

MODUŁ 3

RUCH PUNKTU MATERIALNEGO

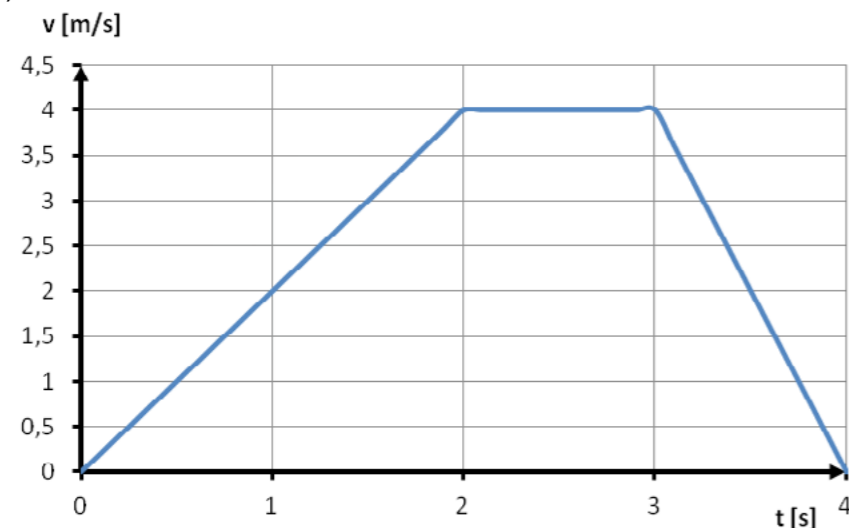
→ FIZYKA – ZAKRES ROZSZERZONY

OPRACOWANE W RAMACH PROJEKTU:
WIRTUALNE LABORATORIA FIZYCZNE NOWOCZESNĄ METODĄ NAUCZANIA.
PROGRAM NAUCZANIA FIZYKI
Z ELEMENTAMI TECHNOLOGII INFORMATYCZNYCH

→ Zadania

Zadanie 1

Kuba narysował wykres zależności współrzędnej prędkości od czasu dla ciała poruszającego się po linii prostej (rys.1).



Rys. 1. Wykres zależności prędkości od czasu

- Opisz ruch tego ciała.
- Narysuj wykres zależności współrzędnej przyspieszenia od czasu.
- Oblicz całkowitą drogę, przebytą przez to ciało.

Rozwiązanie

- W czasie pierwszych 2 sekund ciało poruszało się ruchem jednostajnie przyspieszonym z przyspieszeniem o wartości:

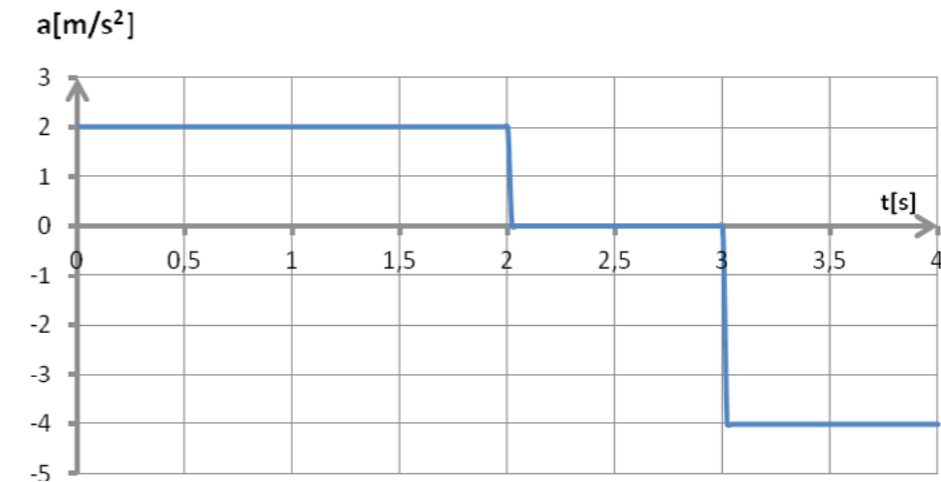
$$a_1 = \frac{4 \frac{m}{s}}{2s} = 2 \frac{m}{s^2}$$

W czasie trzeciej sekundy ruchu ciało poruszało się ruchem jednostajnym z prędkością 4 m/s.

W czasie czwartej sekundy ruchu ciało poruszało się ruchem jednostajnie opóźnionym, współrzędna przyspieszenia wynosiła:

$$a_3 = \frac{-4 \frac{m}{s}}{1s} = -4 \frac{m}{s^2}$$

b) Wykres współrzędnej przyspieszenia od czasu



c) Całkowita droga przebyta przez ciało jest równa polu pod wykresem prędkości, czyli:

$$s = \frac{4 \frac{m}{s} \cdot 2s}{2} + 4 \frac{m}{s} \cdot 1s + \frac{4 \frac{m}{s} \cdot 1s}{2} = 10m$$

Zadanie 2

Samochód jedzie z prędkością 108 km/h. Oblicz najkrótszą drogę hamowania samochodu wiedząc, że największe opóźnienie podczas hamowania wynosi 6 m/s².

Rozwiązanie

Dane

$$v_o = 108 \frac{km}{h} = \frac{108 \cdot 1000m}{3600s} = 30 \frac{m}{s}$$

$$a = 6 \frac{m}{s^2}$$

$$v_k = 0 \frac{m}{s}$$

s = ?

Najkrótsza droga hamowania odpowiada sytuacji, gdy samochód porusza się ruchem jednostajnie opóźnionym, czyli droga przebyta przez samochód w czasie hamowania i prędkość końcowa wynoszą:

$$\begin{cases} s = v_o t - \frac{at^2}{2} \\ v_k = v_o - at = 0 \end{cases}$$

Przekształcając 2-gie równanie otrzymujemy:

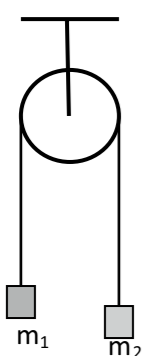
$$at = v_o, \text{ czyli } t = \frac{v_o}{a}$$

Wstawiamy t do 1-szego równania:

$$s = v_o \left(\frac{v_o}{a} \right) - \frac{a \left(\frac{v_o}{a} \right)^2}{2} = \frac{v_o^2}{a} - \frac{v_o^2}{2a} = \frac{v_o^2}{2a}$$
$$s = \frac{\left(30 \frac{m}{s} \right)^2}{2 \cdot 6 \frac{m}{s^2}} = 75m$$

Odpowiedź. Najkrótsza droga hamowania samochodu wynosi 75 metrów.

Zadanie 3



Na obu końcach nici przełożonej przez nieruchomy bloczek zawieszono dwa ciężarki o masach m_1 i $m_2 < m_1$. Wyznacz przyspieszenie układu ciężarków i siłę napięcia nici. Opory ruchu pomijamy.

Rozwiązanie

Dane:

$m_1, m_2 < m_1, g$ - przyspieszenie ziemskie

Szukane: $a = ?$, $N = ?$

Ciężarek o masie m_1 porusza się do dołu, ciężarek o masie m_2 do góry. Są one połączone nicią więc wartość przyspieszenia jest ta sama dla obu ciężarków.

Siły ciężkości można zapisać:

$$Q_1 = m_1 g$$

$$Q_2 = m_2 g$$

Zgodnie z III zasadą dynamiki siły napięcia nici mają tę samą wartość, czyli:

$$N_1 = N_2 = N$$

Zapisujemy równania ruchu dla każdego z ciężarków:

$$\begin{cases} m_1 a = m_1 g - N \\ m_2 a = N - m_2 g \end{cases}$$

Po dodaniu równań stronami otrzymujemy:

$$m_1 a + m_2 a = m_1 g - N + N - m_2 g$$

$$(m_1 + m_2) a = (m_1 - m_2) g$$

Zatem

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g$$

$$[a] = \frac{kg \cdot m}{kg \cdot s^2} = \frac{m}{s^2}$$

Znając wartość przyspieszenia możemy obliczyć wartość siły napięcia nici. Z pierwszego równania:

$$N = m_1 g - m_1 a = m_1 (g - a)$$

$$[N] = kg \frac{m}{s^2} = N$$

Zadanie 4

Samochód o masie 1600 kg zwiększa swą prędkość od 12 m/s do 24 m/s w ciągu 15 s. Oblicz średnią wartość wypadkowej siły, która działa na samochód.

Rozwiązanie

Dane

$$m = 1600 kg$$

$$v_1 = 12 \frac{m}{s}$$

$$v_2 = 24 \frac{m}{s}$$

$$t = 15 s$$

$$F = ?$$

Z drugiej zasady dynamiki wypadkowa siła działająca na samochód wynosi

$F = ma$, gdzie a - przyspieszenie samochodu.

Przyspieszenie samochodu

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t}$$

Zatem

$$F = m \frac{v_2 - v_1}{t}$$

$$F = 1600 \frac{24 - 12}{15} = 1600 \frac{12}{15} = 1600 \frac{4}{5} = 1280 N$$

$$[F] = kg \frac{m}{s} = \frac{kgm}{s^2} = N$$

Odpowiedź. Na samochód działa średnia siła o wartości 1280 N.

Zadanie 5

Narciarz zjechał ze stoku góry z prędkością 15 m/s i dalej jechał po poziomym torze aż do zatrzymania. Udało mu się przebyć odległość 150 m bez odpychania się kijkami. Oblicz współczynnik tarcia nart o śnieg.

Rozwiązanie

Dane

$$v_o = 15 \frac{m}{s}, v_k = 0 \frac{m}{s}$$

$$s = 150 m$$

$f = ?$ - współczynnik tarcia

Zakładamy, że siła tarcia była stała, więc narciarz poruszał się ruchem jednostajnie opóźnionym. Wartość siły tarcia na torze poziomym wynosi

$$T = fmg,$$

gdzie m - masa narciarza, g - przyspieszenie ziemskie.

Z drugiej zasady dynamiki wartość opóźnienia

$$a = \frac{T}{m} = \frac{fmg}{m} = fg$$

czyli do obliczenia współczynnika tarcia potrzebna jest wartość a .

Z kolei

$$\begin{cases} s = v_0 t - \frac{at^2}{2} \\ v_k = v_0 - at = 0 \end{cases}$$

Przekształcając 2-gie równanie otrzymujemy:

$$at = v_0, \text{ czyli } t = \frac{v_0}{a}$$

Wstawiamy t do 1-szego równania:

$$s = v_0 \left(\frac{v_0}{a}\right) - \frac{a \left(\frac{v_0}{a}\right)^2}{2} = \frac{v_0^2}{a} - \frac{v_0^2}{2a} = \frac{v_0^2}{2a}$$

Zatem

$$a = \frac{v_0^2}{2s}$$

Porównując wzory na opóźnienie otrzymujemy

$$fg = \frac{v_0^2}{2s}$$

Współczynnik tarcia nart o śnieg wynosi:

$$f = \frac{v_0^2}{2sg}$$

$$f = \frac{15^2}{2 \cdot 10 \cdot 150} = 0,075$$

$$[f] = \frac{\left(\frac{m}{s}\right)^2}{m \cdot \frac{m}{s^2}} = 1$$

Odpowiedź. Współczynnik tarcia nart o śnieg wynosi 0,075.

Zadanie 6

Piłkę wyrzucono poziomo z wysokości $h = 5 \text{ m}$ z prędkością początkową $v_0 = 10 \text{ m/s}$. Oblicz zasięg rzutu i wartość prędkości piłki w momencie uderzenia o ziemię. Pomiń opór powietrza.

Rozwiązanie

Dane:

$$h = 5 \text{ m}$$

$$v_0 = 10 \text{ m/s}$$

$$g \approx 10 \frac{m}{s^2}$$

$$s = ?$$

$$v_k = ?$$

Ruch piłki jest złożeniem dwóch ruchów zachodzących równocześnie: ruchu jednostajnego w kierunku poziomym i swobodnego spadku w kierunku pionowym. Zatem, oznaczając przez t - czas ruchu, a przez v_y - składową pionową prędkości piłki w momencie uderzenia o ziemię:

$$h = \frac{gt^2}{2}$$

$$v_y = gt$$

$$s = v_0 t$$

Po przekształceniu pierwszego równania

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$s = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}} = 10 \sqrt{\frac{2 \cdot 5}{10}} = 10 \text{ m}$$

$$[s] = \frac{m}{s} \sqrt{\frac{m}{\frac{m}{s^2}}} = \frac{m}{s} s = m$$

Składowa pionowa prędkości piłki ma wartość:

$$v_y = g \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{2hg}$$

Wartość prędkości końcowej piłki obliczamy z twierdzenia Pitagorasa

$$v_k^2 = v_0^2 + v_y^2 = v_0^2 + 2hg$$

$$v_k = \sqrt{v_0^2 + 2hg}$$

$$v_k = \sqrt{10^2 + 2 \cdot 5 \cdot 10} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2} \approx 14,1 \frac{m}{s}$$

$$[v_k] = \sqrt{\frac{m}{s^2}} = \frac{m}{s}$$

Odpowiedź. Zasięg rzutu piłki wynosi 10 m, a prędkość końcowa ma wartość ok. 14,1 m/s.