

Zadanie 2

Dane jest równie kwadratowe: $x^2 + 200x - 0,000015 = 0$.

Założmy, że posługujemy się arytmetyką dziesiętną 10-cyfrową, czyli wszystkie wyniki pośrednie obliczeń zapisujemy, używając 10 cyfr znaczących. Możemy dokładnie wyznaczyć $\Delta = b^2 - 4ac = 200^2 - 4 * 1 * 0,000015 = 40\,000,00006$, ale pierwiastek z tej liczby musimy zapisać w przybliżeniu: 200,0000001. I dalej obliczamy, korzystając ze znanych wzorów przybliżone wartości rozwiązań: -200,00000005 oraz 0,00000005. Okazuje się, że błąd względny przybliżenia drugiego z rozwiązań jest równy ponad 33%. Natomiast błąd względny przybliżenia pierwszego z pierwiastków jest znikomy (ok. $25 \times 10^{-10}\%$).

a) Wyznacz przybliżoną wartość drugiego z rozwiązań, używając wzoru:

$$x = \frac{2c}{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}$$

Jaki jest błąd względny tego przybliżenia?

b) Wyznacz przybliżoną wartość drugiego z rozwiązań, używając wzoru Viete'a.

c) Uzasadnij wzór $x = \frac{2c}{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}$.

d) Wykaż, że metody b) i c) są równoważne.

e) Przeanalizuj różne metody rozwiązywania równania $x^2 - 200x - 0,000015 = 0$, przy założeniu, że posługujesz się arytmetyką dziesiętną 10-cyfrową.

d) Szkolny algorytm Δ okazuje się algorytmem niestabilnym. Co to znaczy? Poszukaj wyjaśnienia przyczyn niedokładności wykonywanych przez algorytm obliczeń.