

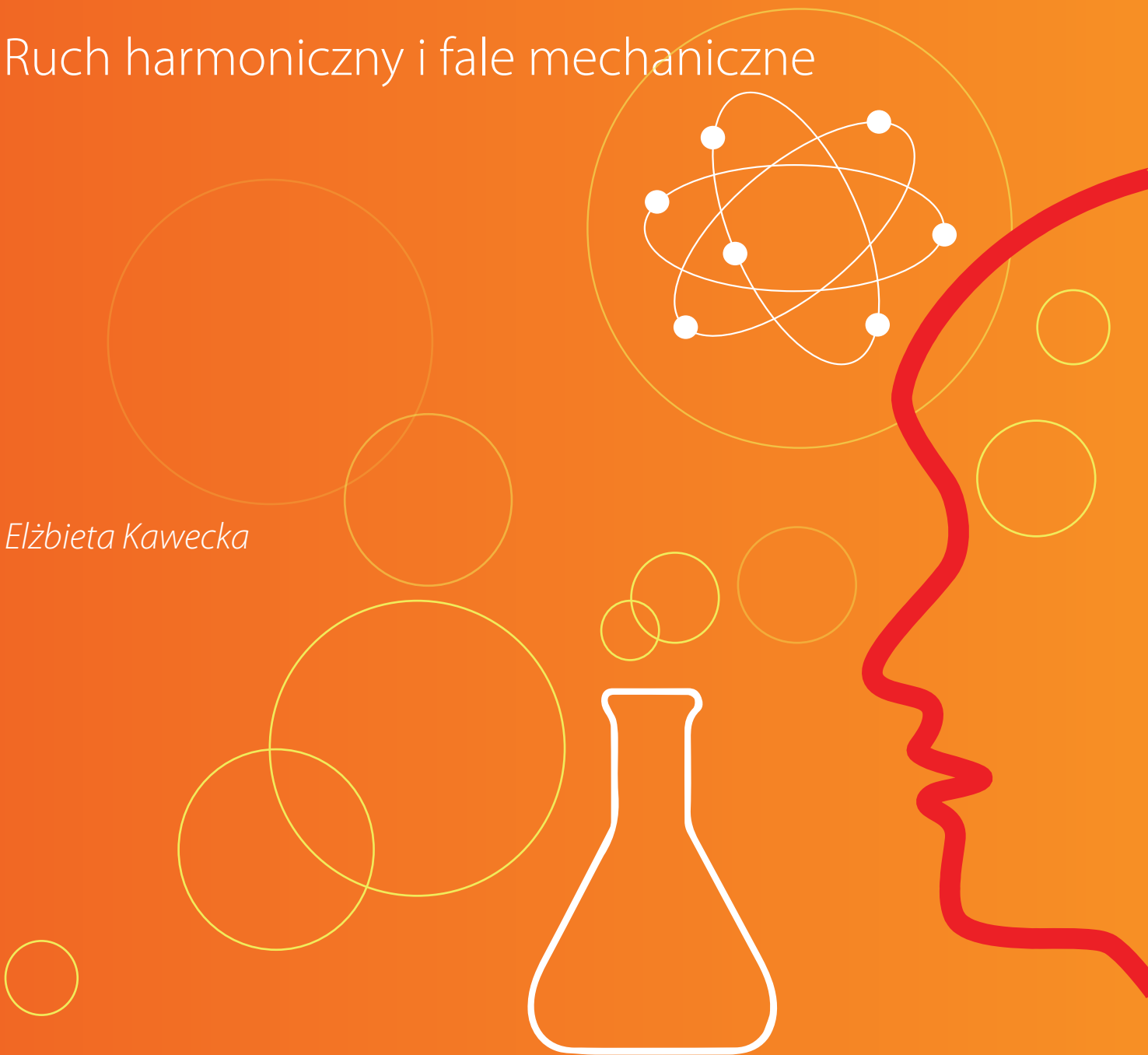
WIRTUALNE LABORATORIA FIZYCZNE NOWOCZESNĄ METODĄ NAUCZANIA

INNOWACYJNY PROGRAM NAUCZANIA FIZYKI
W SZKOŁACH PONADGIMNAZJALNYCH

Moduł dydaktyczny: fizyka - informatyka

Ruch harmoniczny i fale mechaniczne

Elżbieta Kawecka



Człowiek - najlepsza inwestycja



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



WARSZAWSKA
WYŻSZA SZKOŁA
INFORMATYKI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Tytuł: *Ruch harmoniczny i fale mechaniczne*

Autor: *mgr inż. Elżbieta Kawecka*

Redaktor merytoryczny: *dr hab. inż. prof. WWSI Zenon Gniazdowski*

Materiał dydaktyczny opracowany w ramach projektu edukacyjnego
WIRTUALNE LABORATORIA FIZYCZNE NOWOCZESNĄ METODĄ NAUCZANIA.
PROGRAM NAUCZANIA FIZYKI
Z ELEMENTAMI TECHNOLOGII INFORMATYCZNYCH

www.wlf.wysi.edu.pl

wlf@wysi.edu.pl

Wydawca: Warszawska Wyższa Szkoła Informatyki
ul. Lewartowskiego 17, 00-169 Warszawa
www.wysi.edu.pl
rektorat@wysi.edu.pl

Projekt graficzny: *Maciej Koczanowicz*

Warszawa 2013

Copyright © Warszawska Wyższa Szkoła Informatyki 2013

Publikacja nie jest przeznaczona do sprzedaży

Człowiek - najlepsza inwestycja



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



WARSZAWSKA
WYŻSZA SZKOŁA
INFORMATYKI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

MODUŁ 8

RUCH HARMONICZNY I FALE MECHANICZNE

→ FIZYKA – ZAKRES ROZSZERZONY

OPRACOWANE W RAMACH PROJEKTU:

WIRTUALNE LABORATORIA FIZYCZNE NOWOCZESNĄ METODĄ NAUCZANIA.

PROGRAM NAUCZANIA FIZYKI

Z ELEMENTAMI TECHNOLOGII INFORMATYCZNYCH

Komentarz metodyczny

Realizacja opisanych tematów wymaga znajomości zagadnień i metod stosowanych w modułach „Ruch punktu materialnego” i „Energia mechaniczna”, konieczne jest zatem ich przypomnienie. W module tym zaproponowano wiele ćwiczeń z wykorzystaniem arkusza kalkulacyjnego i oprogramowania do modelowania (np. Modellus), które mogą być realizowane na lekcjach fizyki i informatyki oraz na zajęciach dodatkowych, prowadzonych przez nauczycieli obu przedmiotów.

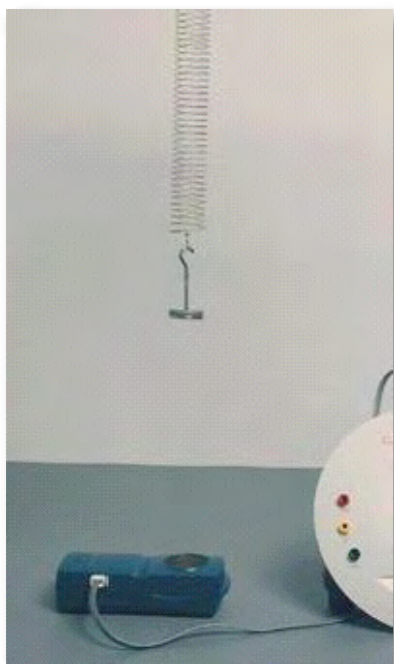
Wstęp do modułu

Niektóre zagadnienia realizowane w ramach tego modułu są znane z nauki fizyki w gimnazjum. Były one wprowadzane w uproszczonej formie, teraz zostaną uogólnione i rozszerzone. W ramach tego modułu stosowane są definicje wielkości fizycznych i prawa ruchu, występujące w modułach „Ruch punktu materialnego” i „Energia mechaniczna”.

Pierwsza część bieżącego modułu dotyczy ruchu drgającego, a druga zjawisk falowych. Na zakończenie omawiane są zjawiska charakterystyczne dla fal dźwiękowych, będących szczególnym rodzajem fal mechanicznych.

Temat 1

Ruch drgający prosty



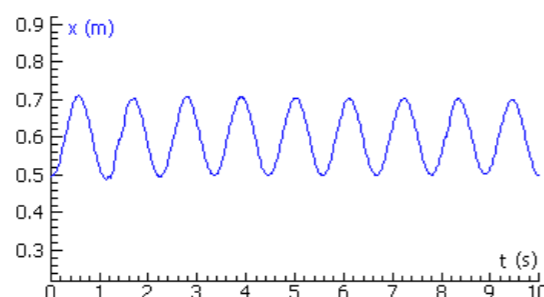
Rys. 1.1. Zdjęcie zestawu doświadczenia zawierającego układ pomiarowy połączony z komputerem. Odległość ciężarka od ultradźwiękowego miernika odległości zmienia się w czasie drgań.

Ruch drgający jest zjawiskiem powszechnym, obserwujemy go w życiu codziennym, w przyrodzie i technice. Drga most, przez który przejeżdża pociąg, drga membrana głośnika, powietrze w puszczalkach, struna gitary, ale drgają również cząsteczki, z których zbudowana jest materia, a także atomy, z których składają się cząsteczki.

Ruchem drgającym nazywamy okresowo powtarzający się ruch, odbywający się po tym samym torze.

Ciężarek zawieszony na sprężynie, po wprawieniu go w ruch, wykonuje drgania wokół położenia równowagi.

Drgania ciężarka zawieszono na sprężynie możemy zarejestrować za pomocą ultradźwiękowego miernika odległości (rys. 1.1, 1.2) lub sfilmować.



Rys. 1.2. Wykres wychYLENIA drgającego ciężarka w funkcji czasu jest funkcją harmoniczną.

Przypomnijmy podstawowe wielkości, których będziemy używać do opisu drgań:

Amplituda drgań (A) to wartość maksymalnego wychYLENIA z położenia równowagi.

Okres (T) to czas jednego pełnego drgania.

Częstotliwość drgań określa, ile drgań wykonuje ciało w jednostce czasu (np. w ciągu sekundy). Można ją obliczyć jako

$$f = \frac{1}{T}$$

Jednostką częstotliwości jest **herc** (Hz).

Układ fizyczny, który wykonuje drgania wokół położenia równowagi często nazywamy oscylatorem. Ciężarek zawieszony na sprężynie można więc nazwać **oscylatorem** lub **wahadłem sprężynowym**.

Dla ciężarka zawieszono na sprężynie (rys. 1.2) wykres zależności wychYLENIA od czasu jest wykres funkcji sinus (cosinus – gdy przesuniemy początek wykresu). Taki ruch drgający nazywany jest **ruchem harmonicznym**. Występuje on wtedy, gdy wypadkowa siła działająca na ciało jest proporcjonalna do wychYLENIA i zwrócona w stronę położenia równowagi (**siła zwrotna**). Można ją zapisać w postaci

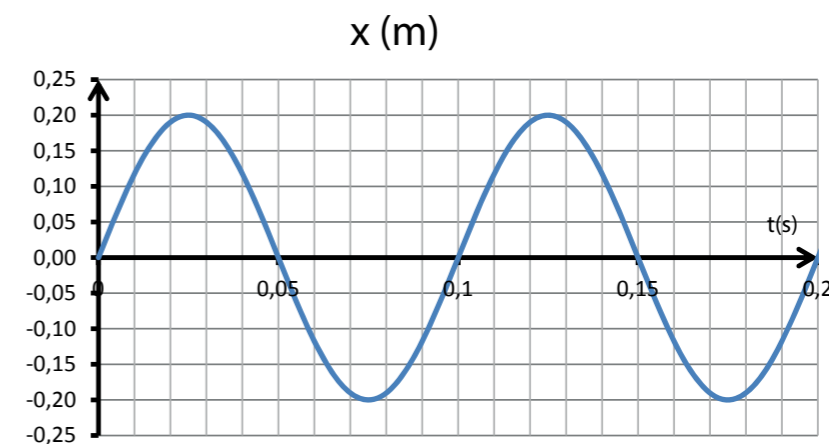
$$F = -kx,$$

gdzie x – wychYLENIE, k – stała zależna od sprężystości sprężyny. Znak minus wskazuje, że siła zwrócona jest przeciwnie do wychYLENIA – ku położeniu równowagi.

W ruchu harmonicznym zależność wychYLENIA od czasu można zapisać w postaci

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi),$$

gdzie A – amplituda, $\omega = 2\pi f$, f – częstotliwość drgań, t – czas, φ – faza początkowa drgań.



Rys.1.3. Wykres zależności wychYLENIA od czasu dla $\varphi = 0$; $A = 0,2m$; $T = 0,1s$

Okres drgań ciężarka na sprężynie zależy od masy ciężarka i stałej sprężystości sprężyny:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

gdzie T – okres drgań, m – masa ciężarka, k – stała sprężystości.

Okres drgań ciężarka zawieszono na sprężynie nie zależy od amplitudy. Tę własność drgań harmonicznymi – niezależność okresu drgań od amplitudy – nazywamy **izochronizmem** (od greckiego *isos* – równy i *chronos* – czas).

Zjawisko izochronizmu odkrył Galileusz, obserwując w kościele kołysanie się świecznika. Wydało mu się niezwykle zaskakujące, że niezależnie od tego, czy odchylił wahadło bardziej, czy mniej, czas trwania jednego wahanicia jest taki sam.

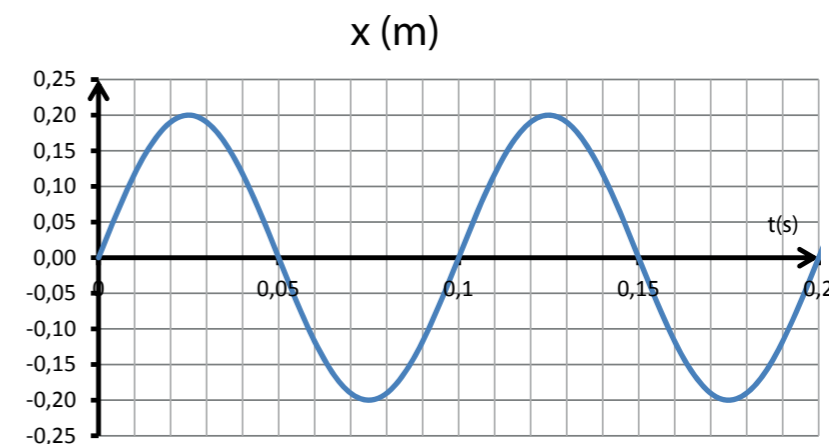
Pomiar okresu drgań dla różnych mas ciężarków zawieszonych na sprężynie jest jedną z metod wyznaczania wartości stałej sprężystości.

Patrz: Doświadczenie 1. Wyznaczanie stałej sprężystości sprężyny

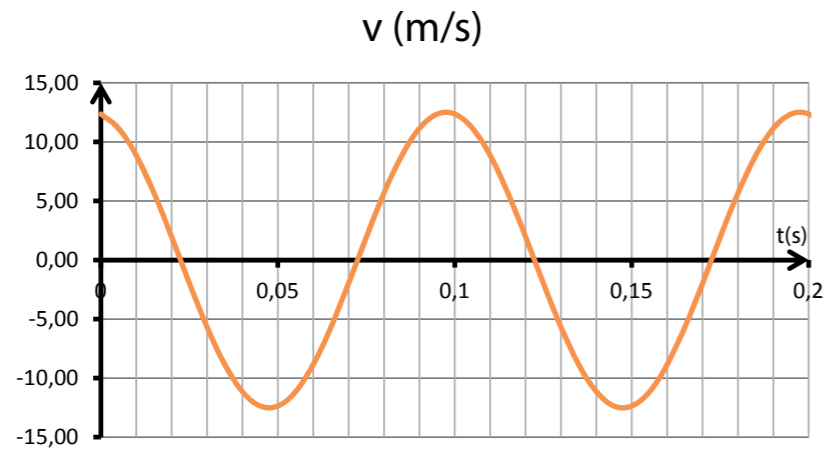
W ruchu harmonicznym wychYLENIE zmienia się sinusoidalnie w czasie. A jak zmienia się prędkość? Wykres zależności prędkości od czasu można sporządzić w arkuszu kalkulacyjnym, korzystając z definicji prędkości chwilowej:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

gdzie Δx – zmiana wychYLENIA, Δt – bardzo krótki przedział czasu.



Rys. 1.4. Zależność wychYLENIA od czasu w ruchu harmonicznym.



Rys. 1.5. Zależność prędkości od czasu w ruchu harmonicznym z rys. 1.4.

Porównanie wykresów wychylenia i prędkości (rys. 1.4 i 1.5) prowadzi do wniosku, że prędkość jest równa zero przy maksymalnym wychyleniu $x = \pm A$ (tu zmienia się zwrot wektora prędkości), a przyjmuje wartość maksymalną dla $x = 0$ (przy przejściu ciała przez położenie równowagi). Prędkość jest **przesunięta w fazie** względem wychylenia o jedną czwartą okresu.

Zależność prędkości od czasu można zapisać w postaci

$$v(t) = v_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

gdzie $v_0 = \omega A$ – maksymalna wartość prędkości.

Zależność przyspieszenia od czasu można wyznaczyć z II zasady dynamiki:

$$a = \frac{F}{m} = -\frac{kx}{m}$$

Wstawiając zależność $x(t)$ otrzymujemy:

$$a(t) = -\frac{k}{m} A \sin(\omega t + \varphi)$$

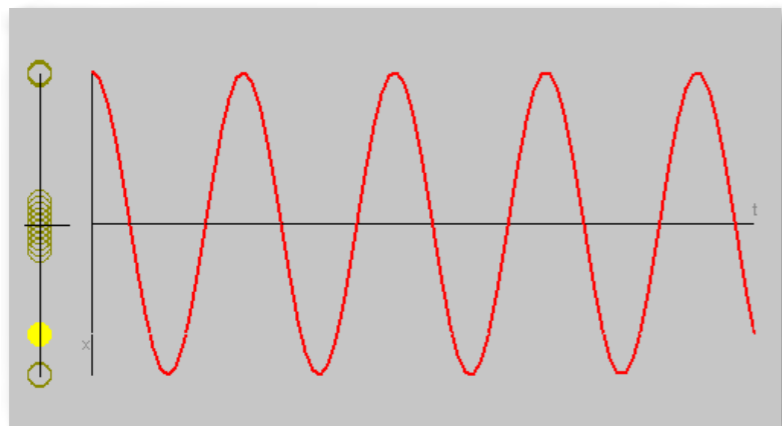
$$a(t) = -a_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

gdzie $a_0 = \frac{kA}{m} = \omega^2 A$ – maksymalna wartość przyspieszenia.

Uwaga: Równanie

$$ma = -kx$$

jest nazywane równaniem oscylatora harmonicznego. Można zbudować model numeryczny oscylatora za pomocą programów do modelowania (np. Modellus, Coach 6, Insight) i opartą na nim animację (rys. 1.6) oraz zbadać dokładność otrzymanego rozwiązania w zależności od wybranej metody.

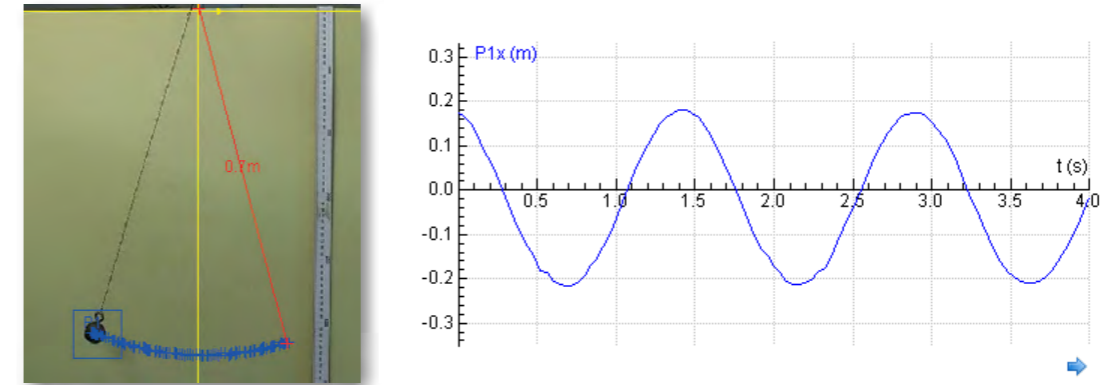


Rys. 1.6. Oscylator harmoniczny – okno animacji w Modellusie.

Temat 2

Wahadło matematyczne

Innym przykładem ruchu drgającego jest ruch wahadła. Rejestracja wahań ciężarka zawieszono na nici pokazuje, że wykres wychylenia od czasu jest opisany funkcją harmoniczną (rys. 2.1).



Rys. 2.1. Rejestracja drgań wahadła metodą wideopomiarów w programie Coach 6. Na rysunku po lewej widoczny tor kulki wahadła, po prawej wykres zależności współrzędnej x kulki wahadła od czasu w wybranym układzie współrzędnych (osie układu współrzędnych zaznaczono na żółto).

Ciężarek zawieszony na nici jest dobrym przybliżeniem idealnego wahadła, zwanego **wahadłem matematycznym**, definiowanego jako „punktowa masa zawieszona na nieważkiej i nierozciągliwej nici”. Jest to oczywiście model, stosowany przez fizyków w celu uproszczenia opisu ruchu wahadła.

