Matematyka XXI wieku!

Wykorzystanie e-learningu w nauczaniu matematyki

Publikacja współfinansowana ze środków Unii Europejskiej
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego.

Publikacja dystrybuowana bezpłatnie.

SPIS TREŚCI

1 Wstęp **07**
2 Opis projektu **09**
2.1 Informacje o projekcie **09**
2.2 Forma wsparcia **09**
2.3 Realizacja projektu **10**
2.4 Forma dedykowanych zajęć **12**
3 Metoda odwróconej klasy **15**
3.1 Wprowadzenie **15**
3.2 Studium przypadku **15**
3.2.1 Nierówności kwadratowe **15**
3.2.2 Wykresy funkcji f(-x) i –f(x) **25**
3.2.3 Prawdopodobieństwo **34**
4 Program nauczania – przykłady pomiaru efektów kształcenia **49**
4.1 Zbiór liczb rzeczywistych **49**
4.2 Wyrażenia algebraiczne **54**
4.3 Równania i nierówności **55**
4.4 Funkcje **59**
4.5 Ciągi **65**
4.6 Trygonometria **72**
4.7 Planimetria **77**
4.8 Geometria na płaszczyźnie kartezjańskiej **80**
4.9 Stereometria **84**
4.10 Elementy statystyki opisowej. Teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka **87**
5 Badanie ilościowe i jakościowe **91**
5.1 Metodologia i wyniki **91**
5.2 Testy **92**
5.2.1 Test 1 .... **92**
5.2.2 Test 2 .... **93**
5.2.3 Test 3 .... **93**
5.2.4 Test 4 .... **94**
5.2.5 Test 5 .... **95**
5.2.6 Test 6 .... **95**
5.2.7 Test 7 .... **96**
6 Wykłady prowadzone dla uczniów – dr Krzysztof Lisiecki **98**
6.1 Procent składany i jego konsekwencje **98**
6.2 Stożek, powierzchnia stożkowa, krzywe stożkowe **99**
6.3 Grafy i ich wybrane zastosowania cz. 1 i cz. 2 .... **99**
7 Publikacje **100**
7.1 E-lekcja z matematyki – dr Monika Potyrała **100**
7.1.1 Wstęp **100**

7.1.2 Przykładowa e-lekcja **103**
7.1.3 Podsumowanie **105**
7.1.4 Literatura/materiały **105**
7.2 Analiza porównawcza lekcji internetowej i lekcji tradycyjnej - dr Krzysztof Kisiel **106**
7.2.1 Wstęp **106**
7.2.2 Wspólne cechy tradycyjnego i zdalnego nauczania **106**
7.3 Rozwiązywanie zadań maturalnych z uzdolnionymi uczniami przy użyciu platformy e-learningowej – dr Krzysztof Kisiel, dr Joanna Kucner, dr Elżbieta Galewska **111**
7.3.1 Wstęp **111**
7.3.2 Rozwiązywanie zadań maturalnych z zastosowaniem platformy **113**
7.3.3 Wnioski **118**
7.4 THE METHOD OF FLIPPED CLASSROOM - CASE STUDY- Grzegorz KUSZTELAK, Dorota KRAWCZYK-STAŃDO, Jacek STAŃDO **119**
8 Zakończenie **129**
Literatura **131**
Infomacje o autorach **133**

WSTĘP

Niniejsza publikacja stanowi próbę podsumowania działań projektowych w ramach projektu „Wspomaganie nauczania matematyki w Technikum w oparciu o nowoczesne technologie informacyjne" realizowanego w ramach Priorytetu III Wysoka jakość systemu oświaty, Działania 3.3 Poprawa jakości kształcenia, Poddziałania 3.3.4 Modernizacja treści i metod kształcenia – projekty konkursowe, Programu Operacyjnego Kapitał Ludzki. Projekt był współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego i realizowany przez firmę GroMar® Sp. z o.o. w partnerstwie z Politechniką Łódzką. Publikacja zawiera odpowiednio:

- Opis projektu – informacje o projekcie, forma wsparcia, realizacja projektu, forma dedykowanych zajęć.

- Przykłady użycia wytworzonych materiałów szkoleniowych w metodzie odwróconej klasy. Przeprowadzono tutaj studium przypadków dla trzech zagadnień:
  - rozwiązywanie nierówności kwadratowych;
  - konstruowanie wykresów funkcji f(-x) przy danym wykresie funkcji f(x);
  - podstawowe pojęcia z zakresu prawdopodobieństwa.

- Przegląd zagadnień wymienionych w programie nauczania wraz z odniesieniami do fragmentów materiałów szkoleniowych, które stanowią ich realizację. Podajemy tutaj zarówno przykłady wprowadzenia zagadnienia, jak i przykłady pomiaru założonych efektów kształcenia.

- Testy diagnozujące, jakie rozwiązywali uczniowie szkół biorących w projekcie.

- Opis przykładowych wykładów prowadzonych dla uczniów techników z wykorzystaniem platformy komunikacyjnej przez wykładowców Politechniki Łódzkiej.

- Trzy artykuły w języku polskim przygotowane przez pracowników Politechniki Łódzkiej o tematyce dydaktycznej, których inspiracją była praca zdalna z uczniami techników biorących udział w projekcie. Tytuły artykułów: „E-lekcja z matematyki", „Analiza porównawcza lekcji internetowej i lekcji tradycyjnej", „Rozwiązywanie zadań maturalnych z uzdolnionymi uczniami przy użyciu platformy e-learningowej".

- Artykuł anglojęzyczny „The method of flipped classroom - case study" na temat wykorzystania materiałów szkoleniowych w praktyce szkolnej, jaki był prezentowany na konferencji dydaktycznej „eTechnologie w Kształceniu Inżynierów" w Politechnice Gdańskiej i ukazał się w zeszytach naukowych w/w politechniki.

OPIS PROJEKTU

2.1 Informacje o projekcie

Projekt „Wspomaganie nauczania matematyki w Technikum w oparciu o nowoczesne technologie informacyjne" był efektem wieloletnich doświadczeń zarówno firmy GroMar Sp. z o.o., jak i Politechniki Łódzkiej, zebranych podczas realizacji projektów współfinansowanych ze środków Unii Europejskiej i budżetu państwa oraz obserwacji przemian, jakie zachodzą na rynku pracy. Zgromadzone doświadczenia pokazały, że najistotniejszą rolę dla kondycji krajowej gospodarki odgrywa waga przedmiotów technicznych, tymczasem z roku na rok maleje liczba absolwentów kierunków inżynieryjno – technicznych, którzy mogliby z powodzeniem poprawić gospodarkę kraju. Uczniowie bowiem są dobrze przygotowani do podejmowania studiów w zakresie umiejętności o charakterze technicznym, jednakże wykazują olbrzymie trudności z przyswajaniem wiedzy z zakresu matematyki. Co więcej, jak wskazały badania, ok. 30% studentów rezygnuje z nauki na uczelni wyższej właśnie ze względu na brak odpowiednich umiejętności z matematyki.

Pomysł na realizację projektu, który podniósłby jakość nauczania matematyki oraz przygotowałby młodzież na wejście na rynek pracy z dobrze przyswojoną wiedzą spotkał się z ogromnym zainteresowaniem szkół o profilu technikum.

Projekt zakładał wprowadzenie nowych metod w nauczaniu matematyki z wykorzystaniem Innowacyjnego Programu Nauczania Matematyki w oparciu o narzędzia ICT oraz zajęć prowadzonych na platformie e-learningowej.

Efektem projektu miały być między innymi:

- Podniesienie efektywności kształcenia matematyki, szybsze i łatwiejsze przyswajanie materiału
- Poprawa osiągnięć edukacyjnych, przygotowanie do matury z matematyki
- Zwiększenie liczby uczniów/uczennic, którzy podejmą naukę na uczelniach wyższych
- Nabycie przez nauczycieli umiejętności wykorzystywania e-technologii w trakcie prowadzenia zajęć.

2.2 Forma wsparcia

W ramach projektu udostępniona została dedykowana platforma e-learningowa, za pomocą której można było korzystać z interaktywnych ćwiczeń zarówno podczas zajęć lekcyjnych, jak i po nich (w ramach zajęć dodatkowych). Każdy uczeń oraz nauczyciel otrzymał indywidualne hasło i login, za pomocą których mogli zalogować się na platformę i korzystać ze szkoleń e-learningowych na niej zamieszczonych. Szkolenia dotyczyły bieżących tematów omawianych na zajęciach, m. in. funkcji kwadratowych, ciągów geometrycznych, trygonometrii, prawdopodobieństwa, wzorów skróconego mnożenia etc. – szkolenia przygotowane były dla każdej klasy Technikum z przedziału 1-4. Wszystkich szkoleń było 80.

W celu zapewnienia odpowiednich warunków do realizacji zajęć za pomocą platformy e-learningowej w trakcie oraz poza godzinami lekcyjnymi szkoły wyposażone zostały w komputer przenośny, rzutnik, tablet graficzny oraz dostęp do internetu bezprzewodowego, natomiast uczniowie otrzymali komplety składające się z kamerki internetowej oraz słuchawek z mikrofonem. Wszystko to po to, aby móc w pełni korzystać z możliwości, jakie oferowała platforma udostępniana w ramach projektu, w tym z narzędzia wideokonferencji (umożliwiającej odtworzenie warunków sali lekcyjnej) oraz zajęć dodatkowych prowadzonych przez nauczyciela w domu.

Szkolenia przygotowane zostały w oparciu o Innowacyjny Program Nauczania Matematyki, który opracowany został na samym początku realizacji projektu. Program, zgodny z Rozporządzeniem MEN z dn. 23.12.2008 r. został zweryfikowany i zatwierdzony przez Kuratorium Oświaty. Dostosowany był do nowej podstawy programowej w taki sposób, aby każda z klas mogła na nim pracować – zarówno klasy I, II, jak i klasy III i IV Technikum.

2.3 Realizacja projektu

Rekrutacja do projektu prowadzona była dwukrotnie – do udziału w projekcie w roku szkolnym 2012/2013 oraz 2013/2014.

W celu poinformowania szkół o projekcie i zainteresowania tematem e-learningu przeprowadzono mailing. Zorganizowano również konferencję rekrutacyjną, na której szczegółowo omówiono założenia projektu, warunki uczestnictwa, obowiązki oraz korzyści z tego wynikające.

Każda szkoła, która wyraziła chęć wzięcia udziału w projekcie zobowiązana była do wypełnienia oraz przesłania w wyznaczonym terminie formularza zgłoszeniowego. Przy weryfikacji pod uwagę brane były między innymi: infrastruktura IT w szkole, umiejętności nauczycieli, zdawalność uczniów z matury z matematyki oraz uzasadnienie motywacji uczestnictwa w projekcie.

Projekt trwał ponad 2 lata. Pierwszy rok udziału szkół nazwany został „fazą testowania produktów", natomiast drugi był już „fazą wdrażania". Bardziej szczegółowe opisy faz przedstawione zostały w dalszej części rozdziału.

Łącznie w realizację założeń projektu zaangażowanych było 57 nauczycieli matematyki oraz 1 247 uczniów/uczennic Technikum.

Faza testowania (rok szkolny 2012/2013):

Podczas roku szkolnego 2012/2013, do udziału w projekcie przystąpiło 10 szkół o profilu technikum z terenu całej Polski. W ramach jednej szkoły Dyrekcja typowała 1 lub 2 klasy wraz z nauczycielem matematyki, którzy stawali się uczestnikami projektu.

Wybrani nauczyciele wzięli udział w 3 weekendowych szkoleniach, w czasie których nauczyli się obsługi platformy e-learningowej, poznali szkolenia, z których mieli korzystać w ramach realizacji swoich zajęć oraz zapoznali się z możliwościami jakie daje narzędzie w postaci wirtualnej tablicy, również wykorzystywanej w trakcie pozalekcyjnych spotkań z uczniami. Podczas zjazdów zaprezentowany został także Innowacyjny Program Nauczania Matematyki wraz z propozycjami prowadzenia zajęć i przykładami ćwiczeń.

Przez cały okres I fazy projektu nauczyciele testowali działanie zaproponowanych rozwiązań i zgłaszali swoje uwagi, sugestie i propozycje zmian. Uwagi mogły dotyczyć m.in.

1. Działania technicznego platformy e-learningowej;
2. Systemu udostępniania modułów;
3. Możliwości łączenia się z serwerami;
4. Wyglądu i zawartości merytorycznej modułów szkoleniowych dostępnych na platformie;
5. Występowania błędów w działaniu modułów;
6. Efektywności nabywania wiedzy w oparciu o narzędzia IT;
7. Interfejsu użytkownika;
8. Wgranych interakcji na platformę e-learningową;
9. Realizacji celów Innowacyjnego Programu Nauczania Matematyki pod kątem metodycznym;

Faza wdrażania (rok szkolny 2013/2014):

Faza wdrażania była analogiczna do fazy testowania produktów. Dotyczyła roku szkolnego 2013/2014.

Do udziału w projekcie, poprzez kilkuetapowy proces rekrutacji, wybrano kolejne 30 szkół o profilu technikum z terenu całej Polski (10 szkół z fazy testowania automatycznie przeszło do fazy wdrażania).

Po zakwalifikowaniu do udziału w projekcie, nowe szkoły podobnie jak placówki z fazy testowania, otrzymały wsparcie w postaci sprzętu komputerowego (laptop, rzutnik, tablet graficzny i internet dla szkoły oraz kamerki i słuchawki dla uczniów) oraz dostęp do platformy e-learningowej, na której zamieszczone było 80 szkoleń e-learningowych.

Nauczyciele przeszli szkolenia z zakresu platformy e-learningowej oraz Innowacyjnego Programu Nauczania Matematyki.
Przez cały okres udziału w projekcie nauczyciele otrzymywali wsparcie ze strony Help desku – zarówno w obszarze merytorycznym (od ekspertów z Politechniki Łódzkiej), jak i w obszarze technicznym (wsparcie ze strony firmy GroMar).

Obszar merytoryczny help desku obejmował między innymi:
- doradztwo przy prowadzeniu zajęć z użyciem Innowacyjnego Programu Nauczania Matematyki
- pomoc merytoryczna i metodyczna dla nauczycieli, którzy wdrażają program
- zbieranie uwag od nauczycieli w zakresie Programu
- reagowanie na bieżące problemy i zapytania

Obszar techniczny help – desku dotyczył:
- pomocy uczniom i nauczycielom w rozwiązywaniu problemów technicznych (błędy w działaniu platformy, zawieszenie systemu, problemy z uruchomieniem szkoleń i innych narzędzi, etc.)
- zbierania uwag od uczniów i nauczycieli w zakresie pracy na platformie e-learningowej

2.4 Forma dedykowanych zajęć

1. **Wykorzystywanie szkoleń e-learningowych podczas swoich zajęć (jako urozmaicenie lekcji).**

Nauczyciel dzięki laptopowi oraz rzutnikowi mógł korzystać ze szkoleń e-learningowych, dostępnych na platformie podczas swoich zajęć lekcyjnych w szkole. Różnorodność tematów oraz poziomu kształcenia dawała możliwość dobrania szkolenia o odpowiedniej skali trudności i dostosowanym do potrzeb danej klasy.

Wykorzystanie materiałów e-learningowych przez nauczycieli sprawiało, że lekcje stawały się urozmaicone, ciekawe i motywowały uczniów do pracy.

Szkolenia udostępnione na platformie opracowane zostały w oparciu o technologię flash, animacje i interaktywne zadania, angażując wszystkie modalności zmysłowe uczniów i uczennic. Zostały dodatkowo wzbogacone o profesjonalne udźwiękowienie, co angażowało zmysł słuchu użytkownika. Wszystko to miało na celu doprowadzenie do efektywniejszego przyswojenia abstrakcyjnych pojęć i zagadnień matematycznych.

2. **Prowadzenie zajęć dodatkowych po godzinach, łącząc się z uczniami z domu za pośrednictwem platformy e-learningowej (tzw. webinaria).**

Webinaria, czyli wirtualne spotkania uczniów z nauczycielem realizowane były w ramach zajęć pozalekcyjnych, podczas których uczniowie rozwiązywali zadania i omawiali bieżące zagadnienia.

W zajęciach dodatkowych brali udział wszyscy uczniowie zakwalifikowani do udziału w projekcie, w ustalonym wcześniej z nauczycielem terminie.

3. **Pracowanie z grupą ok. 5 najzdolniejszych uczniów, wybranych przez nauczyciela nad trudniejszymi zadaniami (w ramach zajęć dodatkowych).**

W ramach klasy, która została zakwalifikowana do udziału w projekcie, nauczyciel wybierał ok. 5 najzdolniejszych uczniów, którzy tworzyli zespół projektowy i pracowali nad rozszerzoną partią materiału.

Spotkania odbywały się na platformie e-learningowej za pośrednictwem wideokonferencji. Dodatkowo, zespoły spotykały się na platformie z Ekspertami z Politechniki Łódzkiej, którzy przygotowywali zadania dla uczniów, pracowali nad rozwiązaniem skomplikowanych zadań, a następnie oceniali ich pracę.

Na zakończenie każdej z faz, to jest na zakończenie roku szkolnego, sporządzone zostały rankingi zespołów, które najlepiej pracowały, rozwiązywały poprawnie najszybciej i najwięcej zadań. Trzy szkoły reprezentowane przez najlepsze zespoły projektowe otrzymały nagrody IT (w postaci np. tabletów, myszek, pen drive'ów).

4. **Łączenie się w czasie zajęć stacjonarnych z Ekspertami z Politechniki Łódzkiej za pomocą interaktywnej tablicy - videokonferencji (specjalista prowadzi zajęcia w formie wykładu oraz przygotowuje część ćwiczeniową dla uczniów) – 10 godzin w roku szkolnym.**

Zespół Ekspertów e-zajęć dodatkowych i e-zespołów projektowych stanowili pracownicy naukowi Politechniki Łódzkiej, posiadający znaczny dorobek naukowy oraz osiągnięcia w zakresie nauczania przedmiotu. Każdy z nich opracował prezentację wprowadzającą w dane zagadnienie wraz z ćwiczeniami sprawdzającymi. Fakt, że spotkanie odbywało się za pośrednictwem wirtualnej tablicy, umożliwiał interakcję uczniów z Wykładowcą, co czyniło zajęcia ciekawszymi i angażującymi uczniów do współpracy.

5. **E-olimpiada matematyczna**

Na zakończenie każdego roku szkolnego zorganizowano e-olimpiadę matematyczną dla wszystkich uczniów, którzy brali udział w projekcie. Zadania do olimpiady opracowane były w taki sposób, aby wszyscy uczniowie, zarówno z klasy I jak i z IV mieli równe szanse i mogli zostać laureatami.

Olimpiada składała się z 3 etapów: dwa pierwsze organizowane były na platformie e-learningowej, natomiast ostatni etap odbył się w formie stacjonarnej w Łodzi. Uczniowie, którzy zajęli 3 pierwsze miejsca zostali nagrodzeni, otrzymując nagrody IT.

Olimpiada była jednym z elementów ewaluacji projektu. Miała za zadanie zweryfikować nie tylko wiedzę jaką posiada uczeń, ale również stopień jego zaangażowania w wykorzystanie szkoleń oferowanych w projekcie.

METODA ODWRÓCONEJ KLASY

W ramach projektu „Wspomaganie nauczania matematyki w Technikum w oparciu o nowoczesne technologie informacyjne" zostały wytworzone materiały szkoleniowe z matematyki. W tym rozdziale przedstawimy możliwość wykorzystania szkoleń do metody odwróconej klasy. Zaprezentujemy studium przypadku dla modułów szkoleniowych „Nierówności kwadratowe", „Wykresy funkcji f(-x) i –f(x)" oraz „Elementy rachunku prawdopodobieństwa – wprowadzenie".

3.1 Wprowadzenie

Idea odwróconej klasy polega na tym, że uczniowie uczą się samodzielnie z materiałów multimedialnych wskazanych przez nauczyciela. Podczas zajęć uczniowie uzyskują od nauczyciela odpowiedzi na wszystkie pytania. Jeśli jest taka możliwość, to warto, aby uczeń dodatkowo podczas samodzielnej pracy miał możliwość asynchronicznej komunikacji z wykładowcą (zobacz na przykładzie „e-pogotowie matematyczne"), [1],[2],[3].

W trakcie zajęć uczniowie przede wszystkim uczą się przez zadawanie pytań, analizowanie różnorodności przykładów, a także stawianie hipotez i budowanie innych strategii rozwiązań.

Oczywiście, powodzenie procesu nauczania z zastosowaniem metody odwróconej klasy zależy przede wszystkim od dużego zaangażowania się uczniów. Ta metoda nigdy nie odniesie zamierzonych skutków, jeśli uczniowie będą mało zainteresowani danym tematem.

W następnym paragrafie zaprezentujemy propozycje użycia wytworzonych materiałów szkoleniowych w praktyce szkolnej w modelu odwróconej klasy.

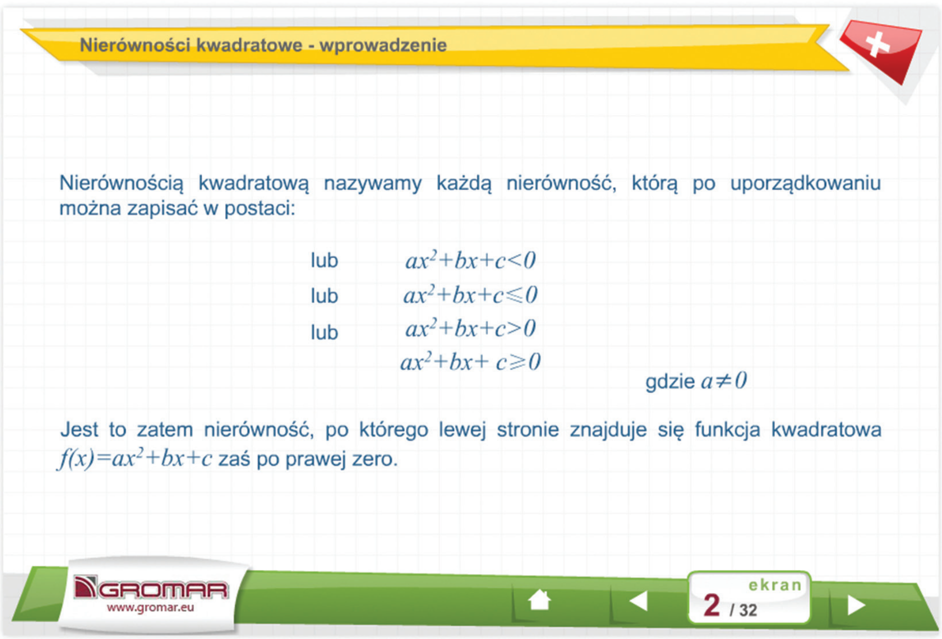
3.2 Studium przypadku

3.2.1 Nierówności kwadratowe

Przebieg samodzielnego procesu przygotowania się przez ucznia do modułu: „Nierówności kwadratowe"

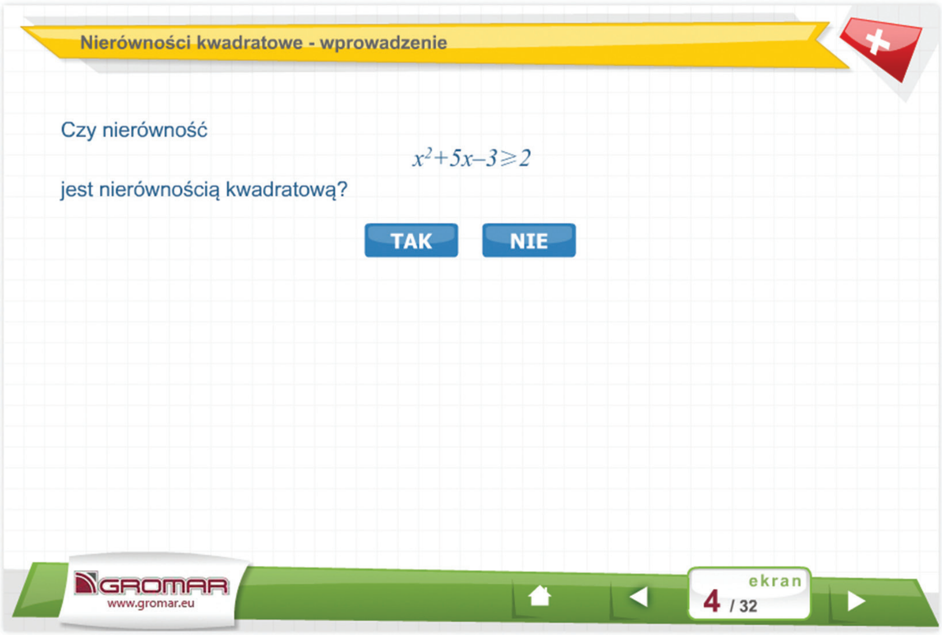
Rysunek 1 - Rozpoczęcie pracy z nierównościami kwadratowymi

1. Uczeń zapoznaje się z definicją nierówności kwadratowej:



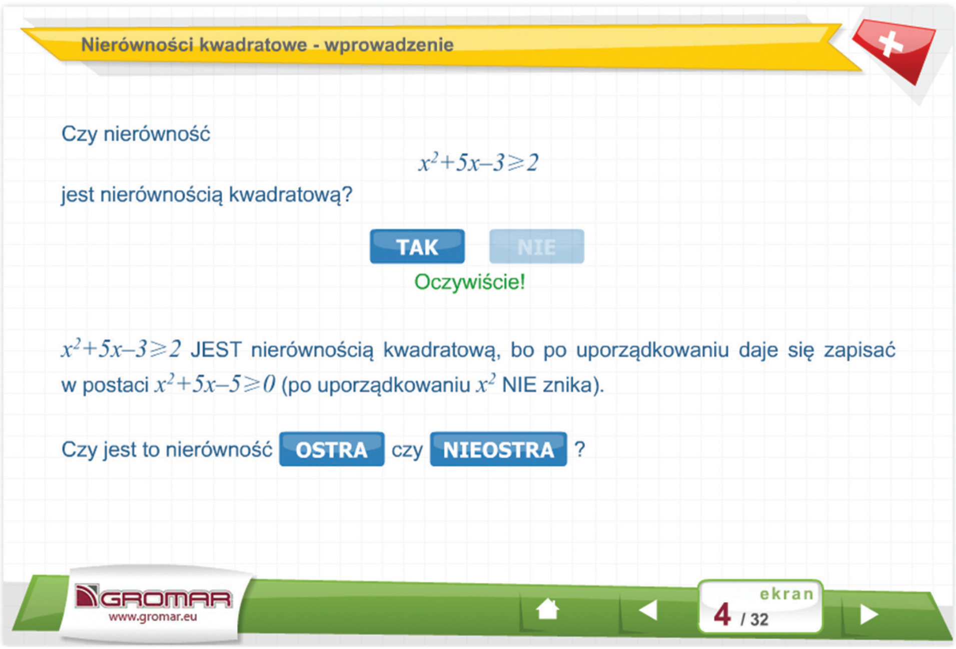
Rysunek 2 - Definicja nierówności kwadratowej

2. System sprawdza, czy uczeń zrozumiał sformułowanie definicji. Uczeń otrzymuje po kolei kilka nierówności i ma odpowiedzieć na pytanie, czy są to nierówności kwadratowe.



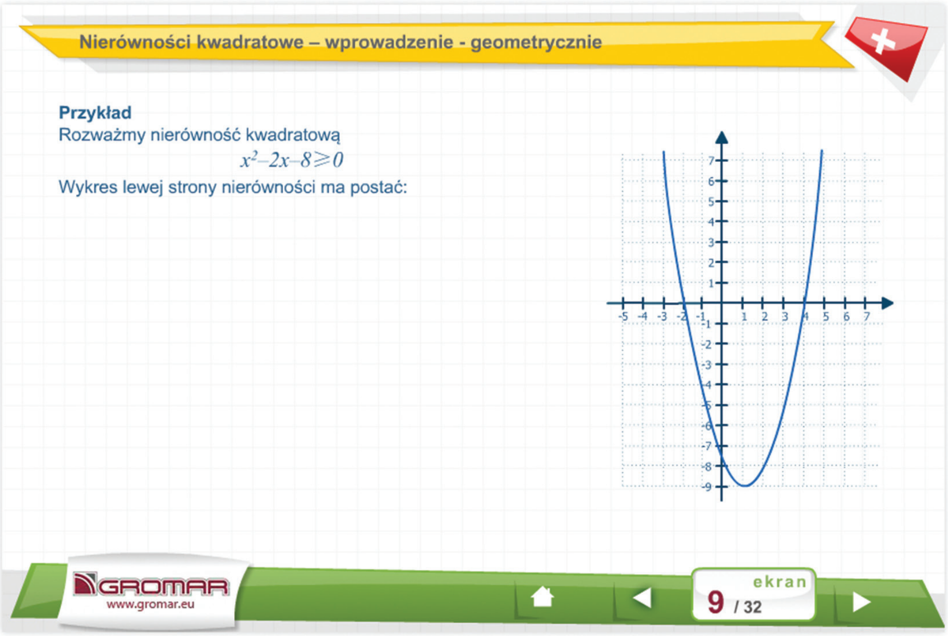
Rysunek 3 - weryfikacja zrozumienia definicji

3. Uczeń, otrzymuje pełne uzasadnienie dlaczego nierówność jest bądź nie jest kwadratowa. Zarówno w przypadku poprawnej jak i błędnej odpowiedzi pojawia się uzasadnienie. Daje to możliwość ugruntowania zrozumienia definicji.

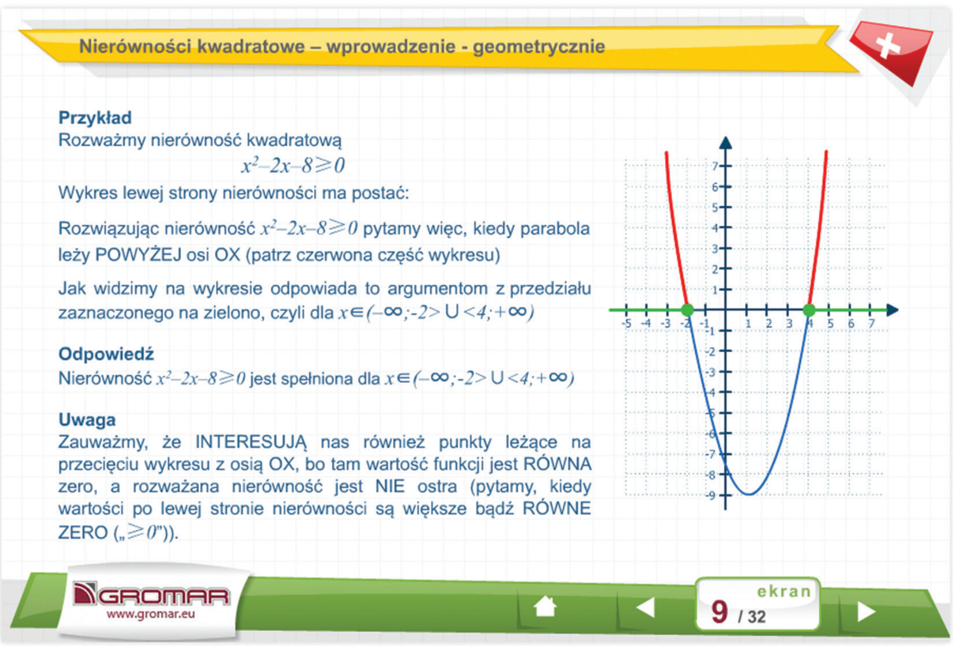


Rysunek 4 - uzasadnienie spełnienia/braku spełnienia warunków definicji

4. Uczeń zapoznaje się z metodą rozwiązania nierówności kwadratowej na przykładach. Rozważane są dwa przykłady nierówności z intuicyjnym rozwiązaniem i interpretacją geometryczną.

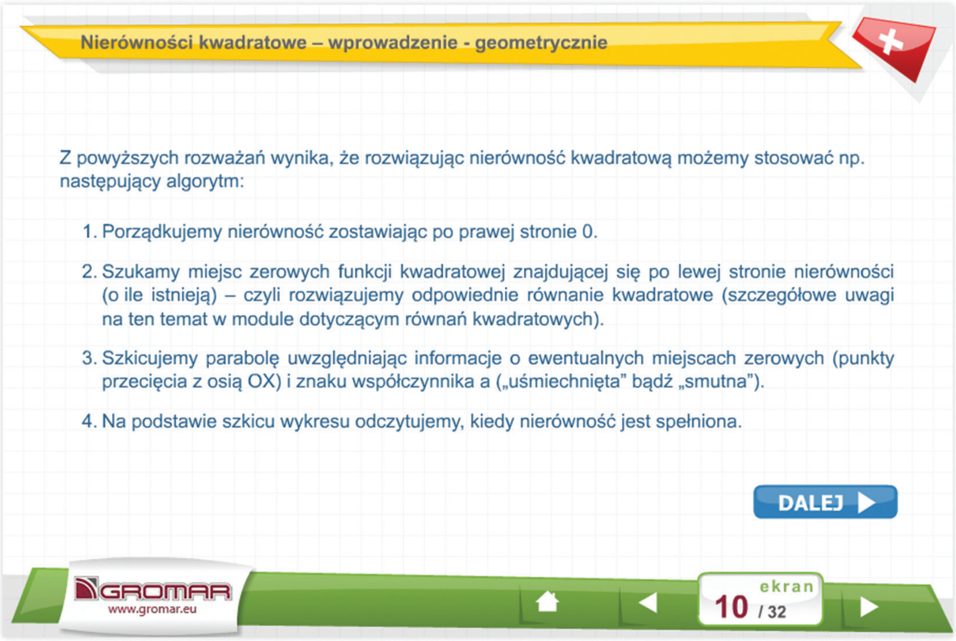


Rysunek 5 - nierówność kwadratowa - przykład - cz.1

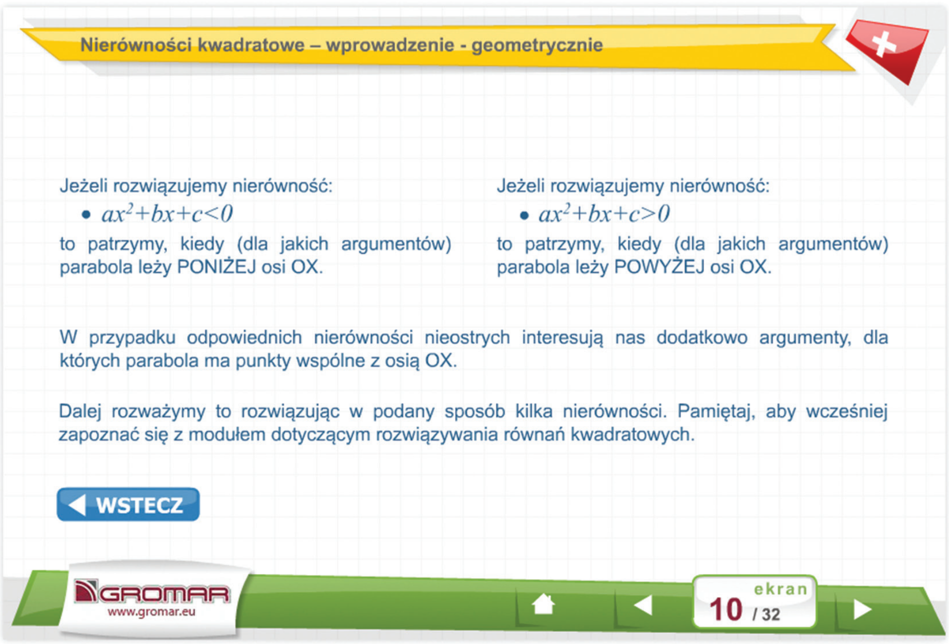


Rysunek 6 - nierówność kwadratowa - przykład - cz.2

5. W oparciu o rozważone przykłady uczeń otrzymuje algorytm rozwiązywania nierówności kwadratowych. Jest on wynikiem uogólnienia spostrzeżeń, jakie uczeń mógł poczynić analizując wcześniej przedstawione przykłady. Algorytm powstaje więc niejako na oczach ucznia.

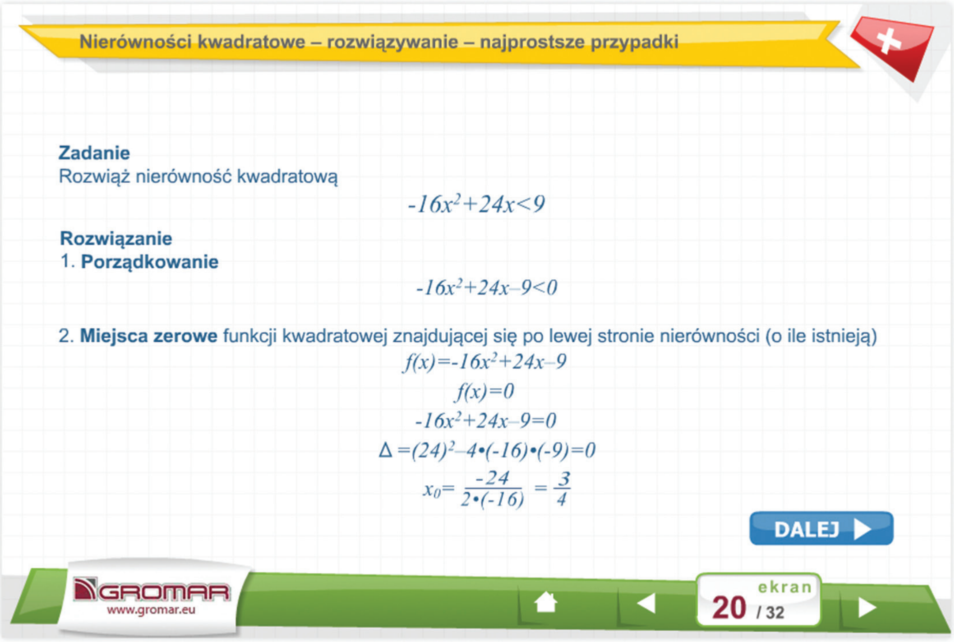


Rysunek 7 - algorytm rozwiązywania nierówności kwadratowych - cz.1



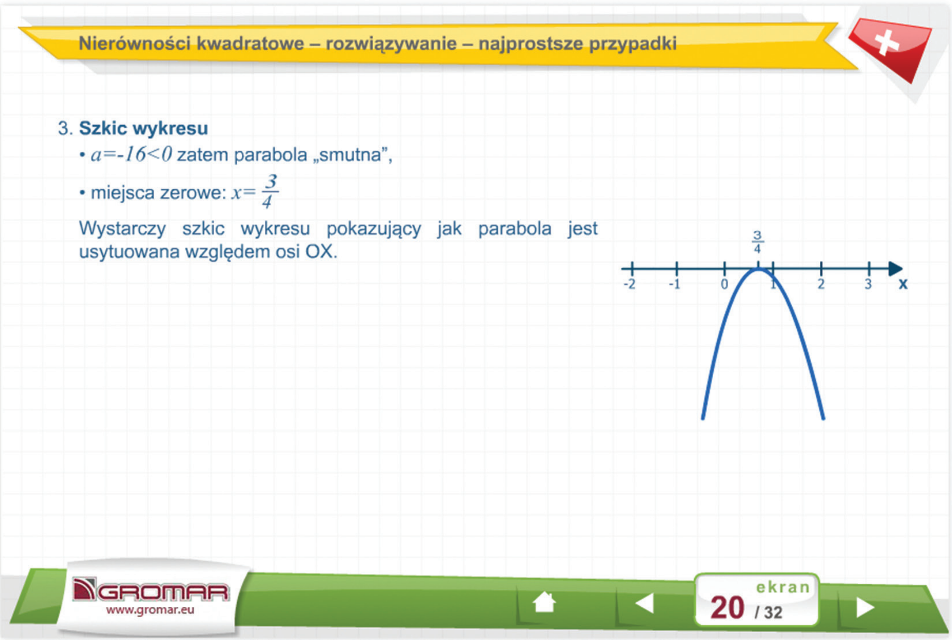
Rysunek 8 - algorytm rozwiązywania nierówności kwadratowych - cz.2

6. Uczeń przechodzi do analizy rozwiązań kolejnych nierówności kwadratowych w oparciu o podany algorytm. Do dyspozycji ucznia jest kilka zadań z pełnym rozwiązaniem ściśle według sformułowanego wcześniej algorytmu. Zadania są uporządkowane według stopnia trudności: od najłatwiejszych po najtrudniejsze. Poszczególne elementy rozwiązania pojawiają się sukcesywnie, aby uczeń miał szansę również na samodzielną analizę.



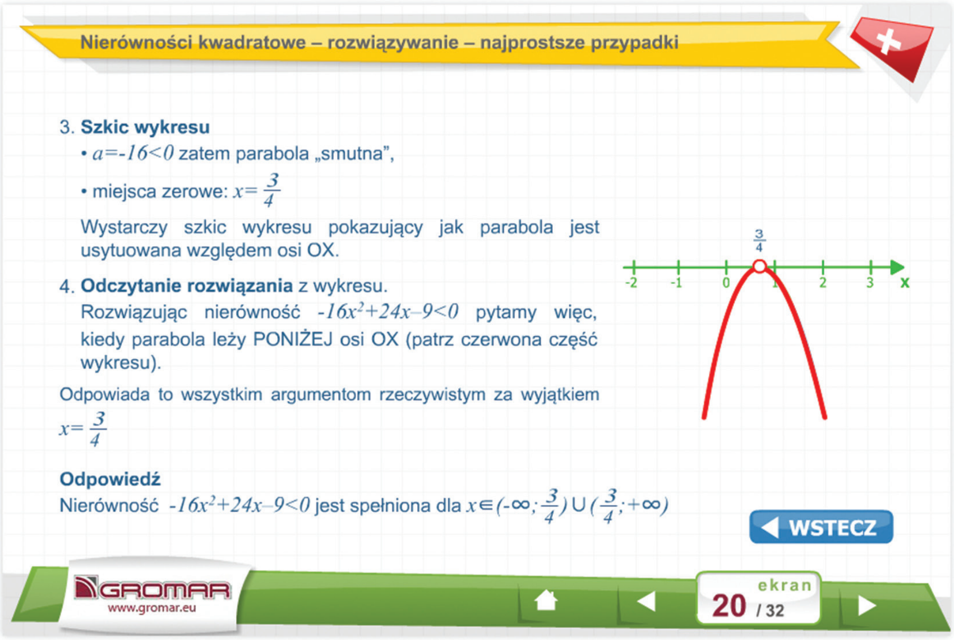
Rysunek 9 - nierówność kwadratowa - zadanie z rozwiązaniem - cz.1

Ważnym elementem rozwiązania nierówności jest interpretacja geometryczna.



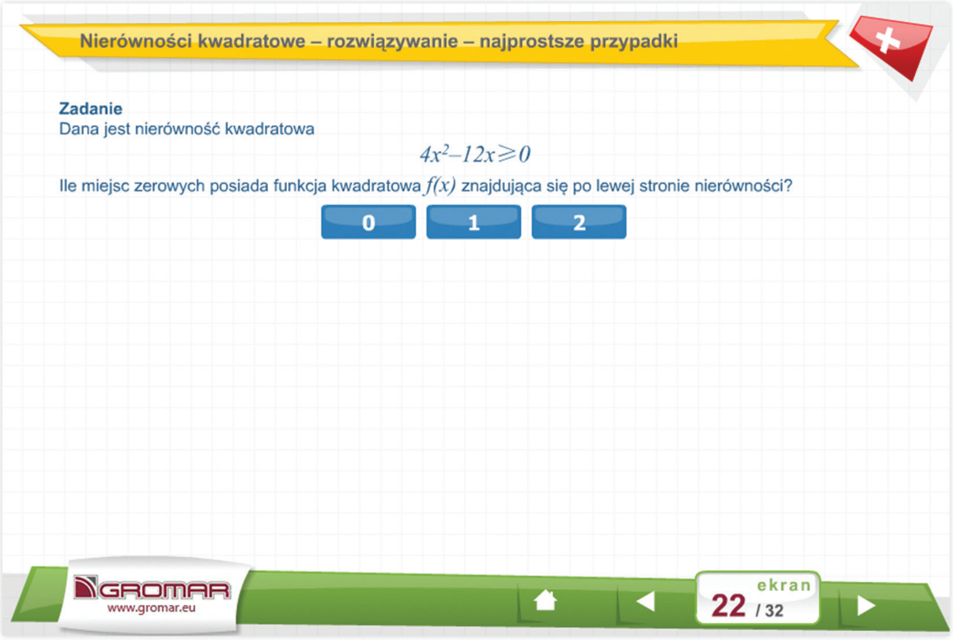
Rysunek 10 - nierówność kwadratowa - zadanie z rozwiązaniem - cz.2

W oparciu o interpretację geometryczną uczeń odczytuje rozwiązanie nierówności. Odpowiedź na pytanie: „kiedy spełniona jest nierówność?" sprowadzamy do odpowiedzi na pytanie: „kiedy wykres funkcji znajdującej się po lewej stronie nierówności leży odpowiednio poniżej bądź powyżej osi OX (prostej y=0 opisanej przez prawą stronę nierówności)". Właściwa część wykresu zaznaczana jest na czerwono. Odpowiedni zakres argumentów – rozwiązanie nierówności – rysuje się na zielono.



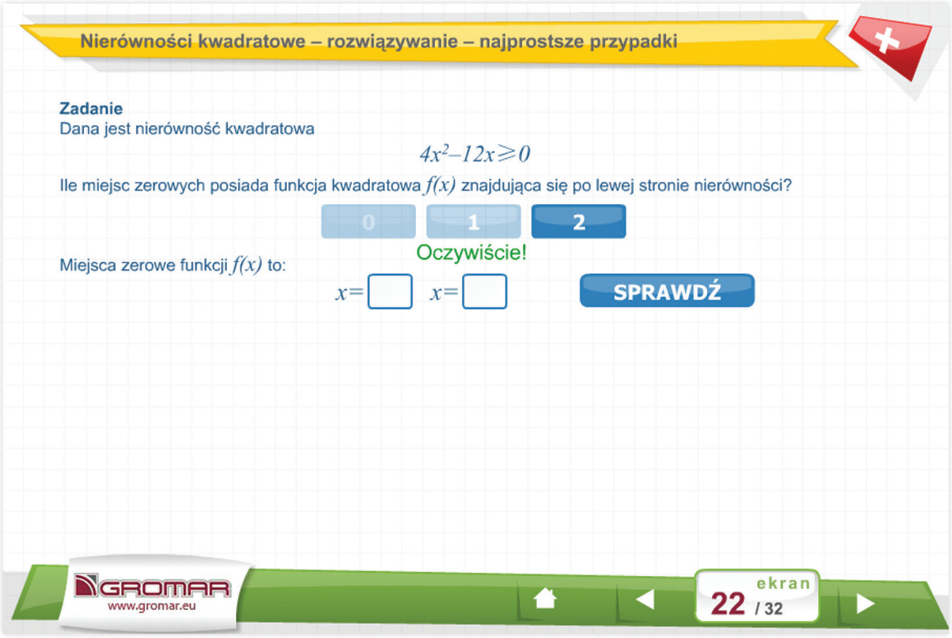
Rysunek 11 - nierówność kwadratowa - zadanie z rozwiązaniem - cz.3

7. Uczeń przechodzi do ostatniej fazy: system sprawdza czy omówiony materiał został opanowany.
   Weryfikacja wiedzy i umiejętności nie ogranicza się tylko do sprawdzenia podanej przez niego odpowiedzi. W pierwszym kroku uczeń musi ocenić, ile miejsc zerowych posiada funkcja znajdująca się po lewej stronie uporządkowanej nierówności kwadratowej.



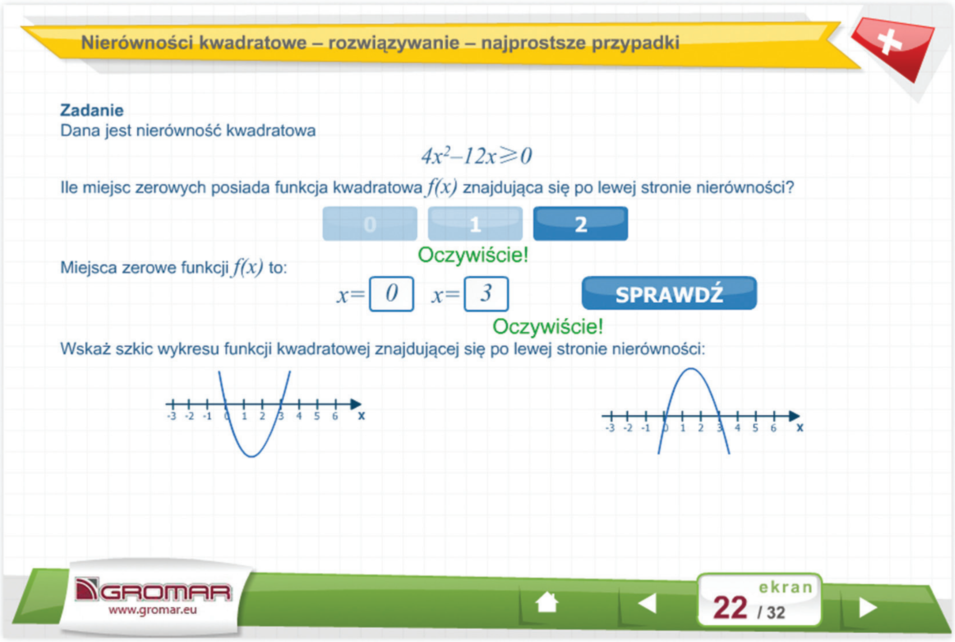
Rysunek 12 – nierówność kwadratowa – zadanie do samodzielnego rozwiązania – cz.1

Dalej uczeń musi podać, jakie miejsca zerowe posiada funkcja z lewej strony nierówności (o ile uznał, że istnieją).



Rysunek 13 - nierówność kwadratowa - zadanie do samodzielnego rozwiązania - cz.2

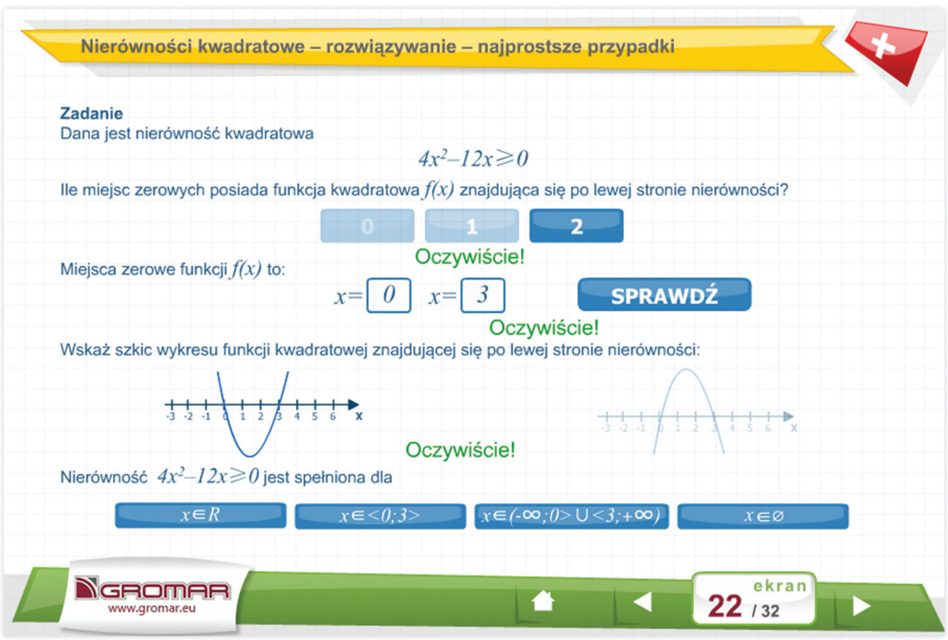
Ważnym elementem jest rozpoznanie kształtu paraboli będącej wykresem rozważanej funkcji kwadratowej.



Rysunek 14 - nierówność kwadratowa - zadanie do samodzielnego rozwiązania - cz.3

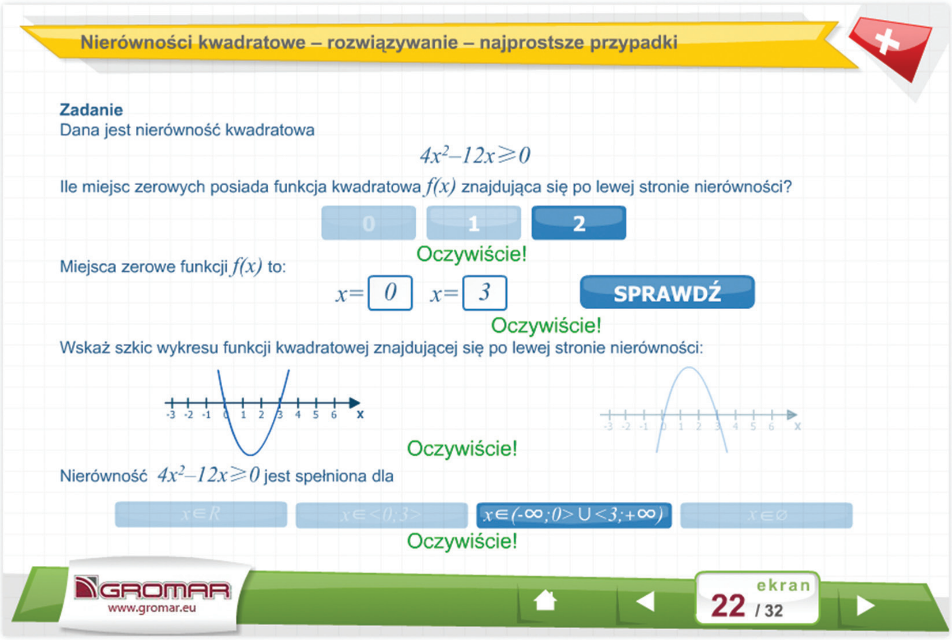
Na koniec pozostaje wybór właściwej odpowiedzi. System proponuje cztery możliwości:

1. Cały zbiór liczb rzeczywistych
2. Przedział, którego krańcami są znalezione wcześniej miejsca zerowe
3. Sumę przedziałów, której krańcami właściwymi odpowiednie miejsca zerowe
4. Zbiór pusty



Rysunek 15 - nierówność kwadratowa - zadanie do samodzielnego rozwiązania - cz.4

Poprawność każdej z udzielonych odpowiedzi – w szczególności rozwiązanie nierówności – jest weryfikowana przez system.

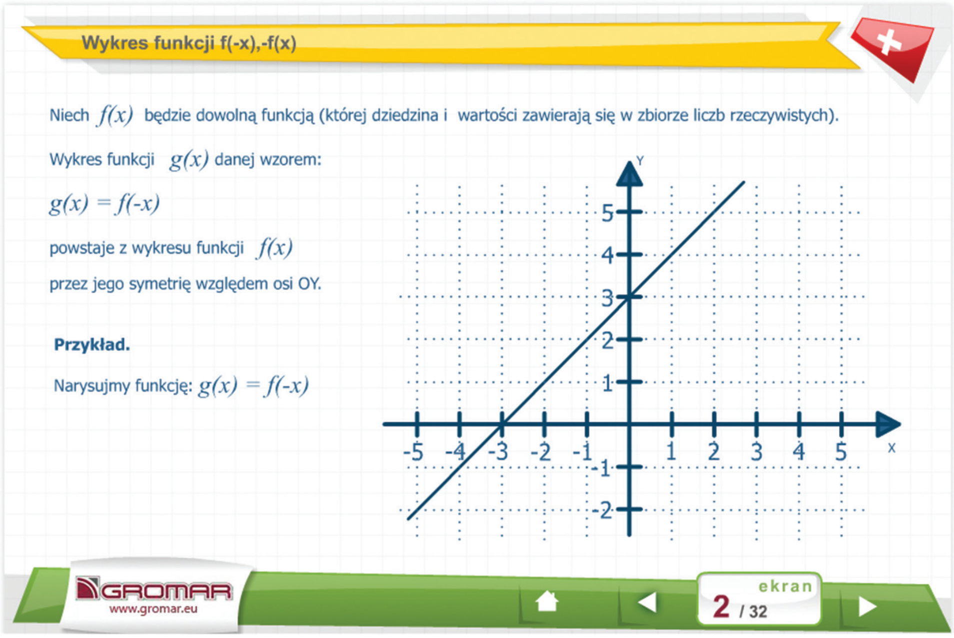


Rysunek 16 - nierówność kwadratowa - zadanie do samodzielnego rozwiązania - cz.5

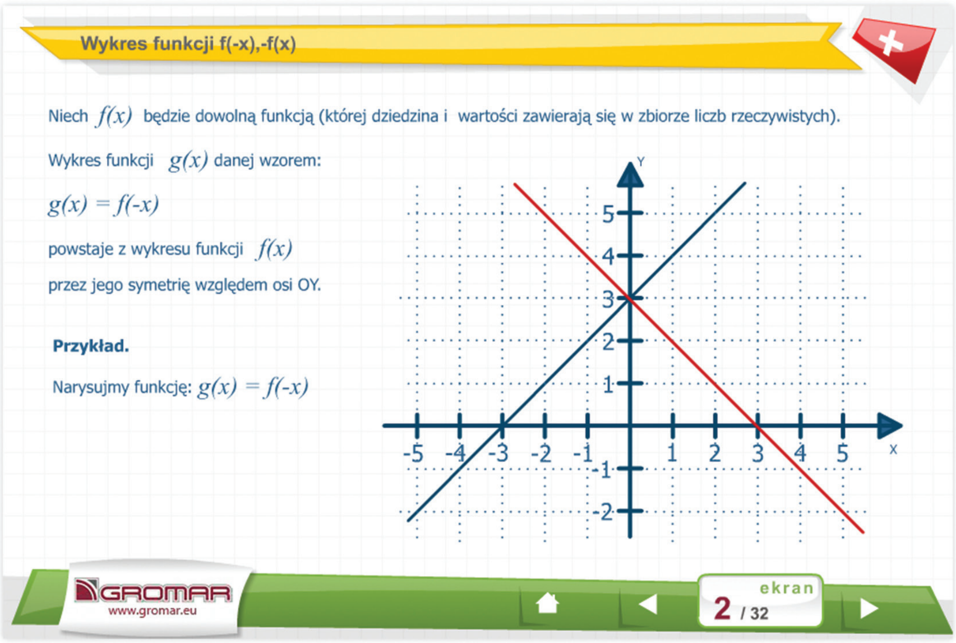
Funkcjonujący na platformie system raportowania pozwala śledzić aktywność ucznia. W szczególności pozwala monitorować jego poczynania w zakresie rozwiązywania zadań sprawdzających. Zadania do samodzielnego rozwiązania znajdujące się w części sprawdzającej modułu mogą być zatem z powodzeniem wykorzystywane np. jako praca domowa.

3.2.2 Wykresy funkcji f(-x) i –f(x)

System wprowadza ucznia w konstrukcję funkcji f(-x), mając daną funkcję f(x).

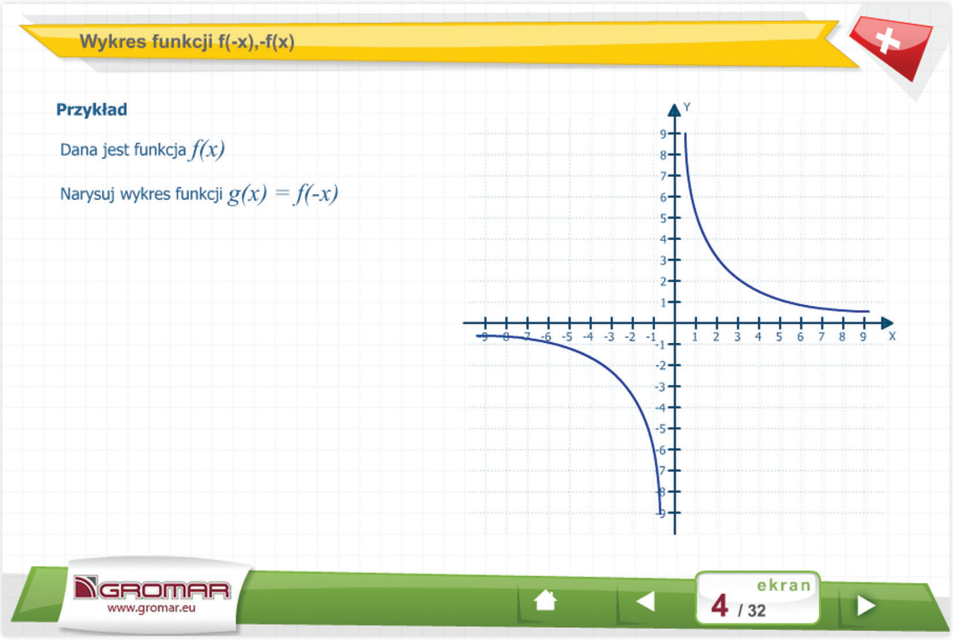


Rysunek 17 - wykres funkcji f(x) - cz. 1

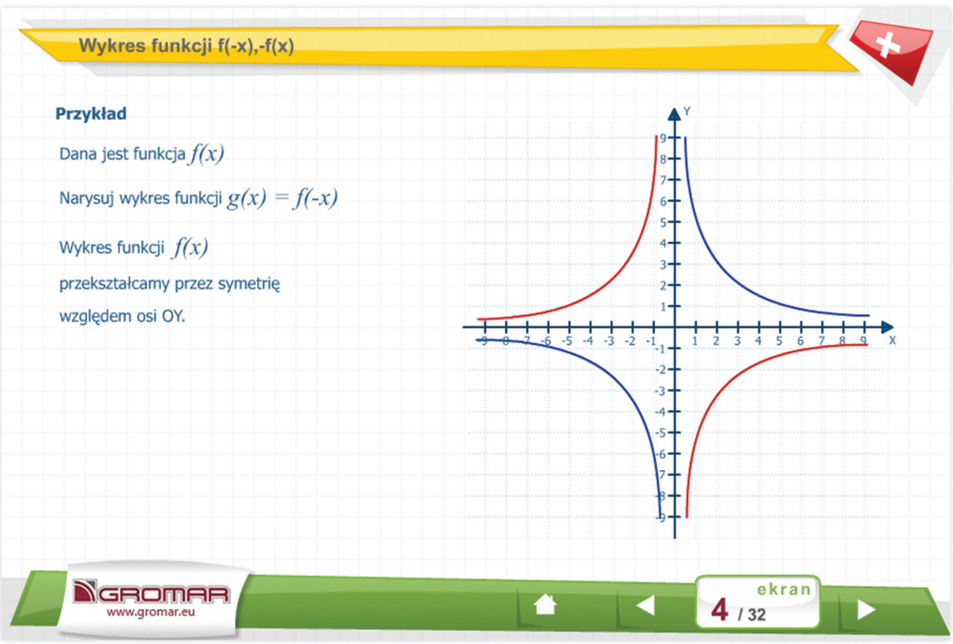


Rysunek 18 – wykres funkcji f(-x) - cz.2

System pokazuje kolejny przykład konstrukcji funkcji.

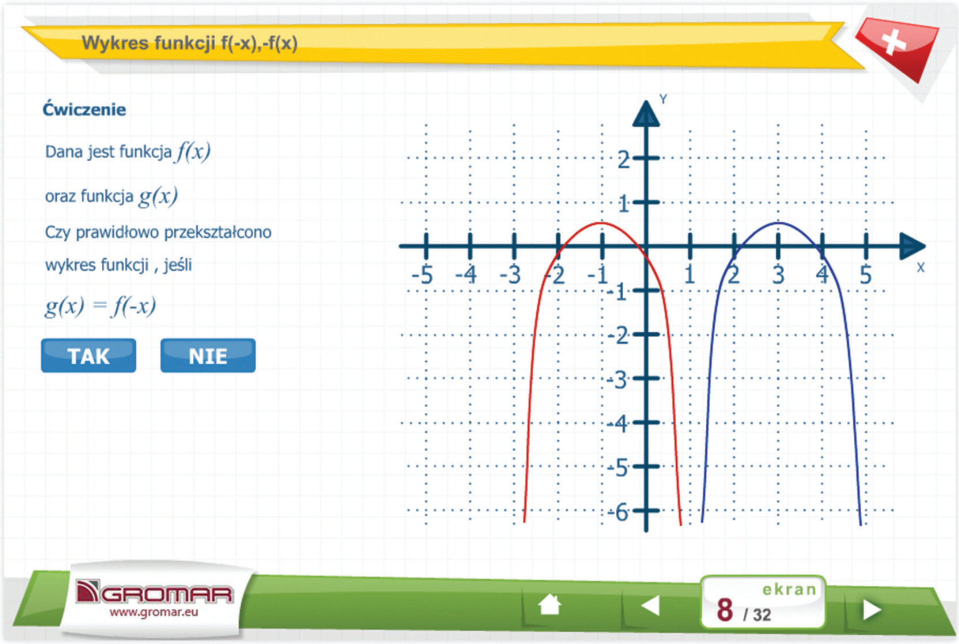


Rysunek 19 – wykres funkcji f(-x) cz.1



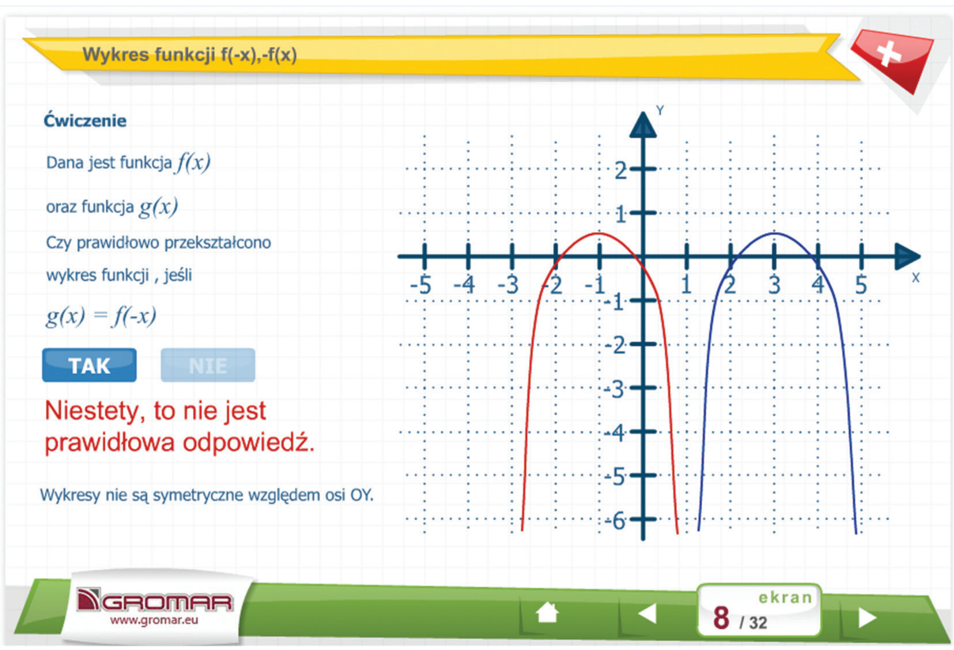
Rysunek 20 – wykres funkcji f(-x) cz.2

System sprawdza zrozumienie konstrukcji wykresu funkcji f(-x). Uczeń otrzymuje odpowiednie wykresy i odpowiada na pytanie, czy prawidłowo przekształcono wykres funkcji.



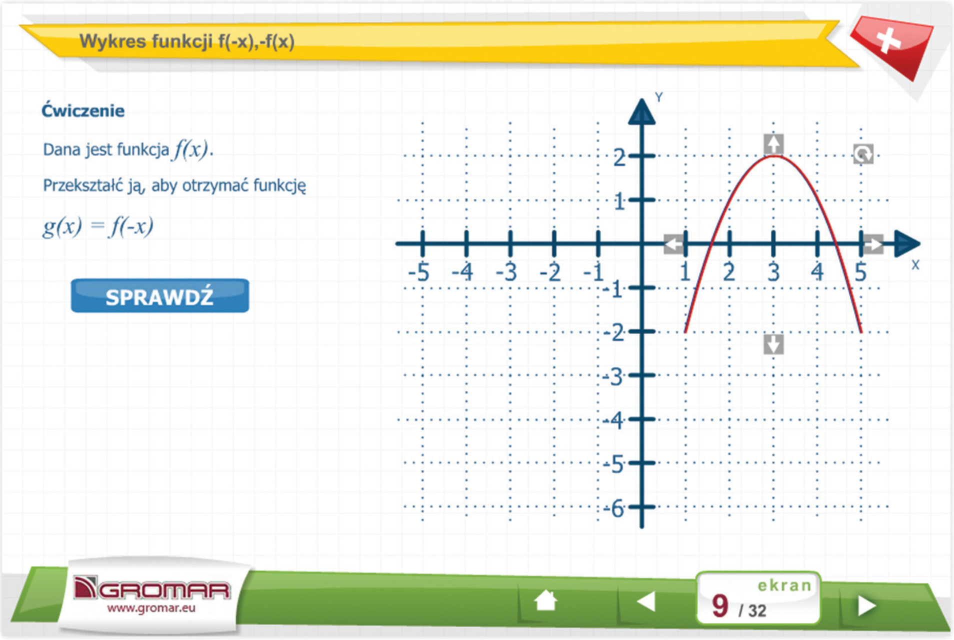
Rysunek 21 - przekształcenia wykresu - pytanie

Jeśli uczeń odpowiedział błędnie, system informuje dlaczego odpowiedź jest nieprawidłowa.

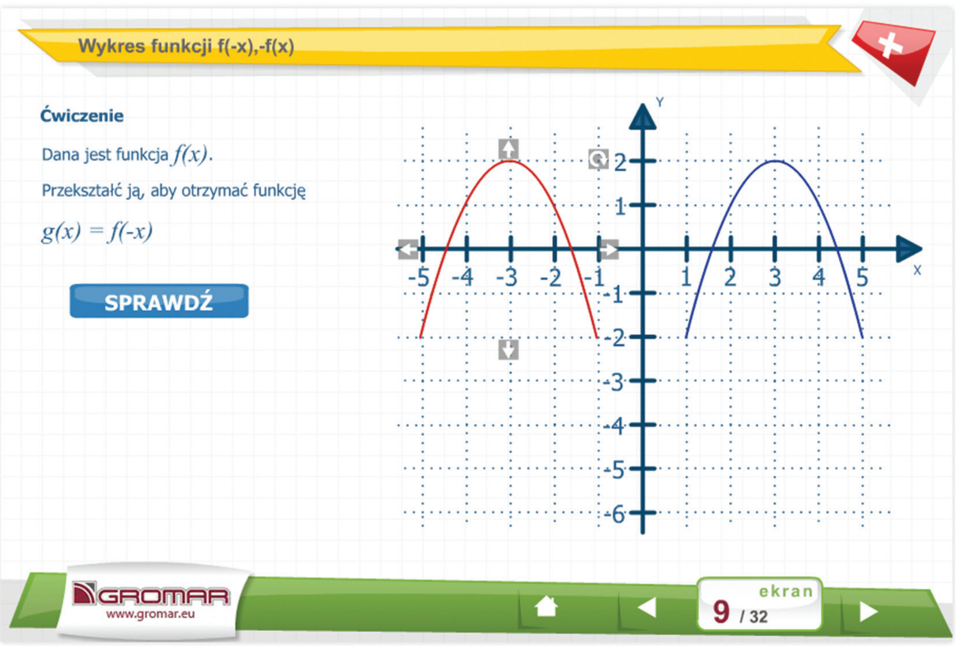


Rysunek 22 - przekształcenia wykresu - weryfikacja odpowiedzi

Uczeń przechodzi do rozwiązywania ćwiczeń. Uczeń ma możliwość przesuwania i obracania wykresu. Jego zadaniem jest odpowiednie jego przekształcenie.

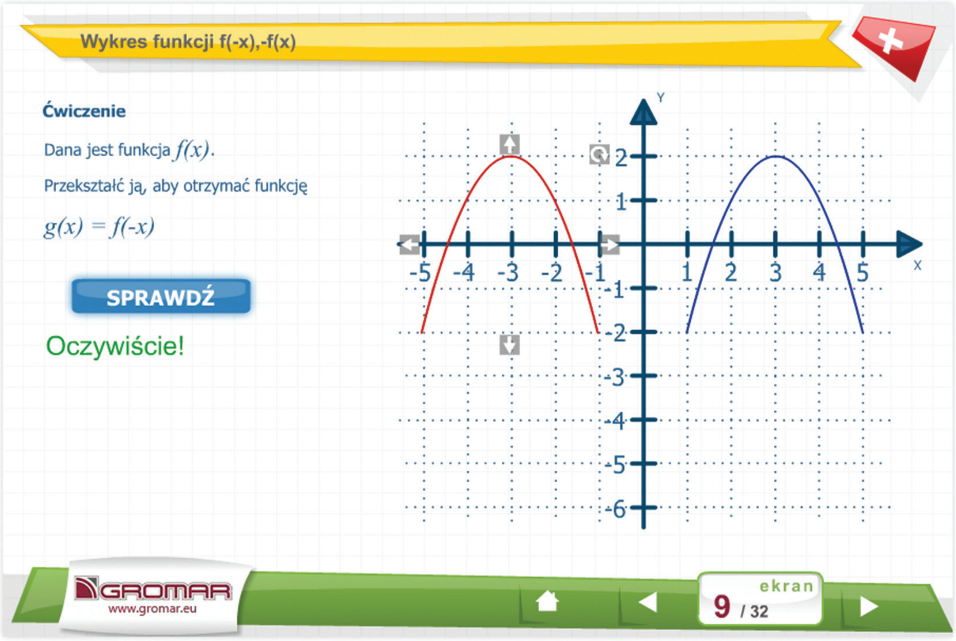


Rysunek 23 - sposób udzielania odpowiedzi - cz.1



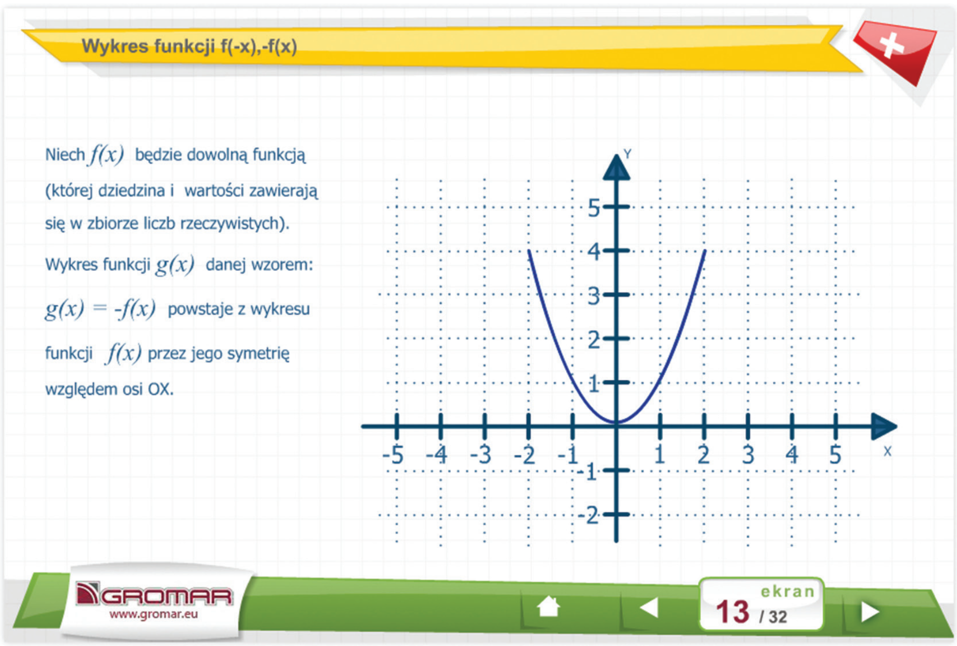
Rysunek 24 - sposób udzielania odpowiedzi - cz.2

System sprawdza czy wykres został prawidłowo przekształcony.

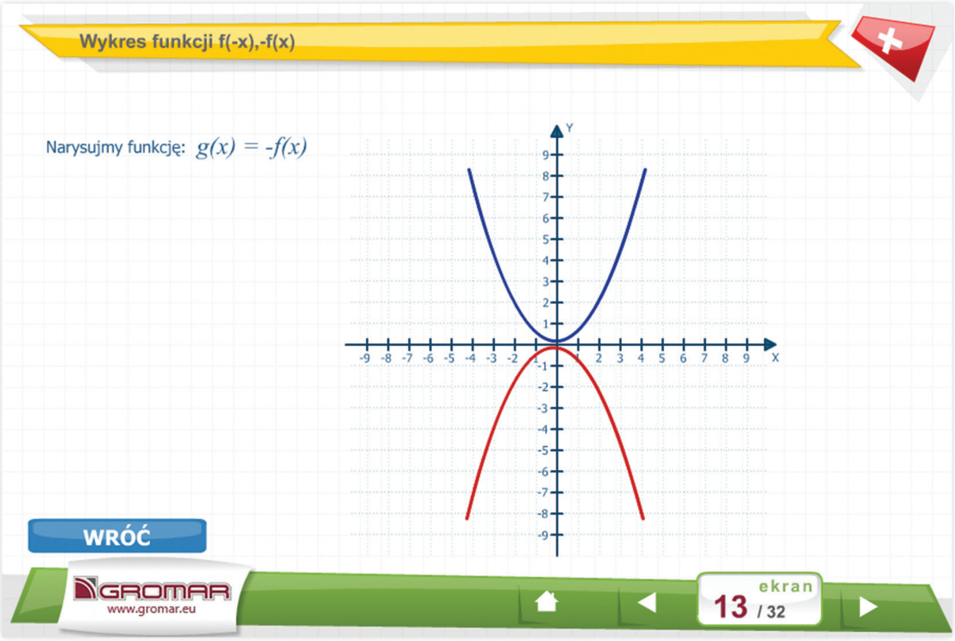


Rysunek 25 - sposób udzielania odpowiedzi - cz.3

System wprowadza ucznia w konstrukcję funkcji -f(x), mając daną funkcję f(x).

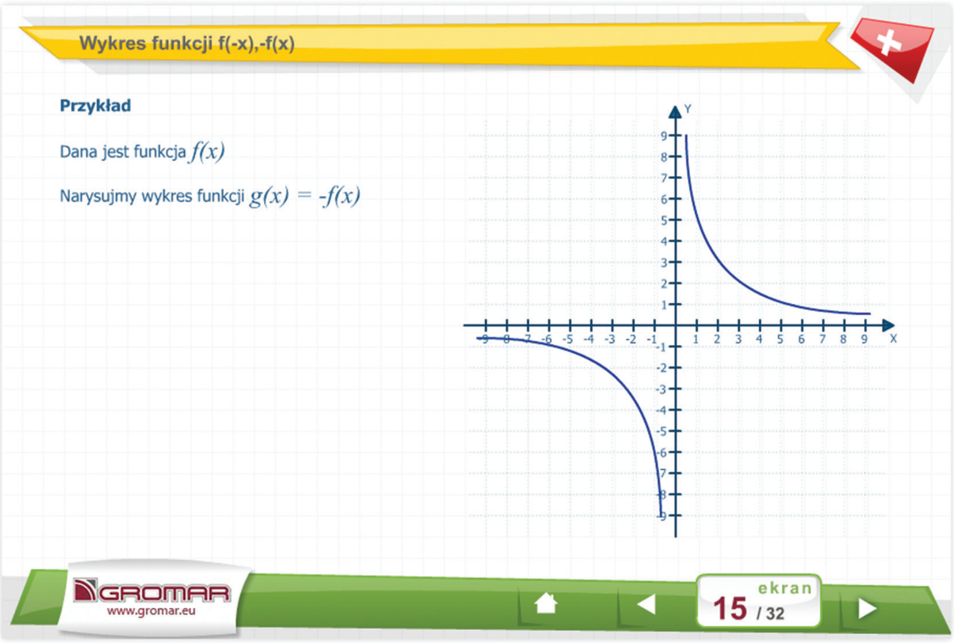


Rysunek 26 - wykres funkcji -f(x) wprowadzenie - cz.1

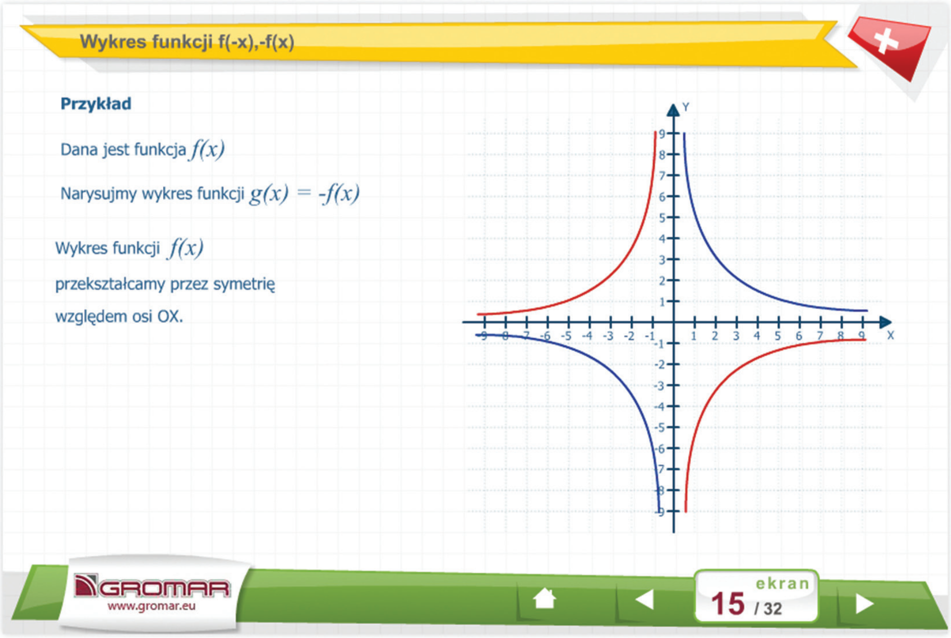


Rysunek 27- wykres funkcji -f(x) wprowadzenie - cz.2

System pokazuje kolejny przykład konstrukcji funkcji.

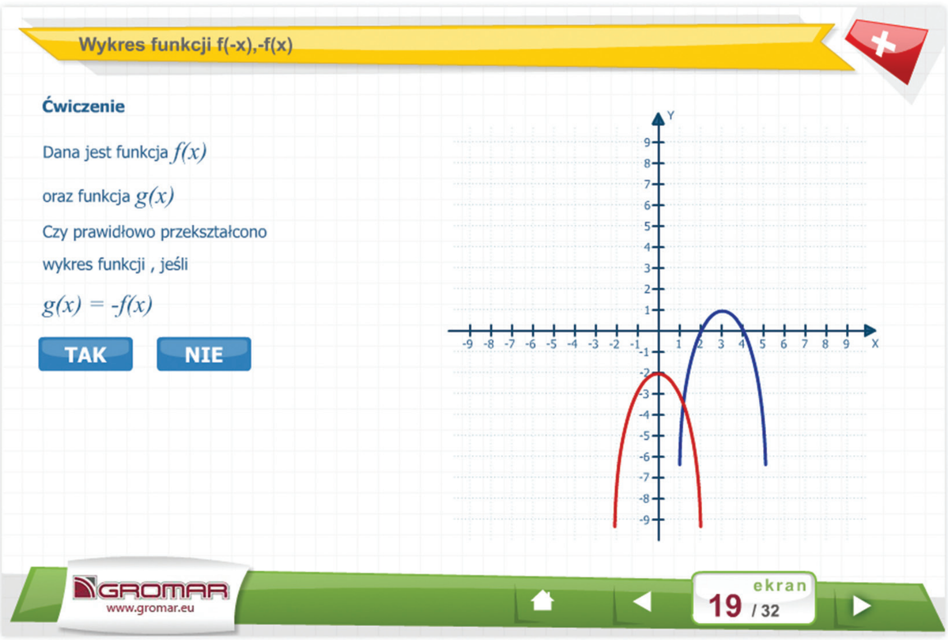


Rysunek 28 - wykres funkcji -f(x) wprowadzenie - cz.1



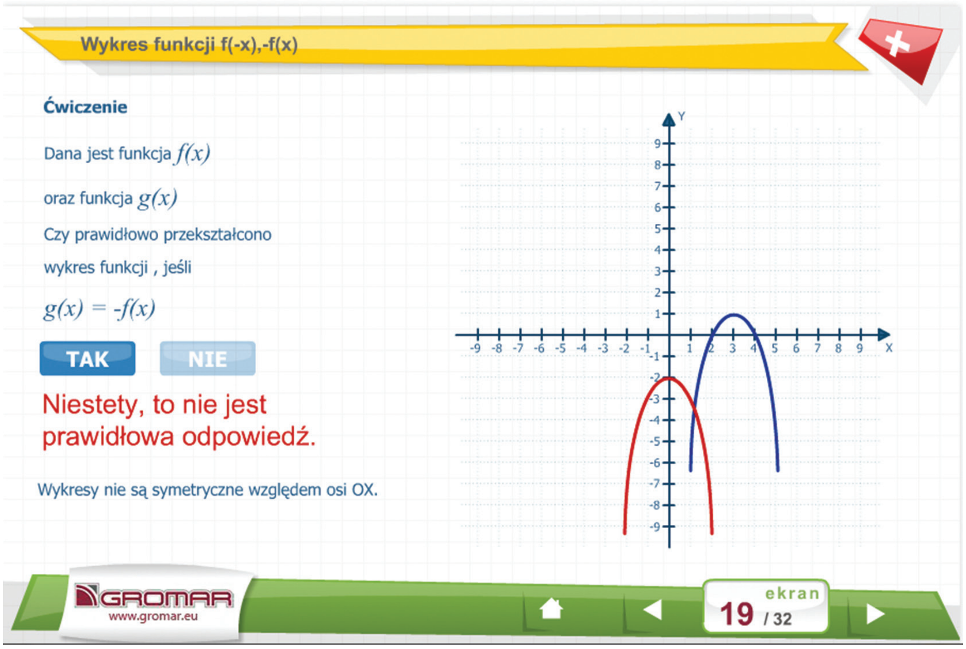
Rysunek 29 - wykres funkcji -f(x) wprowadzenie - cz.2

System sprawdza, zrozumienie konstrukcji funkcji -f(x). Uczeń otrzymuje odpowiednie wykresy i odpowiada na pytanie, czy prawidłowo przekształcono wykres funkcji.



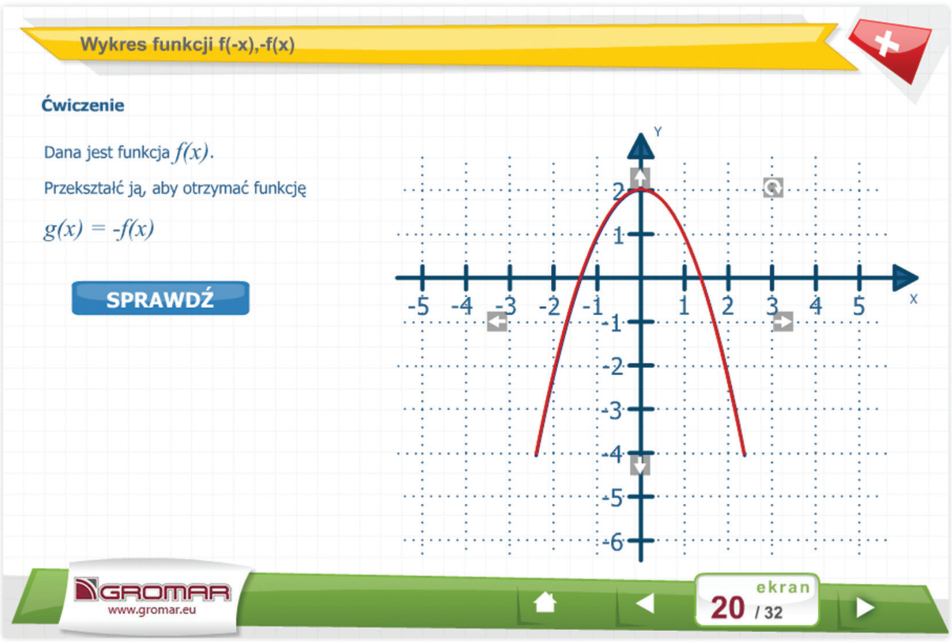
Rysunek 30 - przekształcenia wykresu - pytanie

Jeśli uczeń odpowiedział błędnie, system informuje dlaczego odpowiedź jest nieprawidłowa.



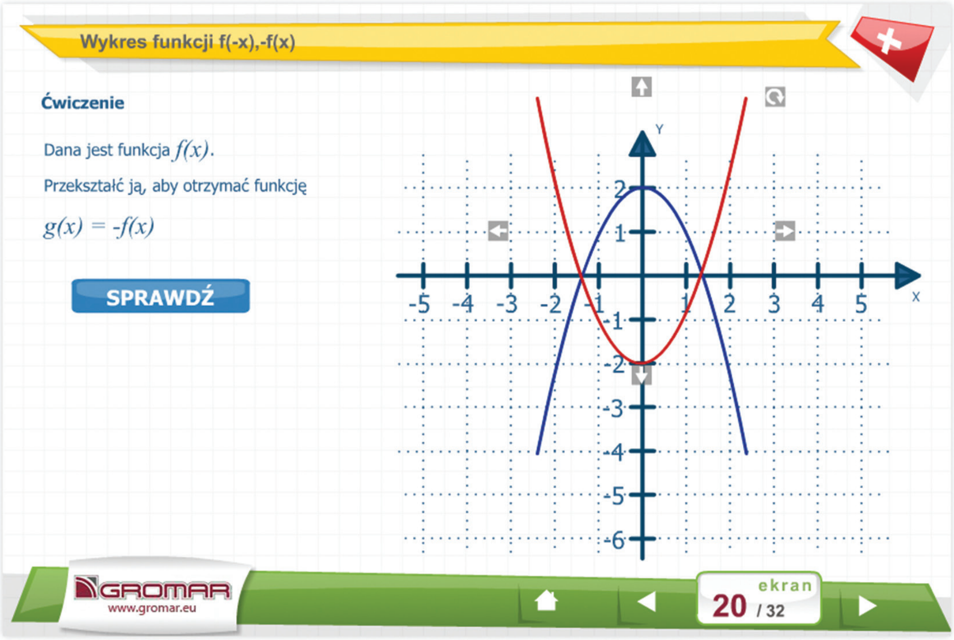
Rysunek 31 - przekształcenia wykresu - weryfikacja odpowiedzi

Uczeń przechodzi do rozwiązywania ćwiczeń. Uczeń ma możliwość przesuwania i obracania wykresu. Jego zadaniem jest odpowiednie jego przekształcenie.



Rysunek 32 - sposób udzielania odpowiedzi - cz.1

System sprawdza czy wykres został prawidłowo przekształcony.



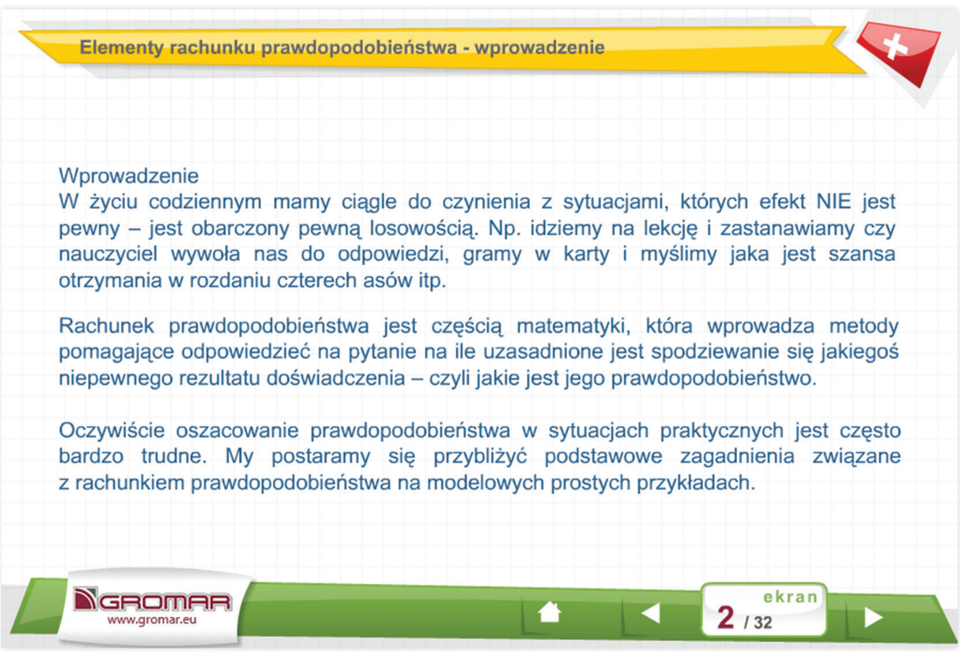
Rysunek 33 - sposób udzielania odpowiedzi - cz.2

3.2.3 Prawdopodobieństwo

Na zagadnienia związane z rachunkiem prawdopodobieństwa w kontekście metodyki odwróconej klasy popatrzmy przez pryzmat modułu: Elementy rachunku prawdopodobieństwa – wprowadzenie.
Celem tego modułu jest płynne wprowadzenie ucznia w zagadnienia związane z rachunkiem prawdopodobieństwa. Uczeń na modelowych przykładach poznaje/ugruntowuje takie pojęcia jak:

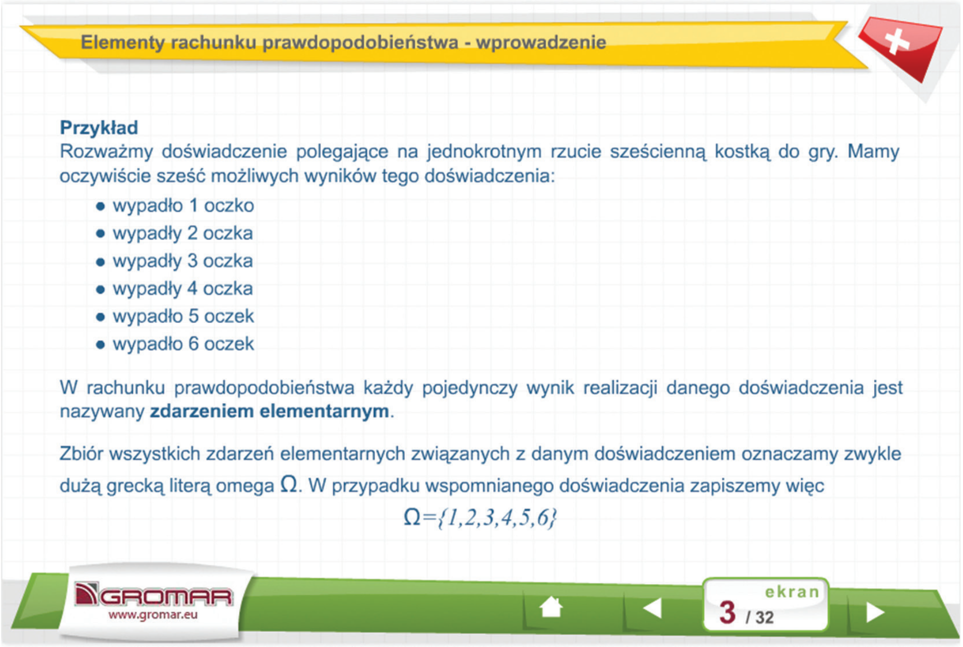
- zdarzenie elementarne
- zbiór zdarzeń elementarnych
- zdarzenie losowe (krótko: zdarzenie)
- prawdopodobieństwo zdarzenia (def. klasyczna)
- zdarzenie pewne
- zdarzenie niemożliwe

Zaczynamy od osadzenia zagadnień związanych z rachunkiem prawdopodobieństwa w rzeczywistości, z którą uczeń ma do czynienia na co dzień. Sprzyja to zainteresowaniu podejmowaną tematyką.



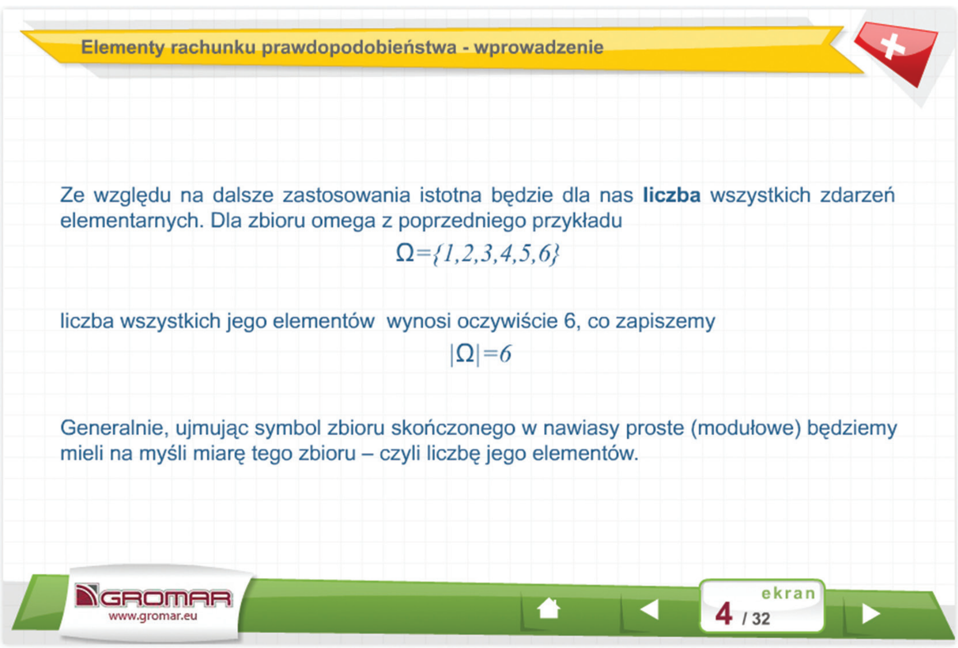
Rysunek 34 - rachunek prawdopodobieństwa – wstęp

Na bazie modelowego przykładu (rzut kostką sześcienną do gry) uczeń przypomina sobie pojęcie zdarzenia elementarnego oraz zbioru zdarzeń elementarnych, jakie pojawiły się już na poprzednim etapie edukacyjnym.



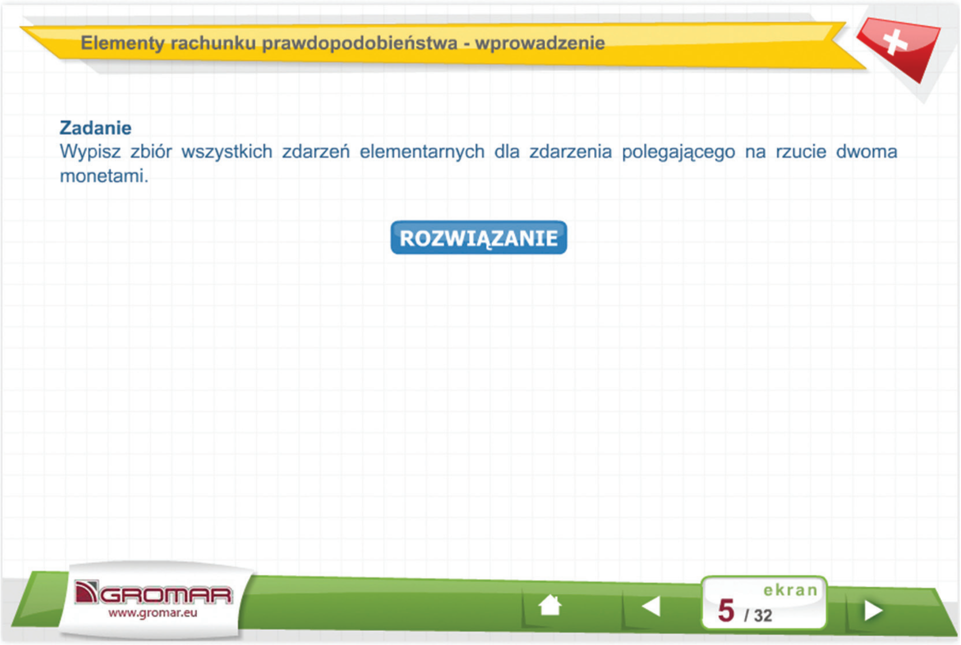
Rysunek 35 - zdarzenia elementarne - na przykładzie

Aby mówić o klasycznej definicji prawdopodobieństwa konieczne jest posługiwanie się m.in. takim pojęciem jak liczba wszystkich zdarzeń elementarnych związanych z danym doświadczeniem. Uczeń przypomina sobie to zagadnienie i związaną z nim symbolikę zapisów formalnych.



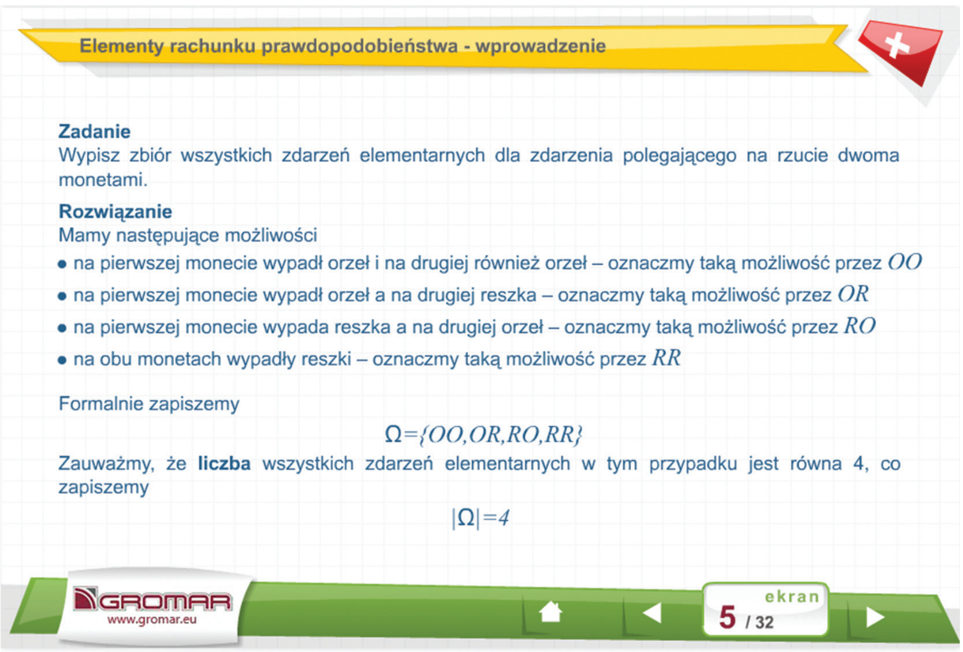
Rysunek 36 - liczność zbioru zdarzeń elementarnych

Czas na proste zadanie (z przykładowym rozwiązaniem), na którym uczeń weryfikuje i utrwala rozumienie przypomnianych pojęć. Posługujemy się tutaj kolejnym modelowym doświadczeniem – rzutem dwoma monetami. Oczywiście na początek pojawia się samo sformułowanie zadania – bez rozwiązania. Chodzi o to, aby uczeń miał możliwość samodzielnego zmierzenia się z problemem.



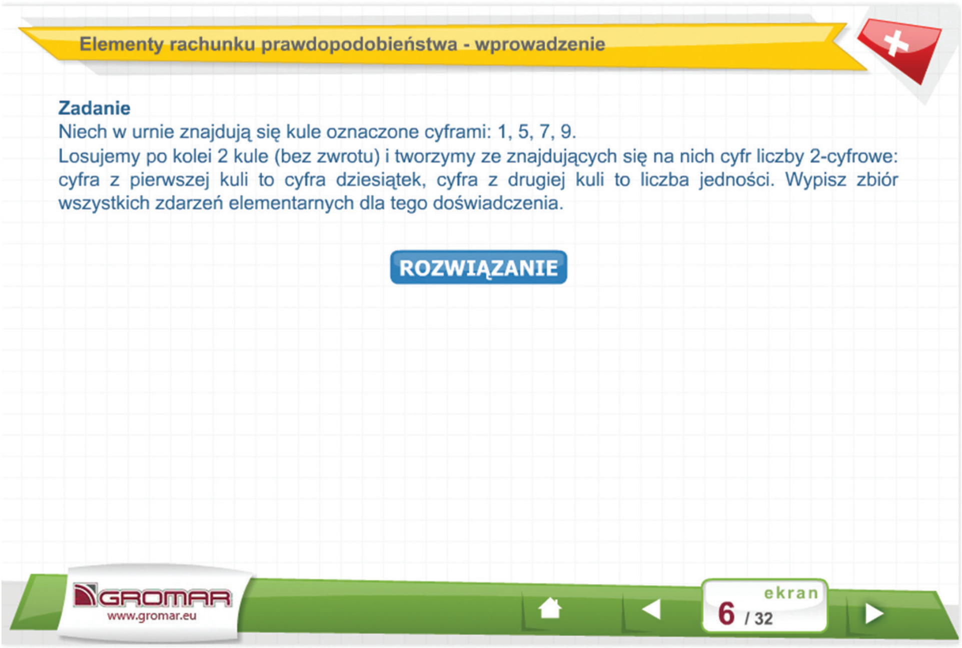
Rysunek 37 - zbiór zdarzeń elementarnych - sformułowanie zadania

Celem weryfikacji rozwiązania uczniowskiego po naciśnięciu przycisku pojawia się pełne rozwiązanie. Rozwiązania pisane są bardzo elementarnym językiem. Każdy formalny zapis poprzedzony jest wyczerpującym komentarzem:



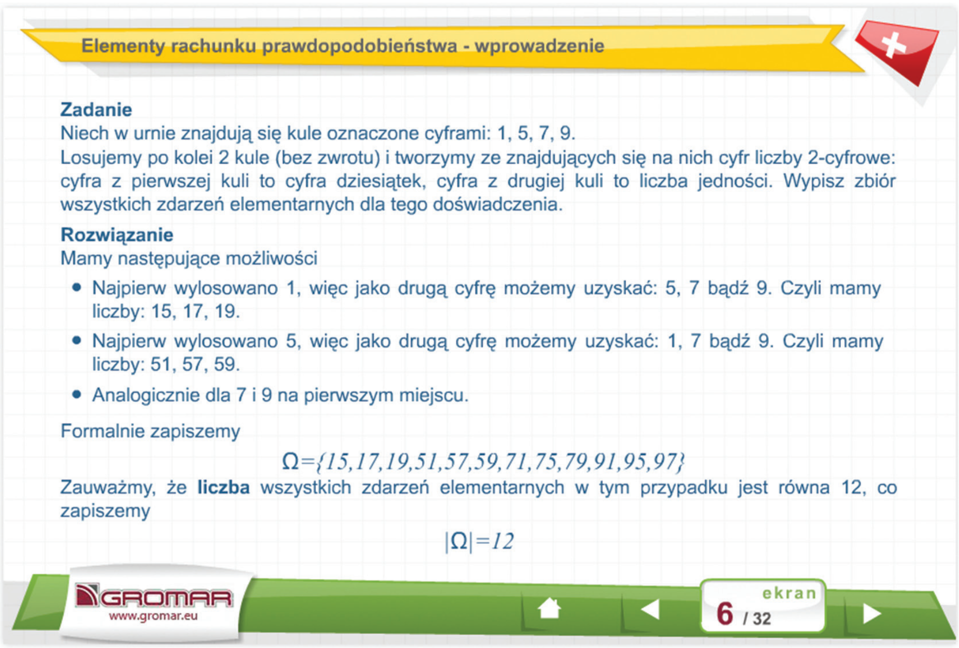
Rysunek 38 - zbiór zdarzeń elementarnych - zadanie z rozwiązaniem

Dalej uczeń napotyka następne zadanie z analogicznym poleceniem. Tym razem bazujemy na losowaniu cyfr i tworzeniu z nich liczb o ustalonej liczbie cyfr. Z racji, że jest to kolejne zadanie z serii może ono posłużyć np. do poruszenia omawianych zagadnień na lekcji.



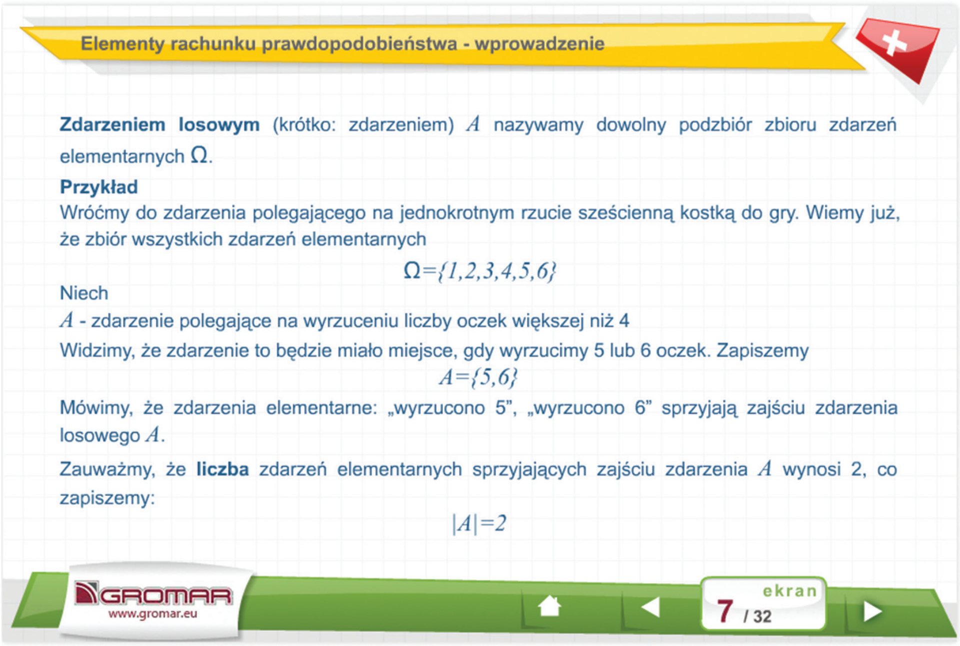
Rysunek 39 - zbiór zdarzeń elementarnych - tworzenie liczb z cyfr - treść zadania

Użyteczne będzie zatem i w tym kontekście odseparowanie treści od pełnego rozwiązania zadania.



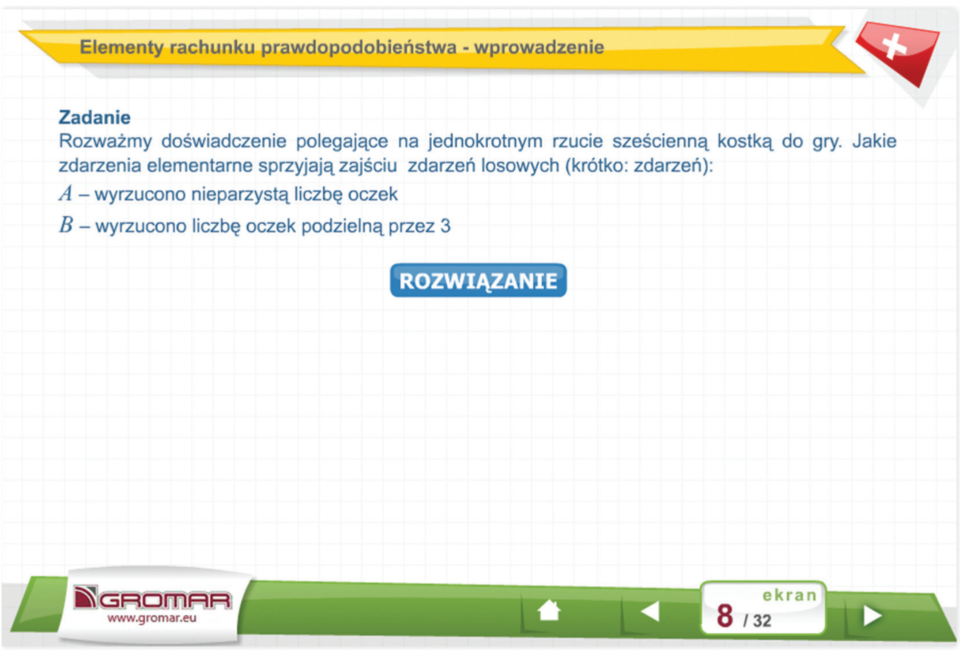
Rysunek 40 - zbiór zdarzeń elementarnych - tworzenie liczb z cyfr - rozwiązanie zadania

Uczeń otrzymuje definicję zdarzenia losowego. Definicja jest oczywiście poparta przykładem bazującym na omówionym wcześniej doświadczeniu. Dodatkowo pojawia się pojęcie liczby zdarzeń elementarnych sprzyjających zajściu danego zdarzenia losowego.

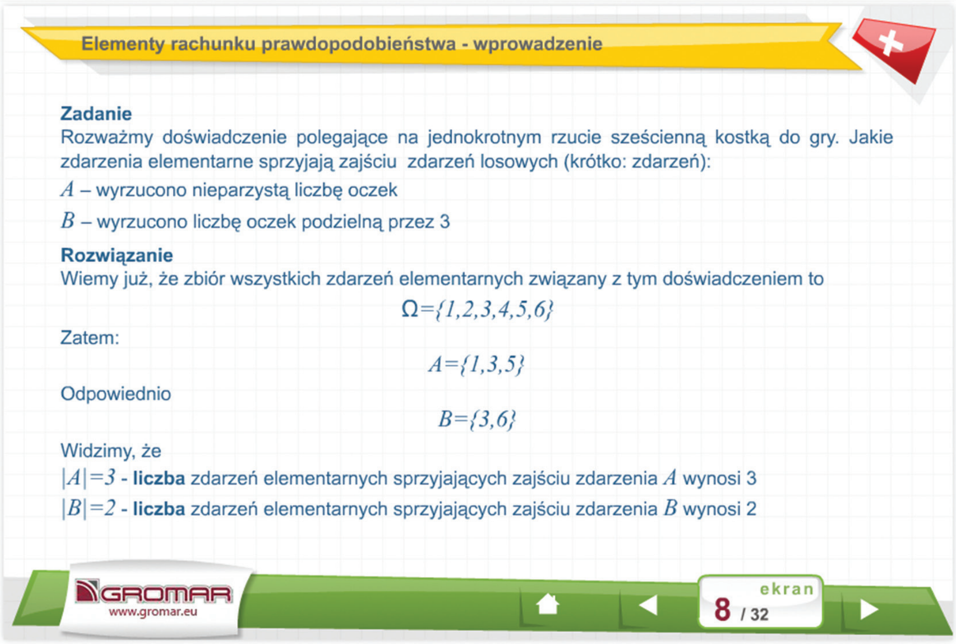


Rysunek 41 - zdarzenie losowe

W kontekście tego samego doświadczenia uczeń otrzymuje zadanie z analogicznym poleceniem do tego, które pojawiło się we wcześniejszym przykładzie.

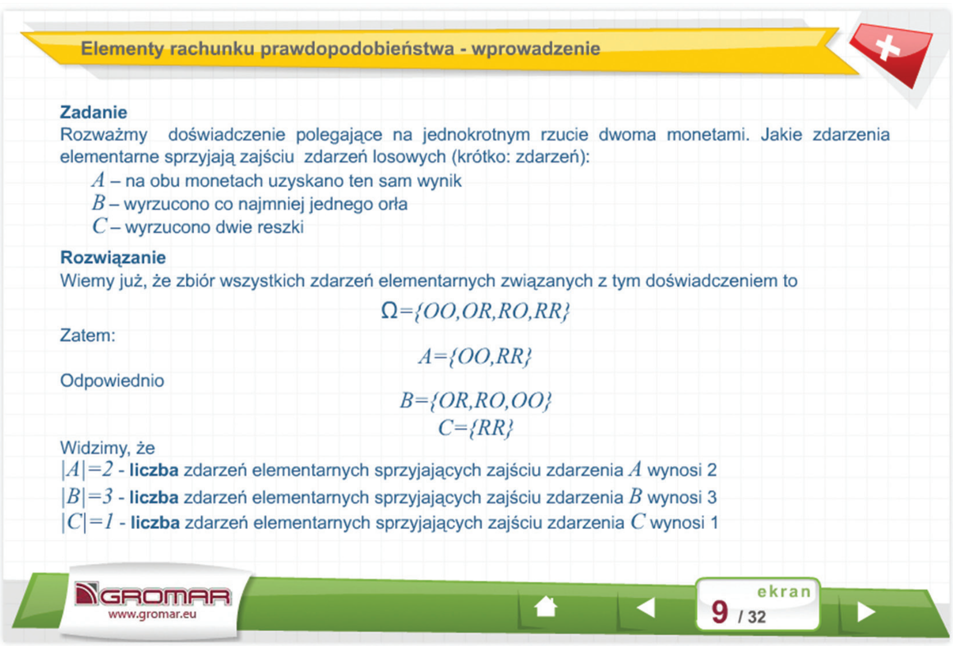


Rysunek 42 - zdarzenie losowe - zadanie - treść

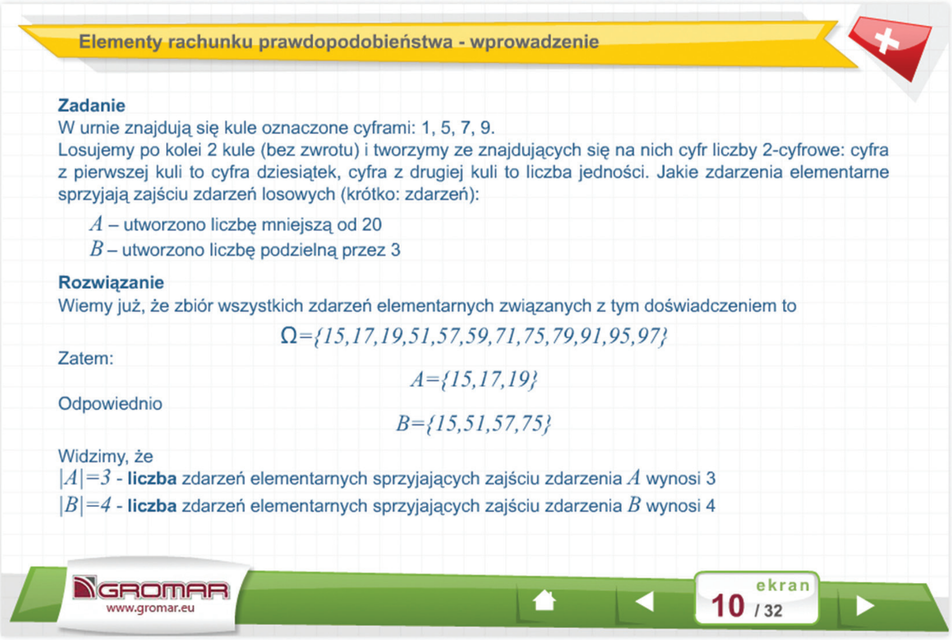


Rysunek 43 - zdarzenie losowe - zadanie - rozwiązanie

Dalej mamy jeszcze 2 podobne zadania. Do każdego z nich jest dostępne pełne rozwiązanie z komentarzem. Jedno z nich może być użyte na lekcji do weryfikacji zrozumienia przedmiotowych zagadnień.

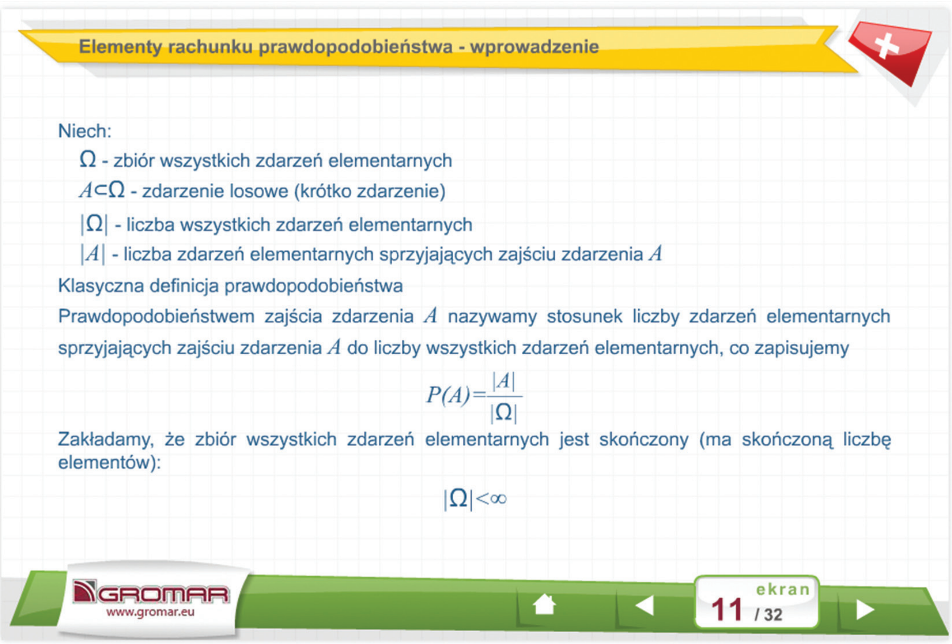


Rysunek 44 - zdarzenie losowe - zadanie 2- treść + rozwiązanie



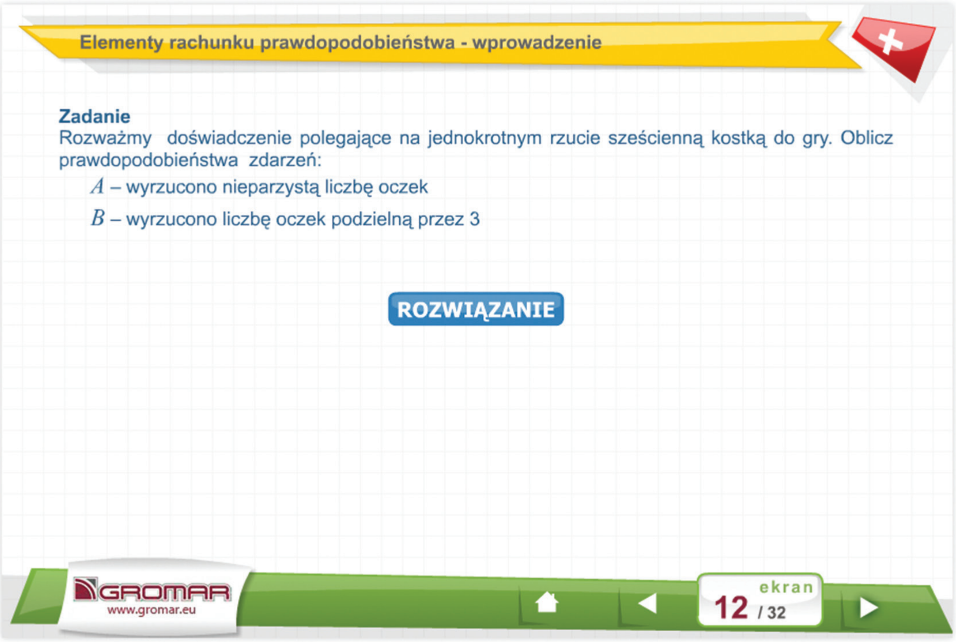
Rysunek 45 - zdarzenie losowe - zadanie 3- treść + rozwiązanie

Uczeń otrzymuje klasyczną definicję prawdopodobieństwa. Jest ona sformułowana w oparciu o pojęcia, których definicje oraz odpowiednie przykłady i zadania pojawiły się wcześniej w omawianym module.



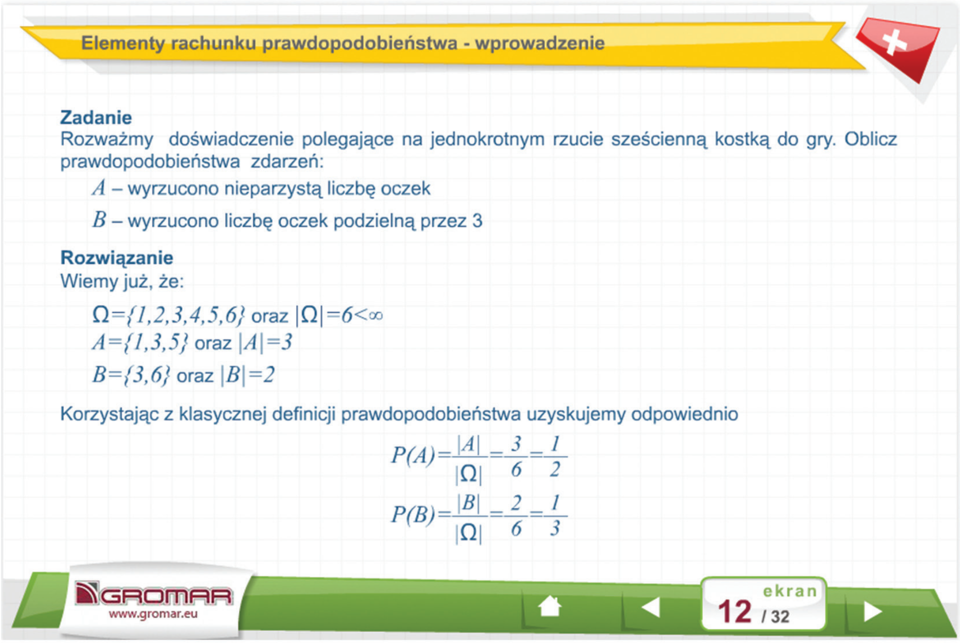
Rysunek 46 - klasyczna definicja prawdopodobieństwa

Od razu pojawia się modelowe zadanie na wykorzystanie klasycznej definicji prawdopodobieństwa. „Tradycyjnie" uczeń widzi na początek samo sformułowanie zadania.



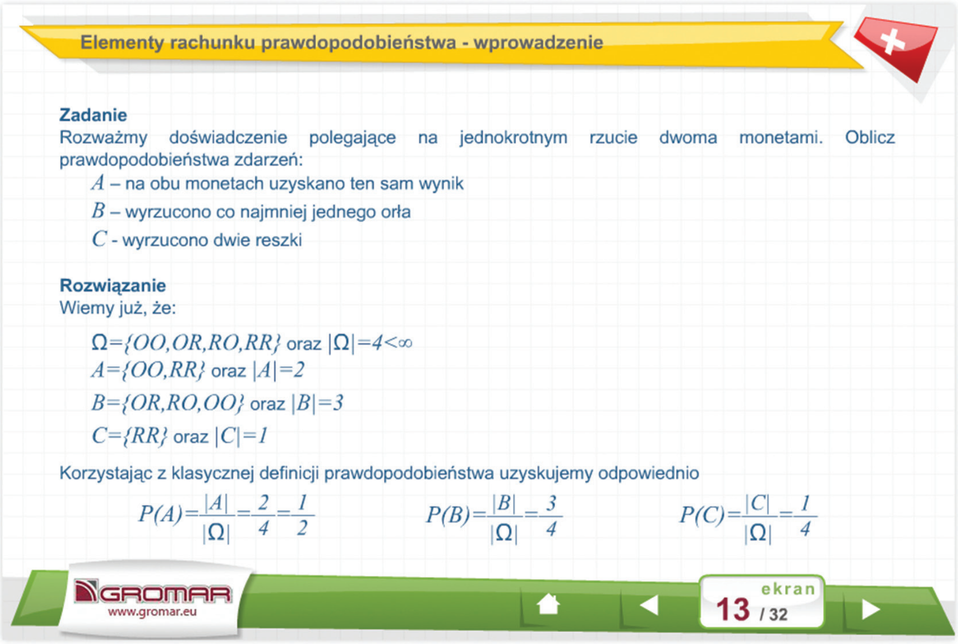
Rysunek 47 - klasyczna definicja prawdopodobieństwa - zadanie - treść

Rozwiązanie pojawia się na życzenie.

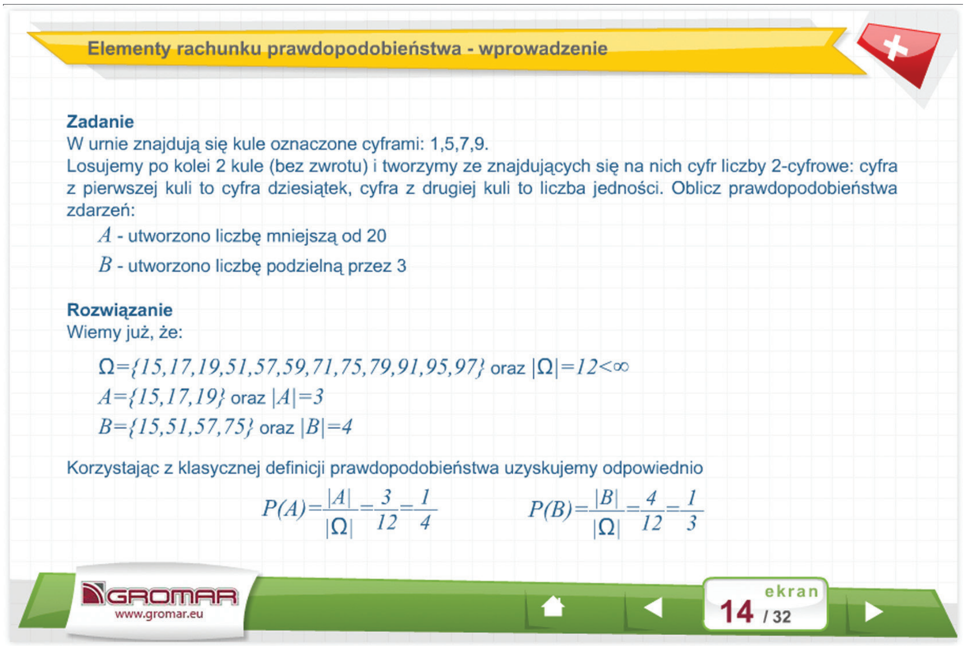


Rysunek 48 - klasyczna definicja prawdopodobieństwa - zadanie - rozwiązanie

Dalej dostępne są jeszcze dwa analogiczne zadania sformułowane w kontekście omawianych wcześniej modelowych doświadczeń (oczywiście z pełnym rozwiązaniem na życzenie). Jedno z nich można np. wykorzystać na lekcji.

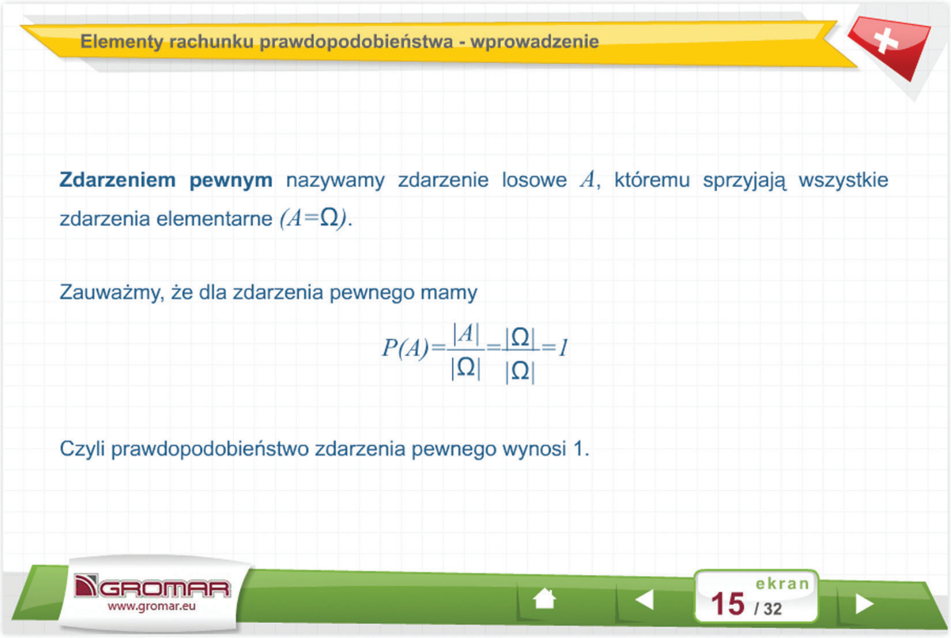


Rysunek 49 - klasyczna definicja prawdopodobieństwa - zadanie 2 - treść + rozwiązanie

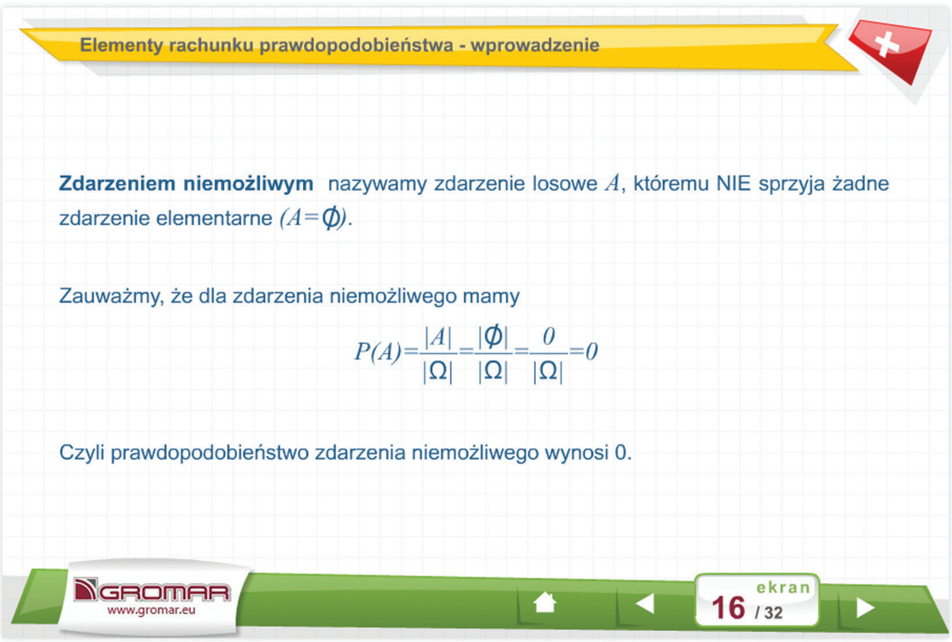


Rysunek 50 - klasyczna definicja prawdopodobieństwa - zadanie 3 - treść + rozwiązanie

Uczeń otrzymuje definicje zdarzenia pewnego oraz zdarzenia niemożliwego. Pojęcia te pojawiają się zarówno w kontekście liczby zdarzeń elementarnych sprzyjających zajściu tych zdarzeń jak i w kontekście wynikającego z tego prawdopodobieństwa zdarzeń.

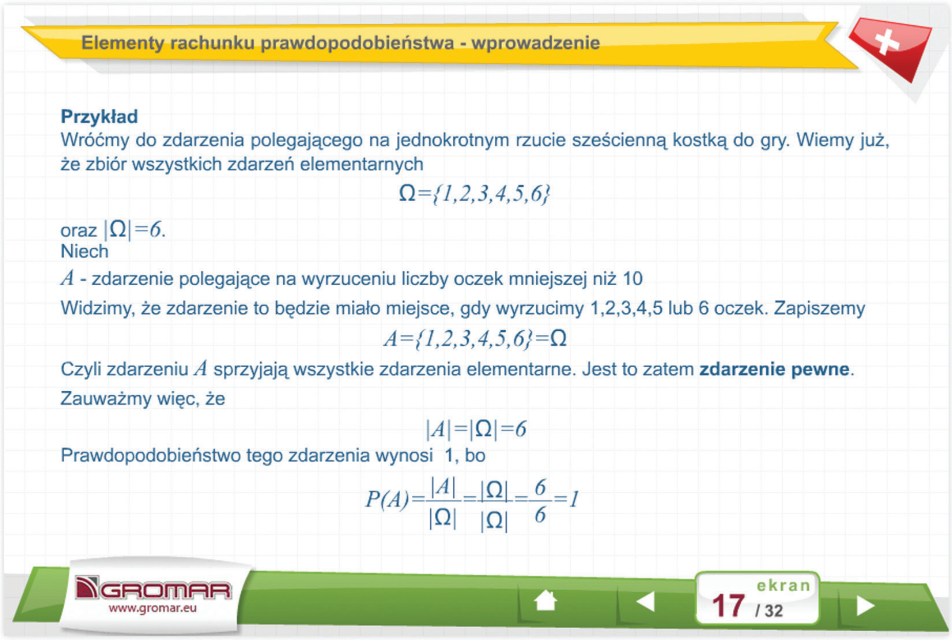


Rysunek 51 - zdarzenie pewne - definicja

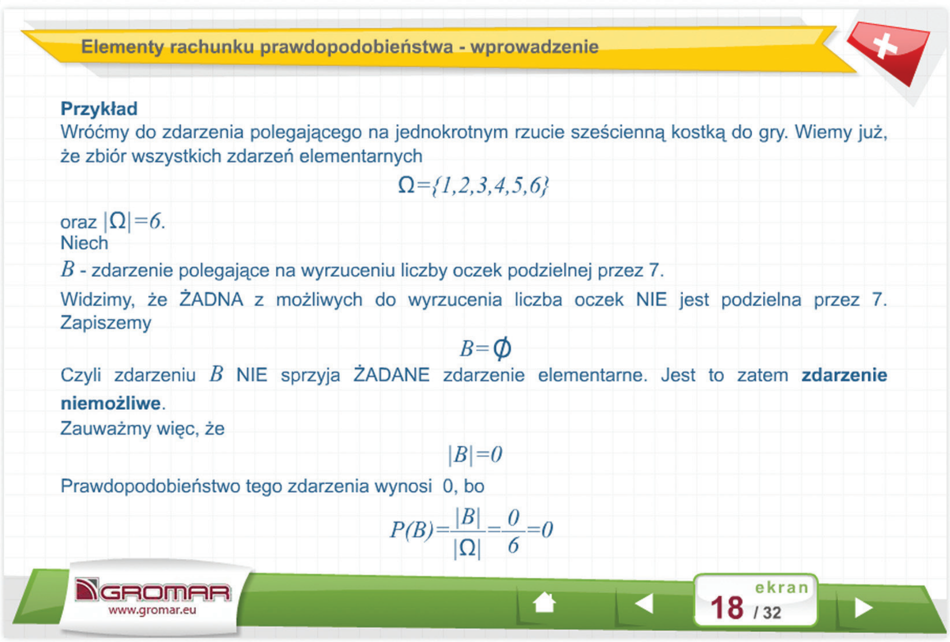


Rysunek 52 - zdarzenie niemożliwe - definicja

Dwa następne przykłady ilustrują uczniowi sformułowane definicje. Cały czas poruszamy się w obrębie wcześniej omówionych modelowych doświadczeń.

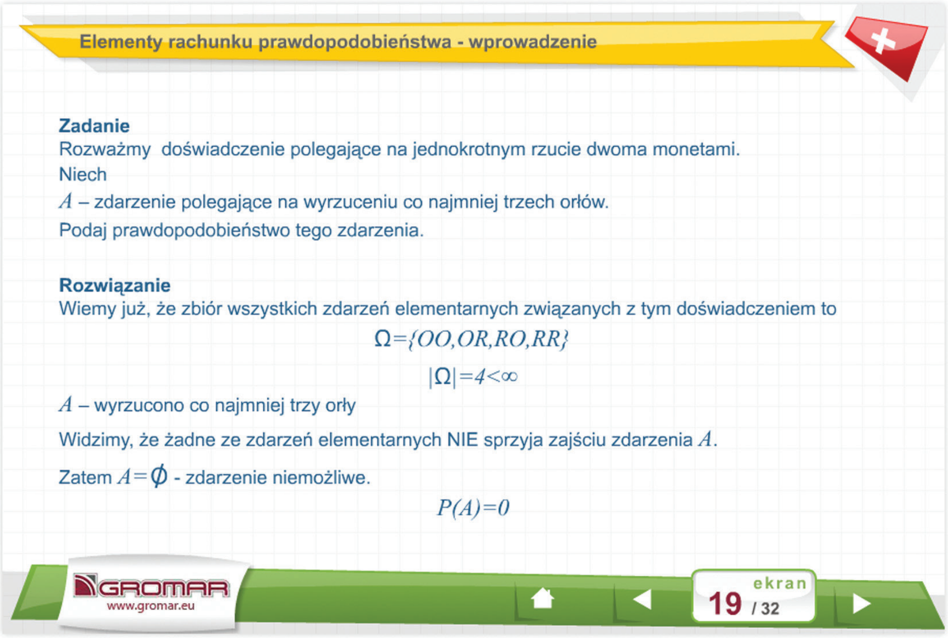


Rysunek 53 - zdarzenie pewne - przykład

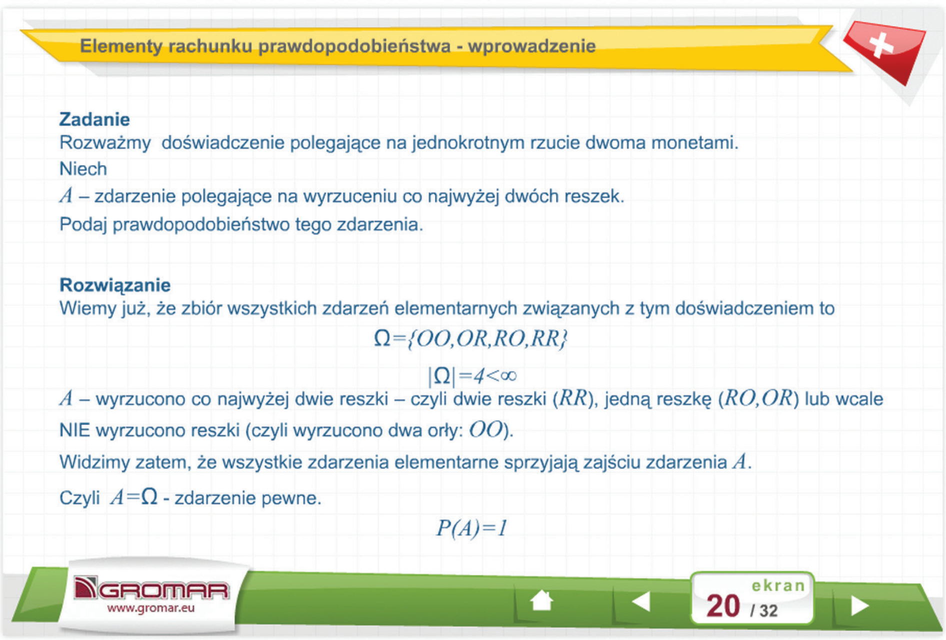


Rysunek 54 - zdarzenie niemożliwe – przykład

Nie może oczywiście zabraknąć zadań, w których pojawiają się wprowadzone/ przypomniane pojęcia.

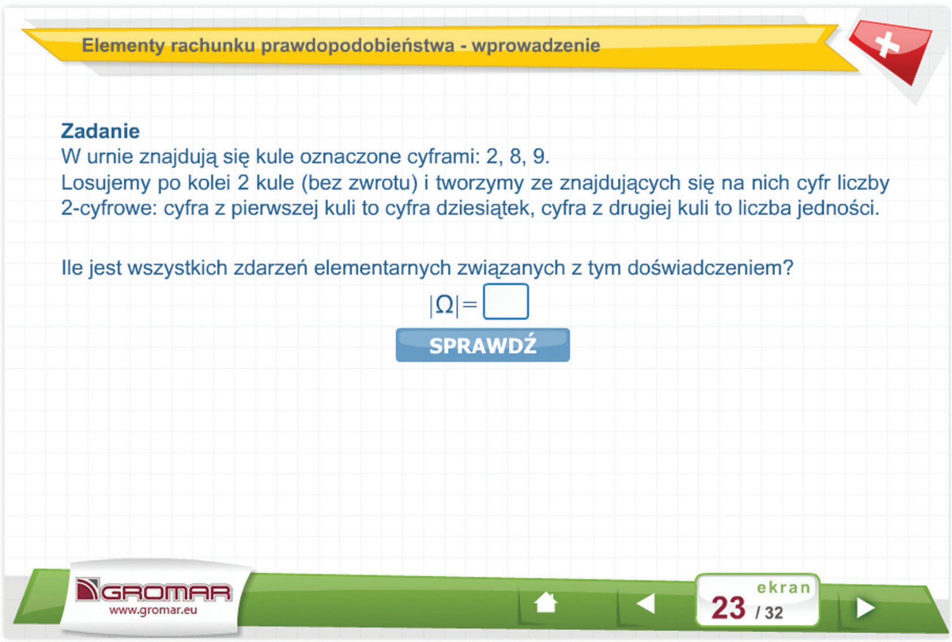


Rysunek 55 - zdarzenie niemożliwe - zadanie z rozwiązaniem

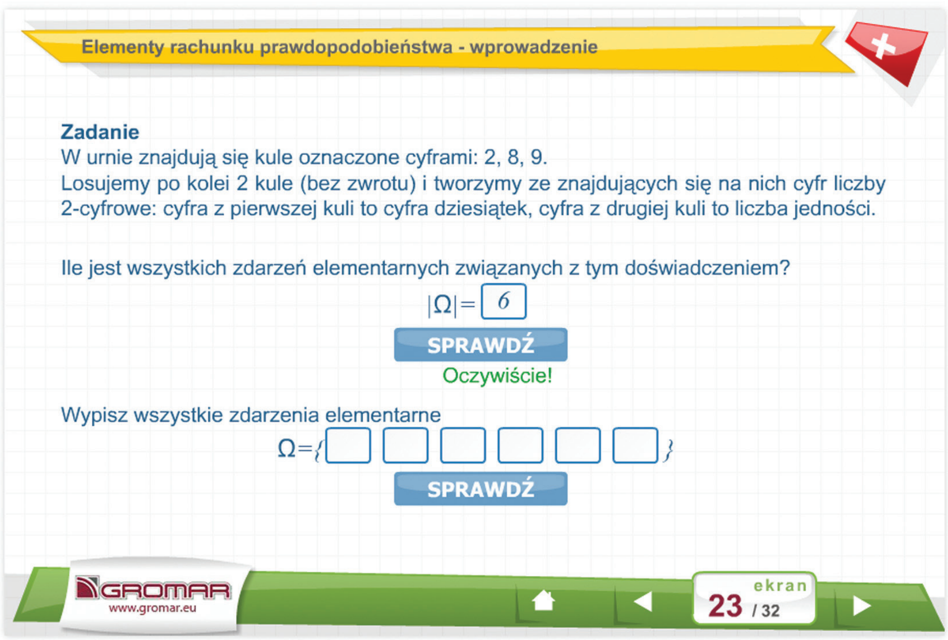


Rysunek 56 - zdarzenie pewne - zadanie z rozwiązaniem

W części sprawdzającej uczeń weryfikuje swoją wiedzę i umiejętności w zakresie poruszanym w tym module. Pojawiają się tutaj zadania analogiczne do tych, z którymi uczeń zetknął się w części wprowadzającej. Tym razem jednak system nie serwuje pełnego rozwiązania, ale oczekuje na wpisanie poszczególnych części rozwiązania przez ucznia. W pierwszym typie zadania uczeń musi podać liczność zbioru zdarzeń elementarnych oraz wyspecyfikować jego elementy. Poprawność udzielonych odpowiedzi jest weryfikowana przez system.

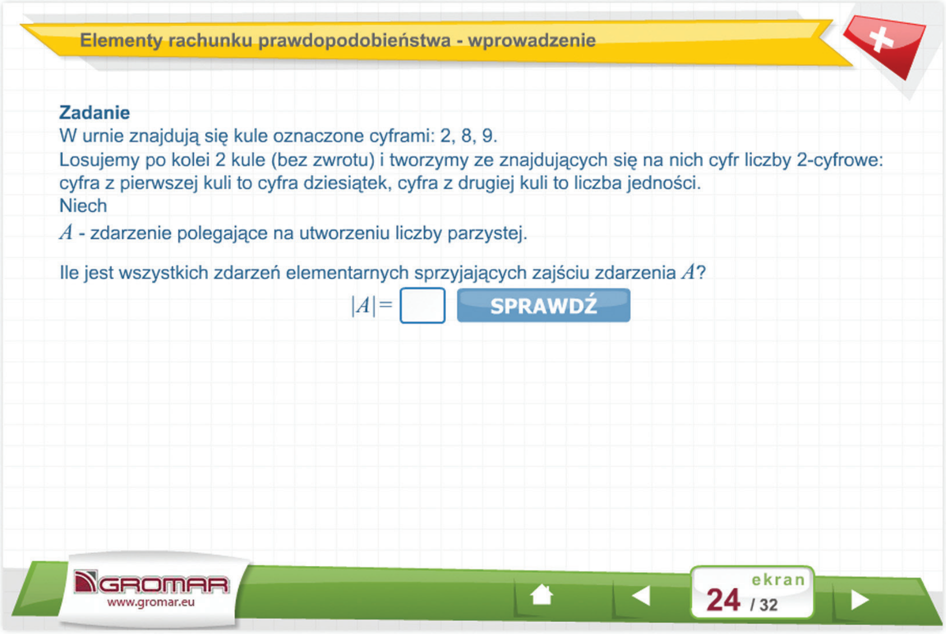


Rysunek 57 - zadanie sprawdzające - liczność zbioru zdarzeń elementarnych



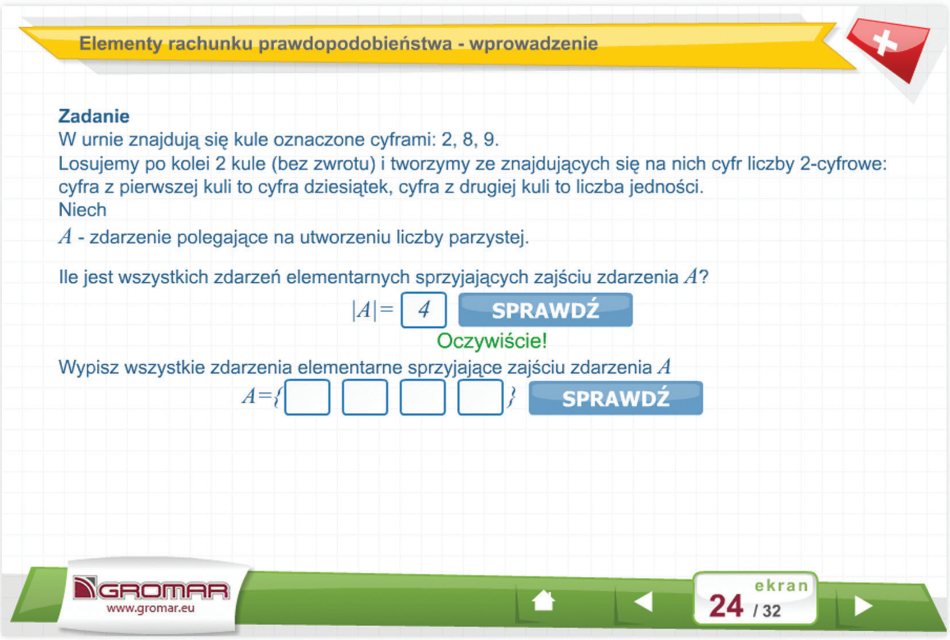
Rysunek 58 - zadanie sprawdzające - specyfikacja zbioru zdarzeń elementarnych

Drugi typ zadania sprawdzającego to zadania 3-etapowe. W kontekście opisanego w zadaniu doświadczenia i zdarzenia losowego uczeń podaje najpierw liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających zajściu zdarzenia losowego.



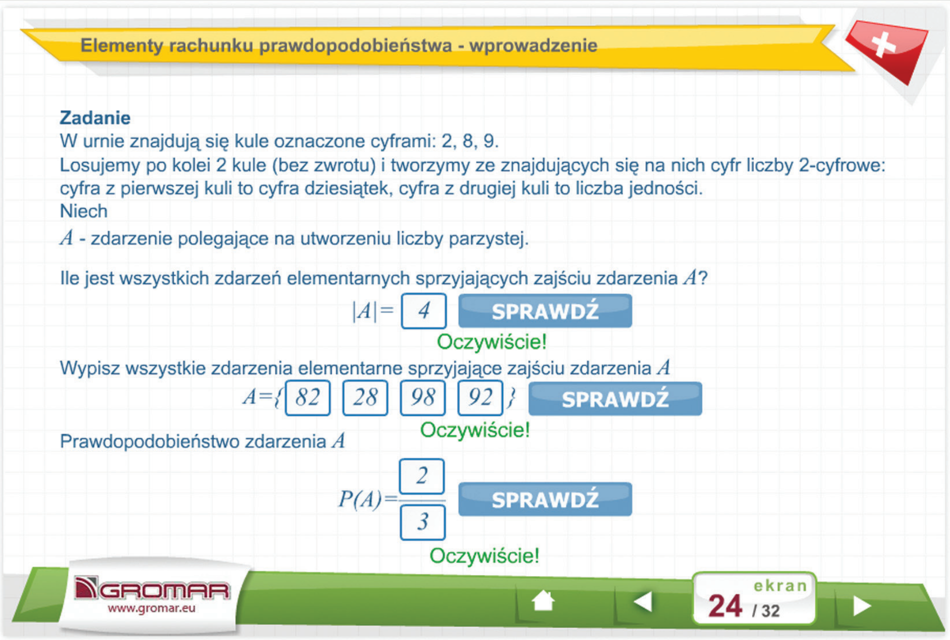
Rysunek 59 - zadanie sprawdzające - liczba zdarzeń elementarnych sprzyjających zdarzeniu losowemu

Dalej uczeń specyfikuje zdarzenia elementarne sprzyjające zajściu danego zdarzenia. Oczywiście kolejność wypisywanych zdarzeń elementarnych nie ma znaczenia.



Rysunek 60 - zadanie sprawdzające - specyfikacja zdarzeń elementarnych sprzyjających zdarzeniu losowemu

Na koniec, w oparciu o wcześniej podane informacje wzbogacone jeszcze o liczność zbioru wszystkich zdarzeń elementarnych uczeń liczy prawdopodobieństwo podanego zdarzenia. Oczywiście odpowiedzi ucznia są automatycznie weryfikowane przez system.



Rysunek 61 - zadanie sprawdzające - prawdopodobieństwo zdarzenia losowego

W zakresie kursu prawdopodobieństwa zostały przygotowane następujące moduły szkoleniowe:

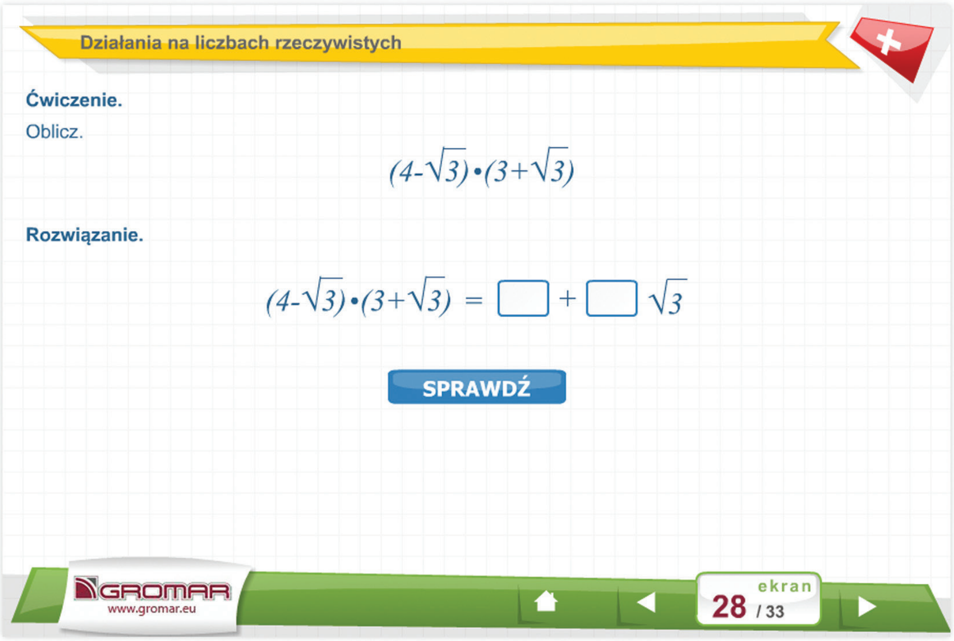
1. Elementy rachunku prawdopodobieństwa – wprowadzenie
2. Rachunek prawdopodobieństwa, działania na zdarzeniach – własności
3. Rachunek prawdopodobieństwa, działania na zdarzeniach – rachunki – różne
4. Rachunek prawdopodobieństwa, działania na zdarzeniach - zdarzenie przeciwne
5. Działania na zdarzeniach - zdarzenia przeciwne do zdarzeń złożonych
6. Elementy rachunku prawdopodobieństwa – zastosowanie kombinatoryki

Wszystkie wymienione moduły realizują koncepcję metodyczną opisaną na przykładzie modułu wprowadzającego.

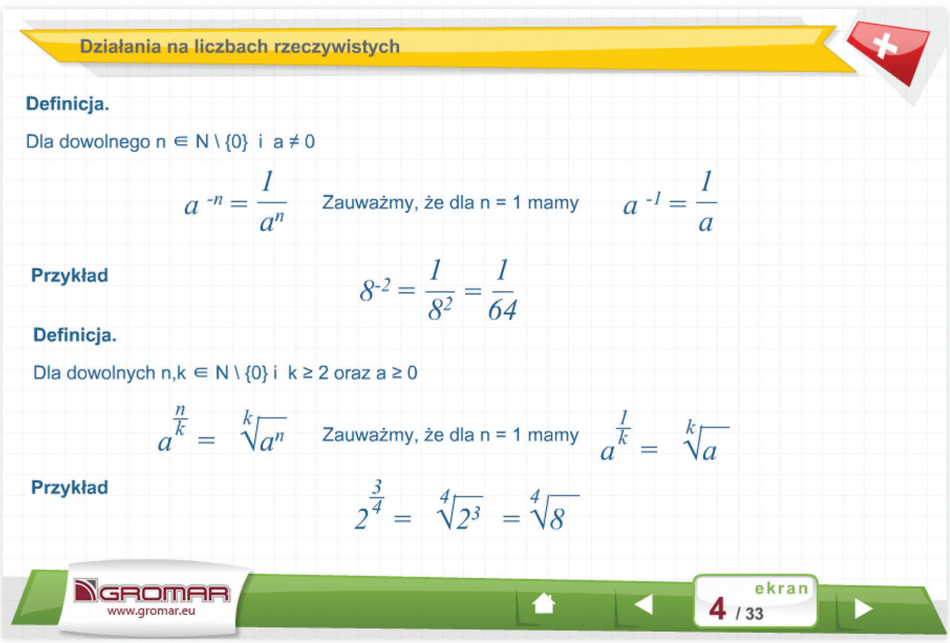
PROGRAM NAUCZANIA – PRZYKŁADY POMIARU EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

4.1 Zbiór liczb rzeczywistych

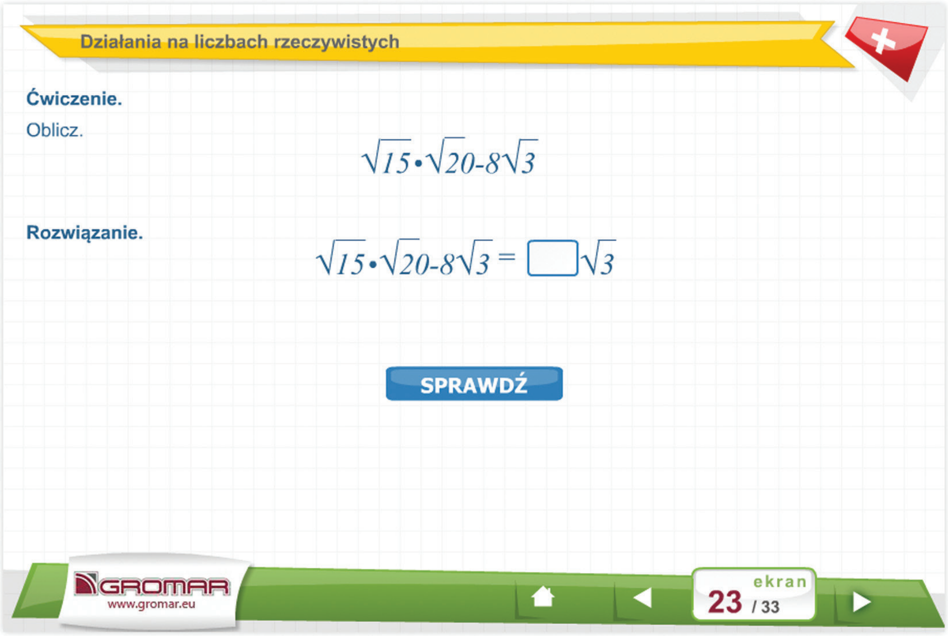
1. Rozpoznaje liczby: naturalne, całkowite, wymierne i niewymierne.



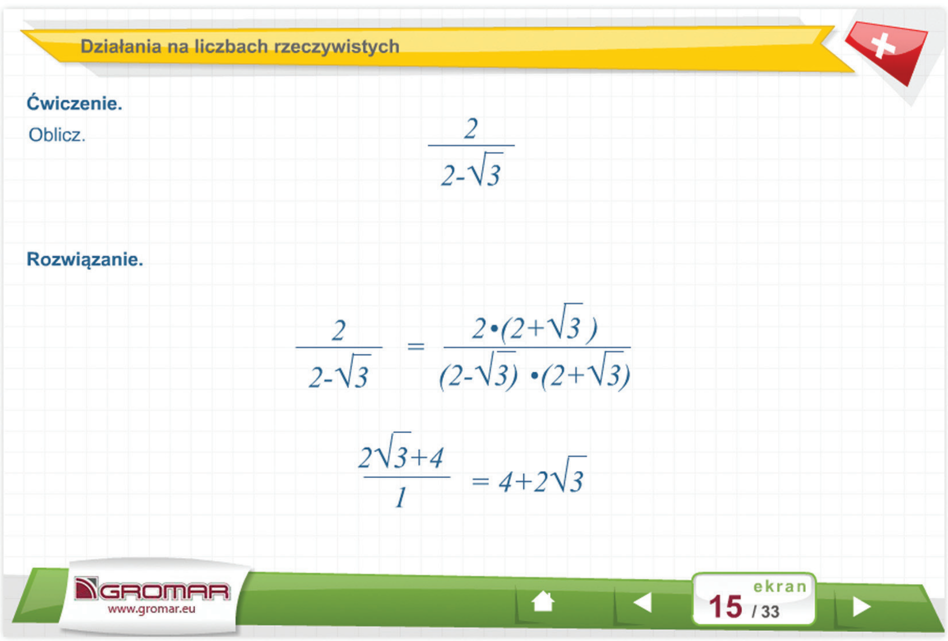
2. Wymienia własności potęg i pierwiastków.



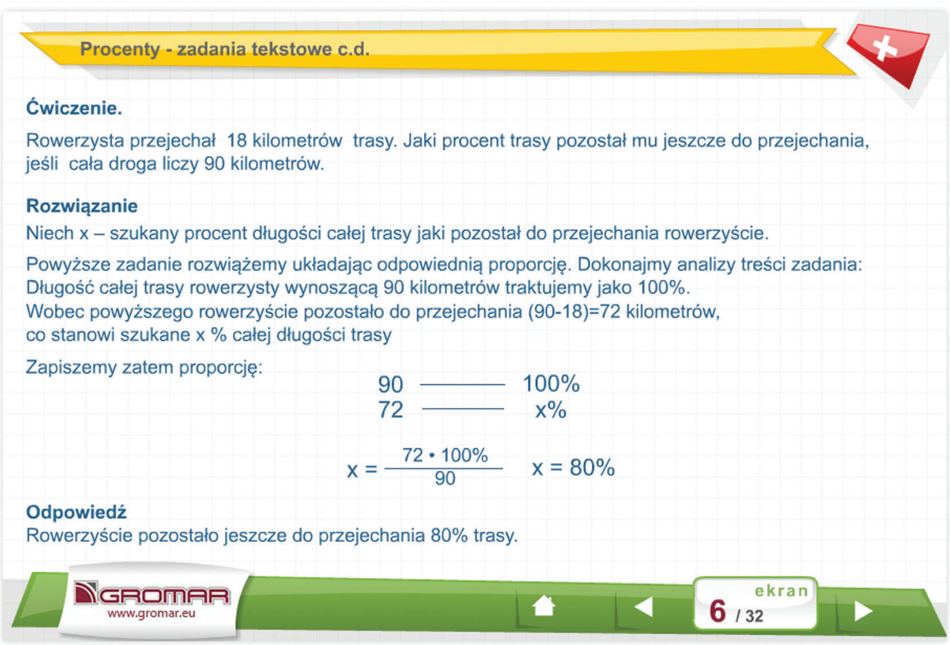
3. Wykonuje działania na liczbach rzeczywistych: dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie, pierwiastkowanie.



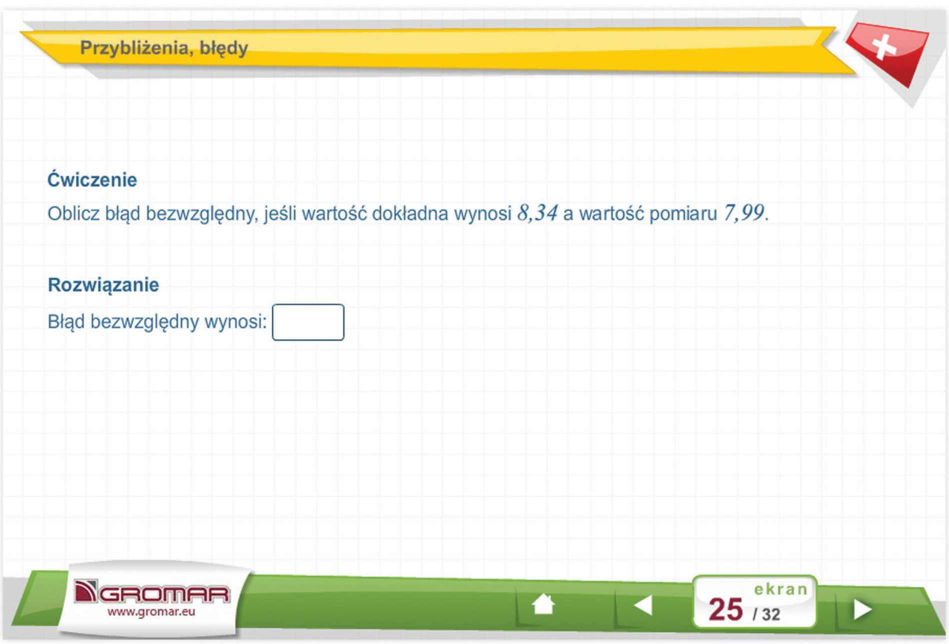
4. Przekształca wyrażenia wymierne.



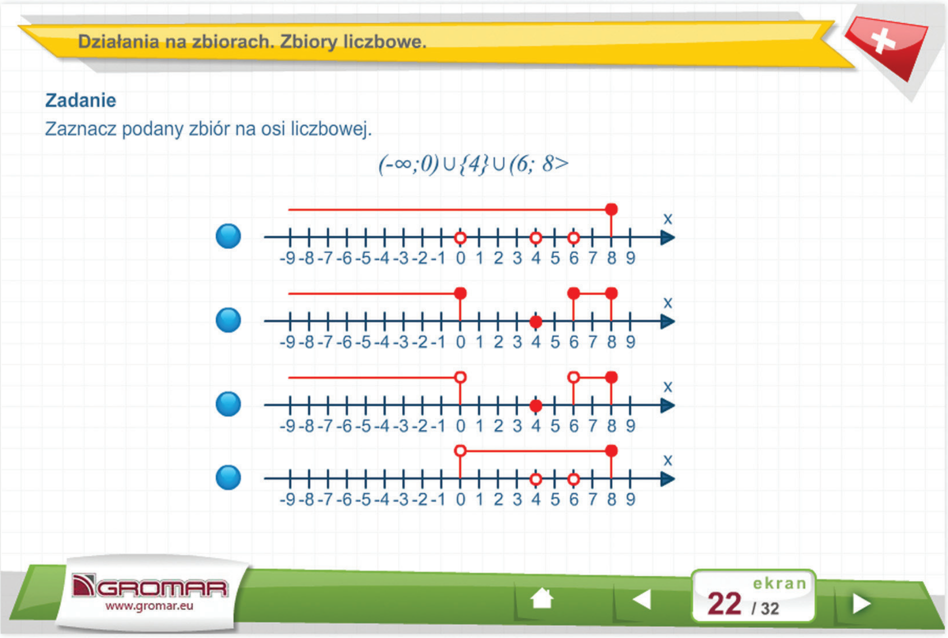
5. Wykonuje praktyczne obliczenia.



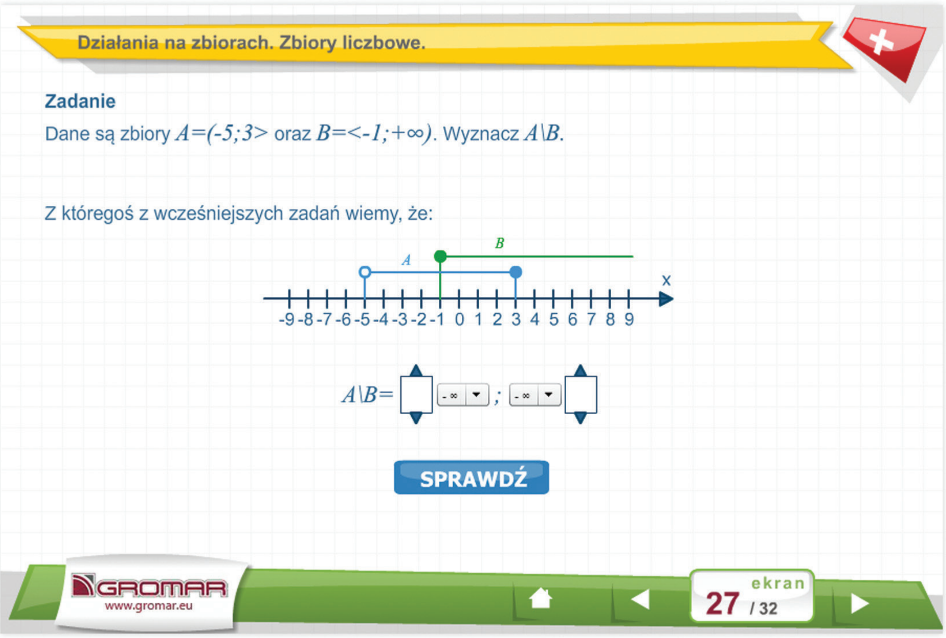
6. Wyznacza błąd bezwzględny i błąd względny.



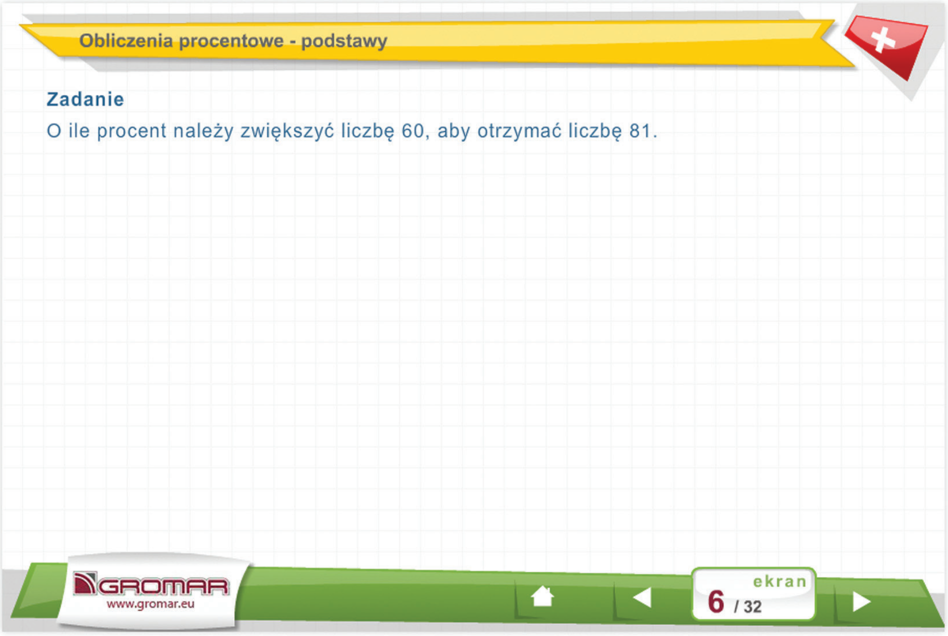
7. Zaznacza na osi liczbowej: liczby, przedziały.



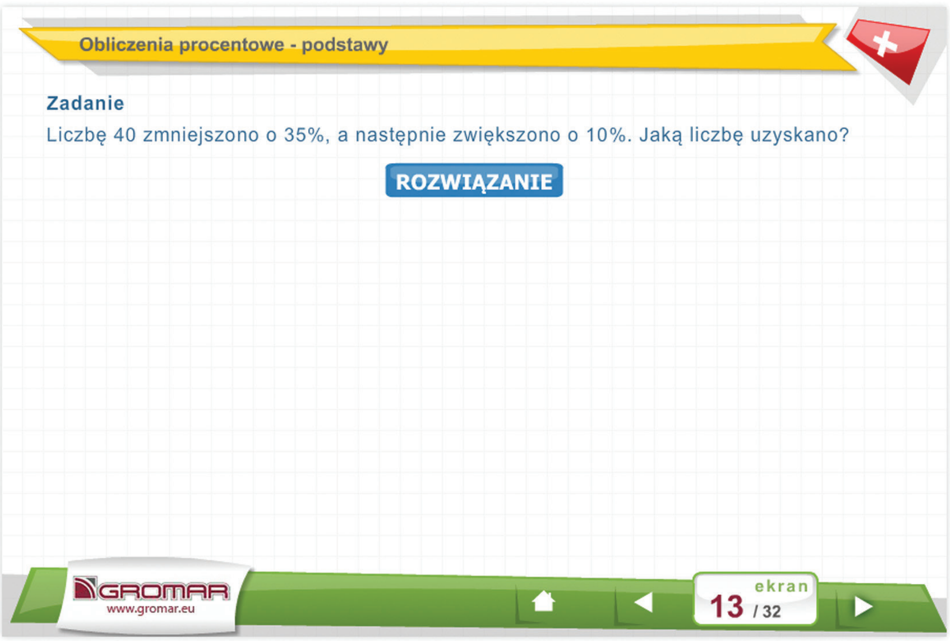
8. Odczytuje z osi liczbowej: liczby, przedziały.



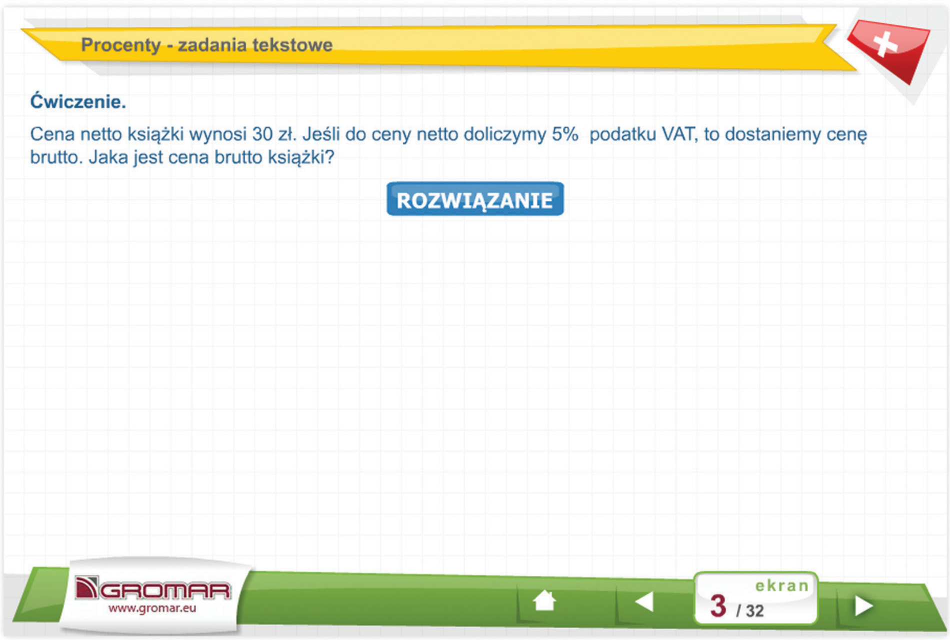
9. Wykonuje obliczenia procentowe.



10. Posługuje się procentem składanym.

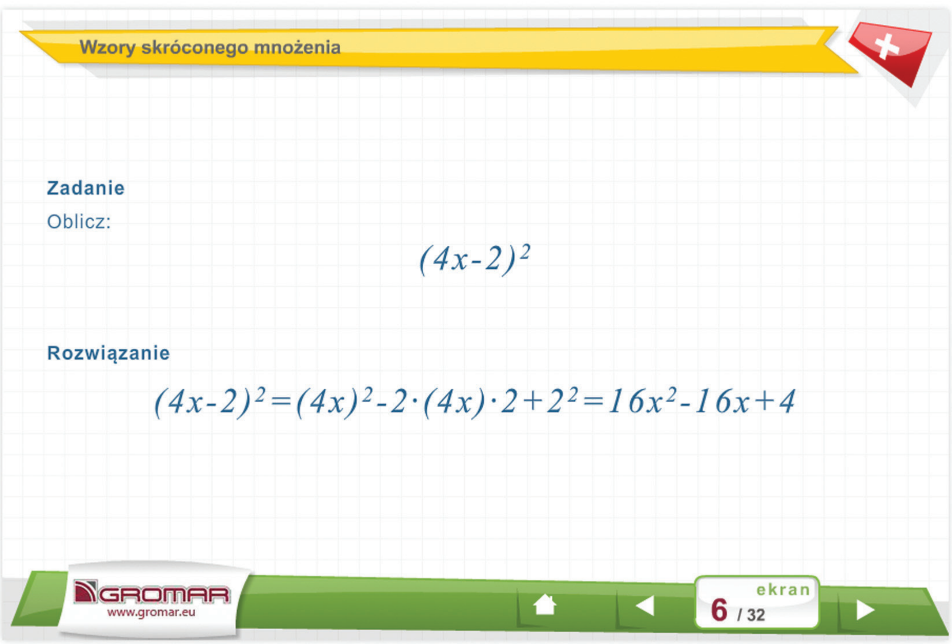


11. Wylicza podatki, podatek Vat.



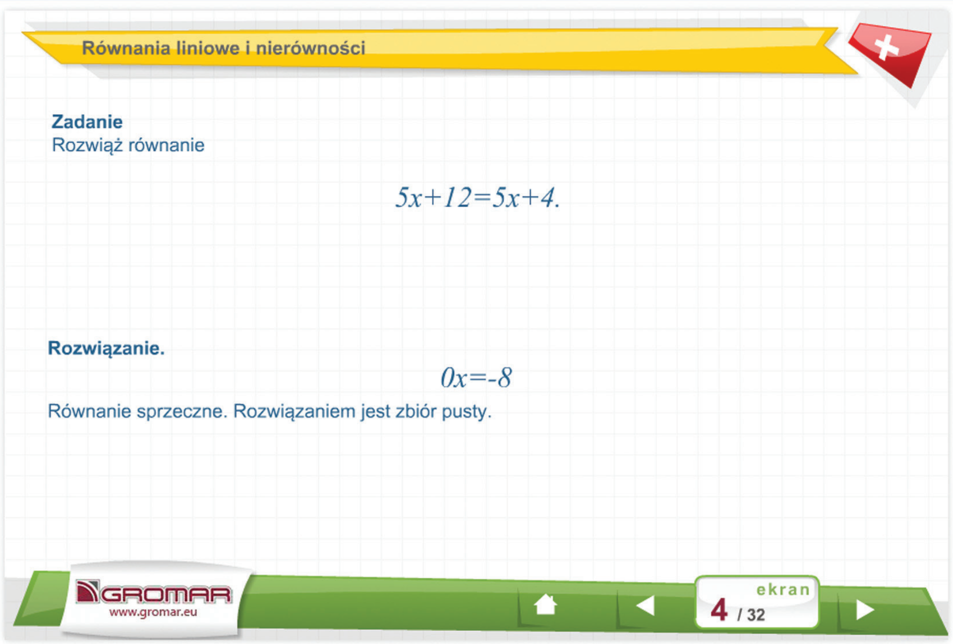
4.2 Wyrażenia algebraiczne

1. Stosuje wzory skróconego mnożenia $(a + b)^2$, $(a + b)^2$, $a^2 - b^2$.

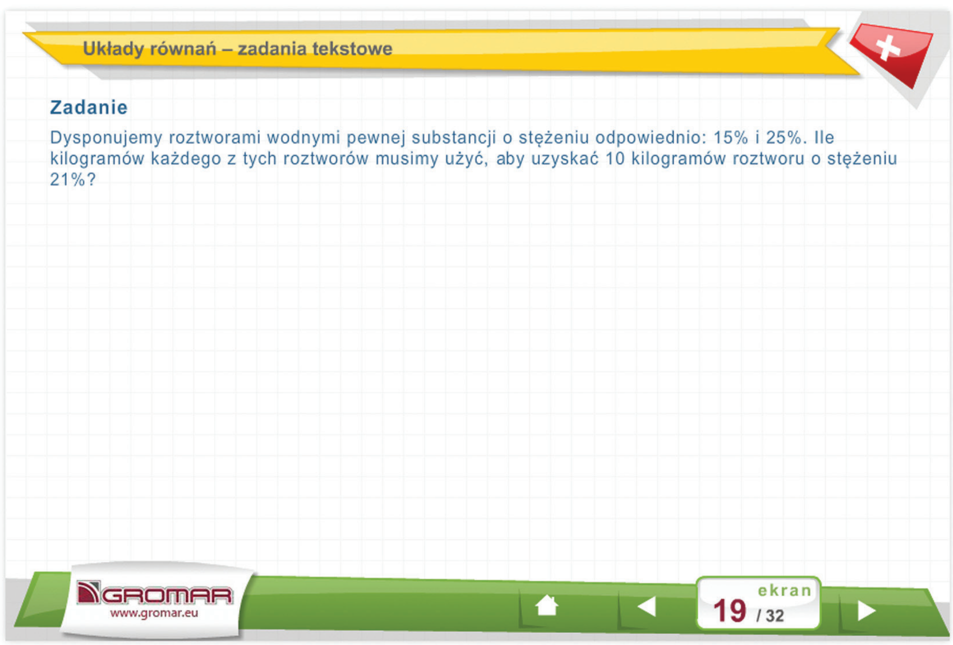


4.3 Równania i nierówności

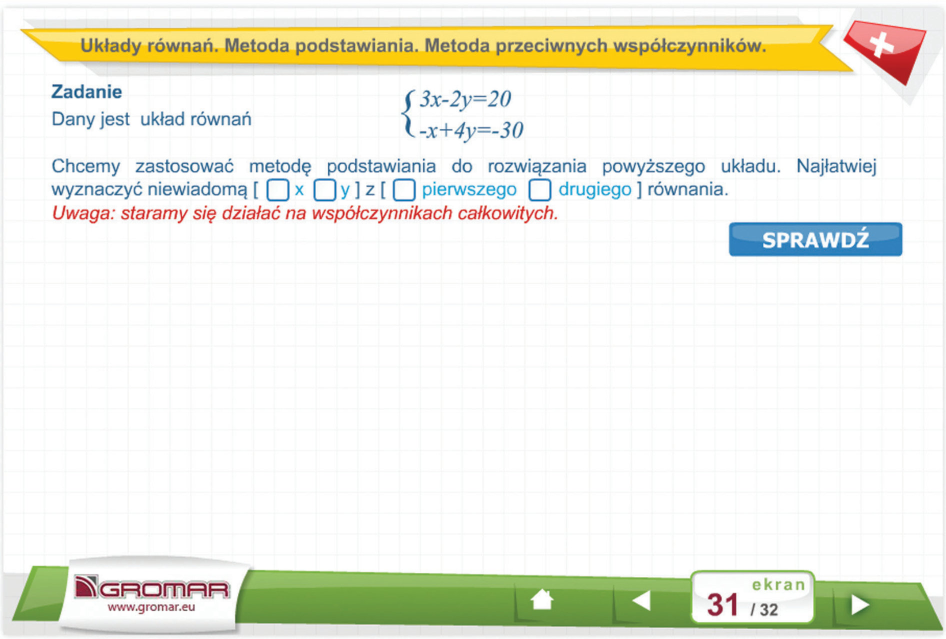
1. Rozwiązuje równania i nierówności pierwszego stopnia.



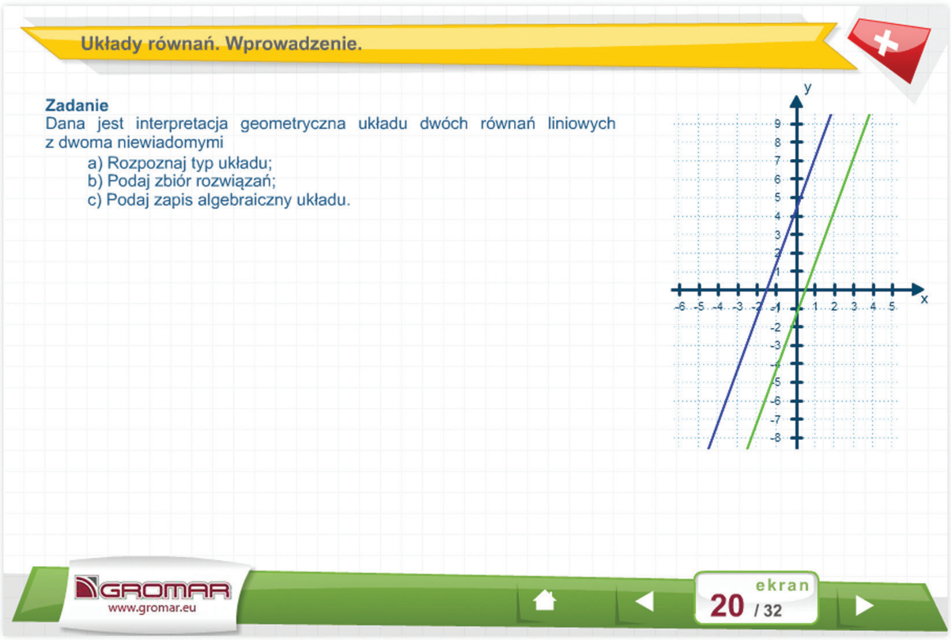
2. Wykorzystuje równania i nierówności do opisu modelu matematycznego.



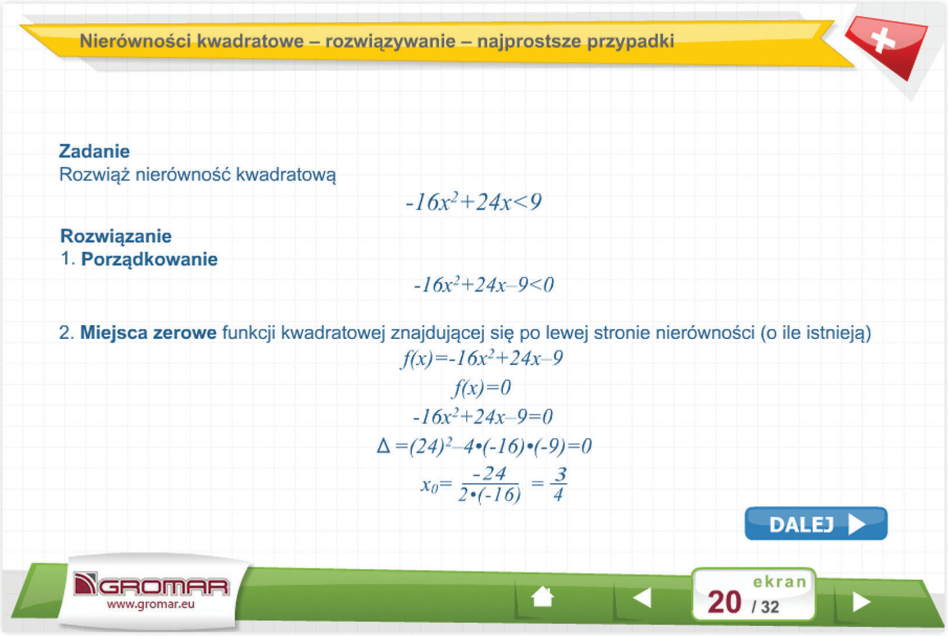
3. Rozwiązuje układ równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.



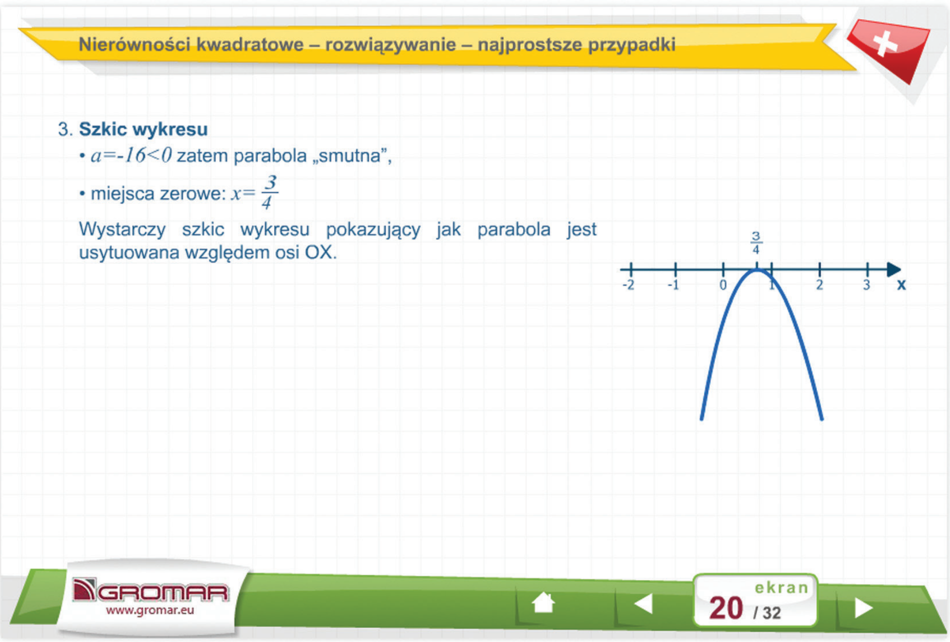
4. Interpretuje geometryczną postać układu równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.



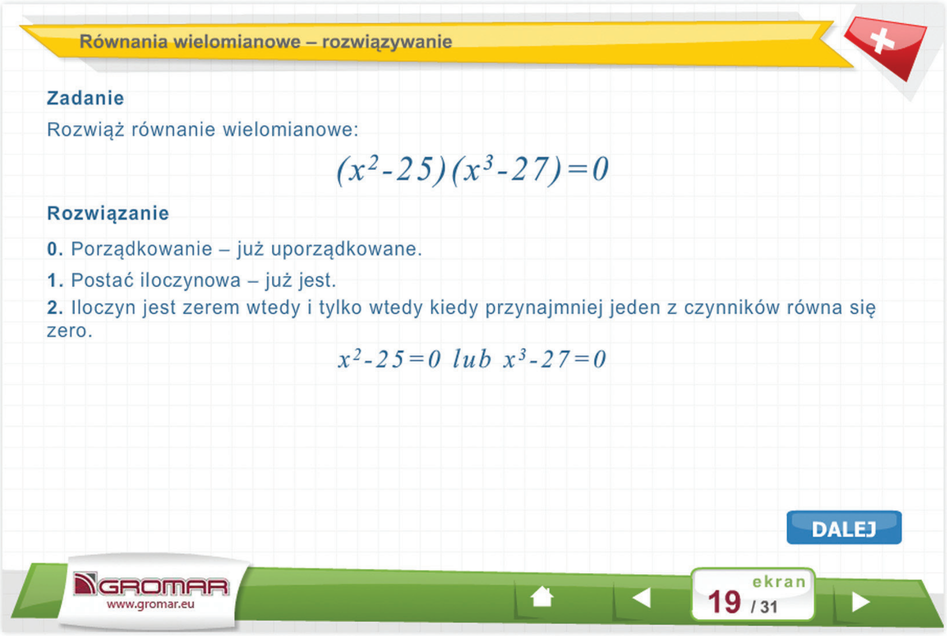
5. Rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe.

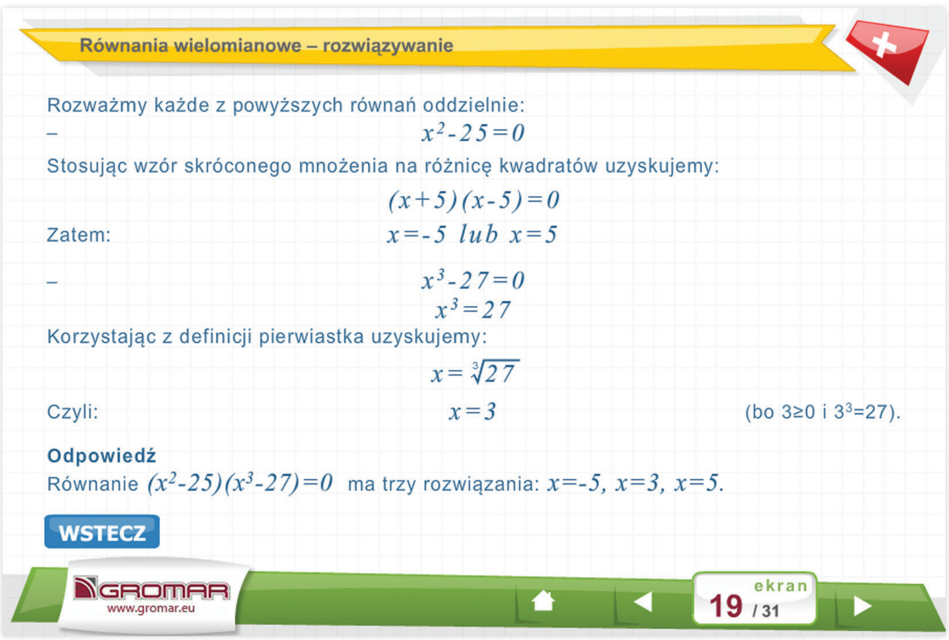


6. Rozwiązuje podstawowe równania trzeciego stopnia.



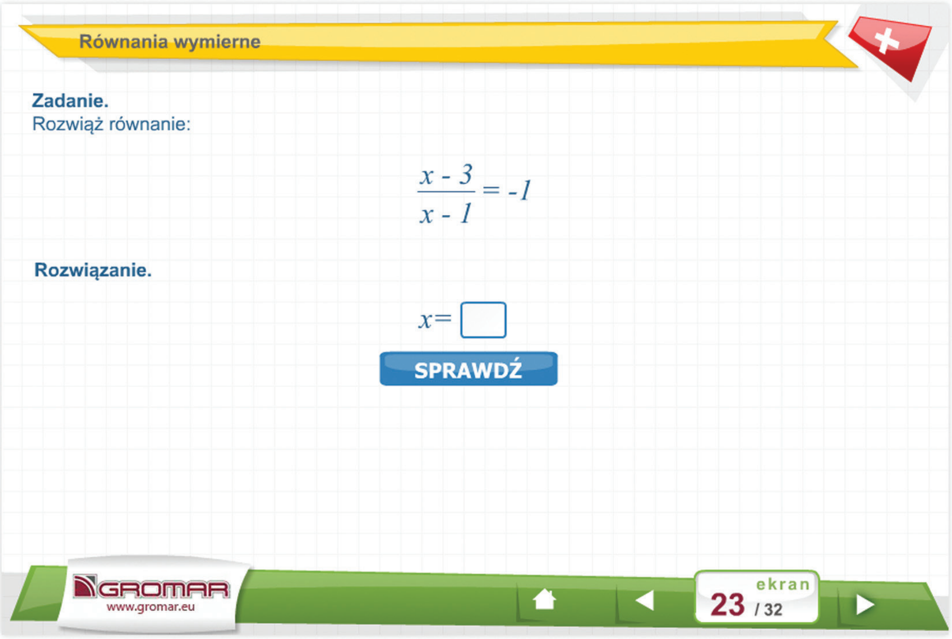
7. Rozwiązuje równania wymierne.



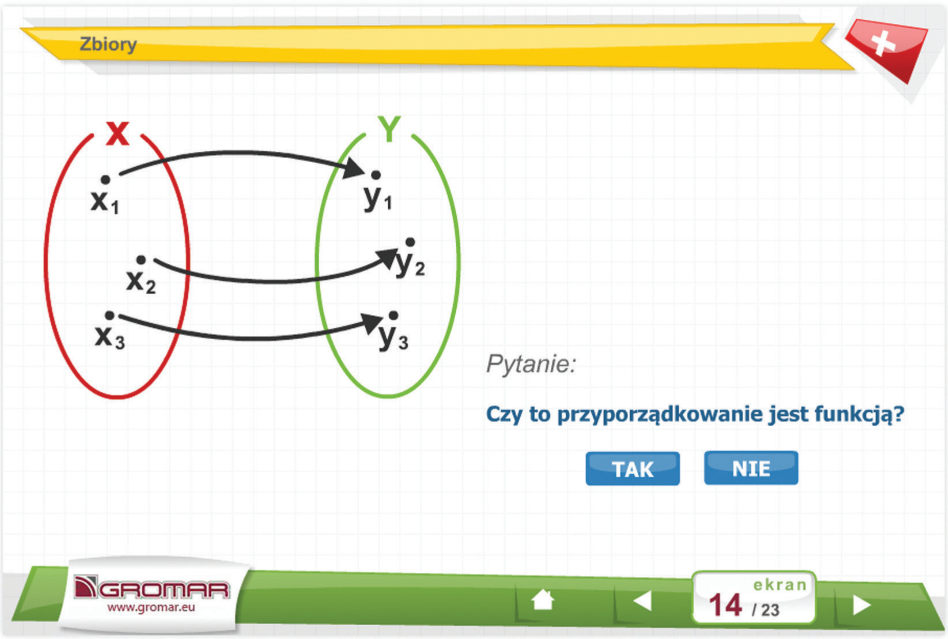


4.4 Funkcje

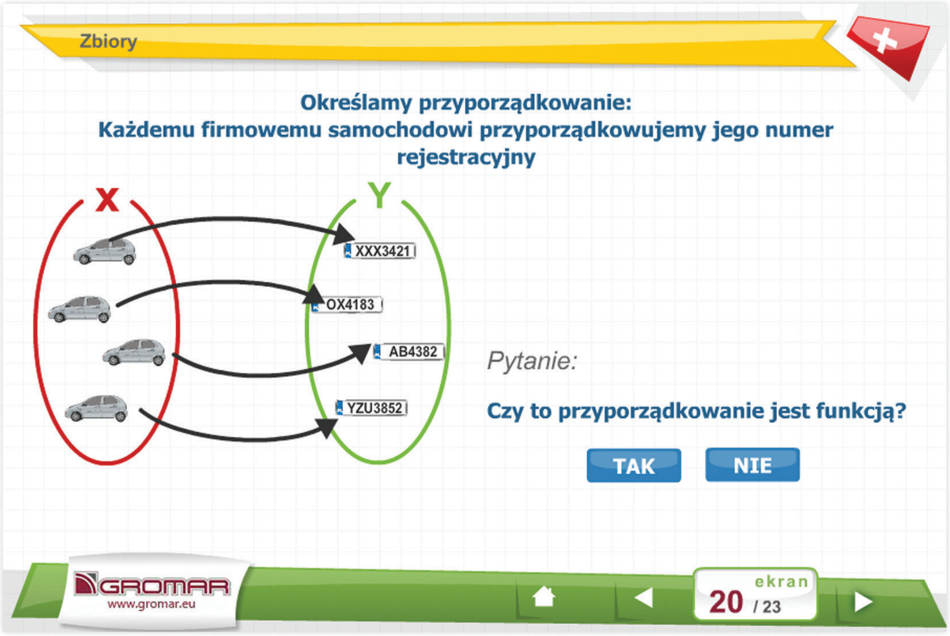
1. Przedstawia definicję funkcji.



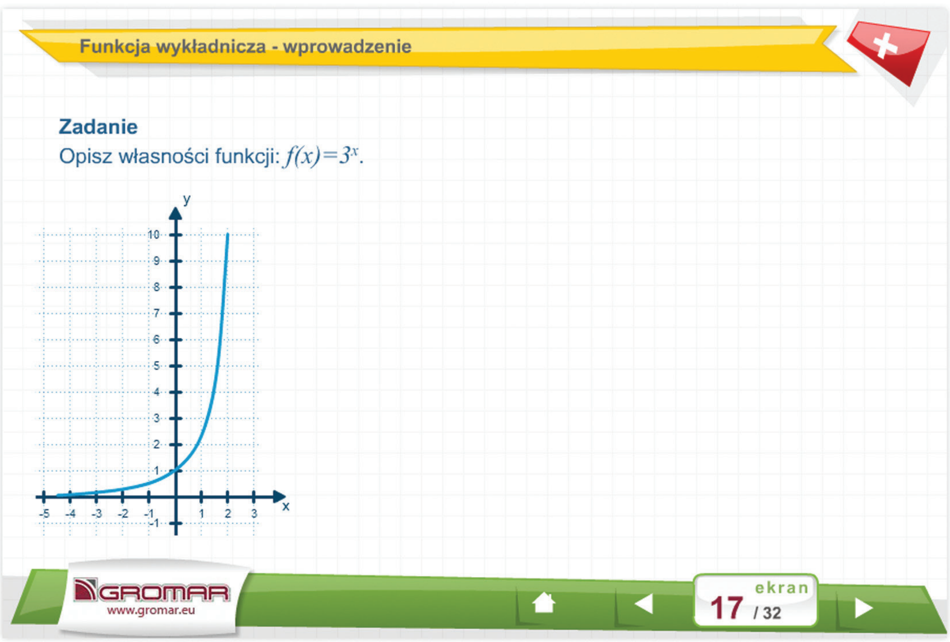
2. Opisuje kilkoma sposobami funkcję.



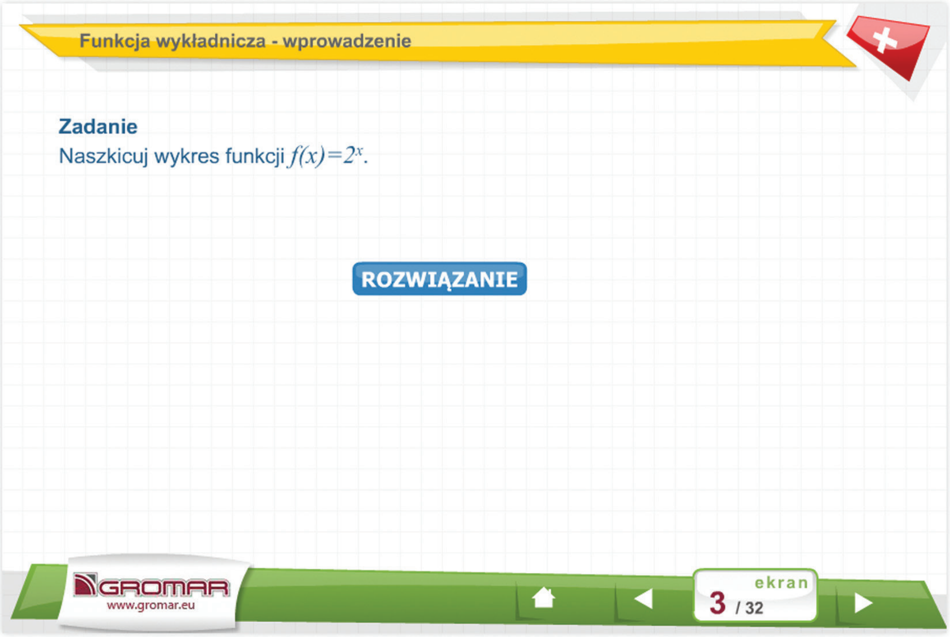
3. Wyznacza dziedzinę, zbiór wartości funkcji.



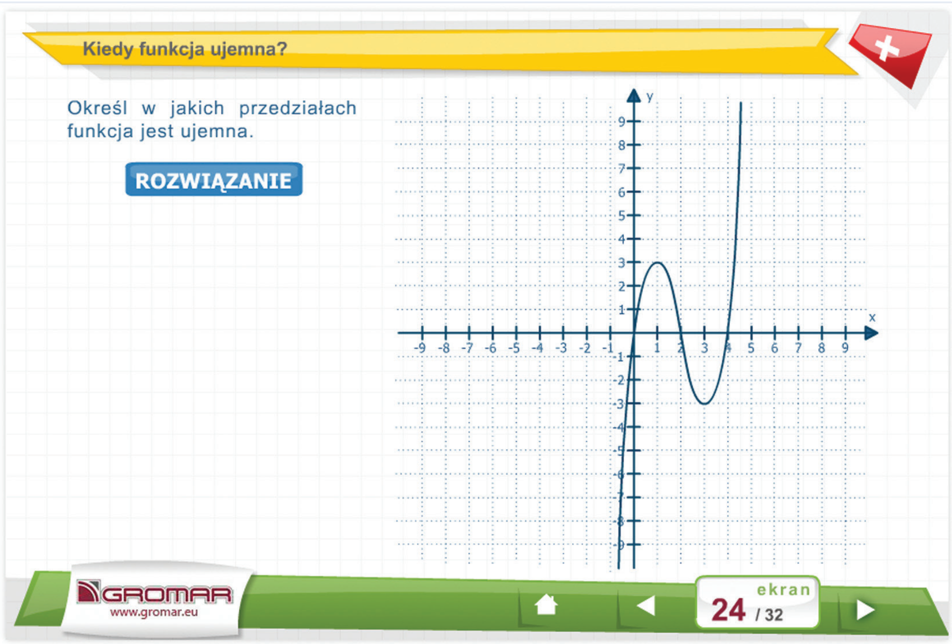
4. Szkicuje wykres funkcji.



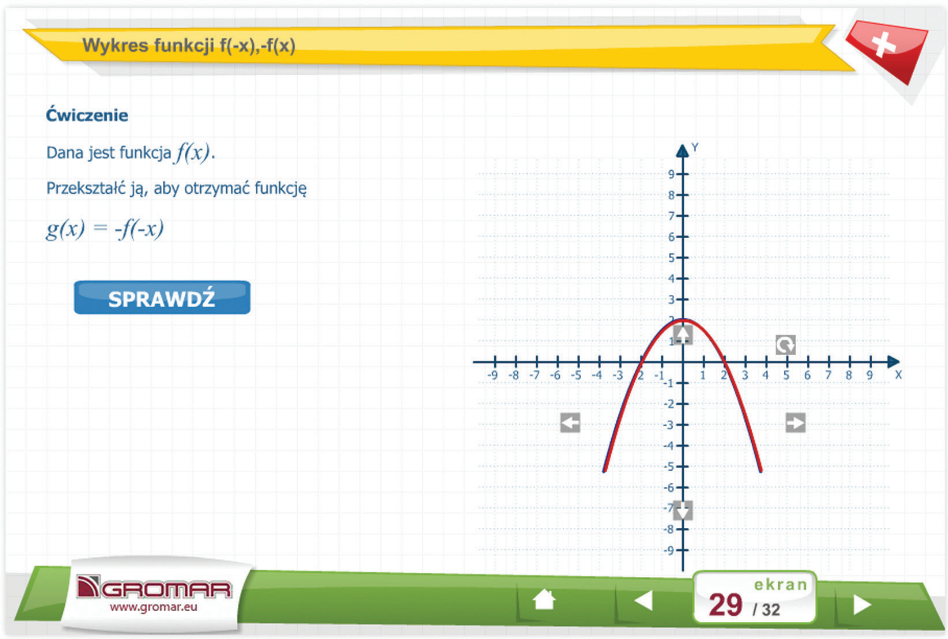
5. Odczytuje własności funkcji: miejsca zerowe, monotoniczność, znak, wartość najmniejsza i największa.



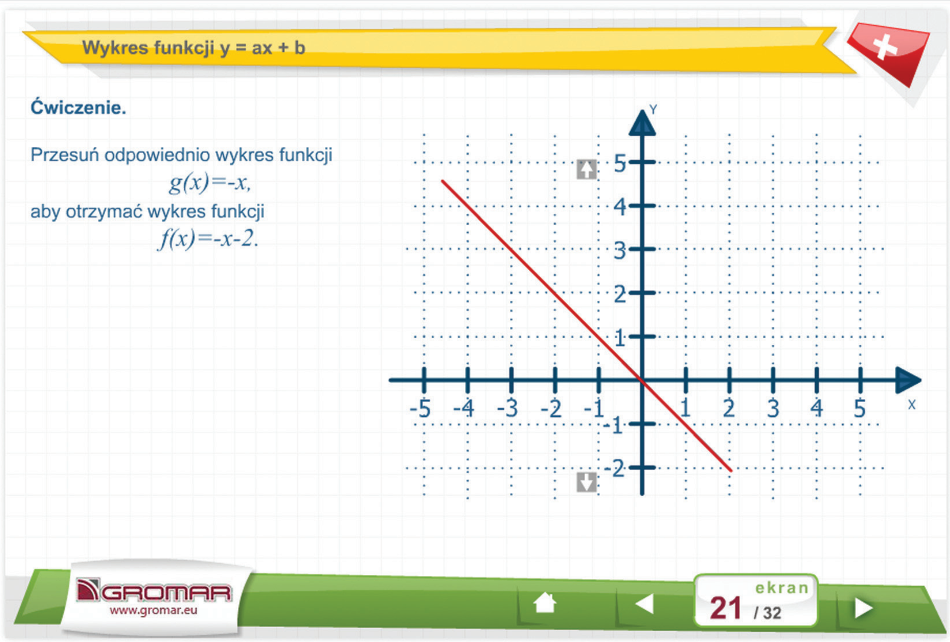
6. Przekształca wykresy funkcji: y=f(x+a), y=f(x)+a, y=-f(x), y=f(-x).



