

ZADANIE

Dla I klasy liceum z B21

1. Metryczka zadania

Oznaczenie zadania (numer)	Zakres materiału (wg podstawy programowej)	Szacowana łatwość (w skali: b. łatwe, łatwe, średniotrudne, trudne, b. trudne)	Maksymalna liczba punktów	Szacowany czas potrzebny na rozwiązanie (w min.)
B21-2	1.4, 1.5	trudne	9	12

2. Treść zadania

A. Wykonaj działania

$$(\sqrt{2} + 1)^2, \quad (\sqrt{2} - 1)^2, \quad (\sqrt{2} + 1)^3, \quad (\sqrt{2} - 1)^3.$$

B. Wykorzystując stosowne wzory z podpunktu A sprawdź, że zachodzi równość

$$\sqrt{3 + 2\sqrt{2}} - \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} = 2.$$

C. Sprawdź prawdziwość poniższej równości

$$\sqrt[3]{5\sqrt{2} + 7} + \sqrt[3]{5\sqrt{2} - 7} = 2\sqrt{2}.$$

3. Modelowe rozwiązanie (jeżeli istnieją różne sposoby rozwiązania to przynajmniej komentarz w tej kwestii)

A. Stosując wzory uproszczonego mnożenia dostajemy równości:

$$(\sqrt{2} + 1)^2 = 2 + 2\sqrt{2} + 1 = 3 + 2\sqrt{2}, \quad (\sqrt{2} - 1)^2 = 2 - 2\sqrt{2} + 1 = 3 - 2\sqrt{2}.$$

Stosując wzór na sześcian sumy mamy

$$(\sqrt{2} + 1)^3 = (\sqrt{2})^3 + 3(\sqrt{2})^2 + 3\sqrt{2} + 1 = 5\sqrt{2} + 7.$$

Podobnie

$$(\sqrt{2} - 1)^3 = (\sqrt{2})^3 - 3(\sqrt{2})^2 + 3\sqrt{2} - 1 = 5\sqrt{2} - 7.$$

B. Zauważmy, że na podstawie podanych w podpunkcie A wzorów na sumę i różnicę kwadratów

$$\sqrt{3 + 2\sqrt{2}} - \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2} + 1)^2} - \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2}.$$

Ponieważ $\sqrt{2} - 1 > 0$ i $\sqrt{2} + 1 > 0$, więc

$$\sqrt{(\sqrt{2} + 1)^2} - \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2} = \sqrt{2} + 1 - (\sqrt{2} - 1) = 2.$$

C. Stosując wzory na sześcián sumy i różnicy otrzymujemy:

$$\sqrt[3]{5\sqrt{2} + 7} + \sqrt[3]{5\sqrt{2} - 7} = \sqrt[3]{(\sqrt{2} + 1)^3} + \sqrt[3]{(\sqrt{2} - 1)^3} = \sqrt{2} + 1 + \sqrt{2} - 1 = 2\sqrt{2}.$$

4. Schemat oceniania

podpunkt	modelowe etapy rozwiązania zadania	liczba punktów
A	zastosowanie wzoru na kwadrat sumy i różnicy	1
	zastosowanie wzoru na sześcián sumy	1
	zastosowanie wzoru na sześcián różnicy	1
B	zastosowanie wzoru na kwadrat sumy i różnicy	1
	poprawne zastosowanie definicji pierwiastka	1
	poprawne wykonanie obliczeń	1
C	zastosowanie wzoru na sześcián sumy i różnicy	1
	poprawne zastosowanie definicji pierwiastka	1
	poprawne wykonanie obliczeń	1

5. Propozycje wykorzystania (na lekcji, praca domowa, zadanie dodatkowe, zadanie powtórkowe, praca samodzielna, materiały do MOODL-a itp.)

na lekcji, zadanie dodatkowe, zadanie projektowe