

## ZADANIE

### Dla I klasy liceum z B23

#### 1. Metryczka zadania

Oznaczenie zadania (numer)	Zakres materiału (wg podstawy programowej)	Szacowana łatwość (w skali: b. łatwe, łatwe, średniotrudne, trudne, b. trudne)	Maksymalna liczba punktów	Szacowany czas potrzebny na rozwiązanie (w min.)
B23-9	7.2	łatwe	3	4

#### 2. Treść zadania

- A. Wykaż, że jeśli proste  $a$  i  $b$  styczne odpowiednio w punktach  $K_1$  i  $K_2$  do okręgu o środku  $O$  i promieniu  $r$  przecinają się w punkcie  $A$  poza okręgiem, to odcinki  $AK_1$  i  $AK_2$  są równej długości.
- B. Wyciągnij stąd wniosek, że prosta  $OA$  jest dwusieczną kąta  $\sphericalangle K_1AK_2$ .

#### 3. Modelowe rozwiązanie (jeżeli istnieją różne sposoby rozwiązania to przynajmniej komentarz w tej kwestii)

- A. Założenie: Dany jest okrąg o środku  $O$  i promieniu  $r$ , proste  $a$  i  $b$  przecinające się w punkcie  $A$  i styczne do okręgu w punktach  $K_1$  i  $K_2$ .
- Teza:  $|AK_1| = |AK_2|$ .
- Dowód.
- Trójkąty  $\triangle AOK_1$  i  $\triangle AOK_2$  są przystające, bo  $|OK_1| = |OK_2| = r$ , z założenia, odcinek  $AO$  jest wspólny i kąt  $\sphericalangle AK_1O = \sphericalangle AK_2O = 90^\circ$ . Stąd i z twierdzenia Pitagorasa wynika  $|AK_1| = |AK_2|$ .
- B. Z podpunktu A wynika, że trójkąt  $\triangle K_1AK_2$  jest równoramienny i kąty  $\sphericalangle OAK_1$  i  $\sphericalangle OAK_2$  są przystające. Zatem  $OA$  jest dwusieczną kąta  $\sphericalangle K_1AK_2$ .

#### 4. Schemat oceniania

zadanie	modelowe etapy rozwiązania zadania	liczba punktów
A	analiza tematu zadania (zapisanie założenia i tezy twierdzenia)	1
	skorzystanie z twierdzenia Pitagorasa	1
B	wyciągnięcie wniosku	1

#### 5. Propozycje wykorzystania (na lekcji, praca domowa, zadanie dodatkowe, zadanie powtórkowe, praca samodzielna, materiały do MOODL-a itp.)

praca domowa, zadanie powtórkowe