

MODUŁ 10

PRĄD STAŁY

→ FIZYKA – ZAKRES ROZSZERZONY

OPRACOWANE W RAMACH PROJEKTU:

WIRTUALNE LABORATORIA FIZYCZNE NOWOCZESNĄ METODĄ NAUCZANIA.

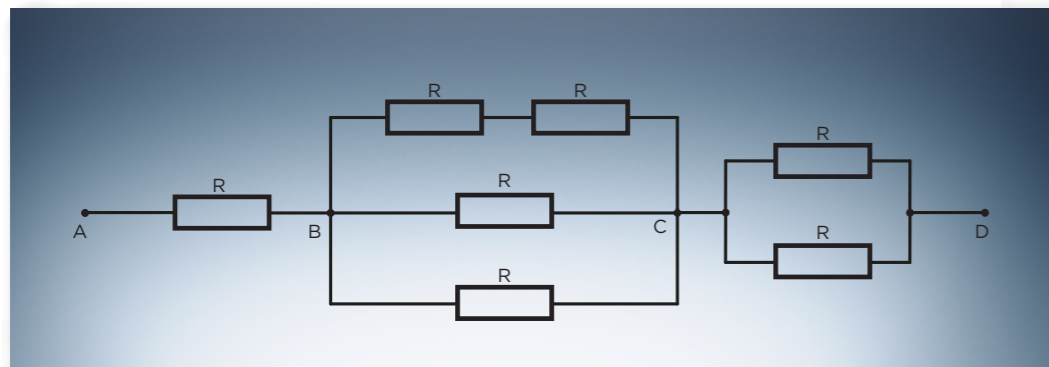
PROGRAM NAUCZANIA FIZYKI

Z ELEMENTAMI TECHNOLOGII INFORMATYCZNYCH

→ Zadania

Zadanie 1

Oblicz opór zastępczy układu jednakowych oporników o oporze $R = 20\Omega$ każdy, którego schemat przedstawia rysunek 1.



Rys. 1. Układ oporników

Rozwiązanie

Układ składa się z trzech części, połączonych szeregowo.

Oznaczmy przez R_{BC} – opór między punktami BC, a przez R_{CD} – opór między punktami CD.

Opór zastępczy całego układu, czyli opór części obwodu między punktami AD, wynosi:

$$R_x = R + R_{BC} + R_{CD}$$

Obliczmy opory składowe R_{BC} i R_{CD} .

$$\frac{1}{R_{BC}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{5}{2R}$$

$$R_{BC} = 0,4R$$

$$\frac{1}{R_{CD}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{2}{R}$$

$$R_{CD} = 0,5R$$

Opór zastępczy całego układu wynosi:

$$R_x = R + 0,4R + 0,5R = 1,9R$$

Po wstawieniu wartości oporu R otrzymujemy:

$$R_x = 1,9 \cdot 20\Omega = 38\Omega$$

Odp. Opór zastępczy układu oporników wynosi 38Ω .

Zadanie 2

Oblicz opór zastępczy układu oporników (rys. 2) i natężenia prądów I_1 , I_2 i I_3 płynących przez każdy z oporników R_1 , R_2 i R_3 . Napięcie na biegunach źródła wynosi $U = 9V$, a wartości oporów: $R_1 = 10\Omega$, $R_2 = 60\Omega$, $R_3 = 30\Omega$.

Rozwiązanie

$$U = 9V$$

$$R_1 = 10\Omega, R_2 = 60\Omega, R_3 = 30\Omega$$

$$R_x = ?$$

$$I_1, I_2, I_3 = ?$$

Opór zastępczy układu oporników wynosi:

$$R_x = R_1 + R_{23}$$

gdzie R_{23} oznacza opór zastępczy połączonych równolegle oporników R_2 i R_3 .

$$\frac{1}{R_{23}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$\frac{1}{R_{23}} = \frac{1}{60} + \frac{1}{30} = \frac{3}{60}$$

$$R_{23} = 20\Omega$$

Opór zastępczy wynosi zatem

$$R_x = 10\Omega + 20\Omega = 30\Omega$$

Natężenie prądu w głównej gałęzi

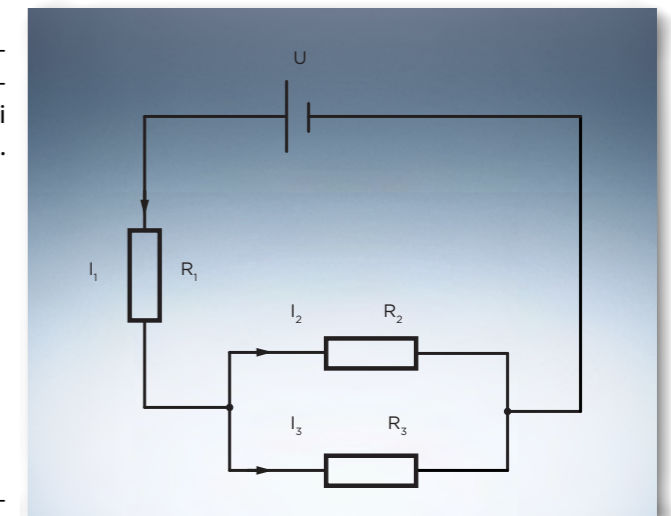
$$I_1 = \frac{U}{R_x}$$

$$I_1 = \frac{9V}{30\Omega} = 0,3A$$

Do obliczenia natężeń prądów płynących przez opory R_2 i R_3 stosujemy prawa Kirchhoffa.

$$I_1 = I_2 + I_3$$

$$I_2 R_2 = I_3 R_3$$



Rys. 2. Schemat obwodu do zad. 2

Z połączenia obu równań otrzymujemy:

$$I_2 R_2 = (I_1 - I_2) R_3$$

$$I_2 R_2 + I_2 R_3 = I_1 R_3$$

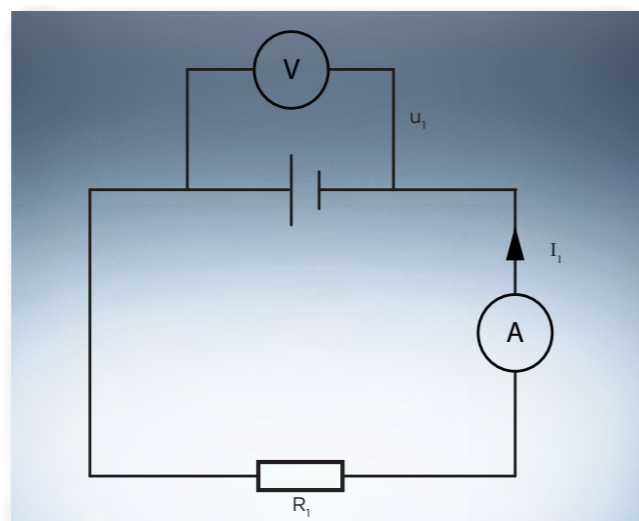
$$I_2 = \frac{I_1 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{0,3A \cdot 30\Omega}{90\Omega} = 0,1A$$

$$I_3 = 0,3A - 0,1A = 0,2A$$

Odp. Opór zastępczy wynosi 30Ω , a natężenia prądów: $I_1 = 0,3A$, $I_2 = 0,1A$, $I_3 = 0,2A$.

Zadanie 3

Po połączeniu ogniwa z oporem zewnętrznym R_1 (rys. 3) amperomierz wskazuje natężenie prądu $I_1 = 0,5A$, a woltomierz napięcie $U_1 = 10V$. Po zmianie oporu zewnętrznego natężenie prądu spadło do $I_2 = 0,4A$, a woltomierz wskazał napięcie $U_2 = 12V$. Oblicz siłę elektromotoryczną i opór wewnętrzny ogniwa.



Rys. 3. Schemat obwodu do zad. 3

Rozwiązanie

Dane:

$$I_1 = 0,5A$$

$$U_1 = 10V$$

$$I_2 = 0,3A$$

$$U_2 = 12V$$

Siła elektromotoryczna ogniwa $\epsilon = ?$

Opór wewnętrzny ogniwa $r = ?$

Z prawa Ohma dla obwodu zamkniętego napięcie na biegunach ogniwa wynosi:

$$U_1 = \epsilon - I_1 r$$

$$U_2 = \epsilon - I_2 r$$

Otrzymujemy układ równań z dwiema niewiadomymi: ϵ i r . Po odjęciu równań stronami:

$$U_1 - U_2 = -I_1 r + I_2 r$$

Zatem opór wewnętrzny ogniwa wynosi

$$r = \frac{U_1 - U_2}{I_2 - I_1} = \frac{-2V}{-0,2A} = 10\Omega$$

Siłę elektromotoryczną możemy obliczyć z pierwszego równania. Po przekształceniu otrzymujemy:

$$\epsilon = U_1 + I_1 r$$

Po wstawieniu wartości liczbowych:

$$\epsilon = 10V + 0,5A \cdot 10\Omega = 15V$$

Odp. Siła elektromotoryczna ogniwa wynosi $15V$, a opór wewnętrzny 10Ω .

Zadanie 4

Który z przewodników: miedziany czy aluminiowy, o tej samej długości i przekroju, ma większy opór w temperaturze $25^\circ C$? Wyszukaj potrzebne dane w tablicach fizycznych.

Rozwiązanie

Opór elektryczny przewodnika zależy od jego rozmiarów, oporu właściwego i temperatury. Przewodniki mają tę samą temperaturę, więc opór elektryczny wynosi:

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

gdzie ρ - opór właściwy materiału, l - długość, S - pole przekroju poprzecznego.

Stosunek oporów przewodnika aluminiowego (R_{Al}) i miedzianego (R_{Cu}) o tych samych rozmiarach wynosi:

$$\frac{R_{Al}}{R_{Cu}} = \frac{\rho_{Al}}{\rho_{Cu}}$$

Po wstawieniu danych liczbowych (np. z tabeli 1 moduł 10. Prąd stały) otrzymujemy:

$$\frac{R_{Al}}{R_{Cu}} = \frac{2,7 \cdot 10^{-8} \Omega m}{1,7 \cdot 10^{-8} \Omega m} \approx 1,6$$

Odp. Przewodnik aluminiowy ma około 1,6 razy większy opór niż przewodnik miedziany o tych samych rozmiarach.

Zadanie 5

2 żarówki o danych nominalnych: $60W$ i $40W$, przystosowane do napięcia $230V$, połączone szeregowo i włączone do napięcia $230V$. Wyznacz opór elektryczny każdej żarówki i wydzielaną moc.

Rozwiązanie

Dane:

$$P_1 = 60W, P_2 = 40W$$

$$U = 230V$$

Szukane:

$$R_1, R_2, P_1, P_2$$

Opór elektryczny żarówki można obliczyć z zależności na moc:

$$P = UI = \frac{U^2}{R}$$

Po przekształceniu obliczamy opory obu żarówek:

$$R_1 = \frac{U^2}{P_1} = \frac{(230V)^2}{60W} \approx 881,7\Omega$$

$$R_2 = \frac{U^2}{P_2} = \frac{(230V)^2}{40W} = 1322,5\Omega$$

Żarówki są połączone szeregowo, czyli płynie przez nie prąd o tym samym natężeniu. Moc wydzielaną na żarówkach obliczymy zatem ze wzoru:

$$P = I^2 R = \left(\frac{U}{R_1 + R_2} \right)^2 R$$

Wstawiając odpowiednie wartości liczbowe obliczamy moc każdej z żarówek:

$$P_1 = \left(\frac{U}{R_1 + R_2} \right)^2 R_1 = \left(\frac{230V}{881,7\Omega + 1322,5\Omega} \right)^2 \cdot 881,7\Omega \approx 0,01A^2 \cdot 881,7\Omega \approx 8,8W$$

$$P_2 = \left(\frac{U}{R_1 + R_2} \right)^2 R_2 = \left(\frac{230V}{881,7\Omega + 1322,5\Omega} \right)^2 \cdot 1322,5\Omega \approx 13,2W$$

Odp. Przy połączeniu szeregowym żarówka $60W$ ma moc około $8,8W$, a żarówka $40W$ moc około $13,2W$. Zauważ, że żarówka $40W$ świeci jaśniej!

Zadanie 6

Żarówka z włóknem wolframowym o mocy 100W osiąga pełną moc, gdy temperatura jej włókna wynosi 2500°C. Ile wynosi moc tej żarówki tuż po włączeniu zasilania, gdy temperatura jej włókna wynosi 20°C? Temperaturowy współczynnik oporu wolframu wynosi $\alpha = 0,0045 \text{ 1/K}$.

Rozwiązanie

Dane:

$$P_1 = 100 \text{ W}$$

$$t_1 = 2500^\circ\text{C}$$

$$t_2 = 20^\circ\text{C}$$

$$\alpha = 0,0045 \text{ 1/K}$$

$$P_2 = ?$$

Dla ustalonej wartości napięcia zasilania U moc żarówki zależy od jej oporu elektrycznego, czyli szukana moc

$$P_2 = \frac{U^2}{R_2}$$

Aby znaleźć wartość oporu R_2 w temperaturze 20°C zapiszmy dwukrotnie (dla temperatur t_1 i t_2) wzór opisujący zależność oporu od temperatury. Otrzymujemy dwa równania:

$$R_1 = R_0(1 + \alpha\Delta T_1)$$

$$R_2 = R_0(1 + \alpha\Delta T_2)$$

R_0 oznacza opór w temperaturze 0°C, $\Delta T_1 = 2500\text{K}$, a $\Delta T_2 = 20\text{K}$.

Opór R_1 obliczamy z zależności:

$$P_1 = \frac{U^2}{R_1}$$

$$R_1 = \frac{U^2}{P_1}$$

Stosunek oporów wynosi zatem

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_0(1 + \alpha\Delta T_1)}{R_0(1 + \alpha\Delta T_2)}$$

Po przekształceniu otrzymujemy

$$R_2 = R_1 \frac{(1 + \alpha\Delta T_2)}{(1 + \alpha\Delta T_1)} = \frac{U^2(1 + \alpha\Delta T_2)}{P_1(1 + \alpha\Delta T_1)}$$

Zatem moc żarówki tuż po włączeniu zasilania wynosi

$$P_2 = \frac{U^2}{R_2} = \frac{U^2 P_1 (1 + \alpha\Delta T_1)}{U^2 (1 + \alpha\Delta T_2)} = \frac{P_1 (1 + \alpha\Delta T_1)}{1 + \alpha\Delta T_2}$$

Wstawiamy dane liczbowe:

$$P_2 = \frac{100\text{W}(1 + 0,0045\text{K}^{-1} \cdot 2500\text{K})}{1 + 0,0045\text{K}^{-1} \cdot 20\text{K}} \approx 1124\text{W}$$

Odp. Moc żarówki 100W tuż po włączeniu zasilania wynosi 1124W.