko od siebie byli turyści znajdujący się w punktach B i C.

3. Modelowe rozwiązanie (jeżeli istnieją różne sposoby rozwiązania to przynajmniej komentarz w tej kwestii)



A. Z oznaczeń przyjętych na rysunku wynika, że zachodzi następujący układ warunków:

$$\begin{cases} x = |AP| \cdot \tan\alpha, \\ x = |BP| \cdot \tan\beta, \\ |AP| - |BP| = 250. \end{cases}$$

Stąd

$$\frac{x}{\tan\alpha} - \frac{x}{\tan\beta} = 250,$$

czyli

$$x = \frac{250\tan\alpha\tan\beta}{\tan\beta - \tan\alpha}.$$

Projekt „Żyj twórczo. Zostań M@T.e-MANIAKIEM" jest współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
WYŻSZA SZKOŁA EUROPEJSKA IM. KS. JÓZEFA TISCHNERA
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

uwzględniając dane z zadania mamy

$$x = \frac{250 \tan 30^\circ \tan 60^\circ}{\tan 60^\circ - \tan 30^\circ} = \frac{250 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{250}{\frac{2\sqrt{3}}{3}} = \frac{3\sqrt{3} \cdot 250}{6} = 125\sqrt{3}.$$

Odpowiedź. Szczyt wieży jest na wysokości $125\sqrt{3} \approx 216,5$ m.

B. Z wyniku w podpunkcie A dostajemy

$$x = |CP| \cdot \tan\gamma,$$

skąd $|CP| = x \cdot \operatorname{ctg}\gamma = 125\sqrt{3}$. Podobnie $|BP| = x \cdot \operatorname{ctg} 60^\circ = 125\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = 125$.

Wtedy, ponieważ trójkąt BPC jest prostokątny (kierunki zachód i południe są prostopadłe), dostajemy

$$|BC| = \sqrt{125^2 + 3 \cdot 125^2} = 250.$$

Stąd $|BC| = 250\,\mathrm{m}$.

Odpowiedź. Turyści są odlegli od siebie o 250 m.

Uwaga. Zadanie to można rozwiązać bez użycia funkcji trygonometrycznych, korzystając z własności trójkątów równobocznych oraz prostokątnych.

4. Schemat oceniania

podpunkt	modelowe etapy rozwiązania zadania	liczba punktów
A	analiza tematu zadania (zapisanie danych i szukanych oraz sporządzenie rysunku)	1
	napisanie układu równań	1
	rozwiązanie układu równań	1
	sformułowanie odpowiedzi	1
B	wyznaczenie długości pierwszej przyprostokątnej	1
	wyznaczenie długości drugiej przyprostokątnej	1
	wyznaczenie długości przeciwprostokątnej	1
	sformułowanie odpowiedzi	1

5. Propozycje wykorzystania (na lekcji, praca domowa, zadanie dodatkowe, zadanie powtórkowe, praca samodzielna, materiały do MOODL-a itp.)

na lekcji, zadanie projektowe

Projekt „Żyj twórczo. Zostań M@T.e-MANIAKIEM" jest współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
WYŻSZA SZKOŁA EUROPEJSKA IM. KS. JÓZEFA TISCHNERA
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY