

ZADANIE 2

Liczby zaprzyjaźnione i liczby doskonałe - dedykowane kołom informatycznym lub klasom mat.-inf. - z algorytmiki języka programowania C++ (pakiet B6)

1. Metryczka zadania:

Oznaczenie zadania (numer)	Zakres materiału (wg podstawy programowej)	Szacowana łatwość (w skali: b. łatwe, łatwe, średnio-trudne, trudne, b. trudne)	Maksymalna liczba punktów	Szacowany czas potrzebny na rozwiązanie (w min)
2	Rozwiązywanie problemów i podejmowanie decyzji z wykorzystaniem komputera, stosowanie podejścia algorytmicznego. Uczeń stosuje podejście algorytmiczne do rozwiązywania problemu; dobiera efektywny algorytm do rozwiązania sytuacji problemowej i zapisuje go w wybranej notacji; opisuje podstawowe algorytmy i stosuje: algorytmy na liczbach całkowitych, np.: sprawdzanie, czy liczba jest liczbą pierwszą, doskonałą.	łatwe	16	15 na pkt a, b, c + dodatkowy czas na pkt d)

Uczeń:

- wykorzystuje technologie komunikacyjno-informacyjne do komunikacji i współpracy z nauczycielami i innymi uczniami, a także z innymi osobami, jak również w swoich działaniach kreatywnych;
- formułuje specyfikacje dla wybranych sytuacji problemowych;
- projektuje rozwiązanie: wybiera metodę rozwiązania, odpowiednio dobiera narzędzia komputerowe, tworzy projekt rozwiązania;
- realizuje rozwiązanie na komputerze - za pomocą oprogramowania aplikacyjnego lub języka programowania.

2. Treść zadania:

Gdy zapytano Pitagorasa: *Co to jest przyjaciel?* - odpowiedział: *Przyjaciel to drugi ja; przyjaźń, to stosunek liczb 220 i 284.* Stąd prawdopodobnie pochodzi nazwa liczb zaprzyjaźnionych. **Liczby zaprzyjaźnione** to dwie liczby naturalne, gdzie każda z

nich jest **równa sumie dzielników właściwych drugiej liczby**. Pierwsza para to 220 i 284.

Ciekawostka: W starożytności i średniowieczu liczbom zaprzyjaźnionym przypisywano znaczenie mistyczne. Pewien średniowieczny Książę, którego liczbowa wartość imienia wynosiła 284 pozostał do śmierci kawalerem, bo nie mógł znaleźć narzeczonej, której imię miałoby wartość 220 ☺.

- Napisz program, który dla danej liczby naturalnej dodatniej (mniejszej od 10^6) podanej przez użytkownika wypisze jej wszystkie dzielniki oraz sumę tych dzielników.
- Napisz program, który dla dwóch liczb naturalnych dodatnich (mniejszych od 10^6) podanych przez użytkownika wypisze komunikat TAK, jeśli są to liczby zaprzyjaźnione i NIE w przeciwnym przypadku.
- Liczba doskonała**, to taka liczba, która jest równa sumie wszystkich swoich dzielników właściwych. Liczby doskonałe zostały wynalezione przez pitagorejczyków. Najmniejszą liczbą doskonałą jest 6 ($6=1+2+3$). Napisz program, który wypisze wszystkie liczby doskonałe z przedziału $<6;10000>$.
- Sprawdzanie (na podstawie definicji), czy liczba jest liczbą doskonałą jest czasochłonne. Spróbuj znaleźć wzory, które pomogą usprawnić ten proces. Sprawdź je na przykładzie wygenerowanych przez Ciebie liczb w poprzednim podpunkcie.

3. Modelowe rozwiązanie (jeżeli istnieją różne sposoby rozwiązania to przynajmniej komentarz w tej kwestii):

• **Zadanie2_a.cpp, zadanie2_b.cpp, zadanie2_c.cpp.**

Do podpunktu d):

Reguła podana przez Euklidesa pozwalająca wyznaczać liczby doskonałe parzyste (nie wiadomo, czy istnieją nieparzyste liczby doskonałe):

$N=2^{k-1}(2^k-1)$, gdzie (2^k-1) musi być liczbą pierwszą dla $k>1$ (naturalnego).

Dla $k=2$ $N=2^1*(2^2-1)=2*3=6$; 2^2-1 jest liczbą pierwszą więc 6 jest liczbą doskonałą.

4. Schemat oceniania:

Nr podpunktu	a)	b)	c)	d)
Max liczba pkt	4	5	3	4

- a) 3 pkt za zapisanie algorytmu znajdującego i wypisującego wszystkie dzielniki liczby (odpowiednia organizacja pętli, badanie podzielności, wypisanie właściwych dzielników); 1 pkt za obliczenie i wypisanie sumy,
- b) 3 pkt za poprawne obliczenie sumy dzielników każdej liczby (tylko dzielników właściwych); 1 pkt za poprawne porównanie wartości; 1 pkt za poprawny wynik,
- c) 1 pkt za poprawną organizację pętli (sprawdzającej wszystkie liczby w przedziale); 1 pkt za policzenie sumy dzielników właściwych; 1 pkt za wypisanie poprawnej liczby,
- d) 2 pkt za znalezienie reguły Euklidesa; 2 pkt za poprawne sprawdzenie, czy liczby wygenerowane w pkt c) są doskonałe.

5. Propozycje wykorzystania:

Zadanie można podzielić na dwie części: punkty a), b), c) i punkt d). Pierwsza część, może być wykorzystana na lekcji jako ćwiczenie algorytmu badającego podzielność liczb; jako zadanie domowe lub zadanie powtórzeniowe. Punkt d) można wykorzystać jako zadanie dodatkowe. Oczywiście zadanie może być wykorzystane jako zadanie off-line w MOODLE-u.