

MODUŁ 12

OPTYKA I KWANTY PROMIENIOWANIA

→ FIZYKA – ZAKRES ROZSZERZONY

OPRACOWANE W RAMACH PROJEKTU:
WIRTUALNE LABORATORIA FIZYCZNE NOWOCZESNĄ METODĄ NAUCZANIA.
PROGRAM NAUCZANIA FIZYKI
Z ELEMENTAMI TECHNOLOGII INFORMATYCZNYCH

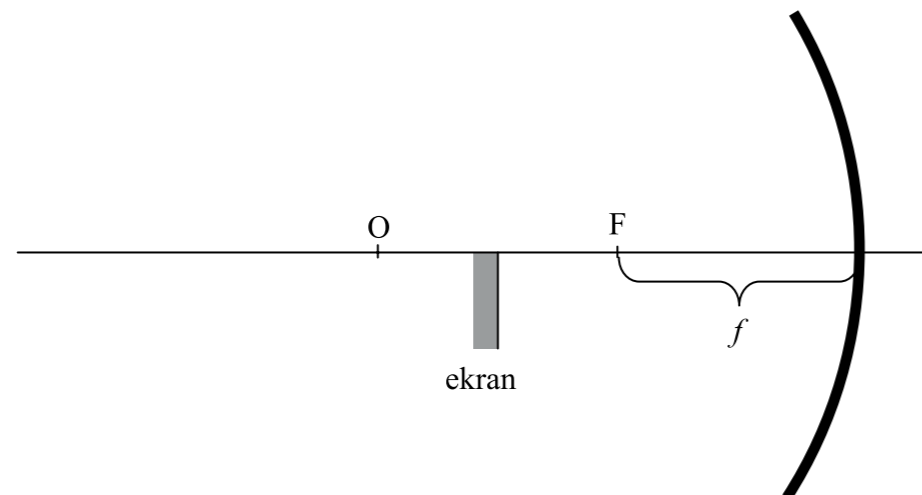
→ Zadania

Zadanie 1

Na ekranie ustawionym w odległości 15 cm od zwierciadła o promieniu krzywizny 20 cm powstaje dwukrotnie pomniejszony obraz świecącego przedmiotu. Wysokość świecącego przedmiotu wynosi 2 cm.

Zad. 1.1.

Narysuj bieg promieni konstrukcyjnych prowadzących do powstania obrazu.



Zad. 1.2.

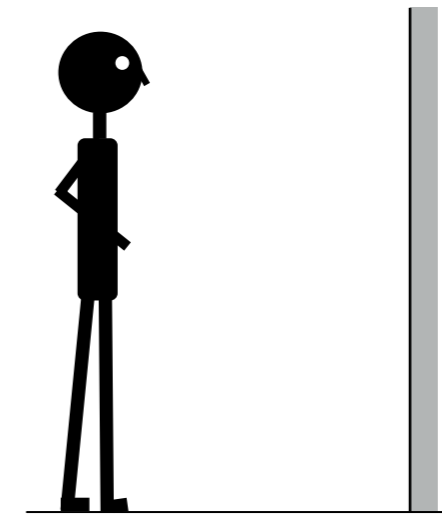
Oblicz odległość przedmiotu od zwierciadła oraz jego wysokość.

Zadanie 2

Pewien człowiek o wzroście 180 cm stanął przed zwierciadłem płaskim ustawionym pionowo. W zwierciadle ujrzał obraz całej swojej postaci.

Zad. 2.1.

Narysuj bieg promieni ilustrujących docieranie do oczu promieni świetlnych ze skrajnych części postaci.



Zad. 2.2.

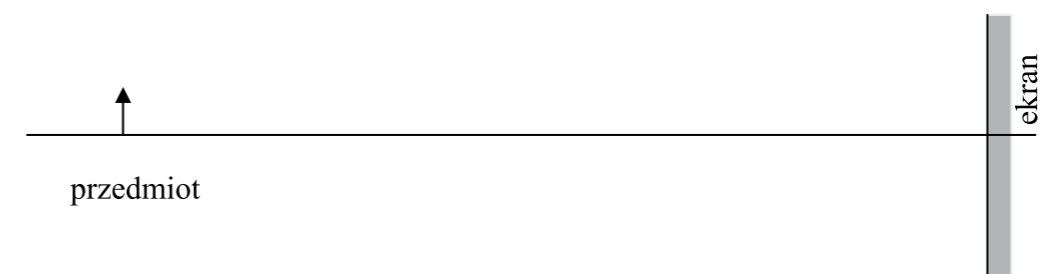
Wyznacz minimalną wysokość zwierciadła oraz wysokość nad powierzchnią podłogi górnej krawędzi lustra. Zakładamy, że oczy człowieka znajdują się 10 cm poniżej czubka głowy.

Zadanie 3

Na ekranie, w odległości 18 cm od świecącego przedmiotu, powstaje powiększony dwukrotnie jego obraz. Pomiędzy przedmiotem a obrazem znajduje się soczewka skupiająca.

Zad. 3.1.

Narysuj bieg promieni konstrukcyjnych prowadzący do powstania obrazu



Zad. 3.2.

Oblicz ogniskową soczewki.

Zadanie 4

Oblicz odległość między szczelinami siatki dyfrakcyjnej posiadającej 500 linii na jednym milimetrze.

Zadanie 5

Na siatkę dyfrakcyjną mającą 400 linii na jednym milimetrze pada prostopadle wiązka światła monochromatycznego. Jasny prążek 1-go rzędu zaobserwowano pod kątem 10° . Oblicz długość fali światła padającego na tę siatkę.

Zadanie 6

Oblicz wartość pędu fotonu promieniowania o długości fali 400nm.

Zadanie 7

Szkolny laser helowo-neonowy daje światła o długości fali 633nm. Moc emitowanej wiązki laserowej wynosi 1,5mW. Oblicz, ile w czasie 1s przechodzi przez przekrój poprzeczny wiązki.

Zadanie 8

Oblicz długość fali materii związanej z elektronem przyspieszonym napięciem 1000V.

Zadanie 9

Oblicz energię kwantu promieniowania o długości fali 500nm, czyli fali na którą przypada maksimum emisji promieniowania Słońca.

Zadanie 10

Wyznacz temperaturę powierzchni Słońca, jeżeli maksimum emisji promieniowania Słońca przypada na falę o długości 500nm.

Zadanie 11

Światło monochromatyczne o długości fali 500nm pada prostopadle na układ dwóch wąskich szczelin. Odległość między tymi szczelinami wynosi 0,3mm. Odległość między sąsiednimi prążkami interferencyjnymi obrazu obserwowanego na ekranie wynosi 1mm. Oblicz w jakiej odległości znajduje się ekran od układu szczelin.

Zadanie 12

Na powierzchnię metalu pada promieniowanie o długości fali 250 nm. Praca wyjścia z tego metalu wynosi 1,88 eV. Oblicz, jakie napięcie hamujące należy przyłożyć do metalu, aby elektrony wybite z płytki wracały na nią.

Zadanie 13

Elektrony w lampie rentgenowskiej są przyspieszane napięciem 40 kV. Oblicz minimalną długość fali emitowanego przez lampę promieniowania.

