MODUŁ 5

ENERGIA MECHANICZNA

FIZYKA – ZAKRES ROZSZERZONY

OPRACOWANE W RAMACH PROJEKTU:

WIRTUALNE LABORATORIA FIZYCZNE NOWOCZESNĄ METODĄ NAUCZANIA.

PROGRAM NAUCZANIA FIZYKI

Z ELEMENTAMI TECHNOLOGII INFORMATYCZNYCH

Zadania

Zadanie 1.

Popchnięte sanki o masie m = 7,5 kg przebyły na poziomym torze drogę s = 10 m. Oblicz pracę wykonaną przez siłę tarcia kinetycznego podczas hamowania sanek. Współczynnik tarcia kinetycznego sanek o śnieg wynosi f = 0,1.

Rozwiązanie

Praca wykonana przez siłę tarcia

$$W = T \cdot s \cdot \cos(180°) = fmgs \cdot (-1) = -fmgs$$

Po wstawieniu danych liczbowych otrzymujemy:

$$W = -0{,}1 \cdot 7{,}5kg \cdot 9{,}81\frac{m}{s^2} \cdot 10m \approx -73{,}6J$$

Zadanie 2.

Chłopiec o masie 40 kg wbiegł na schody o wysokości 10 metrów w ciągu 8 s. Oblicz średnią moc chłopca.

Rozwiązanie

Moc określa szybkość wykonywania pracy. Praca wykonana przez chłopca jest równa przyrostowi energii potencjalnej. Zatem:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{\Delta E_p}{t} = \frac{mgh}{t}$$

Po wstawieniu danych liczbowych otrzymujemy:

$$P = \frac{40kg \cdot 9{,}81\frac{m}{s^2} \cdot 10m}{8s} = 490{,}5W$$

Zadanie 3.

Ciało wyrzucono pionowo do góry z prędkością początkową $v_0 = 10\ {}^{m}/_{s}$. Na jakiej wysokości energia kinetyczna będzie równa energii potencjalnej ciała?

Rozwiązanie

Z prawa zachowania energii mechanicznej początkowa energia kinetyczna jest równa sumie energii kinetycznej i potencjalnej na szukanej wysokości h:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + mgh$$

Z warunków zadania

$$\frac{mv^2}{2} = mgh$$

Czyli

$$\frac{mv_0^2}{2} = 2mgh$$

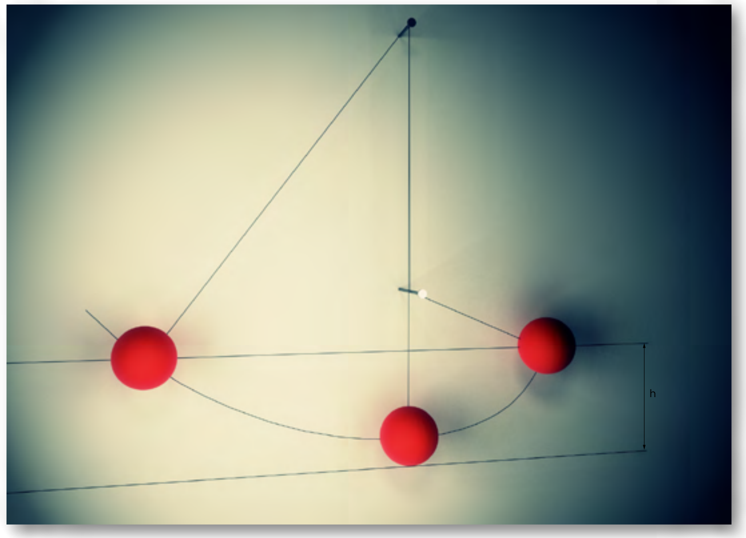
Po przekształceniu otrzymujemy

$$h = \frac{v_0^2}{4g} = \frac{(10\frac{m}{s})^2}{4 \cdot 9{,}81\frac{m}{s^2}} \approx 2{,}5m$$

Zadanie 4.

Galileusz badając ruch wahadła wpadł na pomysł, aby na drodze wahadła wbić dodatkowy pręt. Sznur, na którym wisi kula wahadła zagina się wokół pręta (rys. 1). Powoduje to zakrzywienie toru kuli wahadła, ale niezależnie od zakrzywienia toru, kula wznosi się na taką samą wysokość, z jakiej spadła.

- Zbuduj podobne wahadło i sprawdź wynik doświadczenia Galileusza.
- Uzasadnij, że takie wahadło jest dobrą ilustracją zasady zachowania energii.



Rys. 1. Wahadło Galileusza.

Zadanie 5.

W Zabytkowej Kuźni Wodnej w Gdańsku Oliwie znajduje się młot napędzany kołem wodnym. Zastosowana dźwignia, przy obrocie wału, podnosi młot o ciężarze około 250 kg, który następnie spada z wysokości około 40 cm na kowadło (dane z artykułu http://pl.wikipedia.org/wiki/Zabytkowa_Ku%C5%BAnia_Wodna_w_Oliwie). Oblicz energię potencjalną młota w górnym położeniu oraz jego prędkość w chwili uderzenia w kowadło.

Rozwiązanie

Energia potencjalna młota wynosi:

$$E_p = mgh = 250kg \cdot 9{,}81\frac{m}{s^2} \cdot 0{,}4m = 981J$$

Energia potencjalna młota jest równa jego energii kinetycznej w chwili uderzenia, czyli:

$$mgh = \frac{mv^2}{2}$$

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81\frac{m}{s^2} \cdot 0{,}4m} \approx 2{,}7\frac{m}{s}$$

Zadanie 6.

Najdłuższa trasa narciarska na Jaworzynie Krynickiej ma długość 2600 m. Kolejka gondolowa przewozi pasażerów pokonując różnicę wzniesień 460 m. Jaką największą prędkość mógłby osiągnąć narciarz o masie 70 kg pokonując całą trasę bez odbijania się kijkami? Załóż, że stok jest równią pochyłą o długości 2600 m i wysokości 460 m, a współczynnik tarcia kinetycznego nart o śnieg wynosi 0,1. Wykonaj obliczenia w dwóch przypadkach:

- pomijając straty energii związane z pokonaniem oporu powietrza,
- uwzględniając siłę oporu powietrza, proporcjonalną do kwadratu prędkości: $F_{op} = bv^2, \; b = 0{,}7kg/m$.

Rozwiązanie

Dane:

$m = 70\,kg$

$h = 460m$

$s = 2600m$

$f = 0{,}1$

$F_{op} = bv^2, \; b = 0{,}7kg/m$

Przypadek a)

Energia potencjalna narciarza na górze stoku zamienia się na energię kinetyczną na dole i pracę związaną z pokonaniem siły tarcia. Przy założeniu, że zerowy poziom energii potencjalnej jest na dole:

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + Ts$$

Siła tarcia na równi pochyłej:

$$T = fmg \cdot cos\alpha,$$

gdzie α - kąt nachylenia stoku (równi pochyłej).

Zatem:

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + fmgs \cdot cos\alpha$$

Po przekształceniu:

$$v^2 = 2g(h - fs \cdot cos\alpha)$$

Ponieważ

$$sin\alpha = \frac{h}{s}$$

$$cos\alpha = \sqrt{1 - sin^2\alpha} = \sqrt{1 - \frac{h^2}{s^2}} = \frac{\sqrt{s^2 - h^2}}{s}$$

Zatem

$$v^2 = 2g(h - fs \cdot \frac{\sqrt{s^2 - h^2}}{s})$$

Czyli

$$v = \sqrt{2g(h - f\sqrt{s^2 - h^2})}$$

Wstawiając dane liczbowe otrzymujemy wartość prędkości:

$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot (460 - 0{,}1\sqrt{2600^2 - 460^2})} \approx 63\frac{m}{s}$$

Jest to ogromna prędkość, po zamianie jednostek otrzymujemy wartość ok. 226 km/h!

Przypadek b)

Aby uwzględnić straty energii związane z pokonaniem siły oporu powietrza obliczmy wartość prędkości granicznej (v_{gr}), którą osiągnie narciarz, gdy siły oporu (tarcia i oporu powietrza) zrównoważą składową siły ciężkości równoległą do stoku. Warunek ten możemy zapisać równaniem:

$$mgsin\alpha = fmgcos\alpha + bv_{gr}^2$$

Po przekształceniu

$$v_{gr} = \sqrt{\frac{mg(sin\alpha - fcos\alpha)}{b}}$$

Z rozwiązania w przypadku a): $sin\alpha = \frac{h}{s}$, $cos\alpha = \frac{\sqrt{s^2-h^2}}{s}$

Czyli

$$v_{gr} = \sqrt{\frac{mg(h - f\sqrt{s^2 - h^2})}{bs}}$$

Po wstawieniu danych liczbowych otrzymujemy wartość prędkości granicznej:

$$v_{gr} = \sqrt{\frac{70 \cdot 9{,}81(460 - 0{,}1\sqrt{2600^2 - 460^2})}{0{,}7 \cdot 2600}} \approx 8{,}8\frac{m}{s}$$