

INFORMATYKA

– MÓJ SPOSÓB NA POZNANIE I OPISANIE ŚWIATA

PROGRAM NAUCZANIA INFORMATYKI Z ELEMENTAMI
PRZEDMIOTÓW MATEMATYCZNO-PRZYRODNICZYCH

Moduł interdyscyplinarny: informatyka – matematyka

Rozmaitości matematyczne

Bronisław Pabich, Agnieszka Rogalska

Człowiek - najlepsza inwestycja



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



WARSZAWSKA
WYŻSZA SZKOŁA
INFORMATYKI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Tytuł: **Rozmaitości matematyczne**

Autor: **Bronisław Pabich, Agnieszka Rogalska**

Redaktor merytoryczny: **prof. dr hab. Maciej M. Sysło**

Materiał dydaktyczny opracowany w ramach projektu edukacyjnego
Informatyka – mój sposób na poznanie i opisanie świata.
Program nauczania informatyki z elementami przedmiotów
matematyczno-przyrodniczych

www.info-plus.wysi.edu.pl

infoplus@wysi.edu.pl

Wydawca: **Warszawska Wyższa Szkoła Informatyki**

ul. Lewartowskiego 17, 00-169 Warszawa

www.wysi.edu.pl

rektorat@wysi.edu.pl

Projekt graficzny: *Marzena Kamasa*

Warszawa 2013

Copyright © **Warszawska Wyższa Szkoła Informatyki** 2013

Publikacja nie jest przeznaczona do sprzedaży

Człowiek - najlepsza inwestycja



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



WARSZAWSKA
WYŻSZA SZKOŁA
INFORMATYKI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY





SCENARIUSZ TEMATYCZNY

ROZMAITOŚCI MATEMATYCZNE

→ MATEMATYKA – POZIOM ROZSZERZONY

OPRACOWANY W RAMACH PROJEKTU:
INFORMATYKA – MÓJ SPOSÓB NA POZNANIE I OPISANIE ŚWIATA.
PROGRAM NAUCZANIA INFORMATYKI
Z ELEMENTAMI PRZEDMIOTÓW MATEMATYCZNO-PRZYRODNICZYCH

Streszczenie

Złota liczba jest tematem, który przewija się niemal przez wszystkie dziedziny życia. Zarówno w sztuce, w muzyce, w budowie człowieka, w architekturze pojawia się nadając matematyce humanistyczne pierwiastki.

W niniejszym materiale zebrano proste jak i bardziej skomplikowane problemy związane ze złotą liczbą. Scenariusz jest propozycją dla uczniów różnych poziomów nauczania matematyki w liceum, jako dodatek ukazujący piękno matematyki, wzbudzający zainteresowanie tym przedmiotem zarówno słabych, jak i zdolnych uczniów. Tematy lekcji są tak dobrane, by można je było realizować na lekcjach algebry (rozwiązanie równania złotej liczby), planimetrii (złoty prostokąt i pięciokąt wraz z dowodami) oraz stereometrii (złota liczba i wielościany).

Elementy algebry i planimetrii można rozwiązywać z uczniami w darmowym programie GeoGebra, natomiast elementy stereometrii w darmowym programie SketchUp.

Czas realizacji

4 x 45 minut

Scenariusz można realizować tytułem uzupełnienia szkolnych lekcji matematyki w różnych klasach, dobierając do nich odpowiednią tematykę. Lekcje te uczeń może realizować również samodzielnie w domu, by potem referować je na lekcjach lub na kółku matematycznym.

Dostępne pliki

- Prezentacja „Złota liczba i jej własności”
- Zadania otwarte
- Test
- 2 filmy
- Gify animowane – materiały uzupełniające



Okazję do poznania złotego prostokąta wraz z dowodem o kwadracie odciętym od niego, konstruowania pięciokąta foremnego, poznania interesującego przekształcenia, które nie zmienia stosunku podziału odcinka – uczniowie mają na lekcjach planimetrii. Na zajęciach ze stereometrii, jako uzupełnienie teorii graniastosłupów i ostrosłupów, można pokazać figury foremne, których budowa jest związana ze złotą liczbą.

Słowa kluczowe:

złota liczba, złoty prostokąt, złota spirala, pięciokąt i pentagram, Liczby Fibonacciego



LEKCJA NR 1

TEMAT: ZŁOTY PODZIAŁ I JEGO WŁASNOŚCI

slajdy 4-11

Uczeń poznaje pojęcie złotego podziału odcinka, a następnie rozwiązuje równanie wynikające z definicji tego podziału i odnajduje wartość złotej liczby. Jest tutaj również konstrukcja złotego podziału odcinka, na bazie której można zrobić wiele interesujących nowych konstrukcji. Ale złota liczba to nie tylko geometria. Ucznia można zadziwić algebraicznymi własnościami i złotej liczby. Złota liczba jest jedyną w matematyce liczbą, której odwrotność jest o 1 mniejsza od tej liczby zaś jej kwadrat o 1 większy od niej. Można to uzasadnić na co najmniej dwa sposoby: rachunkowy, lub dowodząc to na podstawie definicji złotego podziału. Polecam uczniom odkrywać inne zależności algebraiczne, które można znaleźć w cytowanej powyżej literaturze. Jest to okazja do powtórzenia równań kwadratowych.

Podstawa programowa

Etap edukacyjny: IV, przedmiot: matematyka (poziom rozszerzony)

Cele kształcenia – wymagania ogólne

III. Modelowanie matematyczne

Uczeń dobiera model matematyczny do prostej sytuacji i krytycznie ocenia trafność modelu.

II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji

Uczeń używa prostych dobrze znanych obiektów matematycznych.

Podstawa programowa

Etap edukacyjny: IV, przedmiot: informatyka (poziom podstawowy)

Cele kształcenia – wymagania ogólne

III. Rozwiązywanie problemów i podejmowanie decyzji z wykorzystaniem komputera, z zastosowaniem podejścia algorytmicznego.

IV. Wykorzystanie komputera oraz programów i gier edukacyjnych do poszerzenia wiedzy i umiejętności z różnych dziedzin oraz do rozwijania zainteresowań.

Cele kształcenia – poznawcze

Uczeń poznaje nowe twierdzenia matematyczne na bazie znanych pojęć geometrycznych, samodzielnie studiuje matematykę,

Treści nauczania – wymagania szczegółowe

7. Planimetria

Uczeń

7.2 korzysta z własności stycznej do okręgu i własności okręgów stycznych,

7.4. rozpoznaje figury podobne i jednokładne, wykorzystuje ich własności.

3. Równania i nierówności

Uczeń

3.1 sprawdza, czy dana liczba jest rozwiązaniem równania lub nierówności,

3.3. rozwiązuje równania kwadratowe z jedną niewiadomą.

LEKCJA NR 2

TEMAT: ŻŁOTE FIGURY

slajdy 12-32

Żółty prostokąt to taki, w którym iloraz jego długości do jego szerokości jest złotą liczbą. Program komputerowy SketchUp posiada wbudowane opcjonalnie narzędzie konstruowania prostokąta, który może być albo kwadratem, albo złotym prostokątem. Dlatego też eksperymenty na złotym prostokącie polecamy wykonywać w tym programie.

Konstrukcja złotego pięciokąta, a w zasadzie pięciokąta foremnego, bo ten jest jednym ze złotych pięciokątów, nie powinna przysparzać problemów. Po skonstruowaniu w programie GeoGebra pięciokąta foremnego, uczeń może samodzielnie badać jego własności, a następnie konstruować pentagram (pięciokąt gwiaździsty) i dziesięciokąt, a następnie poszukiwać w nich złotych proporcji.

Niezwykle ciekawy i przydatny powinien być rozkład pięciokąta na trójkąty równoramienne oraz konstruowanie z nich rombów Rogera Penrose'a. To pozwoli uczniom lepiej zrozumieć pojęcie i konstrukcje złotych spiral.

Żółta elipsa jest kolejną figurą planimetrii, w której mamy do czynienia ze złotą liczbą. Lekcje rozpoczynamy od tradycyjnego zadania związanego z jednokładnością Wpisywanie kwadratu do trójkąta w opisany w module sposób jest kanwą do kolejnego zadania wpisywania kwadratu w półkole. To zadanie rozdzieli nowy problem, od którego wywodzi się później żółta elipsa.

Podstawa programowa

Etap edukacyjny: IV, przedmiot: matematyka (poziom rozszerzony)

Cele kształcenia – wymagania ogólne

III. Modelowanie matematyczne.

Uczeń dobiera model matematyczny do prostej sytuacji i krytycznie ocenia trafność modelu.

II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.

Uczeń używa prostych dobrze znanych obiektów matematycznych.

Podstawa programowa

Etap edukacyjny: IV, przedmiot: informatyka (poziom podstawowy)

Cele kształcenia – wymagania ogólne

III. Rozwiązywanie problemów i podejmowanie decyzji z wykorzystaniem komputera.

IV. Wykorzystanie komputera oraz programów i gier edukacyjnych do poszerzenia wiedzy i umiejętności z różnych dziedzin oraz do rozwijania zainteresowań.

Cele kształcenia – poznawcze

Uczeń poznaje nowe twierdzenia matematyczne na bazie znanych pojęć geometrycznych, samodzielnie studiuje matematykę,



Treści nauczania – wymagania szczegółowe

7. Planimetria.

Uczeń:

7.3 rozpoznaje trójkąty podobne i wykorzystuje cechy podobieństwa także w kontekście praktycznym.

8. Geometria na płaszczyźnie kartezjańskiej

Uczeń:

8.6 oblicza odległości dwóch punktów;

8.7 znajduje obrazy figur geometrycznych w symetrii środkowej i osiowej.

LEKCJA NR 3

TEMAT: CIĄG FIBONACCIEGO

slajdy 33-37

Fibonacci to matematyk epoki średniowiecza, który przyczynił się do rozwoju matematyki w Europie. Dwa filmy dokładnie objaśniają, jaka jest konstrukcja tego znanego ciągu i jakie są jego inne własności. Warto tu wskazać uczniom przykład ciągu Fibonacciego rozpoczynającego się od trzech dowolnych liczb całkowitych (nawet ujemnych) i pokazaniu, że stosunek dowolnego wyrazu tego ciągu do poprzedniego i tak dąży liczbowo do złotej liczby.

Podstawa programowa

Etap edukacyjny: IV, przedmiot: informatyka (poziom podstawowy)

Cele kształcenia – wymagania ogólne

- III. Rozwiązywanie problemów i podejmowanie decyzji z wykorzystaniem komputera.
- II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.
 - Uczeń używa prostych dobrze znanych obiektów matematycznych.

Podstawa programowa

Etap edukacyjny: IV, przedmiot: informatyka (poziom podstawowy)

Cele kształcenia – wymagania ogólne

- III. Rozwiązywanie problemów i podejmowanie decyzji z wykorzystaniem komputera.
- IV. Wykorzystanie komputera oraz programów i gier edukacyjnych do poszerzenia wiedzy i umiejętności z różnych dziedzin oraz do rozwijania zainteresowań.

Cele kształcenia – poznawcze

Uczeń poznaje nowe twierdzenia matematyczne na bazie znanych pojęć geometrycznych, samodzielnie studiuje matematykę.

Treści nauczania – wymagania szczegółowe

- 5. Ciągi.
 - Uczeń:
 - 5.1 wyznacza wyrazy ciągu określone wzorem;
 - 5.2 bada, czy ciąg jest arytmetyczny czy geometryczny.



LEKCJA NR 4

TEMAT: ZŁOTA LICZBA W WIEŁOŚCIANACH, BUDOWNICTWIE I SZTUCE

slajdy 38-62

Tę lekcję poświęcono konstrukcji wielościanów, które związane są ze złotą liczbą. Do takich należą niemal wszystkie wielościany rodziny dwunastościanów i dwudziestościanów. Temat należy traktować jako bardziej opisowy, bez specjalnych zadań obliczeniowych. Opisano tu pojawianie się złotej liczby w rozmaitych dziedzinach życia codziennego. Jest to okazja, by poszerzyć wiedzę ucznia o humanistyczne treści matematyki. Można zaproponować uczniom wyszukanie zarówno w Internecie jak również w domu innych obiektów, w których pojawia się złota liczba.

Podstawa programowa

Etap edukacyjny: IV, przedmiot: matematyka (poziom rozszerzony)

Cele kształcenia – wymagania ogólne

III. Modelowanie matematyczne

Uczeń dobiera model matematyczny do prostej sytuacji i krytycznie ocenia trafność modelu.

II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji

Uczeń używa prostych dobrze znanych obiektów matematycznych.

Podstawa programowa

Etap edukacyjny: IV, przedmiot: informatyka (poziom podstawowy)

Cele kształcenia – wymagania ogólne

III. Rozwiązywanie problemów i podejmowanie decyzji z wykorzystaniem komputera, z zastosowaniem podejścia algorytmicznego.

IV. Wykorzystanie komputera oraz programów i gier edukacyjnych do poszerzenia wiedzy i umiejętności z różnych dziedzin oraz do rozwijania zainteresowań.

Cele kształcenia – poznawcze

Uczeń poznaje nowe twierdzenia matematyczne na bazie znanych pojęć geometrycznych, samodzielnie studiuje matematykę.

Treści nauczania – wymagania szczegółowe

9. Stereometria.

Uczeń:

9.1. rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami;

9.4. rozpoznaje kąty między ścianami w graniastosłupach i ostrosłupach.

Człowiek - najlepsza inwestycja



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



WARSZAWSKA
WYŻSZA SZKOŁA
INFORMATYKI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego