

INFORMATYKA

– MÓJ SPOSÓB NA POZNANIE I OPISANIE ŚWIATA

PROGRAM NAUCZANIA INFORMATYKI Z ELEMENTAMI
PRZEDMIOTÓW MATEMATYCZNO-PRZYRODNICZYCH

Informatyka – poziom podstawowy

Równania liniowe i kwadratowe z parametrem
– rozwiązywanie przy pomocy komputera

Iwona i Ireneusz Bujnowscy

$$\sum_{i=1}^n$$

Człowiek - najlepsza inwestycja



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



WARSZAWSKA
WYŻSZA SZKOŁA
INFORMATYKI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

**Tytuł: *Równania liniowe i kwadratowe z parametrem
– rozwiązywanie przy pomocy komputera***

Autor: *Iwona i Ireneusz Bujnowscy*

Redaktor merytoryczny: *prof. dr hab. Maciej M. Sysło*

**Materiał dydaktyczny opracowany w ramach projektu edukacyjnego
*Informatyka – mój sposób na poznanie i opisanie świata.
Program nauczania informatyki z elementami przedmiotów
matematyczno-przyrodniczych***

www.info-plus.wwsi.edu.pl

infoplus@wwsi.edu.pl

**Wydawca: Warszawska Wyższa Szkoła Informatyki
ul. Lewartowskiego 17, 00-169 Warszawa
www.wwsi.edu.pl
rektorat@wwsi.edu.pl**

Projekt graficzny: *Marzena Kamasa*

Warszawa 2013

**Copyright © Warszawska Wyższa Szkoła Informatyki 2013
Publikacja nie jest przeznaczona do sprzedaży**

Człowiek - najlepsza inwestycja



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



**WARSZAWSKA
WYŻSZA SZKOŁA
INFORMATYKI**

**UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY**





SCENARIUSZ TEMATYCZNY

RÓWNANIA LINIOWE I KWADRATOWE Z PARAMETREM – ROZWIĄZYWANIE PRZY POMOCY KOMPUTERA

→ INFORMATYKA – POZIOM PODSTAWOWY

**OPRACOWANY W RAMACH PROJEKTU:
INFORMATYKA – MÓJ SPOSÓB NA POZNANIE I OPISANIE ŚWIATA.
PROGRAM NAUCZANIA INFORMATYKI
Z ELEMENTAMI PRZEDMIOTÓW MATEMATYCZNO-PRZYRODNICZYCH**

Streszczenie

Aby uczeń z pożytkiem uczestniczył w lekcjach z matematyki wspomaganych komputerowo przy pomocy arkusza kalkulacyjnego, powyższy temat został podzielony na dwie części:
Część 1 – Równania liniowe z parametrem i równania liniowe z wartością bezwzględną (z parametrem)

Część 2 – Równania kwadratowe oraz dyskusja istnienia rozwiązań w zależności od parametrów)

Przed przystąpieniem do realizacji wyżej wymienionych tematów lekcji uczeń powinien:

- powtórzyć materiał z zakresu równań liniowych nabyty w gimnazjum,
- znać podstawowe twierdzenia służące do rozwiązywania równań,
- rozumieć, jaką rolę pełnią współczynniki w funkcji liniowej; funkcji kwadratowej,
- poszerzyć swoją wiedzę w zakresie rysowania wykresów funkcji liniowej i kwadratowej w arkuszu kalkulacyjnym.

Czas realizacji

3 x 45 minut

Tematy lekcji

1. Rozwiązywanie równań liniowych i dyskusja istnienia rozwiązań w zależności od parametrów
2. Równania liniowe z wartością bezwzględną
3. Równania kwadratowe. Dyskusja istnienia rozwiązań równań kwadratowych w zależności od parametrów



LEKCJA NR 1

TEMAT: Rozwiązywanie równań liniowych i dyskusja istnienia rozwiązań w zależności od parametrów

Streszczenie

- Przypomnienie twierdzeń dotyczących rozwiązywania równań
- Rysowanie funkcji z wykorzystaniem arkusza kalkulacyjnego

Podstawa programowa

Etap edukacyjny: IV, przedmiot: matematyka (poziom podstawowy)

Cele kształcenia – wymagania ogólne

IV. Użycie i tworzenie strategii. Uczeń tworzy strategie rozwiązania problemu.

Treści nauczania – wymagania szczegółowe

3. Równania i nierówności. Uczeń:

- sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania lub nierówności;
- wykorzystuje interpretację geometryczną układu równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.

4. Funkcje. Uczeń:

- oblicza ze wzoru wartość funkcji dla danego argumentu;
- posługuje się poznanymi metodami rozwiązywania równań do obliczenia, dla jakiego argumentu funkcja przyjmuje daną wartość;
- odczytuje z wykresu własności funkcji (dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, maksymalne przedziały, w których funkcja maleje, rośnie, ma stały znak; punkty, w których funkcja przyjmuje w podanym przedziale wartość największą lub najmniejszą).

Etap edukacyjny: IV, przedmiot: informatyka (poziom podstawowy)

III. Rozwiązywanie problemów i podejmowanie decyzji z wykorzystaniem komputera, z zastosowaniem podejścia algorytmicznego.

Treści nauczania – wymagania szczegółowe

6. wykorzystywanie komputera oraz programów edukacyjnych do poszerzania wiedzy i umiejętności z różnych dziedzin. Uczeń:

- wykorzystuje oprogramowanie dydaktyczne i technologie informacyjno komunikacyjne w pracy twórczej i przy rozwiązywaniu zadań i problemów szkolnych.

Zoperacjonalizowane cele edukacyjne

wiedza:

- uczeń wie, jak rozwiązuje się równanie liniowe z jedną niewiadomą;
- uczeń wie, jak wpływają współczynniki (parametry) na rozwiązanie równań;
- uczeń wie, jak zinterpretować rozwiązania równań na komputerze w arkuszu kalkulacyjnym;



- uczeń zna budowanie formuł (wzorów) w arkuszu kalkulacyjnym;
- uczeń zna kopiowanie formuł;
- uczeń zna adresowanie względne i bezwzględne.

umiejętności:

- uczeń potrafi rozwiązać dowolne równanie liniowe;
- uczeń potrafi rozwiązać graficznie równanie liniowe traktując lewą stronę równania jako funkcję liniową $f(x)$, a prawą stronę równania jako funkcję liniową $g(x)$;
- uczeń wyjaśnia znaczenie współczynników w funkcji liniowej;
- uczeń potrafi stwierdzić, dla jakich parametrów równanie będzie miało jednoznacznie jedno rozwiązanie; brak rozwiązań; nieskończenie wiele rozwiązań.

Cel

Rozwiązywanie równań liniowych metodą graficzną, analiza tych rozwiązań.

Słowa kluczowe

równanie oznaczone, równanie sprzeczne, równanie tożsamościowe (nieoznaczone), parametr, adresowanie względne, adresowanie bezwzględne



Co przygotować

- Prezentacja 1 Równania liniowe
- 1- równania liniowe.xlsx (materiały pomocnicze 1)
- Tutorial z Camtasia Studio 7 – równanie_linowe.camrec

Przebieg zajęć

Wprowadzenie

Przypomnienie, jakie twierdzenia uczniowie znają ze szkoły gimnazjalnej, służące do rozwiązywania równań, tworząc tzw. równania równoważne.

Doprowadzając dowolne równanie liniowe do najprostszej postaci otrzymamy:

$$ax = b \Rightarrow x = b/a$$

Typy równań:

- **równanie oznaczone** – równanie ma dokładnie jedno rozwiązanie, wystarczy że $a \neq 0$
- **równanie tożsamościowe** (nieoznaczone) – ma nieskończenie wiele rozwiązań, $a = 0$ i $b = 0$ czyli otrzymamy wtedy dla każdego $x \in \mathbb{R}$ (zdanie zawsze prawdziwe) $0x = 0$
- **równanie sprzeczne** – nie ma rozwiązań, gdy $b \neq 0$ i $a = 0$. Rozwiązując otrzymamy (zdanie zawsze fałszywe) $0x = b$ (np. $0 = 4$), czyli rozwiązanie tego równania: $x \in \emptyset$ (czytamy: x należy do zbioru pustego), można też zapisać słownie: „Brak rozwiązań”.

Rozwiązując równanie np.: $2x - 3 = 5$ wykorzystujemy twierdzenia znane ze szkoły podstawowej i gimnazjalnej (do obu stron równania możemy dodać taką samą liczbę, a wynik nie ulegnie zmianie; obie

strony równania możemy pomnożyć przez taką samą liczbę i dalej otrzymamy równanie równoważne). Rozwiążemy powyższe równanie graficznie, czyli lewą stronę równania przedstawimy jako funkcję liniową (obliczając wartości x i y w zadanym przedziale – podając początek przedziału; „skok” – czyli co ile będziemy obliczać wartość; ustalmy, że będziemy potrzebowali dokładnie 100 wyników).

(20 minut)

Na komputerze w arkuszu kalkulacyjnym należy wykonać wykresy funkcji $y = ax + b$ oraz $y = c$, gdzie $|a, b, c|$ – parametry (podane przykładowo w pierwszym wierszu, odwoływać się będziemy do nich po adresach bezwzględnych z dwoma znakami \$).

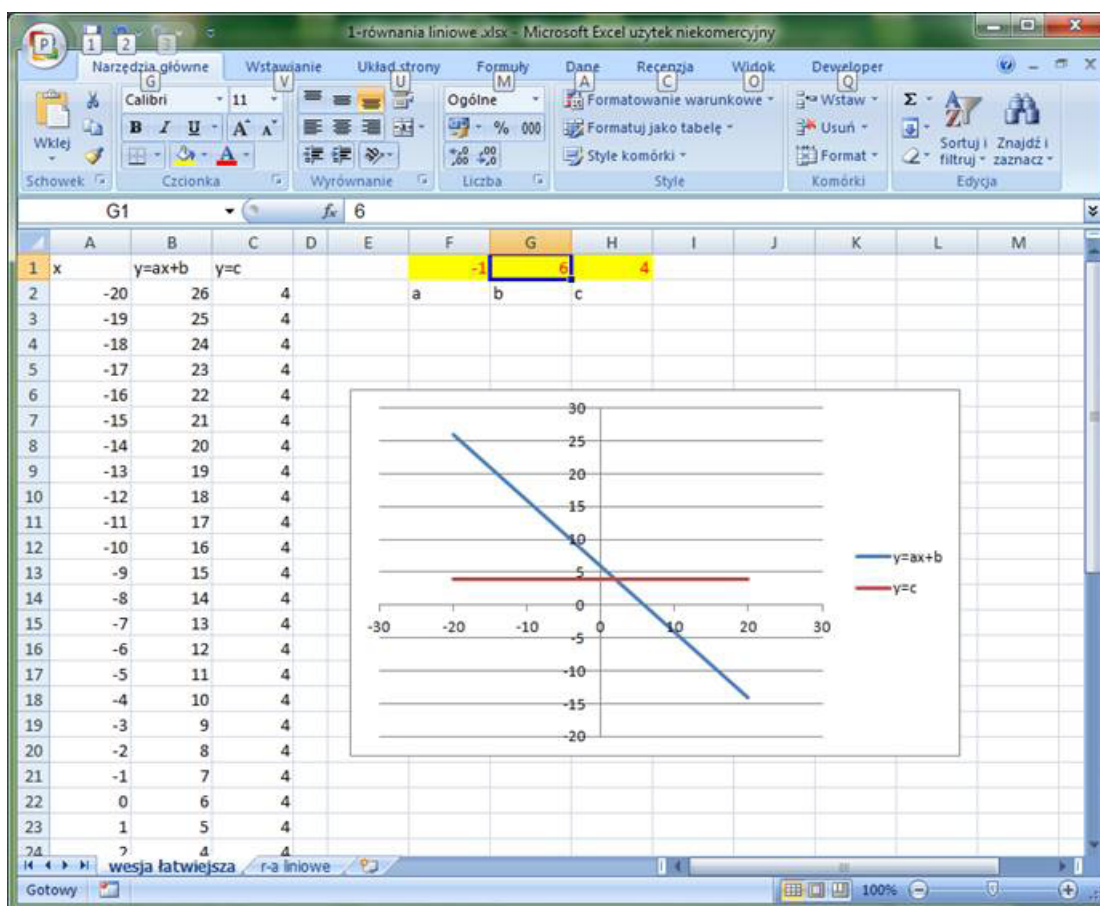
Zakres x do -20 do 20 obliczane co 1 .

Zakres czynności przy tworzeniu arkusza:

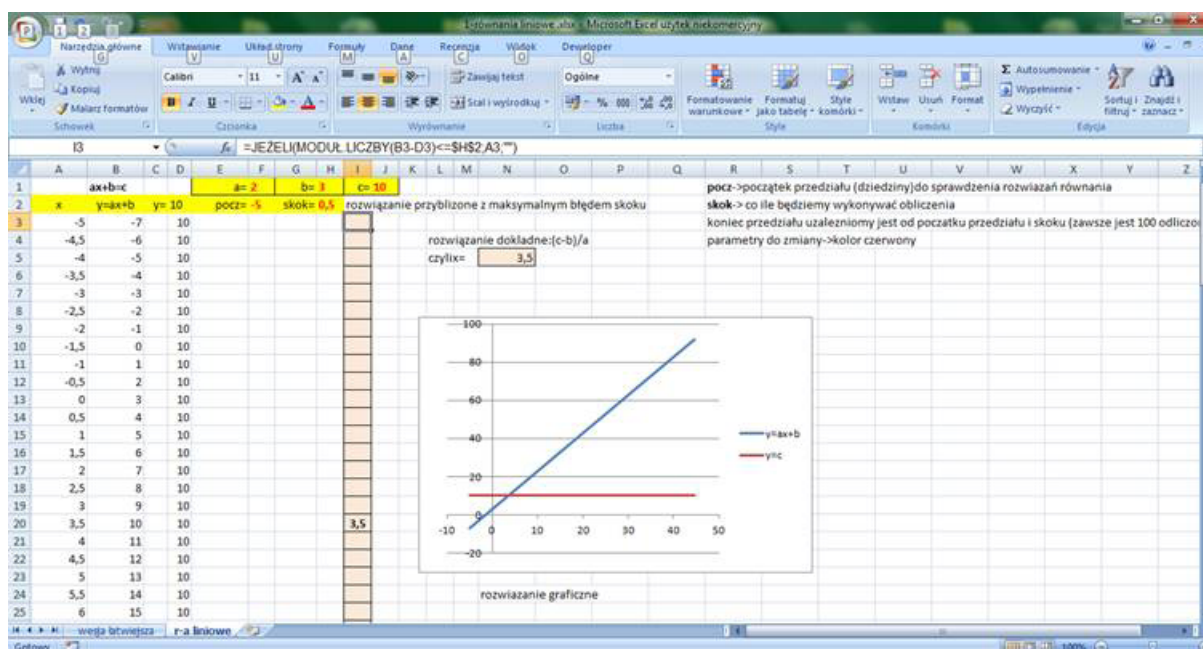
- W komórce A1 wpisujemy x
- W komórce A2 wpisujemy $y = ax + b$
- W komórce A3 wpisujemy $y = c$
- Odpowiednio w komórki F1, G1, H1 wpisujemy wartości a, b, c (np. $-1; 6; 4$)
- A w komórki F2, G2, H2 wpisujemy oznaczenia a, b, c
- W komórce A2 wpisujemy -20 (początek zakresu dla x)
- W komórce A3 wpisujemy -19 (podając „skok” obliczeń w naszym przypadku 1)
- Zaznaczamy w blok komórki A2 i A3 i wypełniamy serią aż do wartości 20 , czyli do komórki o adresie A42
- W komórkę B2 wstawimy (wartość naszej funkcji liniowej), czyli wpisujemy formułę $=\$F\$1*A2+\$G\1 , gdzie $\$F\1 jest odwołaniem bezwzględnym do wartości parametru a ; natomiast $\$G\1 jest odwołaniem bezwzględnym do wartości parametru b ; odwołanie względne A2 jest do wartości x
- W komórkę C2 wpisujemy odwołanie bezwzględne do wartości c , czyli $=\$H\1
- Następnie bierzemy w blok komórki B2 i C2 i kopiujemy aż do wiersza 42
- Aby narysować wykres, bierzemy w blok 3 kolumny od A2 do C42
- Następnie z zakładki *Wstawianie* wybieramy wykres, koniecznie punktowy
- Możemy poprawić nazwy serii danych klikając w obszar wykresu i prawym przyciskiem myszy wybieramy *Zaznacz dane*, następnie wybieramy nazwę serii i naciskamy przycisk *Edytuj* wskazując adres właściwej nazwy serii w naszym przypadku B1, a dla serii2 – C2.

Przykładowy arkusz

Materiały pomocnicze 1 zawierają plik 1- równania liniowe.xlsx do wykonania przez uczniów: arkusz - wersją łatwiejszą (poziom podstawowy) oraz dla uczniów z klas z rozszerzonym programem nauczania informatyki: arkusz r-a liniowe. W zależności od zaawansowania uczniów z TI – oprócz obejrzenia tutoriala (tutorial z Camtasia Studio 7 – równanie liniowe.camrec – film 1) można podać wydrukowany powyższy zakres czynności lub przy dużym zaawansowaniu uczniów pokazać tylko arkusz r-a liniowe objaśniając, jaki ma być efekt końcowy, dając uczniom wolną rękę do tworzenia identycznego arkusza.



Wersja łatwiejsza



Wersja trudniejsza

Praca w zespołach maksymalnie 2-osobowych przy osobnym komputerze (15 minut)

Zadania dla zespołów 2-osobowych.

Należy dać uczniom czas, aby samodzielnie zmieniali losowo parametry i zaobserwowali zmiany. Następnie rozwiązują poniższe równania w arkuszu kalkulacyjnym.

Zadanie

Rozwiąż graficznie równania kopiując całe wcześniej przygotowane gotowe arkusze:

r1) $-2x + 4 = 6$ (czyli dla $a = -2$; $b = 4$; $c = 6$)

r2) $3x - 7 = -10$ (czyli dla $a = 3$; $b = -7$; $c = -10$)

r3) $x - 5 = -8$ (czyli dla $a = 1$; $b = -5$; $c = -8$)

r4) $5x - 3 = 7$ (czyli dla $a = 5$; $b = -3$; $c = 7$)

r5) $0x + 9 = 11$ (czyli dla $a = 0$; $b = 9$; $c = 11$)

Panel ekspertów (5 minut)

Jakie problemy napotkano przy tworzeniu arkusza?

Jakie trudności ujawniły się przy rozwiązaniu graficznym powyższych równań:

Jakie były rozwiązania, gdy:

$a = 0$; $b \neq 0$; $c \neq 0$

$a = 0$; $b = 0$; $c \neq 0$

$a = 0$; $b = 0$; $c = 0$

Dyskusja podsumowująca (5-10 minut)

Wnioski:

- Rozwiązania graficzne są „słabsze” [gorzej nam odczytać rozwiązania – problem skali (podziałki na osi)] od rozwiązań algebraicznych.

Dyskusja rozwiązań w zależności od parametrów:

- Jeżeli parametr $a \neq 0$, istnieją zawsze rozwiązania (dwie proste przecinają się)
- Jeżeli parametr $a = 0$ i $b = 0$, nieskończenie wiele rozwiązań (dwie proste pokrywają się)
- Jeżeli parametr $a = 0$ i $b \neq 0$, brak rozwiązań (dwie proste równoległe)

Dla wersji trudniejszej arkusza – przy porównywaniu wartości lewej i prawej strony równania [w kolorowym pionowym pasku (kolumna I)] pojawiało się: dla pewnych parametrów 0 rozwiązań, mimo że rozwiązanie takie istniało – co mogło być przyczyną takiego stanu i jak można temu zaradzić.

Czy możliwe jest dla tak sformułowanej formuły (w kolumnie I) oraz dla pewnych określonych parametrów pojawienie się dwóch przybliżonych rozwiązań?

Sprawdzenie wiedzy

Odpowiedzi na powyżej postawione problemy.

Ocenianie

Ocena wykonanych arkuszy w MS Excel.

Dostępne pliki

1. Prezentacja 1
2. Materiały pomocnicze 1





LEKCJA NR 2

TEMAT: Równania liniowe z wartością bezwzględną

Streszczenie

Zagadnienia do omówienia w trakcie lekcji:

- Przypomnienie definicji i własności wartości bezwzględnej
- Rysowanie funkcji z wykorzystaniem arkusza kalkulacyjnego

Podstawa programowa

Etap edukacyjny: IV, przedmiot: matematyka (poziom podstawowy i rozszerzony)

Cele kształcenia – wymagania ogólne

IV. Użycie i tworzenie strategii. Uczeń tworzy strategię rozwiązania problemu.

Treści nauczania – wymagania szczegółowe

1. Liczby rzeczywiste. Uczeń:

poziom rozszerzony

- wykorzystuje pojęcie wartości bezwzględnej i jej interpretację geometryczną, zaznacza na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności typu:

$$|x - a| = b, |x - a| < b, |x - a| \geq b;$$

3. Równania i nierówności. Uczeń:

poziom podstawowy

- sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania lub nierówności;
- wykorzystuje interpretację geometryczną układu równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.

4. Funkcje. Uczeń:

- oblicza ze wzoru wartość funkcji dla danego argumentu; posługuje się poznanymi metodami rozwiązywania równań do obliczenia, dla jakiego argumentu funkcja przyjmuje daną wartość.

Etap edukacyjny: IV, przedmiot: informatyka (poziom podstawowy i rozszerzony)

Cele kształcenia – wymagania ogólne

III. Rozwiązywanie problemów i podejmowanie decyzji z wykorzystaniem komputera, z zastosowaniem podejścia algorytmicznego.

Treści nauczania – wymagania szczegółowe

6. wykorzystywanie komputera oraz programów edukacyjnych do poszerzania wiedzy i umiejętności z różnych dziedzin. Uczeń:

- wykorzystuje oprogramowanie dydaktyczne i technologie informacyjno komunikacyjne w pracy twórczej i przy rozwiązywaniu zadań i problemów szkolnych.

Cel

Rozwiązywanie równań liniowych z wartością bezwzględną metodą graficzną, analiza tych rozwiązań.

Słowa kluczowe

równanie z wartością bezwzględną, parametr, adresowanie względne, adresowanie bezwzględne

Co przygotować



- Prezentacja 2 „Równania liniowe z modułem”
- 2 – równania liniowe z modułem.xlsx (materiały pomocnicze 2)

Przebieg zajęć

Wprowadzenie (20 minut)

Definicja wartości bezwzględnej z x : $|x| = x$, jeżeli $x \geq 0$ lub $|x| = -x$, jeżeli $x < 0$;

Z własności wartości bezwzględnej wiemy, że:

Jeżeli $|x| = a$ i $a > 0 \Leftrightarrow x = a$ lub $x = -a$

Jeżeli $|x| = a$ i $a = 0 \Leftrightarrow x = a$

Natomiast, jeżeli $|x| = a$ i $a < 0$, to brak rozwiązań

Mamy do rozwiązania równanie z wartością bezwzględną $|ax + b| + c = d$

Sprowadzamy je do postaci $|ax + b| = d - c$

Jeżeli w arkuszu kalkulacyjnym przyjmimy nazwy dla komórek (zakładka Formuły-> definiuj nazwę), w których znajdują się wartości parametrów a , b , c , d odpowiednio aa , bb , cc , dd – to rozwiązanie algebraiczne w arkuszu kalkulacyjnym powyższego równania z modułem wygląda następująco:

$x1=$	<code>=JEŻELI((dd-cc)>=0;(dd-cc-bb)/aa;"brak")</code>
$x2=$	<code>=JEŻELI((dd-cc)>=0;(-dd+cc-bb)/aa;"brak")</code>

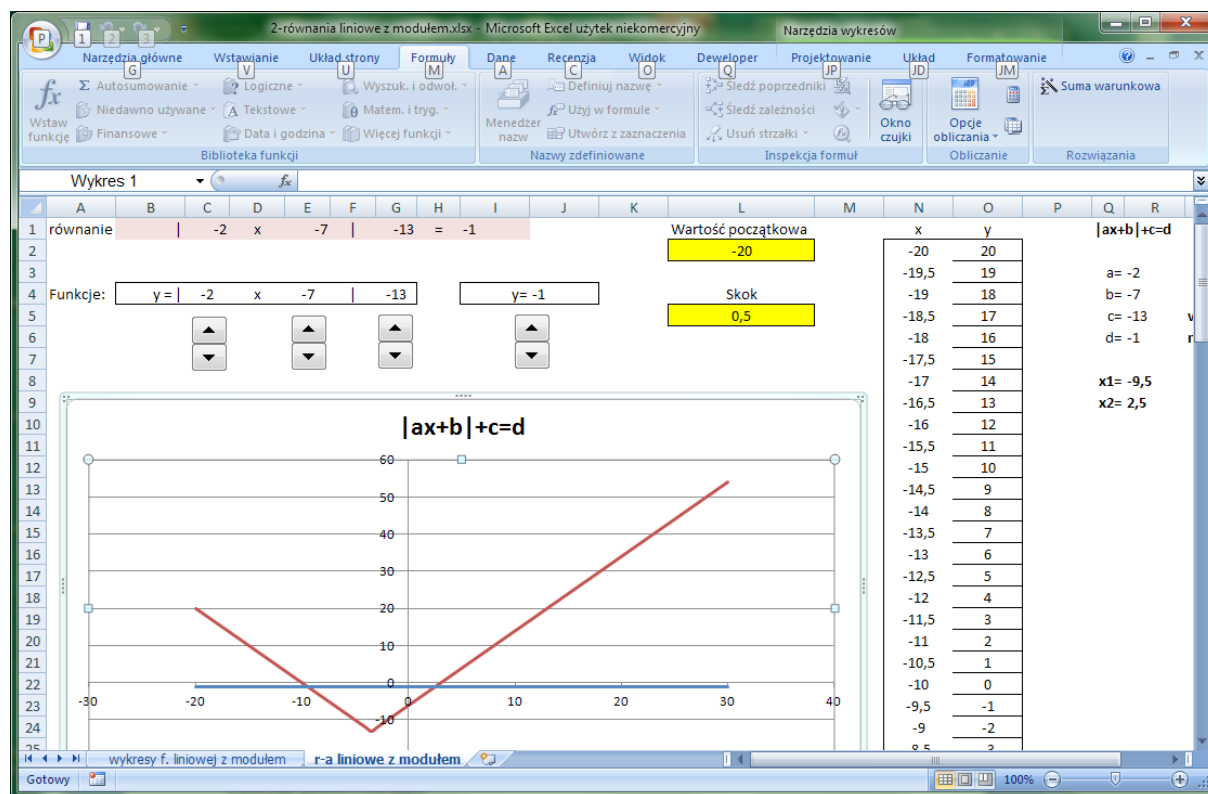
Uczniowie powinny sami podać formułę (wzór) rozwiązania $x1$ i $x2$ powyższego równania z wartością bezwzględną.

Można tę formułę dalej zmodyfikować tak, aby dawała jedno rozwiązanie, jeżeli $(dd - cc) = 0$, np. tylko dla $x1$, a dla $x2$ napis – brak rozwiązania.

W powyższej formule dla $dd - cc = 0$ pojawi się rozwiązanie to samo dla $x1$ i $x2$.

Naszym celem jest jednak interpretacja geometryczna powyższego równania, czyli zaprojektowanie arkusza tak, aby narysować dwie funkcje $y = |ax + b| + c$ oraz $y = d$ (przecięcie dwóch wykresów da nam rozwiązania).

Praca w zespołach (30 minut)



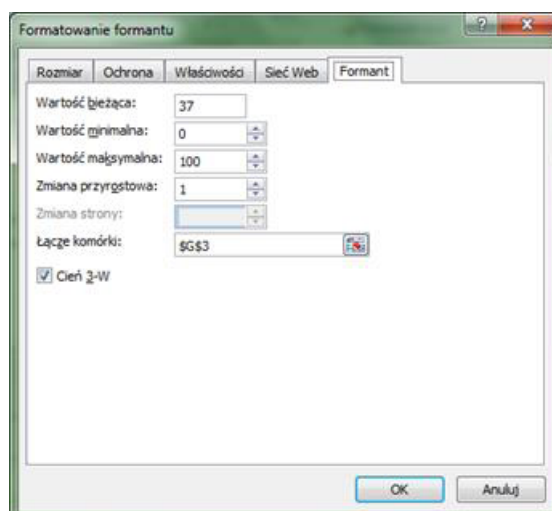
Nauczyciel prezentuje plik 2 – równania liniowe z modułem.xlsx, a w nim arkusz r-a liniowe z modułem. Dla klas matematyczno-informatycznych wystarczy ogólnie sformułować problem i pokazać na projektorze, jak ma wyglądać produkt finalny.

Dla klas bez rozszerzonej informatyki należałoby pokazać tutorial.

Tym razem do zmiany parametrów a, b, c, d użyjemy przycisków pokrętle (zakładka Deweloper-> Wstaw formanty).

Przy formatowaniu formantu czeka uczniów dość istotne ograniczenie zakresu tylko do liczb naturalnych od zera np. do 100 (uczniowie muszą rozwiązać ten problem, aby każdy z parametrów a, b, c, d należał do zakresu od -50 do 50).

Na przykład poniższe okienko pokazuje odwołanie się do komórki \$G\$3, jak widać jest tam wartość 37. W arkuszu ta wartość jest napisana białym kolorem czcionki, a pod spodem w G4 przypisana jest formuła =G3-50. W ten sposób zakres parametru c jest od -50 do 50.



Należałoby dać czas uczniom na dowolną zmianę parametrów i sformułowania wniosków dotyczących liczby rozwiązań powyższego typu równania z wartością bezwzględną.

Panel ekspertów

Wnioski:

- Rozwiązania graficzne są „słabsze” [gorzej nam odczytać rozwiązania – problem skali (podziałki na osi)] od rozwiązań algebraicznych.
- Dyskusja liczby rozwiązań w zależności od parametrów – przy metodzie graficznej jest szybka i poprawna.

Dyskusja podsumowująca (5-10 minut)

Jakie były problemy przy tworzeniu arkusza?

Jakie trudności pojawiły się przy rozwiązaniu graficznym powyższych równań:

Ile było rozwiązań gdy:

$$a = 0; b \neq 0; d - c = b$$

$$a = 0; b = 0; d - c = b$$

$$a \neq 0; b \in \mathbb{R}; d = c$$

$$a \neq 0; b \in \mathbb{R}; d - c < 0$$

Ocenianie

Ocena wykonanych arkuszy w MS Excel, test do równań liniowych z modułem.docx.

Dostępne pliki

1. Prezentacja 2
2. Materiały pomocnicze 2
3. Test do równań liniowych z modułem.docx





LEKCJA NR 3

TEMAT: Równania kwadratowe. Dyskusja istnienia rozwiązań równań kwadratowych w zależności od parametrów

Streszczenie

Równania kwadratowe rozwiązywane przy pomocy arkusza kalkulacyjnego z wykorzystaniem wykresów funkcji kwadratowych – lekcja podsumowująca równania kwadratowe.

Podstawa programowa

Etap edukacyjny: IV, przedmiot: matematyka (poziom podstawowy i rozszerzony)

Cele kształcenia – wymagania ogólne

IV. Użycie i tworzenie strategii. Uczeń tworzy strategię rozwiązania problemu.

III. Modelowanie matematyczne.

poziom podstawowy

Uczeń dobiera model matematyczny do prostej sytuacji i krytycznie ocenia trafność modelu.

poziom rozszerzony

Uczeń buduje model matematyczny danej sytuacji, uwzględniając ograniczenia i zastrzeżenia.

Treści nauczania – wymagania szczegółowe:

3. Równania i nierówności. Uczeń:

poziom podstawowy

- sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania lub nierówności;
- wykorzystuje interpretację geometryczną układu równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;
- rozwiązuje równania kwadratowe z jedną niewiadomą;

poziom rozszerzony

- rozwiązuje równania i nierówności liniowe i kwadratowe z parametrem.

4. Funkcje. Uczeń:

- oblicza ze wzoru wartość funkcji dla danego argumentu; posługuje się poznanymi metodami rozwiązywania równań do obliczenia, dla jakiego argumentu funkcja przyjmuje daną wartość;
- odczytuje z wykresu własności funkcji (dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, maksymalne przedziały, w których funkcja maleje, rośnie, ma stały znak; punkty, w których funkcja przyjmuje w podanym przedziale wartość największą lub najmniejszą).

Etap edukacyjny: IV, przedmiot: informatyka (poziom podstawowy i rozszerzony)

Cele kształcenia – wymagania ogólne

III. Rozwiązywanie problemów i podejmowanie decyzji z wykorzystaniem komputera, z zastosowaniem podejścia algorytmicznego.

Treści nauczania – wymagania szczegółowe

6. wykorzystywanie komputera oraz programów edukacyjnych do poszerzania wiedzy i umiejętności z różnych dziedzin. Uczeń:
- wykorzystuje oprogramowanie dydaktyczne i technologie informacyjno komunikacyjne w pracy twórczej i przy rozwiązywaniu zadań i problemów szkolnych.

Zoperacjonalizowane cele edukacyjne

wiedza:

- uczeń wie, jak rozwiązuje się równanie kwadratowe z jedną niewiadomą;
- uczeń wie, jak wpływają współczynniki (parametry) na rozwiązanie równań;
- uczeń wie, jak zinterpretować rozwiązania równań na komputerze w arkuszu kalkulacyjnym;
- uczeń zna budowanie formuł (wzorów) w arkuszu kalkulacyjnym;
- uczeń zna kopiowanie formuł.

Cel

Uświadomienie uczniom innego sposobu rozwiązania równań kwadratowych – metodą graficzną, analiza tych rozwiązań – dyskusja liczby rozwiązań.

Słowa kluczowe

współczynniki równania kwadratowego, delta – wyróżnik trójmianu kwadratowego, parametr, adresowanie względne, adresowanie bezwzględne, nadawanie nazw komórkom

Co przygotować



- Tutorial z Camtasia Studio 7 – równanie_kwadratowe.camrec (film 1)
- Arkusz kalkulacyjny 3-równania kwadratowe.xls – arkusz-2 (materiały pomocnicze 3)



- Prezentacja 3 „Równania kwadratowe”

Przebieg zajęć

Wprowadzenie (10 minut)

- przypomnienie algorytmu rozwiązania równania postaci $ax^2 + bx + c = 0$
- przeniesienie tego algorytmu do arkusza kalkulacyjnego (wykorzystanie nazw komórek, w których znajdują się zmienne (parametry))

przykład:

-2	-2	4	2	
a	b	c	d	
				rozwiązanie algebraiczne równania $y=ax^2+bx+(c-d)=0$
			delta	$=bb*bb-4*aa*(cc-dd)$
			x1=	$=JEŻELI(delta>=0;(-bb-PIERWIASTEK(delta))/(2*aa);"brak „)$
			x2=	$=JEŻELI(delta>=0;(-bb+PIERWIASTEK(delta))/(2*aa);"brak „)$



Praca indywidualna lub w zespołach (25 minut)

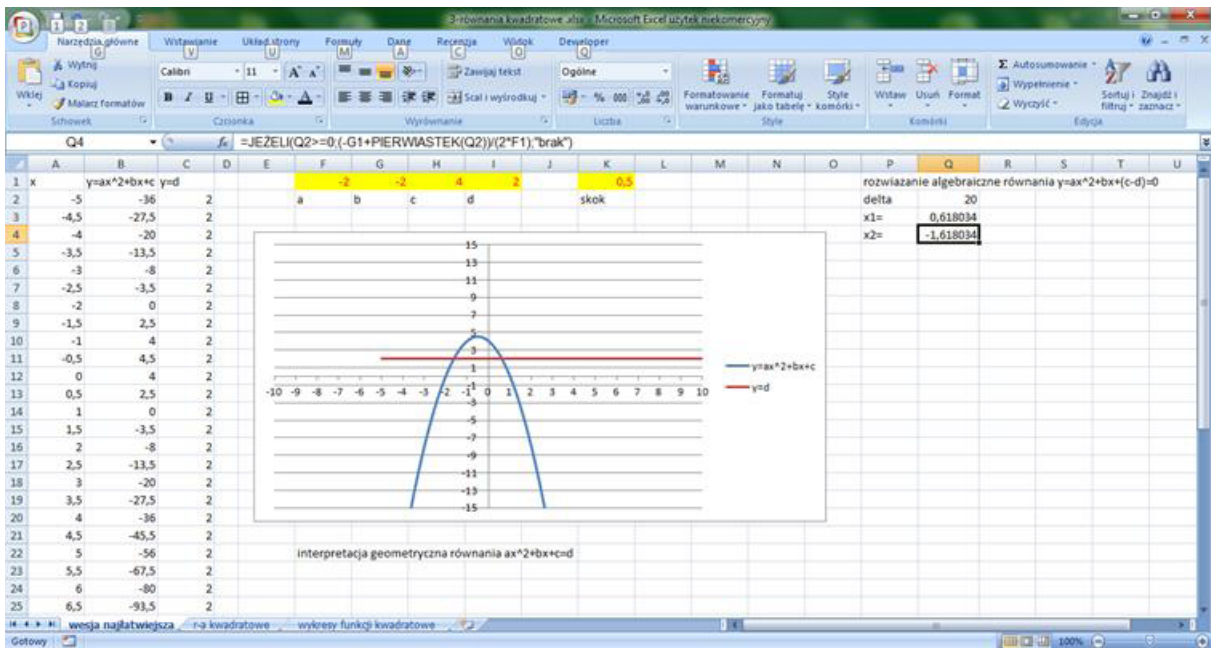
Na komputerze w arkuszu kalkulacyjnym należy wykonać wykresy funkcji $y = ax^2 + bx + c$ oraz $y = d$, gdzie a, b, c, d – parametry (podane przykładowo w pierwszym wierszu, odwoływać się będziemy do nich po adresach bezwzględnych z dwoma znakami \$ lub wprowadzonych nazwach np.

$a \rightarrow aa$; $b \rightarrow bb$; $c \rightarrow cc$; $d \rightarrow dd$)

Zakres x do -5 do 5 skok co $0,5$.

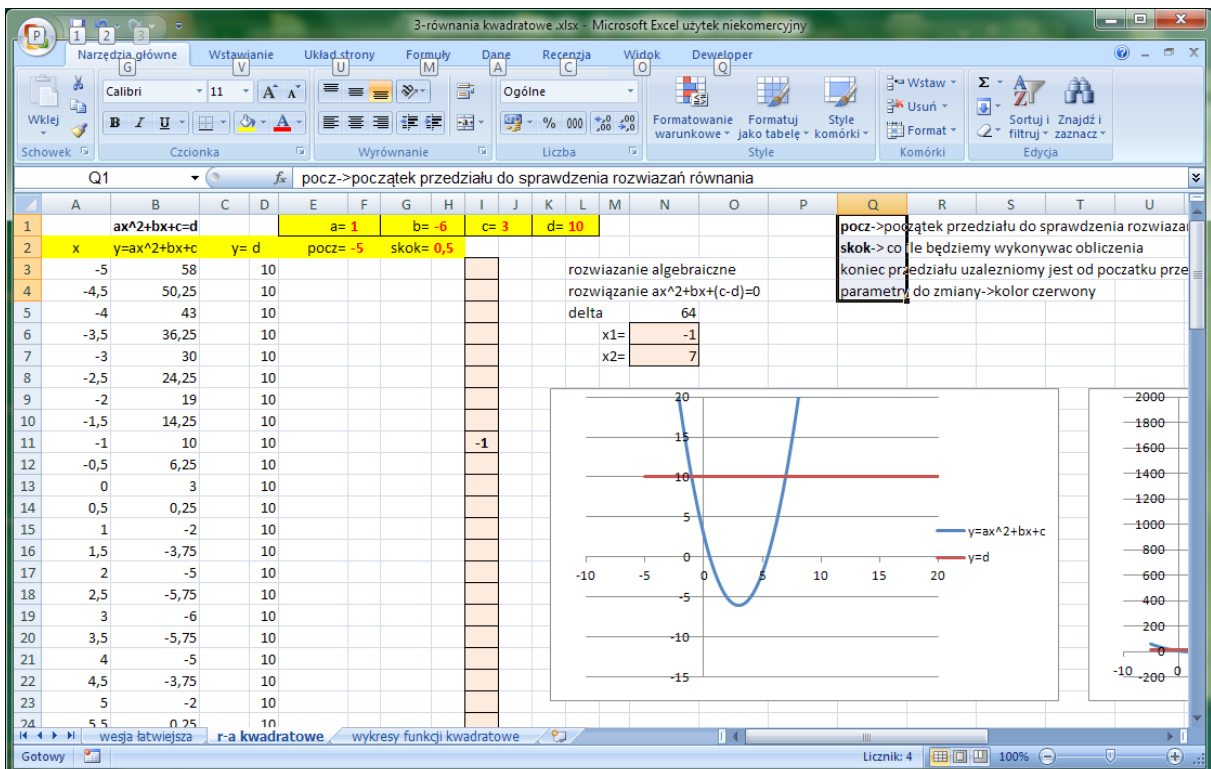
Zakres czynności przy tworzeniu arkusza:

- W komórce A1 wpisujemy x
- W komórce A2 wpisujemy $y = ax^2 + bx + c$
- W komórce A3 wpisujemy $y = d$
- Odpowiednio w komórki F1, G1, H1, G1 wpisujemy wartości a, b, c, d (np. $-2; -2; 4; 2$) w komórkę K1 wpisujemy $0,5$ (będzie to skok co ile zwiększają nam się wartości x)
 - Jeżeli zastosujemy nazwy dla odpowiednich komórek (zakładka formuły \rightarrow definiuj nazwę) dużo prościej uczniowie będą mogli tworzyć formuły
 - Odpowiednio możemy nazwać komórki przechowujące parametry (F1, G1, H1, G1, K1) jako aa, bb, cc, dd oraz skok
- A w komórki F2, G2, H2, I2 wpisujemy oznaczenia a, b, c, d , natomiast w komórkę K2 skok
- W komórkę A2 wpisujemy -5 (początek zakresu dla x)
- W komórkę A3 wpisujemy formułę $=A2 + \text{skok}$ lub $=A2 + \$K\1
- Kopiujemy tę formułę aż wartość x nie osiągnie 5 (w naszym przypadku do wiersza 42) (zaznaczając w blok zakres A3:A42 możemy go nazwać x , czyli zdefiniować nazwę)
- W komórkę B2 wstawimy (wartość naszej funkcji kwadratowej), czyli wpisujemy formułę $=aa * x * x + b * x + cc$ lub formułę bez nazw z odpowiednim adresowaniem $=\$F\$1 * A2 * A2 + \$G\$1 * A2 + \$H\1
- W komórkę C2 wpisujemy odwołanie bezwzględne do wartości d , czyli formułę $=dd$ lub $=\$I\1
- Następnie bierzemy w blok komórki B2 i C2 i kopiujemy aż do wiersza 42
- Aby narysować wykres, bierzemy w blok trzy kolumny od A2 do C42
- Następnie z zakładki *Wstawianie* wybieramy wykres, koniecznie punktowy
- Możemy poprawić nazwy serii danych – klikając w obszar wykresu i prawym przyciskiem myszy wybieramy *Zaznacz dane*, następnie wybieramy nazwę serii i naciskamy przycisk *Edytuj* wskazując adres właściwej nazwy serii1 w naszym przypadku B1, a dla serii2 – C2.

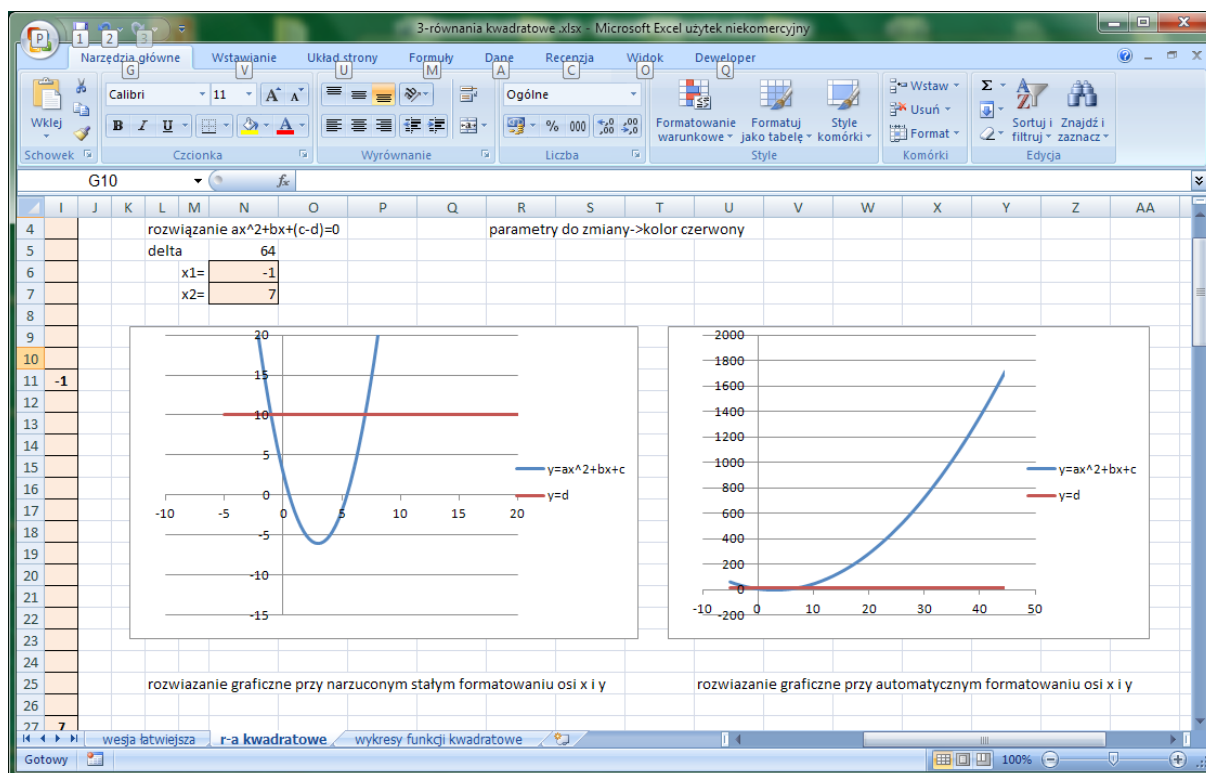


Efekt końcowy (wersja łatwiejsza)

Dla klas matematyczno-informatycznych wersja trudniejsza



Dyskusja podsumowująca (15 minut)



Przy wykresach funkcji istotne jest narzucenie stałego formatowanie osi x i y, przy automatycznym formatowaniu osi x i y nasz wykres jest mało czytelny (przykład tej samej funkcji przy różnych formatowaniach osi powyżej).

Dyskusja istnienia rozwiązań:

- Jeżeli $a > 0$ i $d <$ współrzędna y wierzchołka paraboli – 0 rozwiązań;
- Jeżeli $a < 0$ i $d >$ współrzędna y wierzchołka paraboli – 0 rozwiązań;
- Jeżeli $a \neq 0$ i $d =$ współrzędna y wierzchołka paraboli – 1 rozwiązanie;
- Jeżeli $a > 0$ i $d >$ współrzędna y wierzchołka paraboli – 2 rozwiązania;
- Jeżeli $a < 0$ i $d <$ współrzędna y wierzchołka paraboli – 2 rozwiązania;
- Jeżeli $a = 0$ i $b \neq 0$ – 1 rozwiązanie;
- Jeżeli $a = 0$ i $b = 0$ i $d \neq c$ – 0 rozwiązań;
- Jeżeli $a = 0$ i $b = 0$ i $d = c$ – ∞ rozwiązań.

Sprawdzenie wiedzy

Test Równania kwadratowe.doc.

Ocenianie

Ocena wykonanych arkuszy w MS Excel, test do równań kwadratowych.docx.

Dostępne pliki



1. Materiały pomocnicze 3
2. Test Równania kwadratowe
3. Film 1
4. Zadanie domowe

Człowiek - najlepsza inwestycja



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



WARSZAWSKA
WYŻSZA SZKOŁA
INFORMATYKI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego