

**Scenariusz lekcji,
przeprowadzonej w klasie I liceum (lub trzeciej gimnazjum)
z matematyki**

1. TEMAT: Co oznacza środek trasy dla pilota i kierowcy.

2. **Autor:** Zdzisława Hojnacka
3. **Klasa:** pierwsza liceum lub trzecia gimnazjum (ok. 30 uczniów)
4. **Program (treści):** odległość między punktami, środek odcinka, okrąg, koło, symetralna odcinka, optymalizacja drogi i czasu.
5. **Czas trwania:** 2 lekcje **w klasie** (sali lekcyjnej). Dodatkowy czas (zadanie domowe) to samodzielna praca poza szkołą oraz jedna lekcja na prezentację i podsumowanie wyników.
6. **Czas realizacji:** 135 min (w klasie) plus czas poza szkołą.
7. **Metody przeprowadzenia lekcji:** klasyczna metoda problemowa, dyskusja, burza mózgów, prezentacja publiczna.
8. **Formy pracy:** zajęcia klasowo-lekcyjne, praca grupowa jednolita (ew. zróżnicowana).
9. **Cele:**
 - Uświadomienie znaczenia tworzenia modelu matematycznego jako idealnego opisu pewnej rzeczywistości.
 - Nabycie umiejętności tworzenia modeli odległości.
 - Podniesienie świadomości, że każda tworzona wiedza musi być weryfikowana, zmieniać się i rozwijać.
 - Podniesienie umiejętności wyszukiwania, gromadzenia, analizowania informacji w celu wykorzystania ich do rozwiązywania problemów praktycznych.
 - Nabycie umiejętności wyznaczania środka odcinka.
 - Zrozumienie pojęć: okręgu, koła, symetralnej.
 - Podniesienie umiejętności wyznaczania środka trasy i odróżnianie tego pojęcia od środka odległości między punktami.
 - Podniesienie umiejętności dokonywania optymalizacji drogi i czasu.
 - Kształtowanie umiejętności prezentacji publicznej.

10. Spodziewane efekty (umiejętności, jakie powinien zdobyć uczeń). Uczniowie:

- rozumieją potrzebę tworzenia modeli matematycznych do opisu rzeczywistości (na przykładzie wzoru na środek odcinka, odległości między większymi obiektami, definicji okręgu, koła i symetralnej odcinka),
- samodzielnie stworzą własne modele matematyczne opisujące odległości między dużymi obiektami geograficznymi, przetestują je i zweryfikują,
- przeprowadzą publiczną prezentację otrzymanych wyników i wyciągniętych wniosków,
- nauczą się obliczać środek odcinka,
- poznają/utrwalą definicję okręgu, koła i symetralnej odcinka.
- nauczą się rozróżniać środek odległości między punktami od miejsca, w którym znajduje się połowa drogi,

wymagania szczegółowe:

Uczeń:

- wyznaczać współrzędne środka odcinka - kategoria taksonomiczna C;
- znajduje obraz niektórych figur geometrycznych w symetrii względem prostej - kategoria taksonomiczna C;

11. Metody sprawdzania osiągniętych celów:

1. wzajemna kontrola wyników zadań (karta pracy) w sąsiednich grupach uczniowskich monitorowana przez nauczyciela;
2. publiczna prezentacja wyników;
3. wzajemna ocena wypowiedzi uczniów podczas dyskusji;

Komentarz ZH: ze względu na przyjęte metody problemowe położono nacisk na samoocenę i ocenę wzajemną. Rolą nauczyciela będzie wspieranie oraz kontrola jakości tego procesu, a nie bezpośrednio wyników).

12. Sposoby motywowania uczniów:

1. Wykorzystanie i pobudzanie kreatywności i prezentacji (uczniowskie prezentacje pomysłów własnych przed całą klasą).
2. Nauczyciel monitoruje pracę uczniów i sugeruje gdzie szukać potrzebnych wzorów.
3. Nie ma jedynie słusznych wyników, każdy wynik, także błędny, jest wkładem w porównania i dyskusje.

4. Nauczyciel może także wpisywać stopnie (ew. plusy i inne elementy oceny) w zależności od wkładu pracy, celności, poprawności wyników oraz dążenia do rzetelnej weryfikacji wyników samooceny, także wkładu w grupowe osiągnięcia w uczeniu się.

13. Przygotowanie do lekcji (jakie warunki powinny być spełnione aby prawidłowo przeprowadzić lekcje):

- Nauczyciel powinien, tak dobrać dwa miasta na mapie do analizy, aby obie współrzędne geograficzne miast jak najbardziej różniły się od siebie.
- Uczniowie dobierają się w grupy dwu-, trzy-, czteroosobowe.

Ze względu na najlepsze wykorzystanie kreatywności uczniów i współpracy grupowej, lekcję najlepiej przeprowadzić w sali z dostępem do kilku komputerów i Internetu (optymalnie jeden komputer na grupę). Uczniowie mogą również przynieść własne laptopy i podłączyć się do sieci przez WiFi.



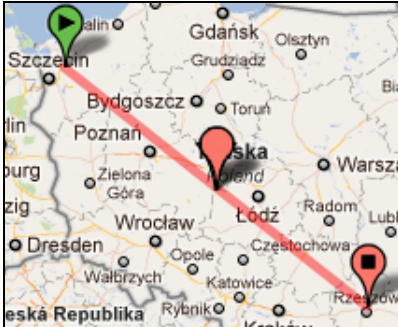
14. Środki dydaktyczne: (wersja najbardziej kreatywna)

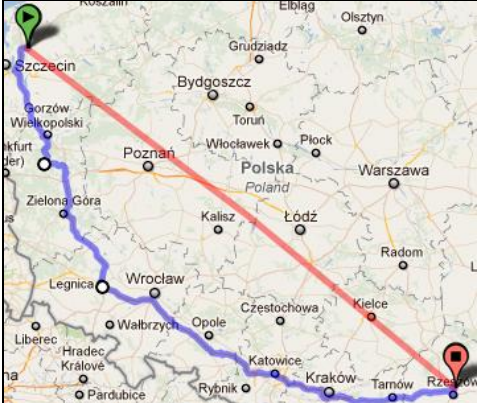
1. Komputery z dostępem do Internetu dla każdej grupy.
2. Drukarka.
3. Tablica.
4. Kalkulatory (mogą być w telefonach komórkowych).

15. Słowniczek pojęć: definicja, środek odcinka, okrąg, koło, symetralna.

16. Przebieg lekcji:

Lp.	Czynności nauczyciela	Czynności uczniów	czas	Umiejętności kształcone w czasie lekcji
1.	Rozpoczyna burzę mózgów na temat: „ <i>Jak zdefiniować odległość między miastami?</i> ”. Może nawiązać do pojęć z fizyki: odległość między Słońcem a Ziemią, odległość między masami w prawie powszechnej grawitacji Newtona, odległości między ładunkami w prawie Coulomba. Zleca wykonanie zadania I w karcie pracy czyli wymyślenie własnej definicji odległości i zapisanie jej na tablicy.	Proponują różne rozwiązania, tworzą własne definicje, zapisują je na tablicy i ustalają wspólną definicję odległości między miastami. Ustalają jednostki, dokładność. Podczas trwania lekcji testują swoje definicje i modyfikują.	10 min	Kreatywność, tworzenie własnej teorii i modyfikowanie jej, ustalanie wspólnego stanowiska, nawiązywania do innych dziedzin nauki.
2	Zleca wykonanie zadania II, czyli wyznaczenie kilkoma sposobami środka odcinka między Rzeszowem a Szczecinem. Uczniowie będą wyznaczyć ten punkt	Wymyślają różne metody na wyznaczenie środka odcinka. M.in. wyznaczają jak najdokładniej współrzędne geograficzne	20 min	Wyszukiwanie, odczytywanie i analiza informacji, dyskusja wyników. Przyswajanie (wymyślanie) wzoru na środek odcinka.

	<p>„na oko” i należy ten wynik traktować jako wynik przybliżony. Sugeruje przykładową procedurę znalezienia dokładnych współrzędnych geograficznych lotnisk: wybranie powiększenia mapy dającego wyraźny widok lotniska i przy takim powiększeniu zastosowanie aplikacji „Upuść znacznik położenia geograficznego”.</p>  <p>Jeśli uczniowie sami nie wymyślą wzoru na środek odcinka, podpowiada gdzie go można znaleźć (tablice matematyczne, Internet). Informuje, że w mapach Google stosuje się kropkę dziesiętną (a nie przecinek).</p>	<p>lotniska traktując je jako współrzędne na układzie współrzędnych. Stosują wzór, otrzymane liczby będące współrzędnym geograficznym wpisują do map i odczytują co znajduje się w tym miejscu.</p>  <p>Dyskutują nad wynikiem.</p>		
3.	<p>Zleca wykonanie zadania III w karcie pracy, czyli wyznaczenie na mapie punktów należących do okręgu, koła i symetralnej odcinka.</p> <p>Monitoruje pracę uczniów, indywidualnie prowadzi rozmowy na temat wad, zalet i użyteczności wymyślonej definicji odległości między miastami.</p>	<p>Wyszukują punkty i sprawdzają, czy spełniają one wymagane warunki i klasyfikują je do odpowiednich zbiorów. Rysują na wydrukowanych mapkach punkty spełniające określone warunki.</p>	20 min	<p>Poprzez wielokrotne próby (w tym manualne) w poszukiwaniu wymaganych punktów poznają/utrwalają własności i definicje okręgu, koła i symetralnej.</p>
4.	<p>Zaprasza przedstawicieli każdej grupy do podzielenia się swoimi spostrzeżeniami na temat wyników i użyteczności stworzonej definicji odległości między miastami.</p>	<p>Kolejno prezentują swoje wyniki, spostrzeżenia i wnioski. Dyskutują nad możliwościami udoskonalenia definicji.</p>	15 min	<p>Publicznej wypowiedzi wcześniej uzgodnionej z pozostałymi osobami w grupie, dokonywanie podsumowań, syntezy, systematyzowanie wiadomości, ewaluacja osiągniętych wyników.</p>
5.	<p>Omawia zadanie domowe polegające na wyznaczeniu „środką” (miejsca, gdzie znajduje się połowa) drogi samochodowej</p>	<p>Podczas burzy mózgów wymyślają metody otrzymania rozwiązania, podają gotowe przepisy.</p>	15 min	<p>Kreatywność, publiczna wypowiedź, obrony swoich teorii, wyszukiwanie błędów w wypowiedziach innych</p>


<p>miedzy Szczecinem a Rzeszowem. Zachęca do zaprezentowania metody na znalezienie połowy drogi, połowy czasu.</p> 		osób.
--	--	-------

Załącznik I Karta pracy ucznia:

<p>Zadanie I</p> <p>Zastanów się jak zdefiniować odległość między miastami. Zapisz swoją definicję na tablicy. Podczas wykonywania pozostałych zadań sprawdzaj, czy twoja definicja jest uniwersalna, jaki jest jej zakres stosowalności, jakie ma zalety i wady. Co byś w niej zmienił, a co zostawił?</p>	
<p>Zadanie II</p> <p>Wyznacz miejsce O na mapie, które jest środkiem trasy lotniczej między Rzeszowem a Szczecinem.</p> <p>Wyznacz punkt O na różne sposoby; opisz go.</p> <p>Jaką drogę d pokonuje samolot lecąc od Rzeszowa (Szczecina) do punktu O ?</p> <p>Zapisz wyniki na tablicy i porównaj je z wynikami innych grup. Dowiedz się, jakie metody zastosowali twoi koledzy.</p>	<p>Środek O trasy lotniczej znajduje się</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>

Projekt „Żyj twórczo. Zostań M@T.e-MANIAKIEM” jest współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

	<p>Odległość d między Rzeszowem a środkiem O wynosi:</p> <p>.....</p> <p>Odległość d między Szczecinem a środkiem O wynosi:</p> <p>.....</p>
<p style="text-align: center;">Zadanie III</p>	
<p>Wydrukuj mapkę z trasą lotniczą między Szczecinem a Rzeszowem. Stosując wypracowaną przez was definicję odległości między miastami odpowiedz na poniższe pytania pytania:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Co powiesz o miejscach X (punktach X) na mapie oddalonych od punktu O o dokładnie odległość d km? Na wydrukowanej mapce wykonaj rysunek. 2. Co powiesz o miejscach X na mapie spełniających warunek $XO = d$? Podaj co najmniej trzy przykłady takich miejsc. Zapisz je na tablicy. Zbadaj co znajduje się w tych miejscach. 3. Co powiesz o miejscach X na mapie spełniających warunek $XO \leq d$? Podaj co najmniej trzy przykłady. 4. Co powiesz o miejscach X na mapie oddalonych od Szczecina i Rzeszowa o tę samą odległość? Na wydrukowanej mapce wykonaj rysunek. Podaj co najmniej trzy przykłady takich miejsc. Zapisz je na tablicy. 	<p>Modelem matematycznym zbioru punktów oddalonych od punktu O o d km jest</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>W rzeczywistości ten zbiór jest</p> <p>.....</p> <hr/> <p>Modelem matematycznym zbioru punktów spełniających warunek $XO = d$ jest</p> <p>.....</p> <p>Przykłady takich miejsc</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <hr/> <p>Modelem matematycznym zbioru punktów spełniających warunek $XO \leq d$ jest</p> <p>.....</p> <p>Przykłady takich miejsc.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>

	<p>Modelem matematycznym zbioru punktów oddalonych od końców odcinka o tę samą odległość jest</p> <p>Miejscowości równooddalone od Rzeszowa i Szczecina to:</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
Zadanie IV (zadanie domowe)	
<p>Utwórz przy pomocy map Google trasę samochodową między Szczecinem a Rzeszowem. Jako główne kryterium przyjmij:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. najkrótszą drogę, 2. najkrótszy czas. <p>Wydrukuj mapkę i szczegółowy opis etapów trasy. (W wersji przeznaczonej do</p> <p>druku  uzyskasz szczegółowe czasy etapów pośrednich).</p> <p>Wyznacz miejsce, w którym znajduje się</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. połowa przebytej drogi, 2. połowa czasu potrzebnego na przebycie trasy, <p>Dokonaj analizy wyników, odnieś się do wyników otrzymanych na lekcji.</p>	