

TEMAT CYKLU: *Obserwacja - Hipoteza – Dowód*

Czas realizacji cyklu: 3 lekcje

Autor: Stefan Turnau

**Scenariusz lekcji matematyki
w liceum**

Temat lekcji 2: *Mnożenie po wedyjsku*

Jest to lekcja poświęcona rozbudzeniu ciekawości i chęci dociekania źródła poprawności algorytmu.

Czas trwania: 45 min.

1. Metody przeprowadzenia lekcji: wykład problemowy, ćwiczenia laboratoryjne, dyskusja w grupach, dyskusja dydaktyczna
2. Formy pracy: praca z całą klasą, praca w grupach
3. Cele:
 - Uświadomić różnicę między empirycznym i logicznym sprawdzeniem poprawności algorytmu
 - Uczyć uogólniania metody
 - Pokazać niestandardowy sposób mnożenia liczb całkowitych
4. Spodziewane efekty (umiejętności, jakie powinien zdobyć uczeń)
 - Świadomość, że do tego samego wyniku prowadzą różne algorytmy.
 - Świadomość, że sprawdzanie na przykładach i wywód logiczny to odrębne metody weryfikacji.
 - Umiejętność poznania, przeniesienia i uogólnienia nowej procedury.
 - Algebraiczne dowodzenie faktów dotyczących liczb.

Wymagania szczegółowe:

Uczeń:

 - przedstawia liczby rzeczywiste w różnych postaciach - kategoria taksonomiczna C;
5. Metody sprawdzania osiągniętych celów
 - Obserwacja i słuchanie uczniów
 - Wyniki uzyskiwane w czasie lekcji i pracy domowej
6. Sposoby motywowania uczniów
 - Nietypowość pokazanego algorytmu
 - Informacja historyczna
 - Stworzenie okazji do samodzielnych prób

TEMAT CYKLU: *Obserwacja - Hipoteza – Dowód*

Czas realizacji cyklu: 3 lekcje

Autor: Stefan Turnau

7. Przygotowanie do lekcji (jakie warunki powinny być spełnione aby prawidłowo przeprowadzić lekcje):

- Atmosfera sprzyjająca otwartej dyskusji
- Dostępność kalkulatorów elektronicznych

8. Środki dydaktyczne:

- Kalkulatory elektroniczne na każdym stoliku

9. Słowniczek pojęć: Veda, algorytm, uogólnić

10. Przebieg lekcji:

Lp.	Czynności nauczyciela	Czynności uczniów	czas	Umiejętności kształcone w czasie lekcji
1.	- Pokażę wam pewien sposób mnożenia, którego nie znacie. - Pomnożę $86 \cdot 93$. $86 \rightarrow 14$ (do 100 brakuje 14) $93 \rightarrow 7$ (do 100 brakuje 7) 79 ($86-7$) $79 \mid 98$ ($14 \cdot 7$) 7998 - to jest wynik mnożenia. Czy poprawny? Pokazuje drugi przykład: $88 \cdot 91$ $79 \mid 98$ $79 \mid 108$ 8008	Słuchają, obserwują. Znajdują iloczyn kalkulatorem. - Tak, wychodzi tyle samo. - To pewnie specjalnie wybrany przykład. Sprawdzają drugi przykład. - Też się zgadza. - To sztuka magiczna. - Czy zawsze się uda?	10 min.	Poznawanie nowej procedury z przykładu i objaśnienia Nowy sposób pamięciowego mnożenia
2.	- Pomnóż podobnie $74 \cdot 92$. - Jak się przekonać, czy ten sposób jest poprawny?	Jeden wykonuje mnożenie na tablicy. Sprawdzają wynik. - Trzeba zrobić więcej przykładów. - Opłaca się tylko dla bliskich 100. Wtedy można w pamięci. Wykonują i sprawdzają własne przykłady.	10 min.	Sprawdzanie procedury przez porównanie wyniku z wynikiem procedury standardowej

TEMAT CYKLU: *Obserwacja - Hipoteza – Dowód*

Czas realizacji cyklu: 3 lekcje

Autor: Stefan Turnau

3.	<p>- Czy macie pewność, że ten sposób jest poprawny?</p> <p>Co chcielibyście wiedzieć?</p> <p>Przeprowadza heurystyczny dowód poprawności algorytmu na przykładzie mnożenia 9×7:</p> $9 \rightarrow (10-9)$ $7 \rightarrow (10-7)$ $(9-(10-7)) \mid (10-9) \times (10-7)$ $(9+7)-10 \mid 10 \times (10-(9+7))+9 \times 7$ $10 \times ((9+7)-10)+10 \times (10-(9+7))+9 \times 7 = 9 \times 7$	<p>- Raczej tak. Razem przeliczyliśmy kilkadziesiąt przykładów!</p> <p>- Nie wiemy, dlaczego to działa.</p> <p>Słuchają, notują.</p>	10 min.	Odróżnianie sprawdzania na przykładach z weryfikacją logiczną (dowodem)
5.	<p>- Powtórzcie to rozumowanie na innych liczbach jednocyfrowych, a potem dwucyfrowych. Liczby dwucyfrowe trzeba dopełniać do... 100.</p>	<p>Wybierają przykłady i powtarzają rozumowanie.</p> <p>- Teraz widać, dlaczego to daje dobry wynik. Ale czy to jest dowód?</p> <p>- Jest, bo to możesz powtórzyć na każdym innym przykładzie.</p> <p>- Czy można to zrobić ogólnie, na liczbach x, y?</p>	10 min.	Przeniesienie i rozszerzenie procedury
6.	<p>Opowiada o Wedzie i matematyce wedyjskiej. Zachęca do zrobienia zadania III na karcie pracy.</p>	<p>Słuchają, pytają.</p>	5 min.	

TEMAT CYKLU: *Obserwacja - Hipoteza – Dowód*

Czas realizacji cyklu: 3 lekcje

Autor: Stefan Turnau

Załącznik I

Karta pracy ucznia:

Zadanie I	
Przeprowadź rozumowanie pokazujące poprawność wedyjskiego sposobu mnożenia na przykładach 6×8 i 87×89 ,	$6 \rightarrow (10-6)$ $8 \rightarrow (10-8)$ $(6-(10-8)) \mid (10-6) \times (10-8)$ \dots $87 \rightarrow (100-87)$ $89 \rightarrow (100-89)$ \dots
Zadanie II	
Wróć do zapisu $87 \rightarrow 13$ $89 \rightarrow 11$ i sprawdź, że $87-11 = 89-13 = 87+89-100$. Dlaczego tak jest? Udowodnij to ogólnie dla liczb a, b .	$87-11 = 87-(100-89) = \dots$ $a-(100-b) = \dots$
Zadanie III	
Udowodnij poprawność wedyjskiego sposobu mnożenia dla liczb n -cyfrowych a, b	$a \rightarrow 10^n - a$ $b \rightarrow 10^n - b$

TEMAT CYKLU: *Obserwacja - Hipoteza – Dowód*

Czas realizacji cyklu: 3 lekcje

Autor: Stefan Turnau

Załącznik II

Materiał do lekcji

Pokazany sposób mnożenia należy do matematyki wedyjskiej – ogromnego zasobu metod wykonywania obliczeń w pamięci. Jest ona fragmentem Wedy, hinduskiej wiedzy absolutnej; jak wierzą wyznawcy – nie stworzonej przez człowieka, ale mu objawionej. Więcej informacji i liczne wedyjskie sposoby rachunkowe zawiera blog Adama Kalinowskiego, <http://www.adamklimowski.pl/matematyka-wedyjska.html>.