M@T.e-MANIAK

Scenariusz lekcji
INFORMATYKI
dla klasy I lub II liceum

1. Temat: Wykorzystanie arkusza kalkulacyjnego do tworzenia wykresów funkcji i figur geometrycznych.
2. Autor: Agnieszka Tarnówka-Stec
3. Klasa: I lub II liceum
4. Program: NOWOCZESNE KSZTAŁTOWANIE KOMPETENCJI UCZNIA – Projekt MATEMANIAK.

   Jest to lekcja poświęcona przybliżeniu uczniom metod rysowania różnych rodzajów wykresów, zarówno ciągłych jak i dyskretnych, przy użyciu współrzędnych kartezjańskich.
5. Czas trwania: 45 minut (klasy matematyczne) lub 2 x 45 minut (klasy niematematyczne)
6. Czas realizacji: 1 lub 2 lekcje
7. Metody przeprowadzenia lekcji: praca z wykorzystaniem arkusza kalkulacyjnego
8. Formy pracy: opis metody do zastosowania, zaprezentowanie metody przez nauczyciela, wykonanie wykresów przez uczniów pod kierunkiem nauczyciela i samodzielne ćwiczenia uczniów
9. Cele:
   - przekonanie uczniów o użyteczności arkusza kalkulacyjnego do rozwiązywania problemów matematycznych i zadań z różnych dziedzin.
10. Spodziewane efekty (umiejętności, jakie powinien zdobyć uczeń):

    Uczeń:
    - zna pojęcie fraktali, podaje przykłady oraz przedstawia figury Lissajoux (KATEGORIA TAKSONOMICZNA A);
    - rysuje różne typy wykresów (KATEGORIA TAKSONOMICZNA C).
11. Metody sprawdzania osiągniętych celów:
    - samodzielne wykonanie przez uczniów wykresów zadanych zależności i porównanie ich rezultatów z wzorcowymi rozwiązaniami (w załączeniu).
12. Sposoby motywowania uczniów:
    - dobór ciekawych przypadków matematycznych do wizualizacji (znane krzywe matematyczne, krzywe z osobliwościami, fraktale).
13. Przygotowanie do lekcji (jakie warunki powinny być spełnione aby prawidłowo przeprowadzić lekcje):

Projekt „Żyj twórczo. Zostań M@T.e-MANIAKIEM" jest współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
WYŻSZA SZKOŁA EUROPEJSKA IM. KS. JÓZEFA TISCHNERA
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

- Pracownia wyposażona w odpowiednią ilość komputerów. Dowolny system operacyjny (Windows lub Linux) z zainstalowanym arkuszem kalkulacyjnym. Wskazane jest wyposażenie pracowni w projektor multimedialny.
- W celu przybliżenia uczniom mniej znanych funkcji lub krzywych można wykorzystać zasoby Internetu (Wikipedia, Wolfram Alpha itp.).
- Część danych do wykresów może być przygotowana przy użyciu samodzielnie napisanych programów. Koniecznie jest wówczas użycie kompilatora wybranego języka programowania.

14. Środki dydaktyczne:

- sprzęt komputerowy z oprogramowaniem opisanym w powyższym punkcie.

15. Słowniczek pojęć:

- fraktal, samopodobieństwo, trójkąt Sierpińskiego, krzywa Kocha, liczby losowe, krzywa smocza, figury Lissajoux.

16. Przebieg lekcji:

<table>
<tr><th>Lp.</th><th>Czynności nauczyciela</th><th>Czynności uczniów</th><th>Czas</th><th>Umiejętności kształcone w czasie lekcji</th></tr>
<tr><td>1.</td><td>Nauczyciel wprowadza pojęcie fraktali i przedstawia figury Lissajoux.</td><td>Uczniowie wysłuchują wprowadzenia (ze zrozumieniem).</td><td>10 min</td><td rowspan="4">Umiejętność:
- tworzenia wykresów fraktalnych i figur Lissajoux,
- tworzenia wykresów w oparciu o losową sekwencję punktów,
- dokonywania podsumowań.</td></tr>
<tr><td>2.</td><td>Podaje przykłady fraktali (trójkąt Sierpińskiego, krzywa Kocha) i figur Lissajoux.</td><td>Wykonują ćwiczenia dotyczące tworzenia wykresów (z pomocą nauczyciela).</td><td>15 min</td></tr>
<tr><td>3.</td><td>Zadaje ćwiczenia do samodzielnego wykonania przez uczniów i nadzoruje ich wykonanie.</td><td>Realizują wyznaczone zadania.</td><td>15 min</td></tr>
<tr><td>4.</td><td>Podsumowuje metody tworzenia wykresów przedstawionych na lekcji.</td><td>Aktywnie uczestniczą w podsumowaniu.</td><td>5 min</td></tr>
</table>

Projekt „Żyj twórczo. Zostań M@T.e-MANIAKIEM" jest współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

WYŻSZA SZKOŁA EUROPEJSKA IM. KS. JÓZEFA TISCHNERA

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

Załącznik I
Karta pracy ucznia:

Zadanie I	
Fraktale.	trójkąt Sierpińskiego
	krzywa Kocha
	opcjonalnie: tworzenie krzywej Kocha w oparciu o własnoręcznie napisany program
Zadanie II	
Samodzielne rysowanie fraktala.	krzywa smocza
Zadanie III	
Figury Lissajoux.	x = sin 4t, y = sin 3t
	x = sin 2t, y = sin 3t
	x = sin 2t, y = sin (3t+π/6) x = sin 2t, y = sin (2t+π/2)

Szczegółowe wskazówki do przeprowadzenia lekcji i wzorcowe wykresy znajdują się w folderach FRAKTALE i FIGURY LISSAJOUX.

Rysowanie figur Lissajoux

Figury (krzywe) Lissajoux to krzywe na płaszczyźnie, które opisywane są równaniami parametrycznymi zawierającymi funkcje trygonometryczne:

$$x = \sin \omega_1 t$$
$$y = \sin(\omega_2 t + \varphi)$$

Zmienne x i y to współrzędne punktów należących do krzywej. Parametr t przyjmuje wartości od zera do nieskończoności (w praktyce nie więcej niż 100). Stałe ω_1, ω_2 oraz φ wyznaczają kształt krzywej.

Figury Lissajoux w Excelu

Parametry krzywej wygodnie jest zdefiniować w wyróżnionych komórkach arkusza, na przykład:

	A	B	C
1	omega1=	4	
2	omega2=	3	
3	phi=	0	x PI
4	deltat=	0,05	
5			
6	t	x	y
7	0	0	0
8	0,05	0,198669	0,149438
9	0,1	0,389418	0,29552
10	0,15	0,564642	0,434966
11	0,2	0,717356	0,564642
12	0,25	0,841471	0,681639
13	0,3	0,932039	0,783327

. . .

W komórce B3 przechowujemy wartość ilorazu φ/π (wartości kątów muszą być wyrażone w radianach) – dzięki temu zapis będzie bardziej przejrzysty. W komórce B4 przechowujemy wartość kroku Δt, o jaki będziemy zmieniać wartość parametru t. Komórkom nadajemy identyfikatory: B1 to *omega1*, B2 to *omega2*, B3 to *phi*, zaś B4 to *deltat*.
Poniżej umieszczamy tabelę wartości parametru t oraz współrzędnych x oraz y. W komórce A7 wpisujemy zero, zaś w komórce A8 – formułę zwiększającą parametr t:

= A7 + deltat

W komórce B7 wpisujemy formułę obliczającą współrzędną x:

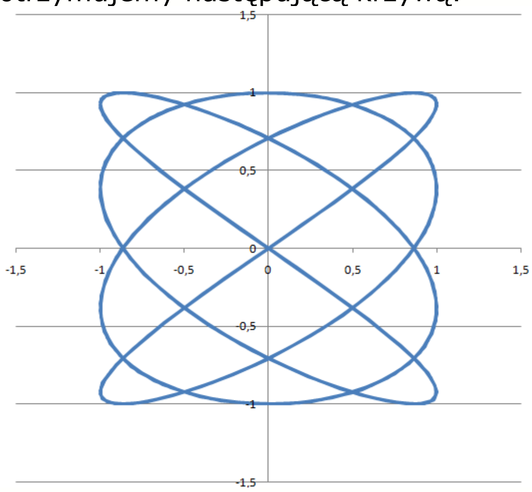
= SIN(omega1*A7)

W komórce C7 wpisujemy formułę obliczającą współrzędną y:

= SIN(omega2*A7 + phi*PI())

Zawartość komórek A8, B7 oraz C7 można powielić w dół, na przykład do tysięcznego wiersza.

Do wykresu zaznaczamy dane z kolumn B oraz C. Dla podanych przykładowych wartości stałych otrzymujemy następującą krzywą:

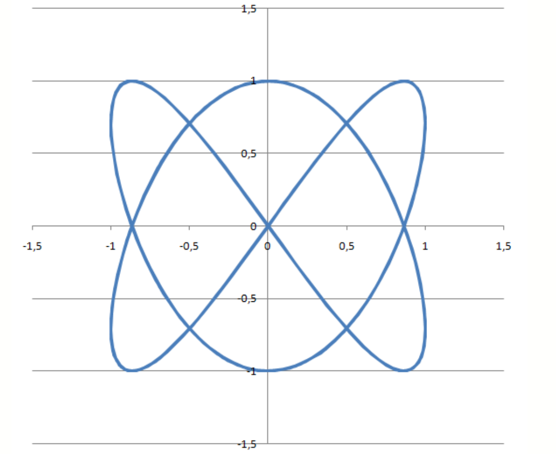
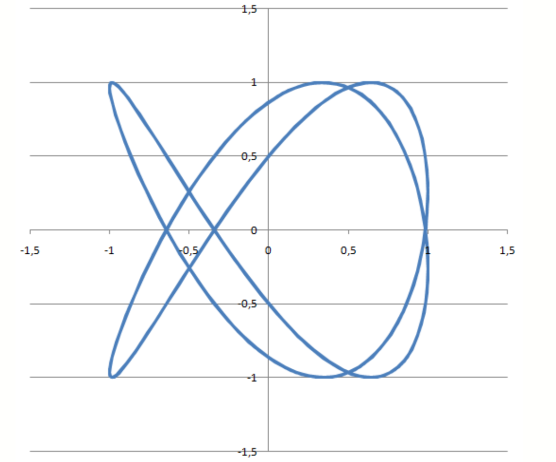
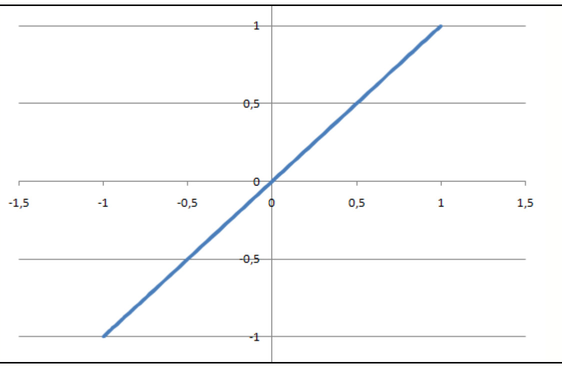


Projekt „Żyj twórczo. Zostań M@T.e-MANIAKIEM" jest współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

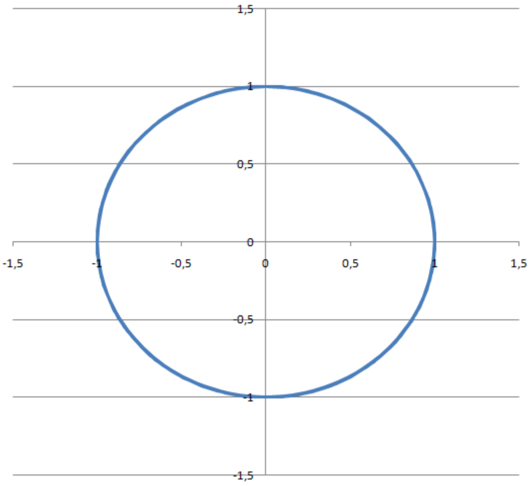
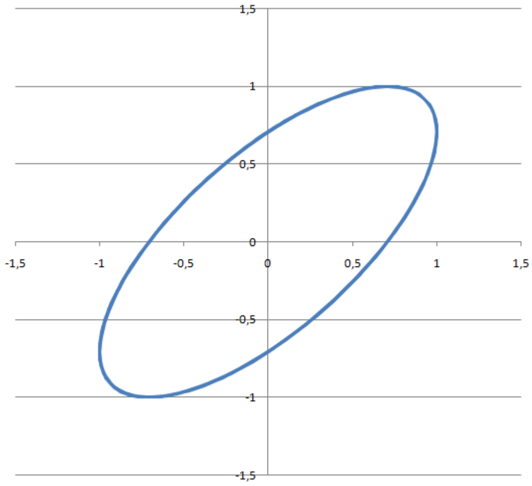
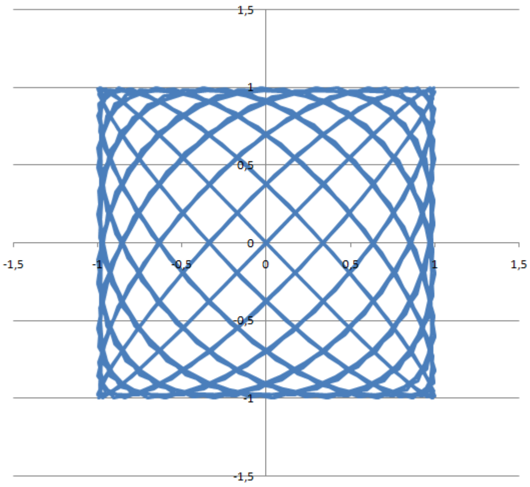
Kilka uwag

Można zwrócić uwagę na to, że funkcje występujące we wzorach na współrzędne są okresowe, ale dla uzyskania „domkniętej” (kompletnej) krzywej parametr t zwykle musi przebiec znacznie większy przedział, niż wynikałoby to z wartości tych okresów.
Należy zachęcać uczniów do eksperymentowania z wartościami tych stałych w celu uzyskania ciekawych kształtów krzywych. Na przykład dla ω_1 bliskiego ω_2 możemy otrzymać ładny, gęsty obrazek (zob. ostatni przykład poniżej).

Przykłady figur Lissajoux

$\omega_1 = 2,\ \omega_2 = 3, \qquad \varphi = 0$	
$\omega_1 = 2,\ \omega_2 = 3, \qquad \varphi = \frac{\pi}{6}$	
$\omega_1 = \omega_2, \qquad \varphi = 0$	

Projekt „Żyj twórczo. Zostań M@T.e-MANIAKIEM” jest współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

$\omega_1 = \omega_2, \qquad \varphi = \frac{\pi}{2}$	
$\omega_1 = \omega_2, \qquad \varphi = \frac{\pi}{3}$	
$\omega_1 = 8,\ \omega_2 = 9, \qquad \varphi = 0$	

Projekt „Żyj twórczo. Zostań M@T.e-MANIAKIEM" jest współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

WYŻSZA SZKOŁA EUROPEJSKA IM. KS. JÓZEFA TISCHNERA

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY