



Załącznik A

(materiały pomocnicze 1)

Zmniejsz i zwyciężaj (ang. *decrease-and-conquer*)

Technika projektowania algorytmów zwana zmniejsz i zwyciężaj opiera się dostrzeżeniu i wykorzystaniu związku między rozwiązaniem pierwotnego problemu a rozwiązaniem tego samego problemu dla mniejszej liczby danych wejściowych.

Przykład 1 (Idol)

Na przyjęciu wśród 24 osób jest obecny idol, tj. osoba, które jest znana wszystkim, ale nie zna nikogo. Jak wykryć idola, stawiając uczestnikom przyjęcia pytania typu „Znasz tę osobę?”.

a) Zaproponuj rozwiązanie „siłowe”.

b) Zadanie w sposób efektywny można rozwiązać stawiając tylko 23 pytania. Jak to zrobić?

Rozwiązanie:

Sposób postępowania (algorytm) dla zbioru n osób jest następujący:

- Wybieramy dwie osoby (nazwijmy je A i B) i pytamy osobę A „Znasz osobę B?”.
- Jeśli A zna B, to usuwamy osobę A z grona kandydatów na idola. W przeciwnym przypadku usuwamy z tego zbioru osobę B.
- Następnie powtarzamy powyższe kroki dla zbioru $n - 1$ osób, dopóki $n > 1$.

Projekt algorytmu to przykład zastosowania techniki typu „zmniejsz o 1 i zwyciężaj”.

Zauważ, że zawiera on tzw. wywołanie rekurencyjne („powtarzamy powyższe kroki”).

c) Zastosuje algorytm dla przykładu z inną liczbą osób. Ile pytań trzeba postawić?

Zadanie 1 (Przeprowa harcerzy)

Hufiec 25 harcerzy musi przeprować się przez szeroką i głęboką rzekę. Harcerze spostrzegli dwóch chłopców w łódce, bawiących się przy brzegu rzeki. Łódka jest na tyle mała, że może się w niej zmieścić dwóch chłopców, ale tylko jeden harcerz. Jak mogą się przeprować przez rzekę harcerze, jeśli łódka po przeprowieniu się harcerzy ma zostać zwrócona chłopcom?

- a) Zastosuj algorytm wykorzystujący m.in. technikę typu „zmniejsz o 1 i zwyciężaj”.
- b) Ile razy podczas przeprowy łódka będzie przepływać z jednego brzegu na drugi?

Przykład 2 (Odgadywanie)

Piotr wybrał liczbę naturalną nie większą niż tysiąc. Ania chce ustalić wartość tej liczby zadając jak najmniejszą liczbę pytań, na które Piotr może odpowiadać tylko „Tak” lub „Nie”. Jak powinna postępować Ania, aby pytań nie było więcej niż 10?

Rozwiązanie:

Najlepszy możliwy sposób postępowania dla Ani polega na stawianiu takich pytań, których skutkiem jest zmniejszenie o połowę zbioru zawierającego poszukiwaną liczbę. Oznacza to, że pierwsze pytanie powinno brzmieć tak: „Czy to liczba większa od 500?”

Jak powinno brzmieć następne pytanie w zależności od odpowiedzi na pierwsze pytanie?

Założmy, że Piotr wybrał liczbę 88, a Ania stosuje optymalną strategię.

Przeanalizujmy przebieg gry, zapisując w tabeli kolejno:

- Numer pytania.
- Liczbę p , tj. najmniejszą (na danym etapie) liczbę, która może być poszukiwaną liczbą.
- Liczbę k , tj. największą (na danym etapie) liczbę, która może być poszukiwaną liczbą.
- Liczbę l elementów zbioru, przeszukiwanego na danym etapie.
- Pytania Ani i odpowiedzi Piotra.

Lp.	p	k	l	Ania	Piotr
1	1	1 000	1000	> 500?	Nie
2	1	500	500	> 250?	Nie
3	1	250	250	> 125?	Nie
4	1	125	125	> 63?	Tak
5	64	125	62	> 94	Nie
6	64	94	31	> 79	Tak
7	79	94	16	> 86	Tak
8	86	94	9	> 90	Nie
9	86	90	5	> 88	Nie
10	86	88	3	> 87	Tak

Po zadaniu dziesięciu pytań Ania już wie, że poszukiwaną liczbą jest 88.

Można powiedzieć, że Ania zastosowała technikę typu „zmniejsz dwa razy i zwyciężaj”. Powyższa tabela dobrze to ukazuje: z każdym kolejnym pytaniem rozmiar zadania (zakres liczb, wśród których znajduje się poszukiwana liczba) jest mniej więcej dwa razy mniejszy.

- Zapisz w tabeli „historię” gry dla innej liczby.
- Jaka będzie wystarczająca liczba pytań w grze *Zgadywanie* dla n równego 1 000 000?

Zadanie 2 (Monety)

Mamy osiem identycznie wyglądających monet. Wiemy, że jedna z nich jest lżejsza od pozostałych. Ilu ważeń na wadze szalkowej potrzeba wykonać, aby znaleźć monetę lżejszą, przy założeniu, że na szalki wagi można wkładać dowolną liczbę monet?

- Zastosuj algorytm wykorzystujący m.in. technikę typu zmniejsz dwa razy i zwyciężaj.

Ile ważeń jest potrzebnych?



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



WARSZAWSKA
WYŻSZA SZKOŁA
INFORMATYKI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



b) Jak wykryć fałszywą monetę, używając tylko dwóch ważeń?

Jak nazwać technikę, zastosowaną tym razem do zmniejszenia rozmiaru zadania?

c) Czy rozwiązania mają charakter ogólny?

Czy można je zastosować do dowolnej liczby monet?

Do wykonania zadań wskazane jest użycie wagi szalkowej. Za odważniki mogą służyć pudełka zapalek.