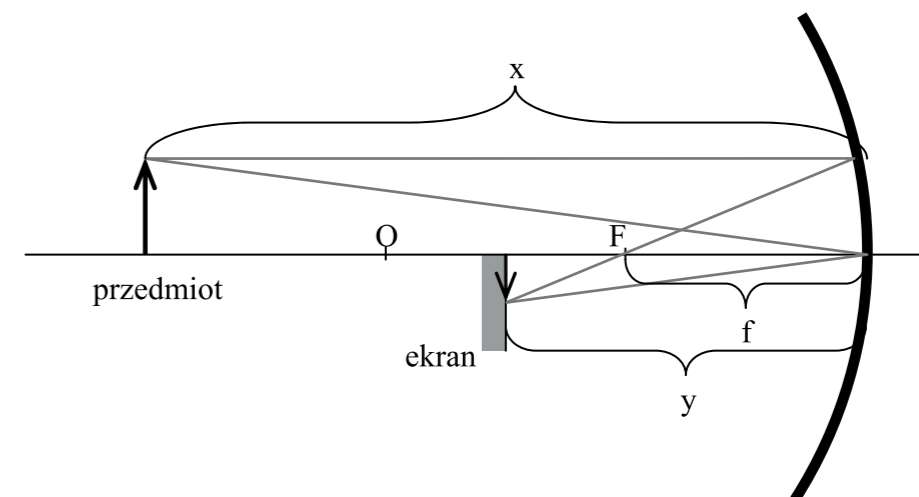
Zadanie 14

Energia stanu podstawowego atomu wodoru wynosi – 13,6 eV. Na atom wodoru pada promieniowanie o długości fali 100 nm. Oblicz energię atomów po absorpcji tego promieniowania.

Rozwiązania zadań

Zadanie 1

Zad. 1.1.



Zad. 1.2.

$$\text{Równanie zwierciadła: } \frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}.$$

Znamy odległość obrazu od zwierciadła, bo obraz powstaje na ekranie. Szukamy odległości przedmiotu od zwierciadła, czyli odległości x. Przekształcając równanie zwierciadła otrzymujemy:

$$x = \frac{f \cdot y}{y - f}$$

Podstawiając do tego wzoru wartości liczbowe otrzymujemy:

$$x = \frac{10 \text{ cm} \cdot 15 \text{ cm}}{15 \text{ cm} - 10 \text{ cm}} = 30 \text{ cm}$$

Powiększenie obrazu rzeczywistego:

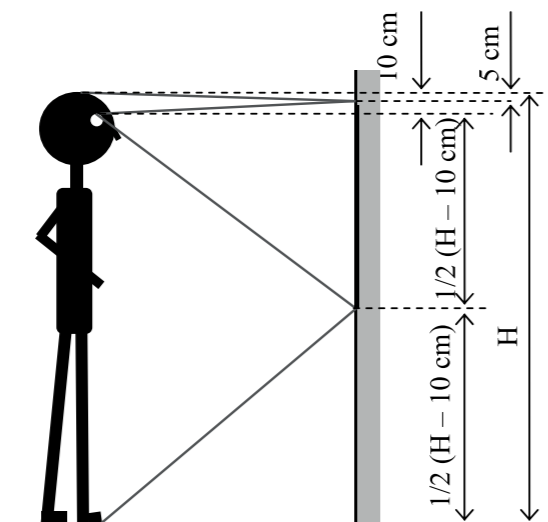
$$p = \frac{y}{x} = \frac{h_o}{h_p}$$

$$\text{Wysokość obrazu: } h_o = h_p \frac{y}{x} = 4 \text{ cm} \frac{15 \text{ cm}}{30 \text{ cm}} = 2 \text{ cm}$$

Odpowiedź: Przedmiot ustawiono w odległości 30 cm od zwierciadła, obraz tego przedmiotu miał wysokość 2 cm.

Zadanie 2

Zad. 2.1.



Zad. 2.2.

Z rysunku widać, że dolna krawędź lustra znajduje się na wysokości $\frac{1}{2}(H - 10 \text{ cm}) = 85 \text{ cm}$.

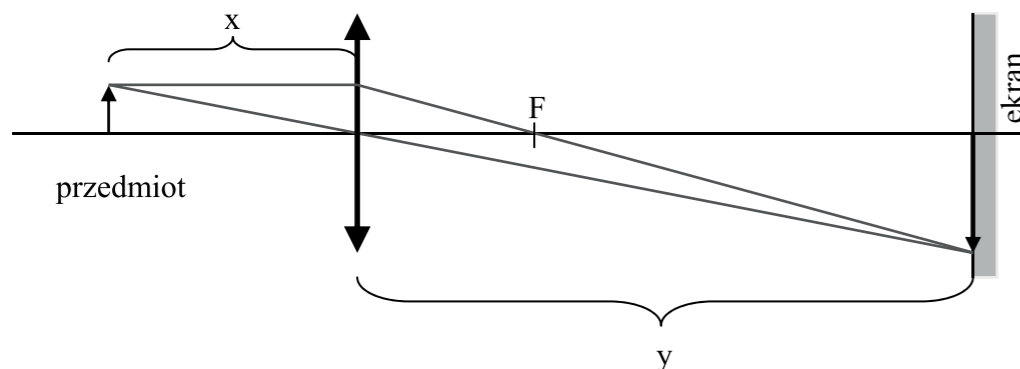
Górna krawędź lustra znajduje się na wysokości 175 cm.

Oznacza to, że wysokość lustra wynosi 90 cm, czyli stanowi połowę wzrostu człowieka.

Odpowiedź: Lustro powinno być zawieszony w taki sposób, aby jego górna krawędź znajdowała się na wysokości 175 cm nad podłogą, a jego wysokość powinna wynosić 90 cm.

Zadanie 3

Zad. 3.1.



Zad. 3.2.

Odległość przedmiotu od jego obrazu jest równa sumie odległości przedmiotu od soczewki oraz odległości obrazu od soczewki: $l = x + y = 18 \text{ cm}$.

Obraz jest dwukrotnie powiększony, więc: $y = 2x$.

Z tych równań można obliczyć odległości x oraz y:

$$x + 2x = 18 \text{ cm}; \quad x = 6 \text{ cm}; \quad y = 12 \text{ cm}.$$

Ogniskową soczewki obliczymy korzystając z równania soczewki:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$$

Wstawiając dane otrzymamy: $f = 4 \text{ cm}$.

Odpowiedź: Ogniskowa soczewki wynosi 4 cm.

Zadanie 4

Rozwiązanie

Odległość między szczelinami siatki, czyli stałą siatki dyfrakcyjnej obliczymy dzieląc 1mm przez ilość linii przypadających na tę odległość:

$$a = \frac{1 \text{ mm}}{500} = 0,002 \text{ mm} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

Odpowiedź: Stała siatki posiadającej 500 linii na 1mm wynosi $a = 2 \cdot 10^{-6} \text{ m}$

Zadanie 5

Rozwiązanie:

Stała siatki mającej 400 linii na 1 mm wynosi:

$$a = \frac{1 \text{ mm}}{400} = 0,0025 \text{ mm} = 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

Długość fali światła obliczymy ze wzoru: $n \cdot \lambda = a \cdot \sin \alpha_n$

Dla prążka 1-go rzędu mamy: $\lambda = a \cdot \sin \alpha$

Podstawiając dane do wzoru otrzymujemy:

$$\lambda = 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ m} \cdot \sin 10^\circ = 4,34 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 434 \text{ nm}$$

Odpowiedź: Na siatkę dyfrakcyjną padało światło o długości 434nm (odpowiada to barwie fioletowo-niebieskiej).

Zadanie 6

Pęd fotonu obliczymy ze wzoru: $p_f = \frac{h}{\lambda}$.

Podstawiając dane do wzoru otrzymujemy:

$$p_f = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{400 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 1,66 \cdot 10^{-27} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{\text{m} \cdot \text{s}}{\text{m}} = 1,66 \cdot 10^{-27} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

Odpowiedź: Pęd fotonu ma wartość $1,66 \cdot 10^{-27} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$.

Zadanie 7

Obliczmy energię pojedynczego fotonu:

$$E_f = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{633 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 3,14 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Obliczmy energię przenoszoną przez wiązkę w czasie 1s:

$$E = P \cdot t = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ W} \cdot 1 \text{ s} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

Traktując światło laserowe jako strumień fotonów energia przenoszona przez wiązkę światła: $E = N \cdot E_f$, gdzie N – szukana przez nas ilość fotonów.

$$\text{Szukana ilość fotonów w wiązce światła: } N = \frac{E}{E_f} = \frac{1,5 \cdot 10^{-3} \text{ J}}{3,14 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 4,8 \cdot 10^{15}$$

Odpowiedź: W każdej sekundzie przez przekrój poprzeczny wiązki przechodzi $4,8 \cdot 10^{15}$ fotonów.

Zadanie 8

Energia kinetyczna elektronu przyspieszonego napięciem $U=1000V$ wynosi:

$$E_k = e \cdot U = 1000 eV$$

Pomiędzy energią kinetyczną, a jej pędem istnieje zależność:

$$E_k = \frac{m_e \cdot v^2}{2} = \frac{m_e v^2}{2} \frac{m_e}{m_e} = \frac{p_e^2}{2 \cdot m_e}$$

Stąd pęd elektronu wyrażony jest wzorem: $p_e = \sqrt{2 \cdot m_e \cdot E_k}$

Podstawiając to wyrażenie do wzoru na długość fali materii otrzymujemy:

$$\lambda_e = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m_e \cdot E_k}}$$

Wstawiając dane do wzoru otrzymujemy:

$$\lambda_e = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} J \cdot s}{\sqrt{2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} kg \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} C \cdot 1000V}} = 3,88 \cdot 10^{-11} m = 0,0388 nm$$

Sprawdźmy otrzymaną jednostkę:

$$[\lambda_e] = \frac{J \cdot s}{\sqrt{kg \cdot C \cdot V}} = \frac{\frac{kg \cdot m^2}{s^2} \cdot s}{\sqrt{kg \cdot C \cdot \frac{J}{C}}} = \frac{\frac{kg \cdot m^2}{s}}{\sqrt{kg \cdot \frac{kg \cdot m^2}{s^2}}} = \frac{\frac{kg \cdot m^2}{s}}{\frac{kg \cdot m}{s}} = m$$

Obliczona długość fali jest około 1000 razy mniejsza od długości fali światła fioletowego.

Odpowiedź: Z elektronem przyspieszonym napięciem 1000V związana jest fala materii o długości 0,039nm.

Zadanie 9

Energję kwantu promieniowania obliczamy ze wzoru:

$$E = h \frac{c}{\lambda}$$

Wstawiając dane do wzoru otrzymujemy:

$$E = 6,63 \cdot 10^{-34} J \cdot s \frac{3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}}{500 \cdot 10^{-9} m} = 3,98 \cdot 10^{-19} J = 2,49 eV$$

Odpowiedź: Energia kwantu promieniowania o długości fali 500nm wynosi 2,49eV.

Zadanie 10

Z prawa Wiena wynika, że $\lambda_{max} T = C$

Szukamy temperatury T Słońca, więc musimy przekształcić podany wzór do postaci: $T = \frac{C}{\lambda_{max}}$.

gdzie: $\lambda_{max} = 500 nm = 500 \cdot 10^{-9} m$

$$C = 2,9 \cdot 10^{-3} m \cdot K$$

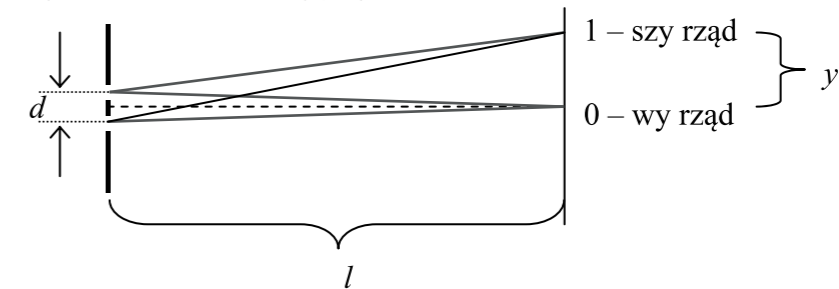
Wstawiając dane do wzoru otrzymujemy:

$$T = \frac{2,9 \cdot 10^{-3} m \cdot K}{500 \cdot 10^{-9} m} = 5800 K$$

Odpowiedź: Temperatura powierzchni Słońca wynosi 5800K.

Zadanie 11

Jasne prążki interferencyjne powstają w miejscach, których odległości od szczelin są równe całkowitej wielokrotności długości fali światła padającego na układ szczelin.



W naszym przypadku można zapisać, że odległość sąsiednich prążków można obliczyć ze wzoru:

$$y = \frac{\lambda \cdot l}{d}$$

Odległość l szczelin od ekranu: $l = \frac{y \cdot d}{\lambda} = \frac{1 \cdot 10^{-3} m \cdot 0,3 \cdot 10^{-3} m}{500 \cdot 10^{-9} m} = 0,6 m$

Odpowiedź: Ekran jest odległy o 0,6 m od szczelin.

Zadanie 12

Zjawisko fotoelektryczne zewnętrzne opisuje równanie: $\frac{h \cdot c}{\lambda} = W + E_k$

Jeśli, zgodnie z sytuacją opisaną w zadaniu, wybite elektrony mają wracać do metalu, to ich energia kinetyczna musi być mniejsza (bądź równa) niż energia potencjalna pola elektrycznego: $E_k = e \cdot U$.

Podstawiając to wyrażenie do równania zjawiska fotoelektrycznego otrzymujemy:

$$\frac{h \cdot c}{\lambda} = W + e \cdot U$$

Przekształcając powyższe równanie otrzymujemy:

$$U = \frac{\frac{h \cdot c}{\lambda} - W}{e} = \frac{\frac{6,63 \cdot 10^{-34} J \cdot s \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}}{250 \cdot 10^{-9} m} - 1,88 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} J}{1,6 \cdot 10^{-19} C} = 3,09 V$$

Odpowiedź: Aby powstrzymać wybijanie elektronów z powierzchni płytki należy przyłożyć napięcie ponad 3,09 V.

Zadanie 13

Lampa rentgenowska emituje promieniowanie o minimalnej długości fali, gdy cała energia kinetyczna zamienia się w energię promieniowania:

$$e \cdot U = \frac{h \cdot c}{\lambda}$$

Stąd minimalna długość fali promieniowania rentgenowskiego:

$$\lambda_{min} = \frac{h \cdot c}{e \cdot U} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} J \cdot s \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}}{1,6 \cdot 10^{-19} C \cdot 40 \cdot 10^3 V} = 3,11 \cdot 10^{-11} m = 31,1 pm$$

Odpowiedź: Lampa rentgenowska emituje promieniowanie o długości fali 31,1 pm.

Zadanie 14

Energia padających fotonów: $E_f = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{100 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 1,99 \cdot 10^{-18} \text{ J} = 10,46 \text{ eV}$

Energia atomu wodoru po pochłonięciu takiego kwantu wynosiłaby:

$$E_{\text{wzb}} = -13,6 \text{ eV} + 10,47 \text{ eV} = -3,13 \text{ eV}$$

Energie stanów wzbudzonych w atomie wodoru:

$$E_2 = -13,6 \text{ eV} \cdot \frac{1}{2^2} = -3,4 \text{ eV}$$

$$E_3 = -13,6 \text{ eV} \cdot \frac{1}{3^2} = -1,51 \text{ eV}$$

Odpowiedź: Atom wodoru nie może pochłoniąć promieniowania o długości fali 100 nm.