Rozważmy siły działające na kulkę wahadła o masie m przy wychyleniu go z położenia równowagi o kąt α (rys. 2.2).

Siłę ciężkości mg rozkładamy na dwie składowe: styczną do toru kulki ($mg \sin \alpha$) i leżącą na przedłużeniu nici ($mg \cos \alpha$). O ruchu wahadła decyduje składowa siły ciężkości styczna do toru. Druga składowa jest równoważona przez siłę N napięcia nici.

Z rys. 2.2

$$\sin \alpha = \frac{x_1}{l}$$

gdzie l długość nici wahadła.

Dla małych kątów α

$$\sin \alpha \approx \alpha \approx \frac{x}{l}$$

gdzie x wychylenie, równe długości łuku.

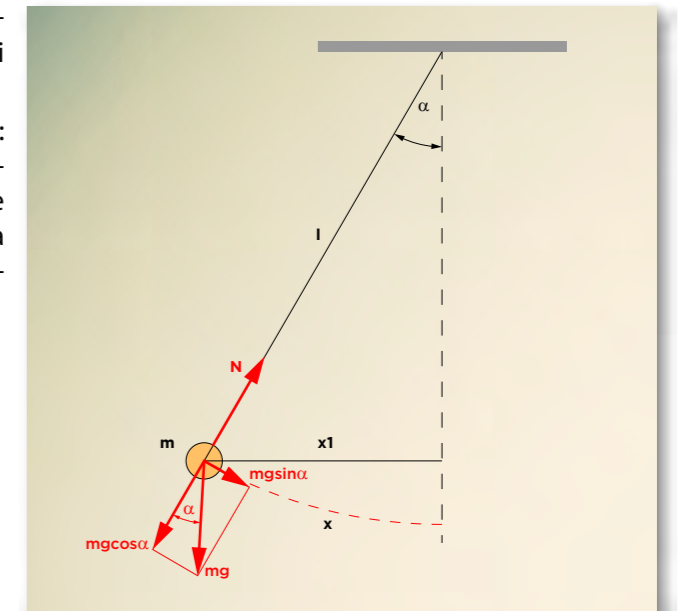
Siła powodująca ruch kulki wahadła wynosi

$$F = mg \frac{x}{l}$$

Siła jest proporcjonalna do wychylenia i zwrócona do położenia równowagi, czyli dla małych kątów ruch wahadła matematycznego jest ruchem harmonicznym.

W ruchu harmonicznym:

$$F = -kx = -m\omega^2 x$$



Rys. 2.2. Wahadło matematyczne - rozkład sił.

Z porównania obu zależności na siłę wynika, że

$$\frac{mg}{l} = m\omega^2$$

$$\omega^2 = \frac{g}{l}$$

Po uwzględnieniu, że

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

otrzymujemy wzór na okres drgań wahadła matematycznego

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

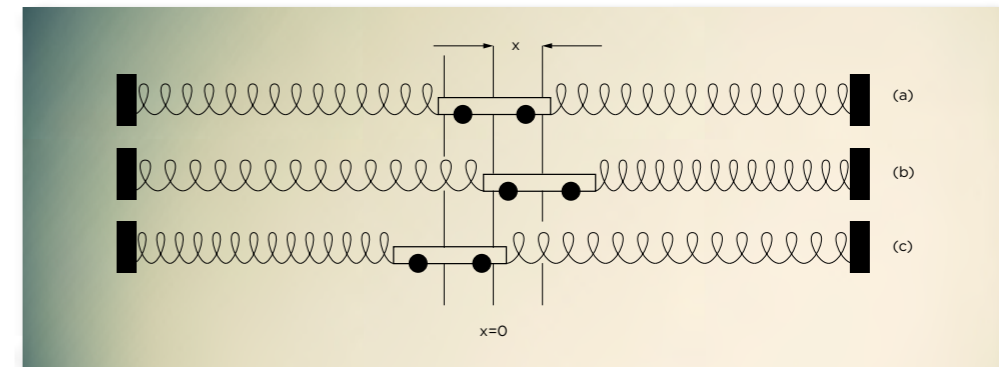
Okres drgań wahadła matematycznego w danym punkcie Ziemi zależy tylko od długości nici wahadła.

Patrz: Doświadczenie 2. Wyznaczanie wartości przyspieszenia ziemskiego za pomocą wahadła matematycznego – doświadczenie uczniowskie

Temat 3

Przemiany energii w ruchu harmonicznym

Rozważmy układ przedstawiony na rysunku 3.1. Wózek umocowany między dwoma sprężynami wykonuje drgania w kierunku poziomym. Całkowita energia mechaniczna układu jest sumą energii kinetycznej i energii potencjalnej sprężystości.

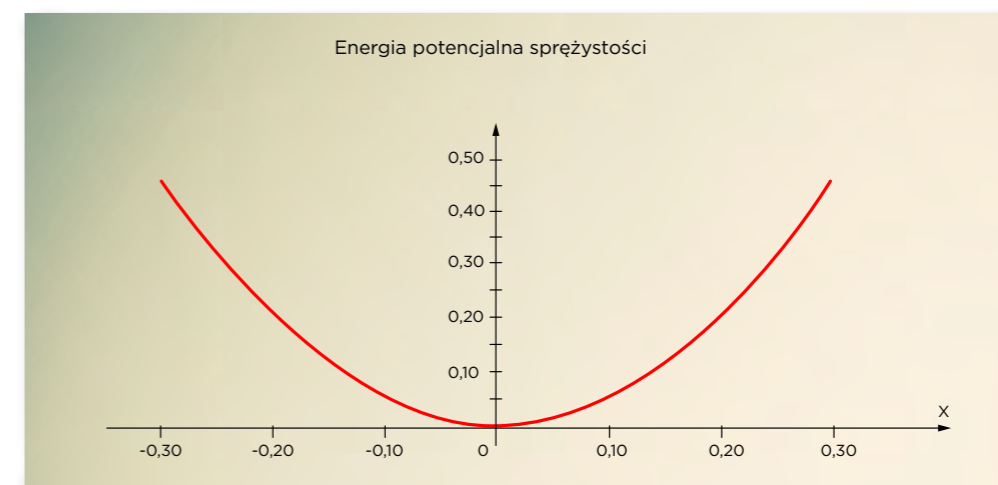


Rys. 3.1. Kolejne położenia drgającego wózka: (a) położenie równowagi $x = 0$, (b) $x = A$, (c) $x = -A$, gdzie x – wychylenie z położenia równowagi, A – amplituda drgań.

Wiemy, że **energia potencjalna sprężystości** jest proporcjonalna do kwadratu wychylenia:

$$E_{ps} = \frac{kx^2}{2}$$

gdzie k – współczynnik sprężystości, x – wychylenie. Wykres zależności energii potencjalnej od wychylenia jest parabolą, symetryczną względem osi rzędnych (rys. 3.2).



Rys. 3.2. Zależność energii potencjalnej sprężystości od wychylenia.

Aby znaleźć zależność energii kinetycznej i potencjalnej od czasu należy wykorzystać wzory na wychylenie i prędkość.

Wstawiając zależność na wychylenie otrzymujemy:

$$E_{ps} = \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2 \sin^2(\omega t + \varphi)}{2} = \frac{m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi)}{2}$$

Energia kinetyczna drgającego ciężarka:

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

Po wstawieniu zależności na prędkość:

$$E_k = \frac{m(v_0 \cos(\omega t + \varphi))^2}{2} = \frac{m\omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + \varphi)}{2}$$

Całkowita energia mechaniczna:

$$E = E_k + E_p = \frac{m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi)}{2} + \frac{m\omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + \varphi)}{2}$$

Po przekształceniu:

$$E = \frac{m\omega^2 A^2 [\sin^2(\omega t + \varphi) + \cos^2(\omega t + \varphi)]}{2} = \frac{m\omega^2 A^2}{2} = \frac{kA^2}{2}$$

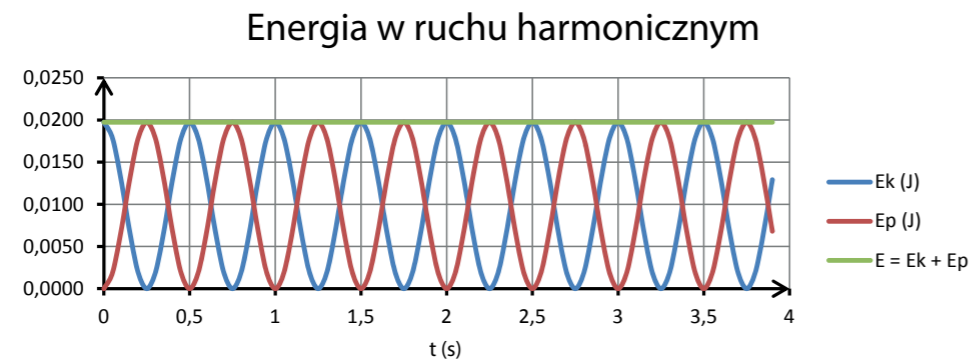
Pokazaliśmy, że całkowita energia mechaniczna ciała poruszającego się ruchem harmonicznym nie zależy od czasu i wynosi:

$$E = \frac{kA^2}{2}$$

$$k = m\omega^2 = 4\pi^2 m f^2$$

Całkowita energia mechaniczna jest proporcjonalna do kwadratu amplitudy, kwadratu częstotliwości oraz masy drgającego ciała.

Wykresy zależności energii kinetycznej, energii potencjalnej i energii całkowitej od czasu możemy sporządzić za pomocą arkusza kalkulacyjnego (rys. 3.3), programów do tworzenia wykresów funkcji matematycznych czy programów do modelowania (rys. 3.4).



Rys. 3.3. Wykres przemian energii w ruchu harmonicznym dla ciała o masie $m = 0,1$ kg; amplituda drgań $A = 0,1$ m, okres drgań $T = 1$ s; E_k - energia kinetyczna, E_p - energia potencjalna, E - energia całkowita.

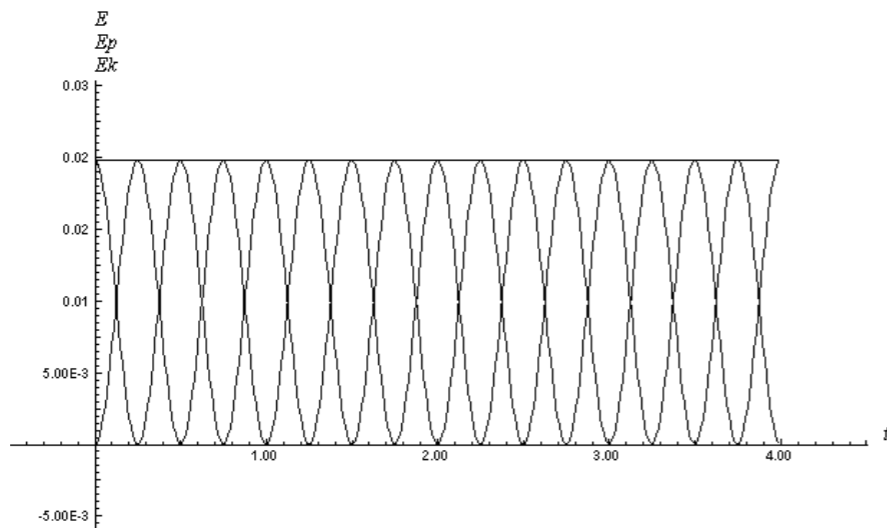
$$x = A \times \sin(\omega \times t)$$

$$v = A \times \omega \times \cos(\omega \times t)$$

$$E_k = m \times \frac{v^2}{2}$$

$$E_p = m \times \omega^2 \times \frac{x^2}{2}$$

$$E = E_k + E_p$$



Rys. 3.4. Model i wykres przemian energii w ruchu harmonicznym w programie Modellus.

Porównajmy przemiany energii kulki umocowanej do poziomej sprężyny z przemianami energii wahadła matematycznego. Przy maksymalnym wychyleniu wahadła z położenia równowagi energia potencjalna ciężkości jest maksymalna, a energia kinetyczna jest równa zero. Gdy kulka wahadła przechodzi przez położenie równowagi energia kinetyczna jest maksymalna, a energia potencjalna wynosi zero. Znając wysokość h (rys. 3.5) możemy wyznaczyć prędkość kulki przy przejściu przez położenie równowagi. Z zasady zachowania energii:

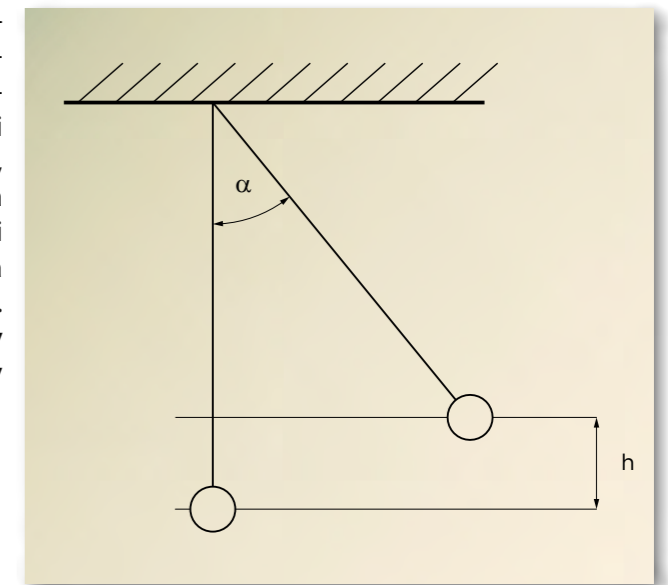
$$mgh = \frac{mv_{max}^2}{2}$$

Zatem

$$v_{max} = \sqrt{2gh}$$

Taką samą prędkość osiągnęłoby ciało spadające swobodnie z wysokości h .

Porównajmy przemiany energii w ruchu wahadła i układu kulka-sprężyna (tabela 1).



Rys. 3.5. Wahadło matematyczne.

Tabela 1. Przemiany energii.

		$x = A$ E_p - maksymalna $v = 0$ $E_k = 0$
		$x = 0$ $E_p = 0$ $v = v_{max}$ E_k - maksymalna
		$x = -A$ E_p - maksymalna $v = 0$ $E_k = 0$

Przy maksymalnym odchyleniu z położenia równowagi energia potencjalna układu kulka-sprężyna jest największa i wynosi

$$E_{pmax} = \frac{kA^2}{2}$$

Energia kinetyczna kulki jest wówczas równa zero.

Przy przechodzeniu przez położenie równowagi kulka ma największą energię kinetyczną uzyskaną kosztem energii potencjalnej.

$$E_{kmax} = \frac{mv_{max}^2}{2} = \frac{kA^2}{2}$$

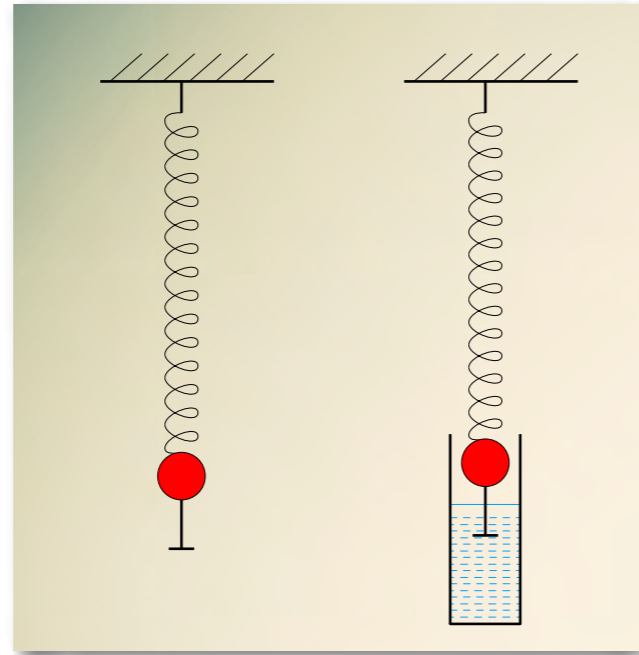
Zatem

$$v_{max} = A \sqrt{\frac{k}{m}}$$

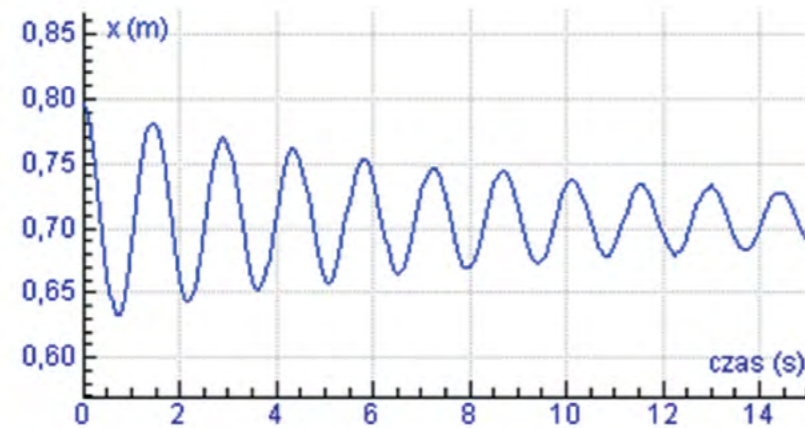
Analiza przemian energii w przypadku wahadła sprężynowego jest bardziej skomplikowana, gdyż musimy również uwzględnić energię potencjalną ciężkości.

Najczęściej obserwujemy **drgania tłumione (gasnące)**. Przykładem mogą być drgania ciężarka zawieszonego na sprężynie, do którego przymocowany jest pręt zakończony talerzykiem (rysunek 3.6). Amplituda drgań stopniowo maleje i po pewnym czasie drgania wygasają. Amplituda drgań maleje szybciej, gdy drgający talerzyk zanurzymy w wodzie, a jeszcze szybciej drgania wygasają w oleju. Ruch jest wówczas silniej **tłumiony**. Silne tłumienie drgań w oleju jest wykorzystywane w amortyzatorach olejowych.

Wykres drgań tłumionych możemy otrzymać rejestrując wyniki pomiaru (rysunek 3.7) lub budując model numeryczny takiego ruchu w programie *Modellus*.



Rys. 3.6. Zestaw doświadczalny do badania drgań tłumionych.



Rysunek 3.7. Wykres zależności wychylenia od czasu – drgania tłumione.

Temat 4

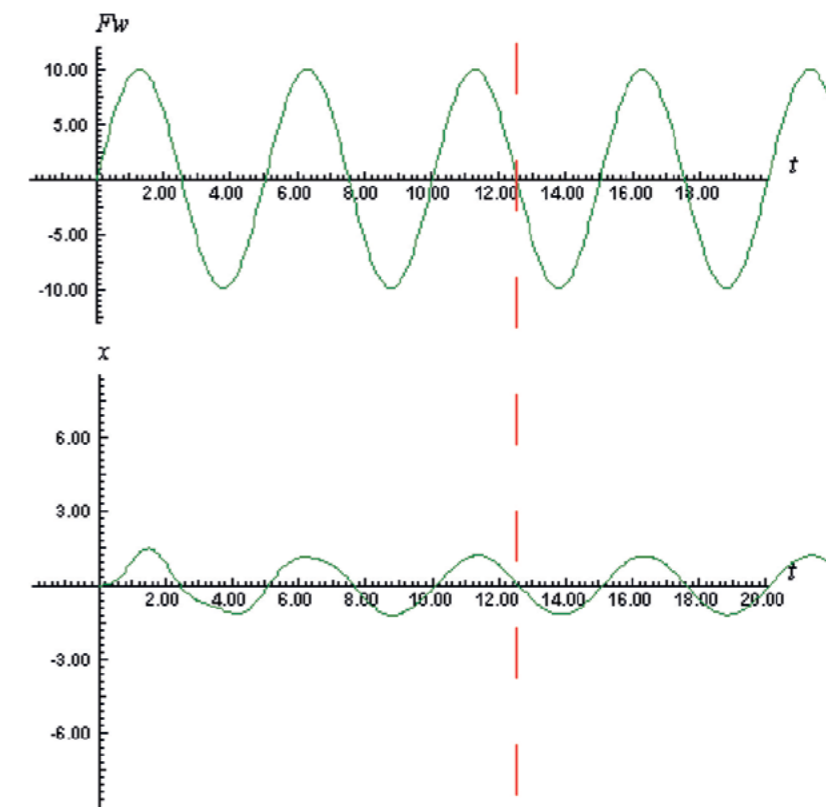
Drgania wymuszone. Rezonans

Co zrobić, aby drgania nie ustały po pewnym czasie? W jaki sposób wprowadzić ciało w drgania, aby amplituda drgań była jak największa? Bujając dziecko siedzące na huśtawce intuicyjnie popychamy huśtawkę w rytmie drgań swobodnych.

Drgania wymuszone to drgania wywołane działaniem siły wymuszającej, która zmienia się okresowo w czasie, na przykład

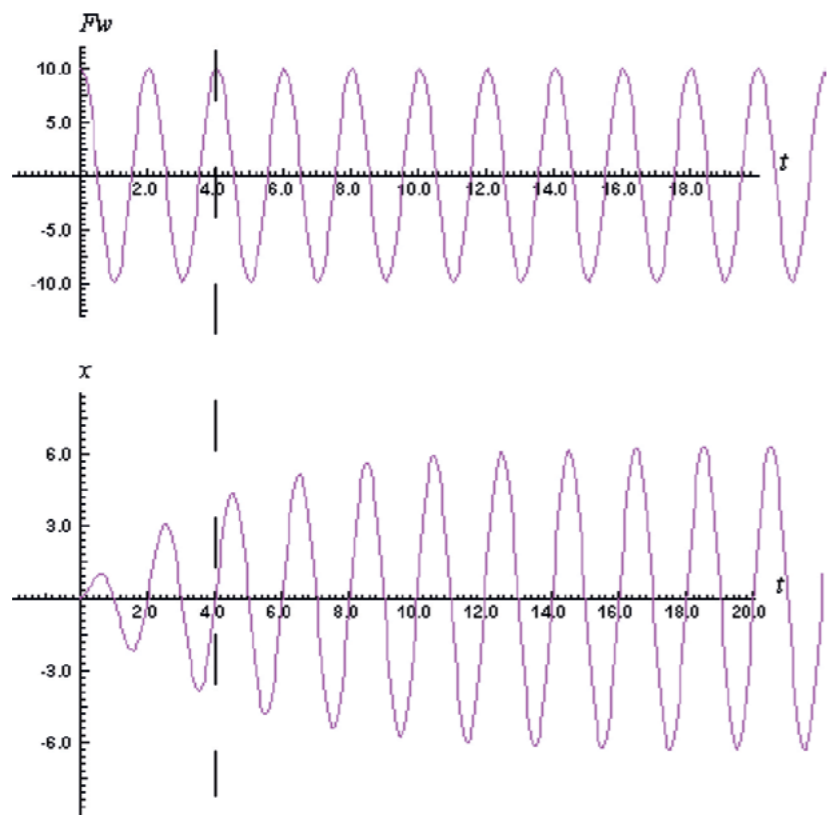
$$F_w(t) = F_0 \sin(2\pi ft)$$

Przebieg drgań silnie zależy od częstotliwości zmian siły wymuszającej (f). Na rysunkach 4.1 i 4.2 przedstawione są wykresy siły wymuszającej F_w w funkcji czasu, a poniżej reakcja układu na zaburzenie – wykres wychylenia x w zależności od czasu.



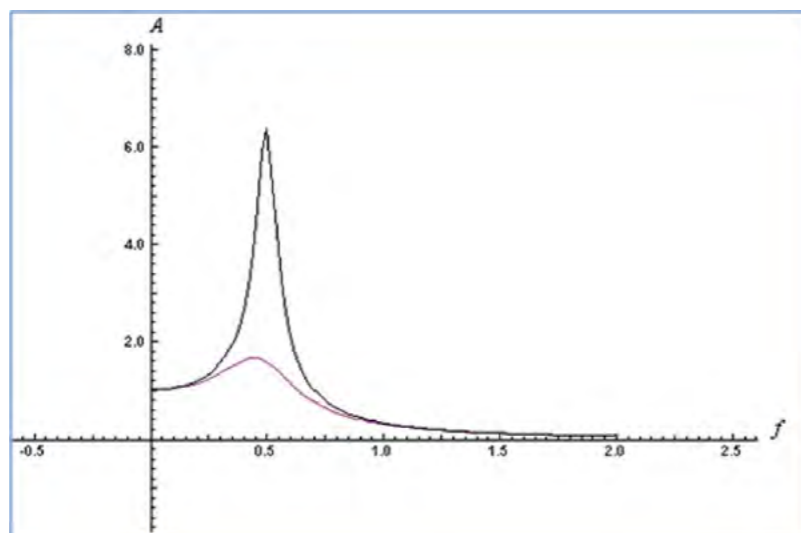
Rysunek 4.1. Przy częstotliwości siły wymuszającej mniejszej (lub większej) od częstotliwości drgań własnych f_0 (tu $f = 0,4 \text{ Hz}$, $f_0 = 0,2 \text{ Hz}$) układ drga z częstotliwością siły wymuszającej, ale amplituda drgań jest niewielka.

Gdy częstotliwość siły wymuszającej jest równa częstotliwości drgań własnych układ wpada w **rezonans**. Obserwujemy silny wzrost amplitudy drgań (rys. 4.2).



Rysunek 4.2. W rezonansie ($f = f_0 = 0,5 \text{ Hz}$) amplituda drgań silnie rośnie.

Mierząc amplitudę drgań wymuszonych dla różnych częstotliwości siły wymuszającej otrzymujemy tzw. „krzywą rezonansową” (rys. 4.3). Im mniejsze tłumienie, tym wyraźniej występuje rezonans i tym ostrzej jest zarysowane maksimum krzywej.



Rysunek 4.3. Krzywe rezonansowe przy różnym tłumieniu. Częstotliwość drgań własnych układu $f = 0,5 \text{ Hz}$.

Zjawisko rezonansu jest korzystne wtedy, gdy chcemy wywołać drgania o dużej amplitudzie. Różne urządzenia techniczne lub przemysłowe pracują więc z częstotliwością rezonansową (np. sита mechaniczne, ubijarki). Rezonans wykorzystuje się w celu uwydatnienia niektórych dźwięków zarówno przy konstruowaniu instrumentów muzycznych, jak i przy projektowaniu sal koncertowych o dobrej akustyce.

Bardzo często jednak rezonans wywołuje niepożądane, a nawet katastrofalne skutki. Zwarte oddziały wojska przechodząc przez most nie powinny iść „w nogę”, gdyż wywołane przez rytmiczny marsz ludzi drgania mogą przypadkowo zgodzić się z częstotliwością drgań własnych mostu i doprowadzić do rezonansu. Tak zwiększona amplituda drgań może być przyczyną uszkodzenia, a nawet zawalenia się konstrukcji. Tiry przejeżdżające przez miasto mogą powodować uszkodzenia nawierzchni naziemnej lub zarysowanie fundamentów czy ścian budynków. Dlatego jest sprawą bardzo istotną, by przy projektowaniu konstrukcji zadbać o wytłumianie drgań rezonansowych.

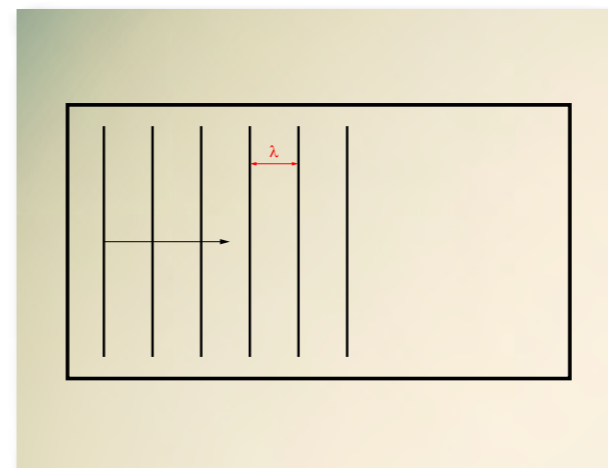
Temat 5

Płaska fala harmoniczna

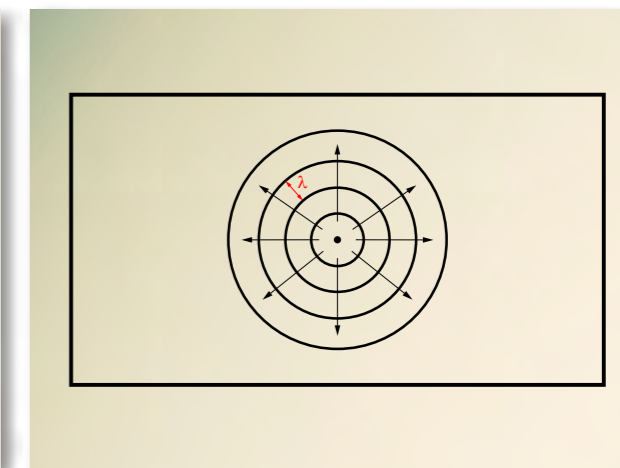
Obserwując fale na morzu czy fale rozchodzące się na powierzchni wody po wrzuceniu kamienia, można zauważyć różne kształty powierzchni falowych. Takie obserwacje można przeprowadzić w laboratorium fizycznym za pomocą wanienki do fal.

Ze względu na kształt powierzchni falowej (którą w uproszczeniu możemy utożsamiać z obserwowanymi „grzbietami fal”) wyróżniamy fale płaskie (rys. 5.1) i koliste (rys. 5.2).

Kierunek rozchodzenia się fali, tzw. **promień fali**, jest prostopadły do powierzchni falowej.



Rys. 5.1. Fala płaska



Rys. 5.2. Fala kolista

Fala to zaburzenie stanu ośrodka rozchodzące się w przestrzeni i niosące ze sobą energię. Rozchodzenie się fal mechanicznych polega na przekazywaniu drgań kolejnym cząstkom ośrodka. Przy analizowaniu ruchu falowego wyróżnia się dwa ruchy: ruch drgający cząstek ośrodka i rozchodzenie się zaburzenia. Jeśli drgania są drganiami harmonicznymi, to ruch płaskiej fali harmonicznej rozchodzącej się w kierunku dodatnim osi x można opisać równaniem:

$$y(x, t) = A \sin(\omega t - kx)$$

gdzie y – wychylenie cząstki o współrzędnej x w chwili t , A – amplituda drgań, ω – częstość kołowa

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

k – liczba falowa, zależna od długości fali λ :

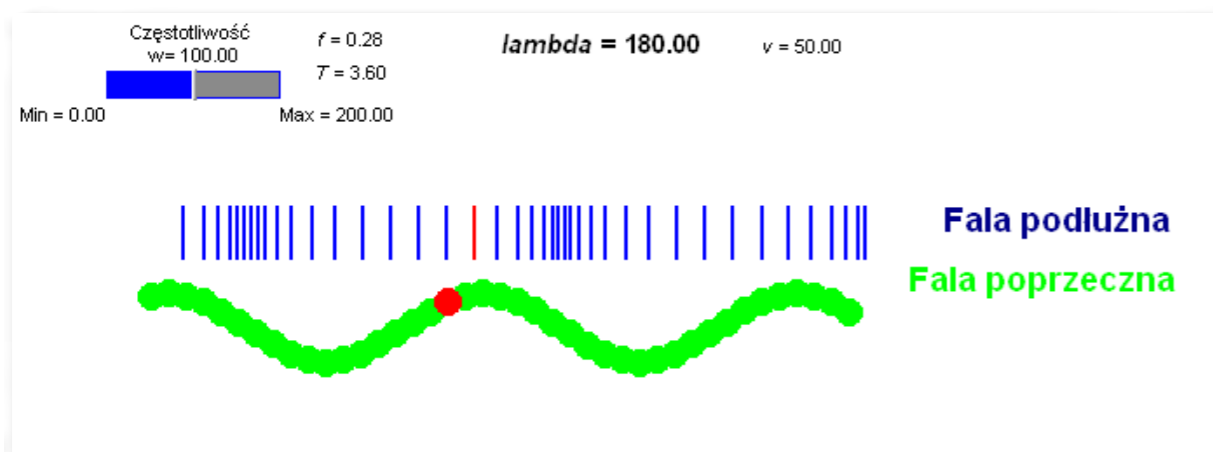
$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

W ośrodku jednorodnym fale rozchodzą się ze stałą prędkością. Długość fali λ zależy od prędkości rozchodzenia się fali v i częstości f (okresu T) drgań

$$\lambda = \frac{v}{f} = v \cdot T$$

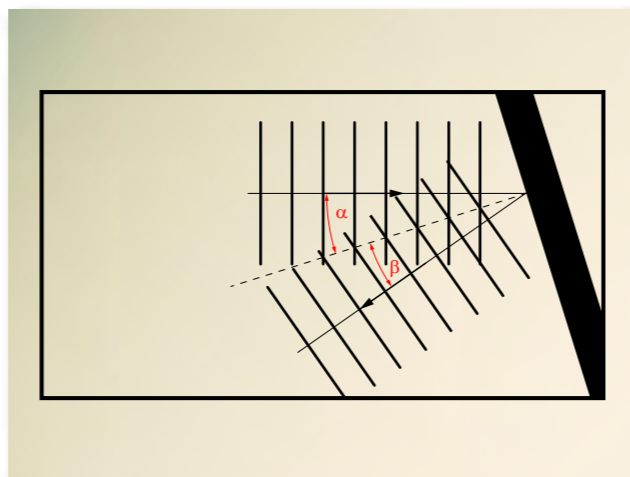
Długość fali λ to odległość pomiędzy powierzchniami falowymi (rys. 5.1, 5.2), która jest równa drodze jaką przebywa fala w ciągu okresu.

Ćwiczenie. Uruchom program *Modellus* i obejrzyj animację fali podłużnej i poprzecznej (*fale_rodzaj.mdl*) – rys. 5.3. Czym różnią się fale poprzeczne od podłużnych? Sprawdź, jak zmienia się długość fali przy zmianie częstotliwości drgań.



Rysunek 5.3. Fale podłużne i poprzeczne.

Kierunek rozchodzenia się fali może ulec zmianie, gdy fala napotka przeszkodę lub przejdzie do innego ośrodka. Może nastąpić **odbicie**, **załamanie** czy **dyfrakcja fali**. Fala odbija się tak, że **kąt odbicia jest równy kątowi padania** (rys. 5.4).

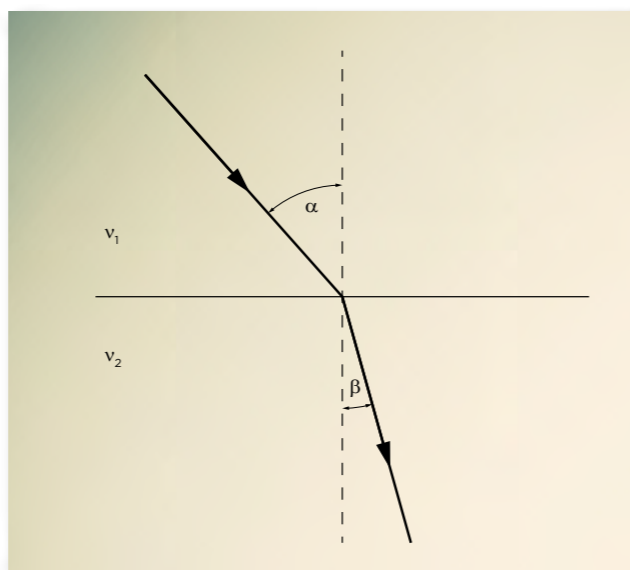


Rys. 5.4. Odbicie fali płaskiej od przeszkody.

Gdy fala przechodzi do innego ośrodka zmienia się prędkość rozchodzenia się fali i jej długość, częstotliwość drgań pozostaje stała. Obserwujemy załamanie fali na granicy ośrodków (rys. 5.5), przy czym kąt załamania (β) zależy od kąta padania (α) oraz stosunku prędkości fali (v_1, v_2) w obu ośrodkach:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2}$$

Zależność ta jest nazywana prawem załamania i nie dotyczy sytuacji, gdy fala pada prostopadle na granicę ośrodków ($\alpha = 0$). W takim przypadku fala przechodzi do drugiego ośrodka bez załamania.



Rys. 5.5. Zjawisko załamania.

Temat 6

Dyfrakcja i interferencja fal

Obrazy powstałe na powierzchni wody mogą być wynikiem nakładania się fal wytworzonych przez wiele źródeł (rys. 6.1).

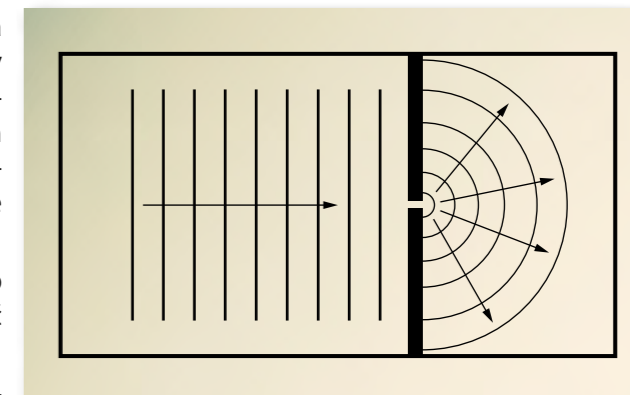


Rys. 6.1. Nakładanie się fal na powierzchni wody.

Opis zjawisk falowych ułatwiają proste obserwacje i doświadczenia laboratoryjne.

Doświadczenie. Obserwacja zjawiska dyfrakcji i interferencji fal.

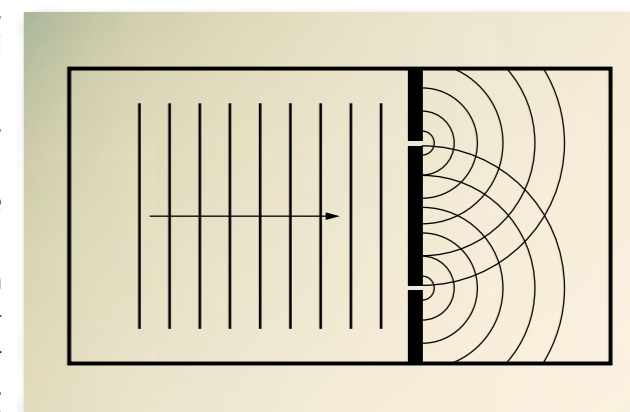
Na dno płaskiego dużego naczynia (wanienka do pokazu fal, kuweta fotograficzna,) wlewamy wodę. Wytwarzamy fale płaskie uderzając rytmicznie w powierzchnię wody prostym prętem lub linijką. Umieszczamy na drodze fali przeszkodę ze szczeliną (rys. 6.2). Jak zachowuje się fala po przejściu przez szczelinę?



Rys. 6.2. Dyfrakcja (ugięcie) fali

Fale napotykające przeszkodę ulegają odbiciu lub dyfrakcji (ugięciu). Zjawiska te można wyjaśnić w oparciu o zasadę Huygensa.

Zasada Huygensa. Każdy punkt ośrodka do którego dociera fala staje się źródłem wtórnej fali kulistej. Fale te, zwane falami cząstkowymi, nakładają się. Wypadkowa powierzchnia falowa, którą obserwujemy, jest styczna do powierzchni fal cząstkowych.



Rys. 6.3. Interferencja fal

Jeśli szczelina jest wąska, to fala zachowuje się tak, jakby szczelina była źródłem fali kulistej.

A co zaobserwujemy, gdy fala pada na przeszkodę z dwiema wąskimi szczelinami?

Fala ugina się na obu szczelinach i każda z nich staje się źródłem nowej fali kulistej (rys. 6.3). Obserwujemy zjawisko nakładania się fal – interferencję fal wytworzonych przez dwa źródła. W punktach spotkania się grzbietów lub dolin fali następuje wzmocnienie (amplituda drgań wzra-

sta), a w miejscach spotkania grzbietu z doliną następuje wygaszenie fali. Punkty wzmocnienia i wygaszenia układają się w charakterystyczny sposób (rys. 6.4), a otrzymany obraz interferencyjny zależy od długości fali i odległości między źródłami fal.

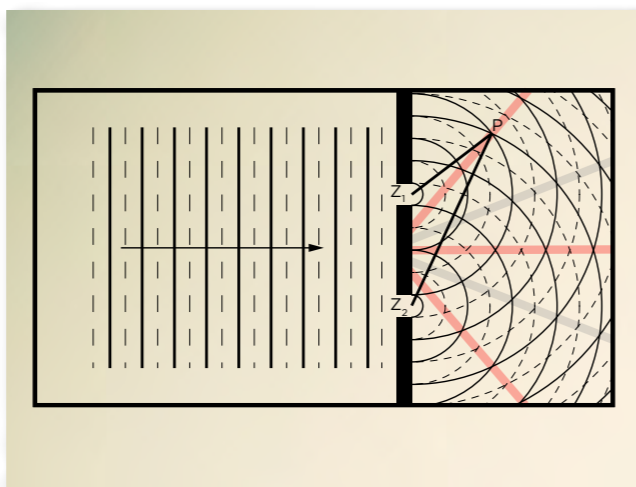
Aby w danym punkcie P (rys 6.4) przestrzeni wystąpiło **wzmocnienie interferencyjne**, różnica dróg przebytych przez fale, wysyłane ze źródeł Z_1 i Z_2 , musi być całkowitą wielokrotnością długości fali:

$$|Z_1P - Z_2P| = n \cdot \lambda, n = 0, 1, 2, \dots$$

Wygaszenie następuje w punktach spotkania grzbietu z doliną, czyli różnica dróg powinna być nieparzystą wielokrotnością połówki długości fali:

$$|Z_1P - Z_2P| = (2n + 1) \cdot \lambda/2, n = 0, 1, 2, \dots$$

W szczególnym przypadku, gdy powstały obraz interferencyjny jest nieruchomy, możemy zaobserwować tak zwane fale stojące.

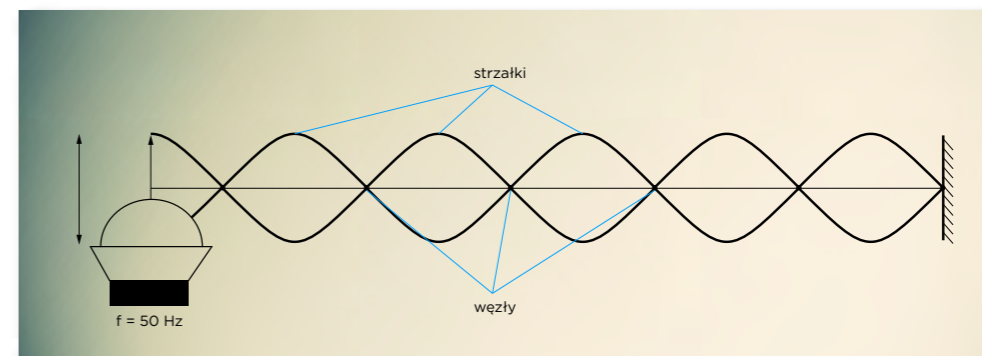


Rys. 6.4. Punkty wzmocnienia i wygaszenia fali układają się wzdłuż prostych. Linie ciągłe oznaczają grzbiety, a linie przerywane doliny fal. W punkcie P (i innych punktach leżących na prostych koloru różowego) następuje wzmocnienie fali.

Temat 7

Fale stojące

Falę stojącą można wytworzyć przeprowadzając następujące doświadczenie. Jeden koniec długiej linki mocujemy do piłeczki pig-pongowej, przyklejonej do membrany głośnika, podłączonego do źródła napięcia sinusoidalnie zmiennego. Drugi koniec linki trzymamy tak, aby w czasie drgań można było zmieniać napięcie nici. Po włączeniu zasilania i dobraniu napięcia nici obserwujemy fale stojące (rysunek 7.1).



Rys. 7.1. Węzły i strzałki fali stojącej.

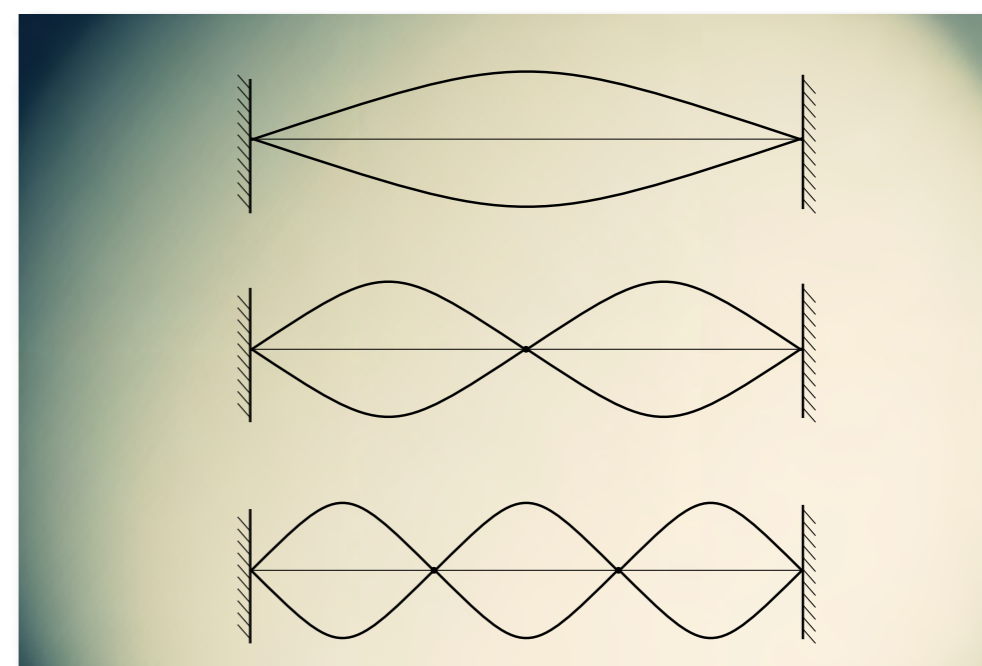
Obejrzyj animację (http://pl.wikipedia.org/wiki/Plik:Standing_wave.gif).

Fala stojąca powstaje w wyniku interferencji dwóch poruszających się w przeciwnych kierunkach: fali biegnącej w kierunku nieruchomego końca linki i fali odbitej. Obserwujemy charakterystyczny układ **strzałek** (punktów, w których nastąpiło wzmocnienie fali) i **węzłów** (punktów, w których nastąpiło wygaszenie fali). Węzły i strzałki nie przemieszczają się. Można wykazać, że odległość między kolejnymi węzłami i między kolejnymi strzałkami fali stojącej jest równa połowie długości fali.

Fale stojące powstają w ograniczonych obszarach. Są odpowiednikiem drgań własnych tych układów. Powstają w instrumentach muzycznych podczas drgań strun, widełek kamertonu czy strumienia powietrza.

Przykład 7.1.

Wyznaczmy częstotliwości drgań własnych struny o długości l , której oba końce są umocowane.



Rys. 7.2. Fale stojące w strunie.

Na obu końcach struny muszą powstać węzły fali stojącej (rys. 7.2). Taka sytuacja jest możliwa tylko wtedy, gdy na długości struny mieści się całkowita liczba połówek długości fali, czyli:

$$l = n \cdot \frac{\lambda_n}{2}; \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Długość fali zależy od prędkości rozchodzenia się fali w ośrodku i częstotliwości drgań:

$$\lambda_n = \frac{v}{f_n}$$

Zatem

$$l = n \cdot \frac{v}{2f_n}; \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Częstotliwości fal stojących w strunie możemy zatem wyznaczyć z równania:

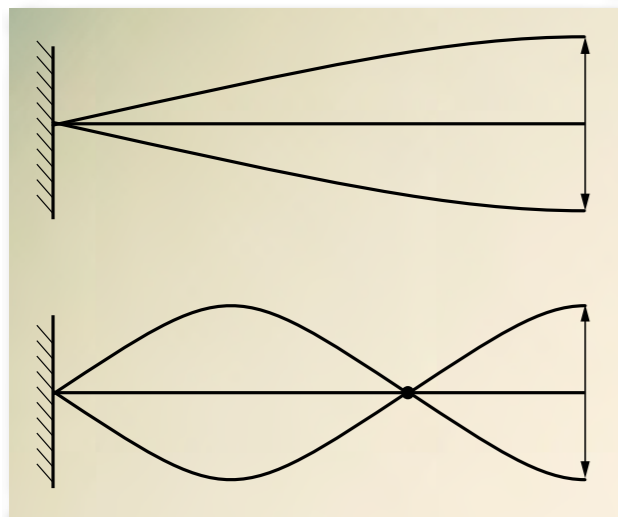
$$f_n = n \cdot \frac{v}{2l}; \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Najniższa częstotliwość jest nazywana częstotliwością podstawową i wynosi:

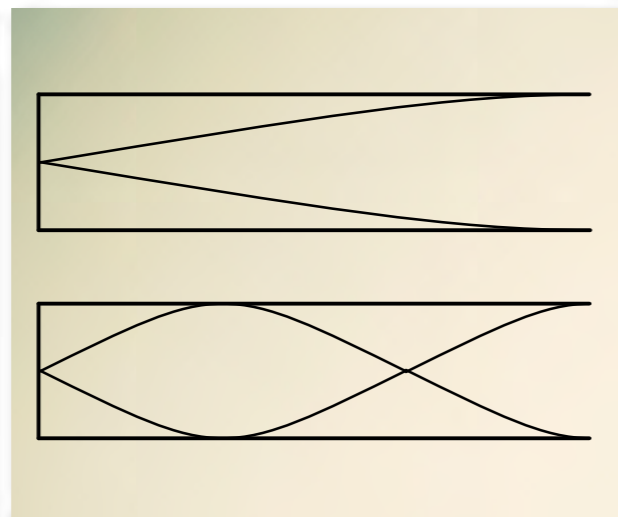
$$f_1 = \frac{v}{2l}$$

Można ją zmieniać zmieniając długość struny. Kolejne częstotliwości (f_2, f_3, \dots) są wielokrotnościami częstotliwości podstawowej.

W podobny sposób można wyznaczyć częstotliwości fal stojących powstających w pręcie o jednym końcu zamocowanym (rys. 7.3) czy słupie powietrza otwartym z jednej strony (rys. 7.4). Na końcach zamocowanych powstają węzły, a na swobodnych strzałki fali stojącej.



Rys. 7.3. Fale stojące w prętach o zamocowanym jednym końcu.



Rys. 7.4. Fale stojące w rurach o zamkniętym jednym końcu.

A jak to sprawdzić doświadczalnie?

Ćwiczenie.

Zdjęcie (rys. 7.5) przedstawia figury Chladniego. Wyszukaj informacje na temat zjawisk fizycznych zachodzących podczas powstawania figur Chladniego.



Rys. 7.5. Figury Chladniego (zdjęcie wykonane przez autorkę w Centrum Nauki Kopernik).

Temat 8

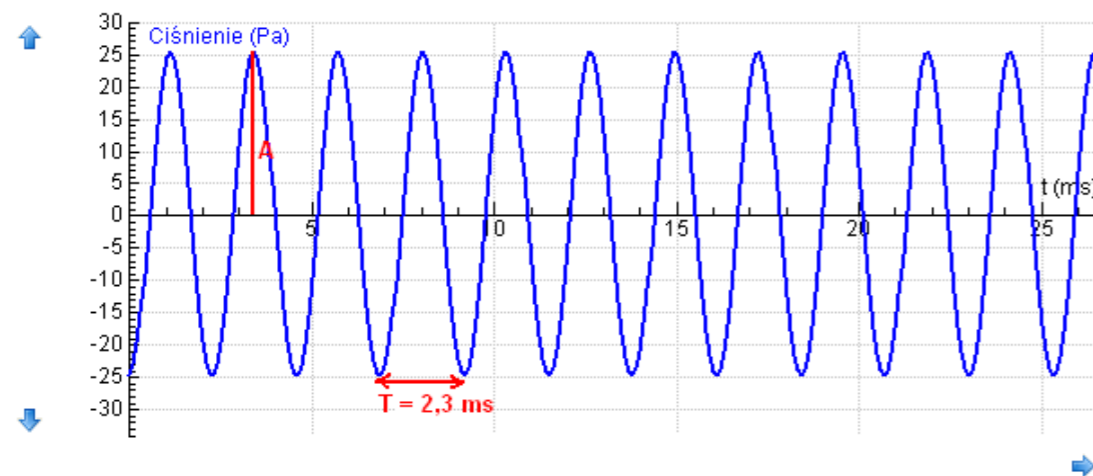
Dźwięki

Źródłem dźwięków są drgające struny gitary, widełki kamertonu czy drgające powietrze w piszczałkach organowych. Każde drgające ciało wytwarza różnice ciśnienia w otaczającym go powietrzu (kolejne zgęszczenia i rozrzedzenia), rozchodzące się w ośrodku w postaci fali dźwiękowej. Fala dźwiękowa jest falą podłużną, jej prędkość w powietrzu (o temperaturze 15°C) wynosi około 340 m/s (prędkość dźwięku zależy od temperatury powietrza). Wartość prędkości dźwięku w kilku wybranych ośrodkach podano w tabeli poniżej.

Ośrodek	Prędkość dźwięku
dwutlenek węgla	259 m/s
powietrze	340 m/s
woda	1500 m/s
stal	5100 – 6000 m/s

Większość ludzi słyszy dźwięki o częstotliwościach od 20 Hz do około 20 kHz. Dźwięki o częstotliwościach powyżej 20 kHz nazywamy ultradźwiękami, zaś dźwięki o częstotliwościach poniżej 20 Hz to infradźwięki. Niektóre zwierzęta słyszą i wytwarzają ultradźwięki, np. nietoperz, delfin, pies, szczur, chomik. Ultradźwięki są szeroko wykorzystywane w medycynie, na przykład do obrazowania narządów wewnętrznych.

Dźwięki możemy rejestrować za pomocą mikrofonu (który przetwarza zmiany ciśnienia na sygnał elektryczny), a następnie obejrzeć na ekranie komputera czy oscyloskopu. Drgający kamerton wytwarza dźwięk o ściśle określonej częstotliwości (rys. 8. 1), którą można obliczyć na podstawie okresu drgań ($f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2,3 \text{ ms}} = 435 \text{ Hz}$).

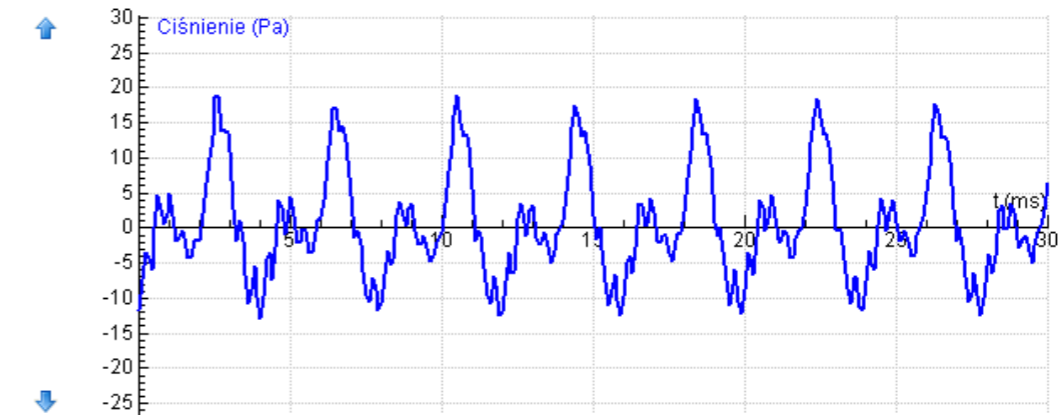


Rys. 8.1. Zapis drgań kamertonu, A – amplituda, T – okres drgań.

Częstotliwość wpływa na wysokość dźwięku – im większa częstotliwość tym dźwięk jest wyższy. Z kolei amplituda decyduje o natężeniu – dźwięki głośniejsze mają większą amplitudę.

W przykładzie 7.1 pokazaliśmy, że pobudzona do drgań struna może wytwarzać drgania o wielu częstotliwościach, będących wielokrotnością częstotliwości podstawowej. Większość dźwięków zawiera wiele składowych o różnych częstotliwościach. Możemy je wyznaczyć komputerowo i obejrzeć tak zwane

widmo dźwięku – wykres natężenia sygnału dla różnych częstotliwości (rys. 8.2 i 8.3). Widmo dźwięku decyduje o jego barwie.

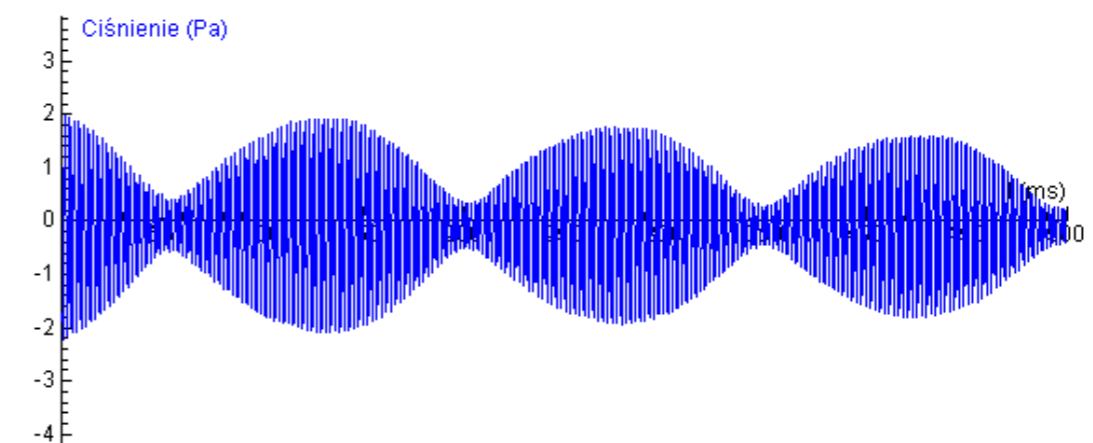


Rys. 8.2. Zapis samogłoski „e”



Rys.8.3. Widmo dźwięku „e” zawiera dwie główne składowe o częstotliwościach: 0,23 kHz i 0,46 kHz.

Fale dźwiękowe ulegają odbiciu, dyfrakcji i interferencji. Interferencja fal dźwiękowych utworzonych przez dwa kamertony, o niewielkiej różnicy częstotliwości powoduje powstanie dudnień (rys. 8.4)



Rys.8.4. Dudnienia powstałe w wyniku interferencji dźwięków utworzonych przez dwa kamertony o niewielkiej różnicy częstotliwości.

Zjawisko interferencji wykorzystuje się do wzmocnienia dźwięków instrumentów muzycznych. Fala dźwiękowa wytworzona przez źródło wprawia w drgania powietrze w pudle rezonansowym. Powstałe fale stojące wspomagają drgania źródła i dzięki temu dźwięk staje się głośniejszy.

Zjawisko rezonansu można też wykorzystać do wyznaczenia prędkości dźwięku w powietrzu.

Patrz: Doświadczenie 3. Wyznaczenie wartości prędkości dźwięku w powietrzu

Temat 9

Efekt Dopplera

Wyobraźmy sobie, że stoimy na poboczu i słyszymy sygnał przejeżdżającej karetki pogotowia. Gdy karetka zbliża się, wysokość dźwięku jest wyższa niż gdy się oddala. Zjawisko to jest nazywane efektem Dopplera. Przy ruchu źródła dźwięku słyszymy dźwięk o innej wysokości niż dźwięk wytworzony przez to źródło. Jak to wyjaśnić?

Odległości między kolejnymi powierzchniami falowymi są mniejsze przed poruszającym się źródłem, a większe za nim (rys. 9.1), gdyż źródło „dogania” falę. W czasie T źródło dźwięku poruszające się z prędkością v_z przebywa odległość $v_z T$, więc kolejna powierzchnia falowa będzie wysyłana z innego punktu. Jeśli T oznacza okres drgań źródła, a v prędkość dźwięku, to odległości między kolejnymi powierzchniami falowymi (λ_1 – przed i λ_2 – za źródłem) wynoszą:

$$\lambda_1 = vT - v_z T$$

$$\lambda_2 = vT + v_z T$$

Oznaczając przez f_1 i f_2 częstotliwości dźwięków odbieranych przez obserwatorów A i B, a przez f częstotliwość dźwięku emitowanego przez źródło otrzymujemy:

$$\frac{v}{f_1} = \frac{v - v_z}{f}$$

$$\frac{v}{f_2} = \frac{v + v_z}{f}$$

Po przekształceniu:

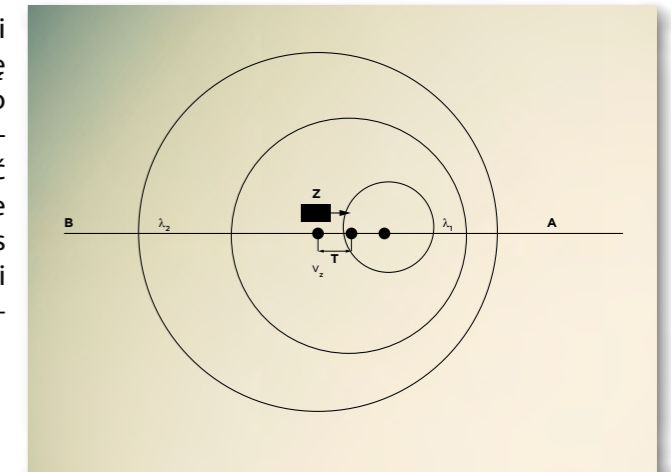
$$f_1 = \frac{v}{v - v_z} f > f$$

$$f_2 = \frac{v}{v + v_z} f < f$$

Wykazaliśmy zatem, że obserwator A, do którego zbliża się źródło dźwięku, słyszy dźwięk wyższy od dźwięku emitowanego przez źródło. Natomiast obserwator B, od którego oddala się źródło, słyszy dźwięk niższy od dźwięku emitowanego przez źródło.

Omawiane zależności obowiązują w przypadku, gdy źródło porusza się prędkością mniejszą od prędkości dźwięku w powietrzu. Efekt Dopplera występuje także w przypadku, gdy źródło dźwięku jest nieruchome, a porusza się obserwator.

A co się dzieje w przypadku, gdy samolot porusza się z prędkością większą niż prędkość dźwięku? Można porównać to z sytuacją, którą obserwujemy na powierzchni wody, gdy statek (a nawet kaczka – rys. 6.1) płynie po wodzie z prędkością większą od prędkości rozchodzenia się fal na powierzchni wody. Nakładanie się fal cząstkowych powoduje powstanie tak zwanej fali dziobowej o dużej amplitudzie, którą zostawia za sobą statek. Mechanizm powstawania fali uderzeniowej, która zostaje za samolotem lecącym z prędkością naddźwiękową jest podobny do mechanizmu powstawania fali dziobowej.



Rys. 9.1. Źródło dźwięku Z zbliża się z prędkością v_z do obserwatora A, a oddala się od obserwatora B.

Człowiek - najlepsza inwestycja



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



WARSZAWSKA
WYŻSZA SZKOŁA
INFORMATYKI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego