Zadanie 6

Postawmy problem obliczenia sumy odwrotności wszystkich liczb naturalnych, czyli szeregu 1 + ½ + 1/3 + ¼ + …., zwanego szeregiem harmonicznym. Intuicja podparta wyliczeniem kilku jego początkowych sum częściowych sugeruje, że wielkość ta jest skończona, a nawet niezbyt duża. Czy zatem rzeczywiście szereg zwany szeregiem harmonicznym, jest zbieżny?

a) Napisz program w języku programowania (lub zaprojektuj obliczenia w arkuszu kalkulacyjnym), który pokaże kolejno wartości sum częściowych: 1 + ½, 1 + ½ + 1/3, 1 + ½ + 1/3 + ¼ itd. Od którego momentu te sumy nie zmieniają się? Dlaczego?

b) Można udowodnić, że szereg harmoniczny jest rozbieżny do nieskończoności.

Znajdź elementarny dowód i zapisz kolejne kroki dowodu na slajdach prezentacji.