

## Zadanie 2

### Kształty orbit

Opisz w edytorze tekstu wyniki uzyskiwane w arkuszu lub w środowisku Akademii Khana dla różnych danych wejściowych. Wykorzystaj wykresy generowane przez programy. Porównaj wyniki z teorią poznaną na lekcjach fizyki.

### Rozwiązanie

Jeżeli w środowisku programowania Khan Academy Computer Science w programie obliczającym orbitę zmienimy pętlę animacyjną Draw na pętlę while, to będzie rysowana niemal od razu cała orbita. Zmieniony fragment kodu wygląda następująco:

```
while (t<5000000) { //pętla rysowania w kółko
    t = t + dt; //nowy czas dla następnego kroku
    if (r >= R) { //satelita ma być nad powierzchnią planety
        x = x + Vx * dt; //obliczanie nowych współrzędnych x i y
        y = y + Vy * dt;
        //przyspieszenie grawitacyjne w tym punkcie
        r = sqrt(pow(x,2)+pow(y,2));
        Ar = -1 *G * M / pow(r, 2);
        Ax = Ar * x/r; //skł. x przyspieszenia
        Ay = Ar * y/r; //skł. y przyspieszenia
        //nowa prędkość wynikająca z przyspieszenia
        //i wybranego kroku czasowego
        Vx = Vx + Ax * dt;
        Vy = Vy + Ay * dt;
        //rysuj piksel w obl. punkcie (-1 bo y rys. w dół)
        point(x/metrNaPiksel, -1 * y/metrNaPiksel);
    }
}
```



Korzystając z tak zmienionego programu można łatwo zbadać zależność kształtu orbity od wartości prędkości początkowej. Zmieniamy co 0,1 wartość prędkości początkowej i obserwujemy obliczone orbity.

Vstart=7,9 km/s orbita kołowa

```

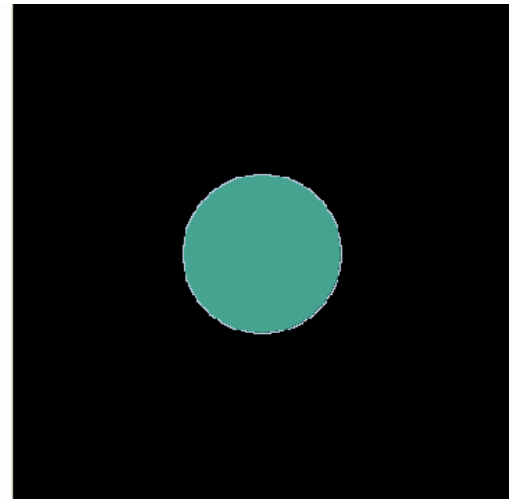
/*****
 * Ruch małego ciała (punktu materialnego) w polu
 * grawitacyjnym Ziemi (sferycznie symetrycznym) [while].
 *****/
var Vstart = 7.9 * 1000; //prędkość startowa w m/s
var Kstart = 0; //kąt startu w stopniach (poziomo 0)
var WysPocz = 10 * 1000; //wysokość startu nad powierzchnią w m

var M = 5.9745 * pow(10, 24); //masa planety w kg (Ziemia)
var R = 6378 * 1000; //promień planety w m (Ziemia)
//Tego nie należy zmieniać chyba, że chcemy zmienić Wszechświat
var G = 6.673 * pow(10, -11); //stała grawitacji

//Gdzie i jak wielka będzie rysowana planeta
var metrNaPiksel = 100000;
var srednicaZiemiwPiks = 2 * R / metrNaPiksel;
var Xcentrum = 200;
var Ycentrum = 200;

//przesunięcie wsp. aby (0,0) było "centrum" obrazka
translate(Xcentrum, Ycentrum);
background(0, 0, 0); //czarne tło rysowane tylko raz

```



Vstart=9,6 km/s orbita eliptyczna

```

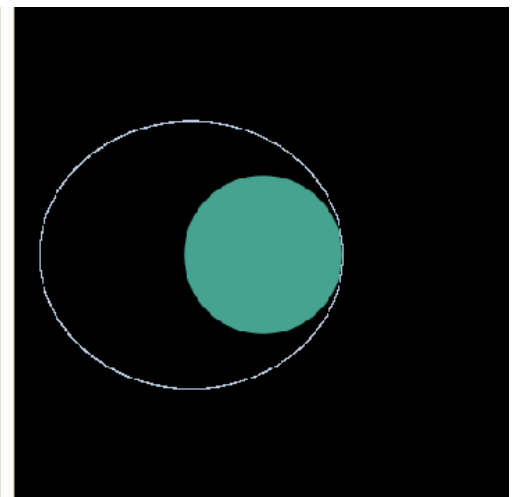
/*****
 * Ruch małego ciała (punktu materialnego) w polu
 * grawitacyjnym Ziemi (sferycznie symetrycznym) [while].
 *****/
var Vstart = 9.6 * 1000; //prędkość startowa w m/s
var Kstart = 0; //kąt startu w stopniach (poziomo 0)
var WysPocz = 10 * 1000; //wysokość startu nad powierzchnią w m

var M = 5.9745 * pow(10, 24); //masa planety w kg (Ziemia)
var R = 6378 * 1000; //promień planety w m (Ziemia)
//Tego nie należy zmieniać chyba, że chcemy zmienić Wszechświat
var G = 6.673 * pow(10, -11); //stała grawitacji

//Gdzie i jak wielka będzie rysowana planeta
var metrNaPiksel = 100000;
var srednicaZiemiwPiks = 2 * R / metrNaPiksel;
var Xcentrum = 200;
var Ycentrum = 200;

//przesunięcie wsp. aby (0,0) było "centrum" obrazka
translate(Xcentrum, Ycentrum);
background(0, 0, 0); //czarne tło rysowane tylko raz

```



Vstart=11,1 km/s orbita eliptyczna



```

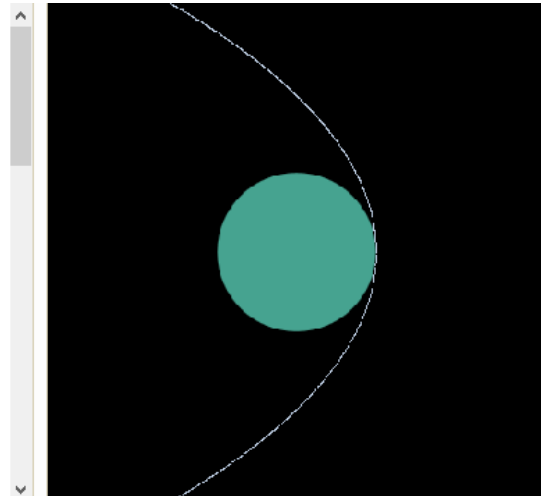
/*****
 * Ruch małego ciała (punktu materialnego) w polu
 * grawitacyjnym Ziemi (sferycznie symetrycznym) [while].
 * *****/
var Vstart = 11.1 * 1000; //prędkość startowa w m/s
var Kstart = 0; //kąt startu w stopniach (poziomo 0)
var WysPocz = 1 * 1000; //wysokość startu nad powierzchnią w m

var M = 5.9745 * pow(10, 24); //masa planety w kg (Ziemia)
var R = 6378 * 1000; //promień planety w m (Ziemia)
//Tego nie należy zmieniać chyba, że chcemy zmienić Wszechświat
var G = 6.673 * pow(10, -11); //stała grawitacji

//Gdzie i jak wielka będzie rysowana planeta
var metrNaPiksel = 100000;
var srednicaZiemiwPiks = 2 * R / metrNaPiksel;
var Xcentrum = 200;
var Ycentrum = 200;

//przesunięcie wsp. aby (0,0) było "centrum" obrazka
translate(Xcentrum, Ycentrum);
background(0, 0, 0); //czarne tło rysowane tylko raz

```



Vstart=11,2 km/s orbita paraboliczna

```

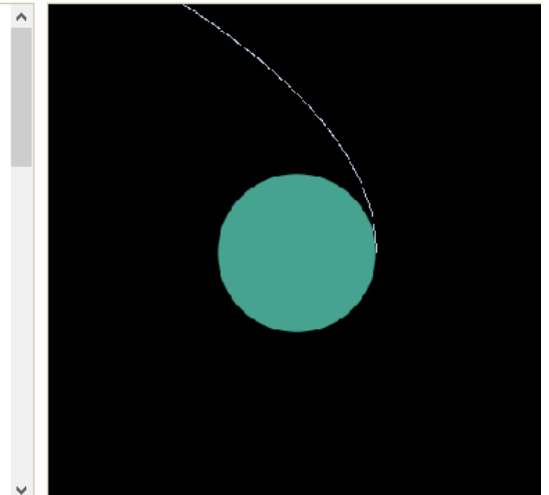
/*****
 * Ruch małego ciała (punktu materialnego) w polu
 * grawitacyjnym Ziemi (sferycznie symetrycznym) [while].
 * *****/
var Vstart = 11.2 * 1000; //prędkość startowa w m/s
var Kstart = 0; //kąt startu w stopniach (poziomo 0)
var WysPocz = 1 * 1000; //wysokość startu nad powierzchnią w m

var M = 5.9745 * pow(10, 24); //masa planety w kg (Ziemia)
var R = 6378 * 1000; //promień planety w m (Ziemia)
//Tego nie należy zmieniać chyba, że chcemy zmienić Wszechświat
var G = 6.673 * pow(10, -11); //stała grawitacji

//Gdzie i jak wielka będzie rysowana planeta
var metrNaPiksel = 100000;
var srednicaZiemiwPiks = 2 * R / metrNaPiksel;
var Xcentrum = 200;
var Ycentrum = 200;

//przesunięcie wsp. aby (0,0) było "centrum" obrazka
translate(Xcentrum, Ycentrum);
background(0, 0, 0); //czarne tło rysowane tylko raz

```



Dla orbity kołowej mamy I prędkość kosmiczną.

$$\frac{GMm}{R^2} = \frac{mv^2}{R} \quad \text{skąd } v^2 = \frac{GM}{R} = gR, \text{ gdzie } g \text{ to przyspieszenie ziemskie.}$$

W przybliżeniu  $v^2 = 0,01 \cdot 6400 \left[ \frac{\text{km}^2}{\text{s}^2} \right] \quad v = 8 \text{ km/s}$

Pierwsza orbita swobodna to orbita paraboliczna. Do jej uzyskania potrzebna jest II prędkość kosmiczna.

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{GMm}{R} = 0 \quad \text{skąd } v^2 = \frac{2GM}{R} = 2gR$$

W przybliżeniu  $v^2 = \sqrt{2} \cdot 0,01 \cdot 6400 \left[ \frac{\text{km}^2}{\text{s}^2} \right] \quad v = \sqrt{2} \cdot 8 \text{ km/s} = 11,2 \text{ km/s}$

Zmiany kształtu orbity w czasie zmiany prędkości początkowej zilustrowanie są na filmie **orbityOdV.mp4**.

Obliczanie orbity w środowisku processingJS z pętlą while jest dostępne na stronie: <https://www.khanacademy.org/cs/satelita-wok-ziemi-w/2522916080>.

## Czas realizacji

30 minut