

ZADANIE

Dla I klasy liceum z B21

1. Metryczka zadania

Oznaczenie zadania (numer)	Zakres materiału (wg podstawy programowej)	Szacowana łatwość (w skali: b. łatwe, łatwe, średniotrudne, trudne, b. trudne)	Maksymalna liczba punktów	Szacowany czas potrzebny na rozwiązanie (w min.)
B21-1	1.4, 1.5	łatwe	4	8

2. Treść zadania

Połącz w pary działanie z jego wynikiem.

A. $\frac{\sqrt{3}^6 - 27^{\frac{2}{3}}}{2 \cdot \sqrt[3]{3^5}},$

B. $2^{\frac{5}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + (\sqrt{2})^4 \cdot 3^0,$

C. $(\sqrt{\sqrt{3}})^{-2} \cdot (3 - 2\sqrt{2})(\sqrt{2} + 1)^2,$

D. $[\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} + \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} - (3 - \sqrt{2})(3 + \sqrt{2})]^2.$

a) 7^2 ; b) $3^{-\frac{1}{2}}$; c) $3^{\frac{1}{3}}$; d) 2^3 .

3. Modelowe rozwiązanie (jeżeli istnieją różne sposoby rozwiązania to przynajmniej komentarz w tej kwestii)

A. Z definicji potęgi o wykładniku wymiernym i faktu, że $27 = 3^3$ oraz twierdzenia o potęgowaniu potęgi mamy:

$$\frac{\sqrt{3}^6 - 27^{\frac{2}{3}}}{2 \cdot \sqrt[3]{3^5}} = \frac{3^3 - 3^2}{2 \cdot 3^{\frac{5}{3}}} = \frac{18}{2 \cdot 3^{\frac{5}{3}}} = \frac{3^2}{3^{\frac{5}{3}}}.$$

Korzystając z twierdzenia o dzieleniu potęg o tych samych podstawach otrzymujemy

$$\frac{3^2}{3^{\frac{5}{3}}} = 3^{2-\frac{5}{3}} = 3^{\frac{1}{3}}.$$

B. Na mocy definicji potęgi o wykładniku wymiernym oraz twierdzenia o mnożeniu potęg o tych samych podstawach dostajemy:

$$2^{\frac{5}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{2}^4 \cdot 3^0 = 2^{\frac{5}{2}} \cdot 2^{-\frac{1}{2}} + 2^2 = 2 \cdot 2^2 = 2^3.$$

C. Wobec definicji potęgi o wykładniku wymiernym, twierdzenia o potęgowaniu potęgi oraz wzorów na kwadrat sumy i różnicę kwadratów zachodzi:

$$(\sqrt{\sqrt{3}})^{-2} \cdot (3 - 2\sqrt{2})(\sqrt{2} + 1)^2 = 3^{-\frac{1}{2}} \cdot (3 - 2\sqrt{2})(3 + 2\sqrt{2}) = 3^{-\frac{1}{2}} \cdot 1 = 3^{-\frac{1}{2}}.$$

D. Sprowadzając ułamki do wspólnego mianownika i korzystając z wzoru na różnicę kwadratu mamy:

$$\left[\frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} + \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} - (3 - \sqrt{2})(3 + \sqrt{2}) \right]^2 = (14 - 7)^2 = 7^2 = 49.$$

Odpowiedź. A. c); B. d; C. b; D. a.

4. Schemat oceniania

podpunkt	modelowe etapy rozwiązania zadania	liczba punktów
A	wskazanie poprawnego wyniku	1
B	wskazanie poprawnego wyniku	1
C	wskazanie poprawnego wyniku	1
D	wskazanie poprawnego wyniku	1

5. Propozycje wykorzystania (na lekcji, praca domowa, zadanie dodatkowe, zadanie powtórkowe, praca samodzielna, materiały do MOODL-a itp.)

zadanie powtórkowe, praca domowa