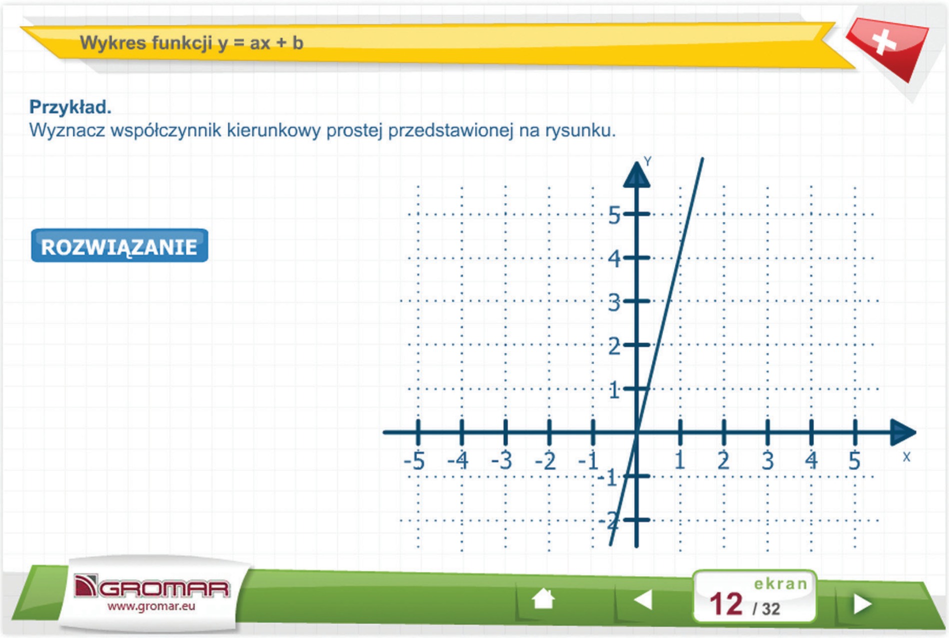
7. Szkicuje wykres funkcji liniowej.



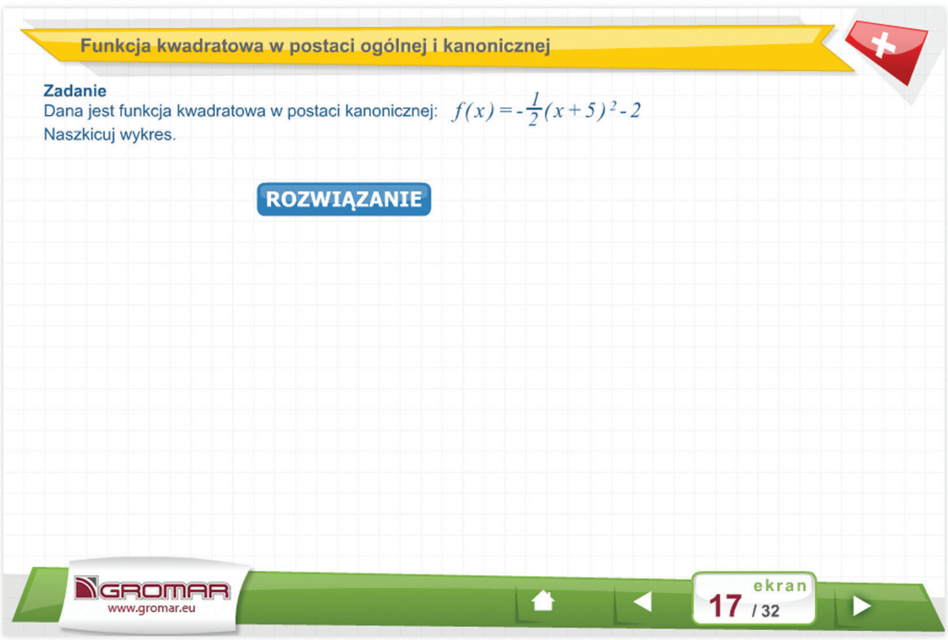
8. Interpretuje współczynnik kierunkowy funkcji liniowej.



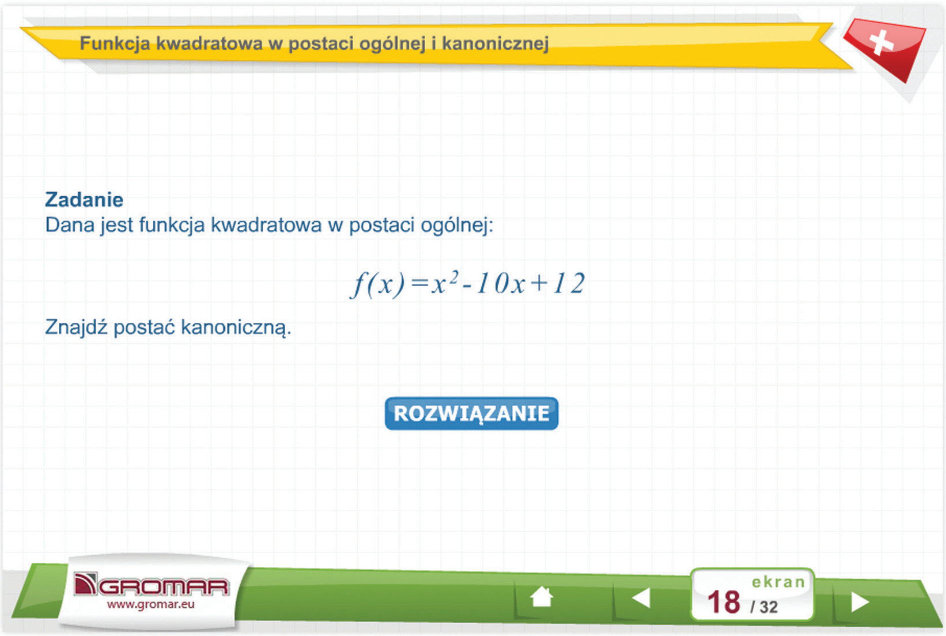
9. Szkicuje wykres funkcji kwadratowej.



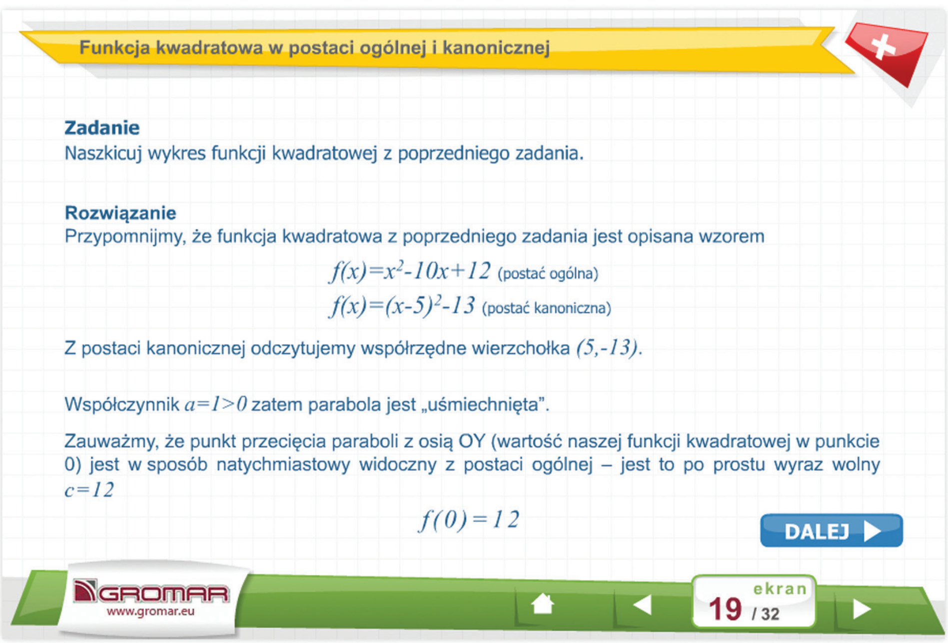
10. Przekształca funkcje kwadratowe na różne postacie: ogólna, kanoniczna, iloczynowa (o ile istnieje).



11. Wykorzystuje różne postacie funkcji kwadratowej.

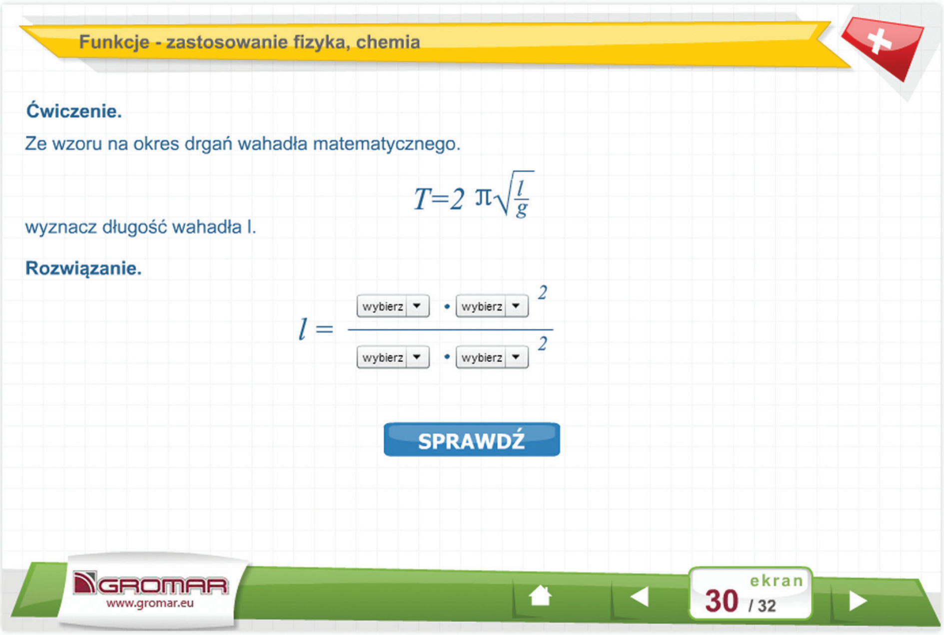


12. Buduje modele matematyczne w zjawiskach fizycznych i chemicznych z użyciem funkcji.

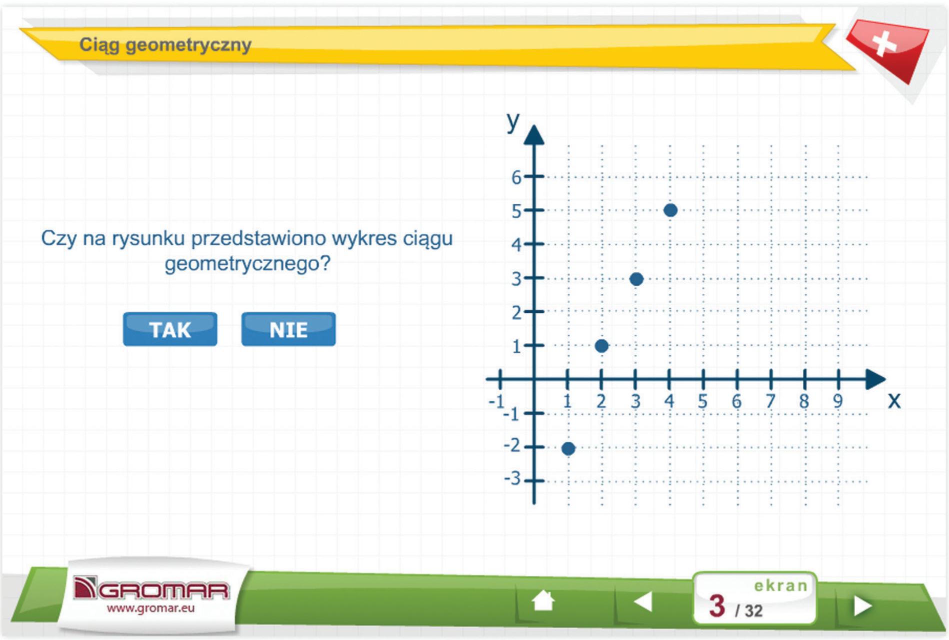


4.5 Ciągi

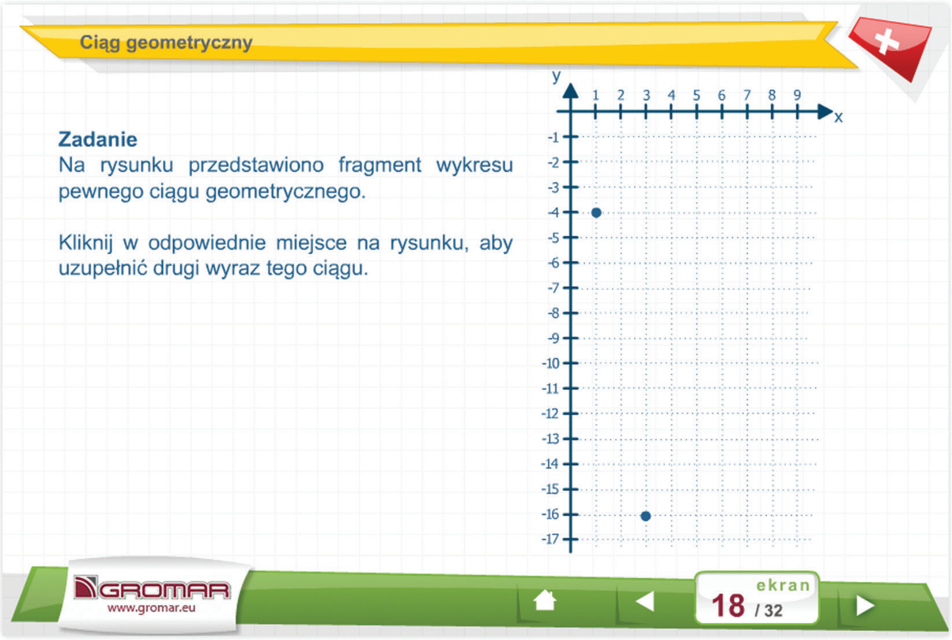
1. Przedstawia definicję ciągu.



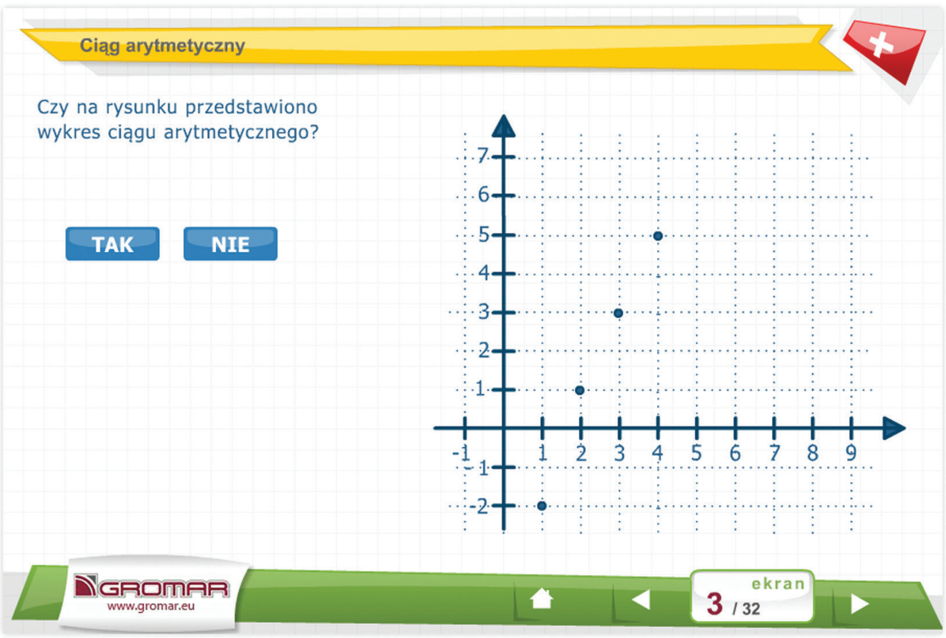
2. Rysuje szkic wykresu ciągu.



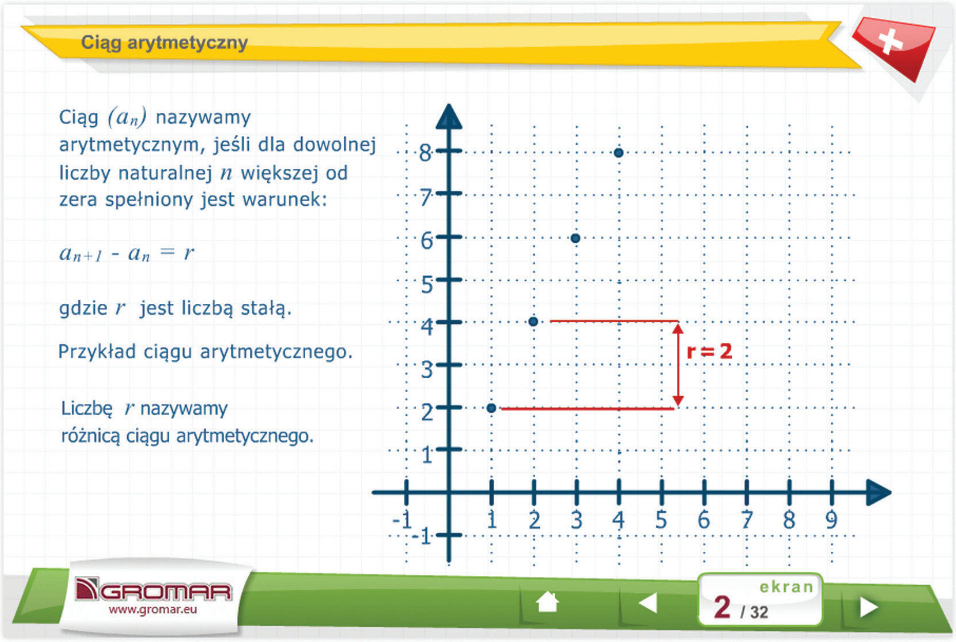
3. Interpretuje własności ciągu na podstawie jego wzoru.



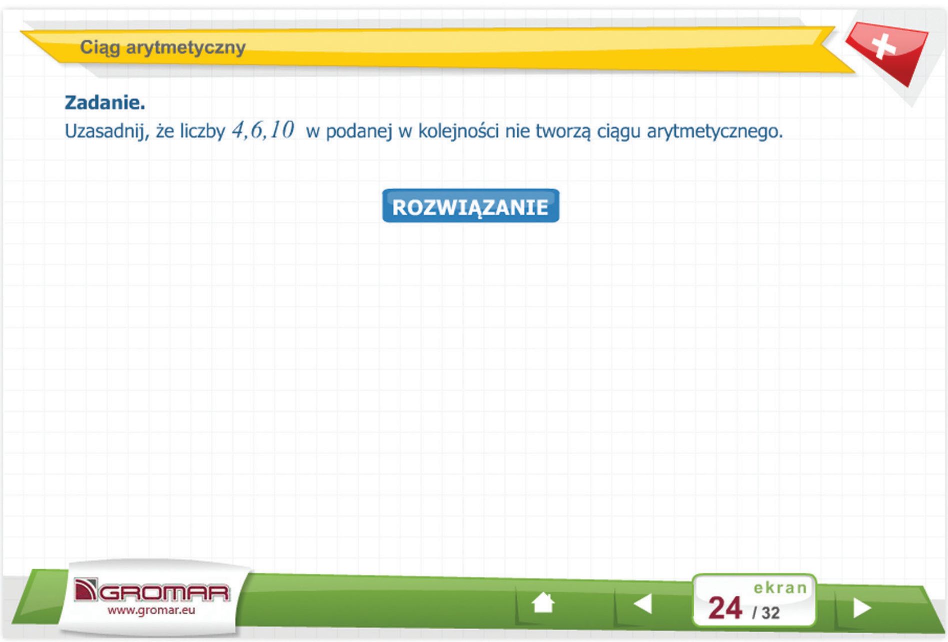
4. Definiuje ciąg arytmetyczny.



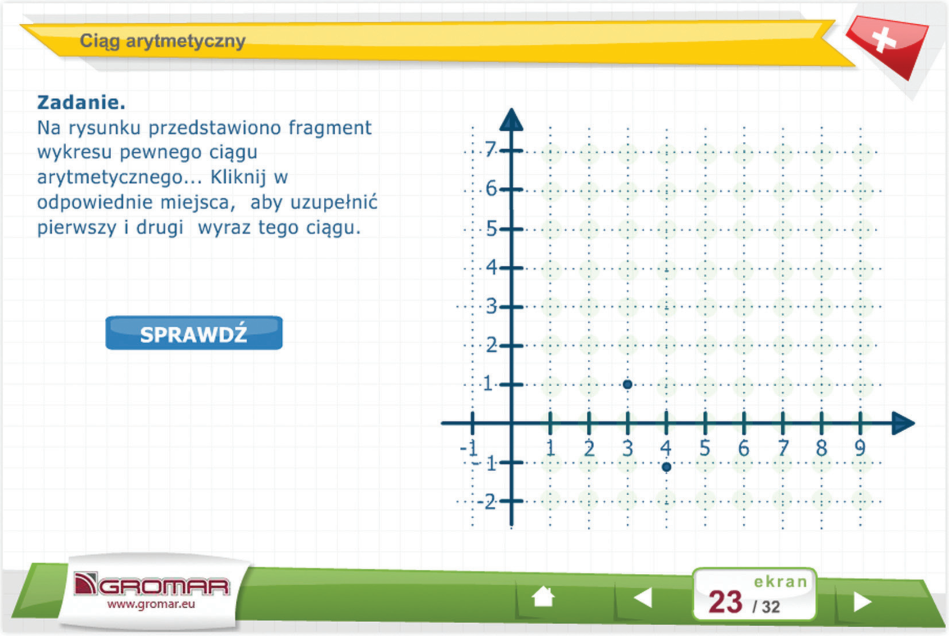
5. Wymienia własności ciągu arytmetycznego.



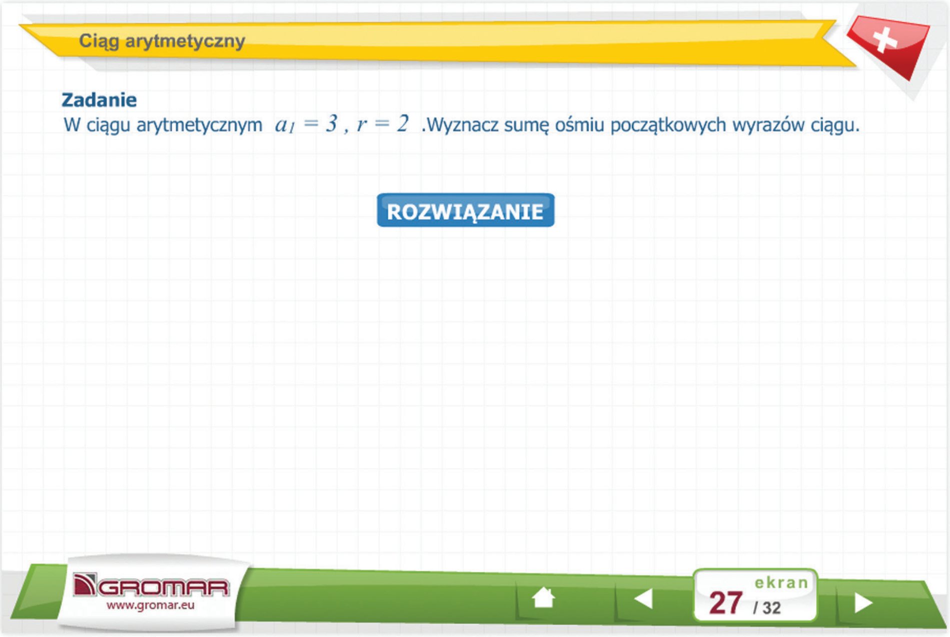
6. Stosuje własności ciągu arytmetycznego.



7. Wyznacza sumę ciągu arytmetycznego.

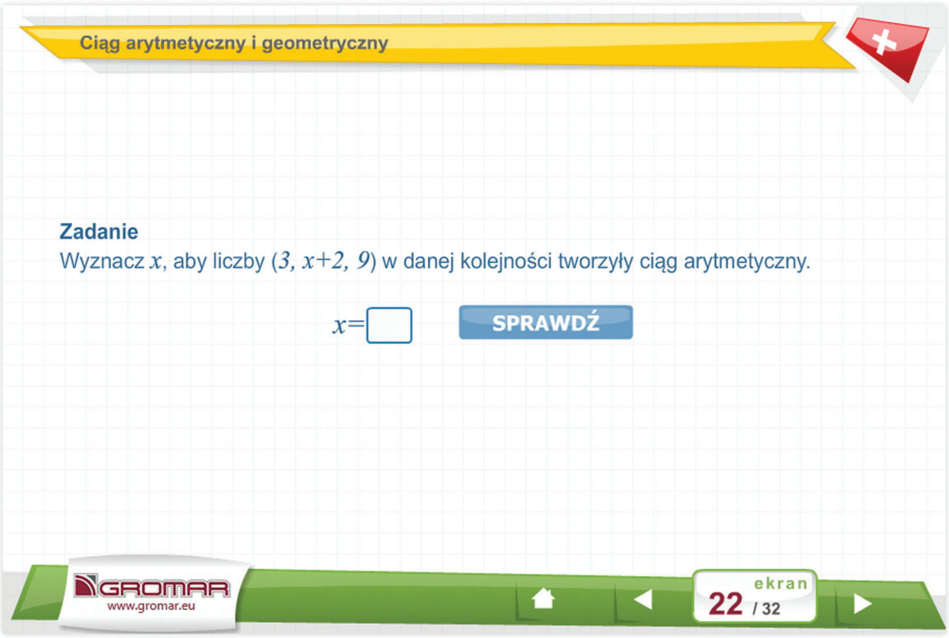


8. Znajduje wzór ciągu arytmetycznego na podstawie różnych informacji.

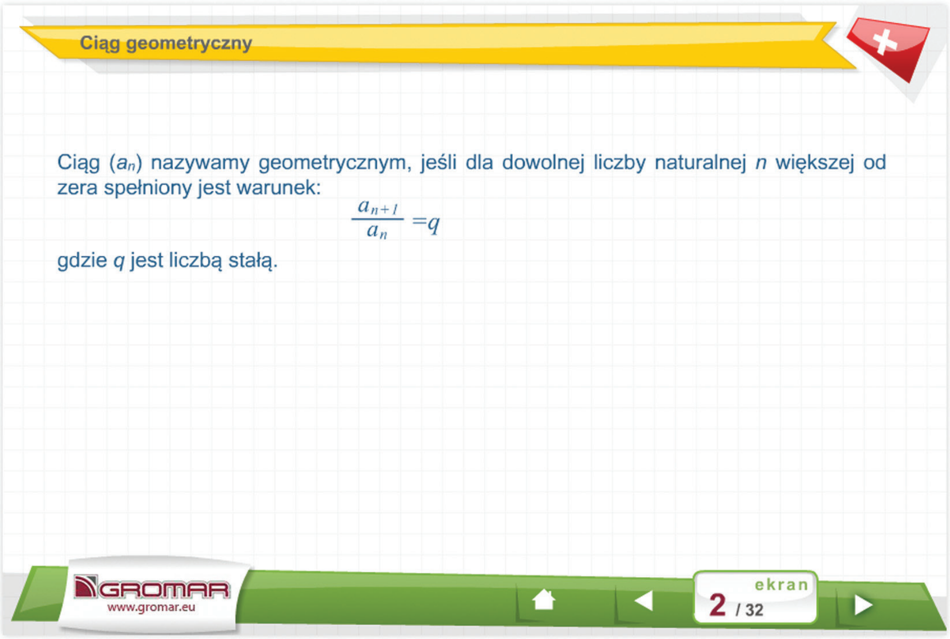


9. Buduje model matematyczny z wykorzystaniem ciągu arytmetycznego.

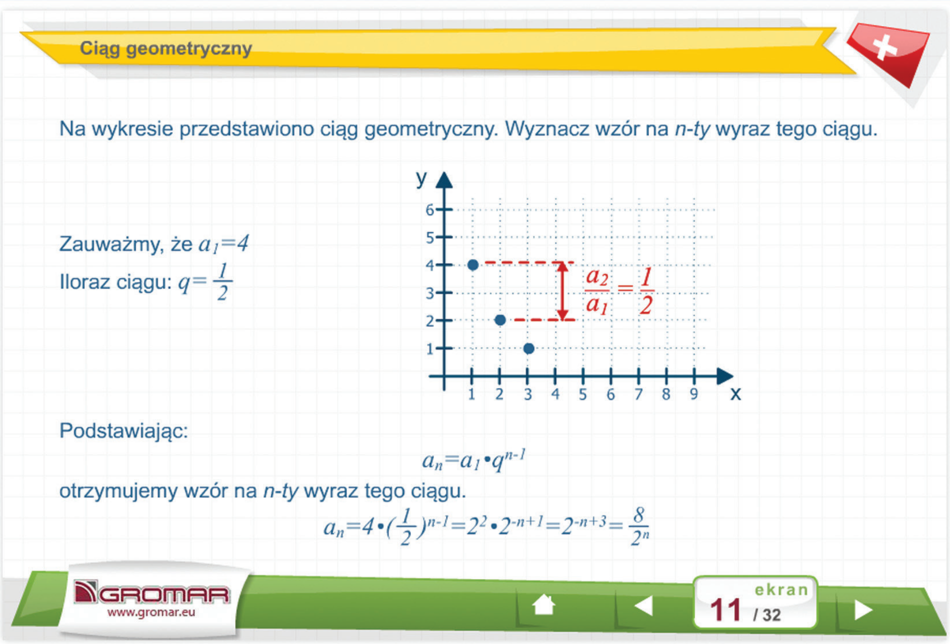
10. Definiuje ciąg geometryczny.



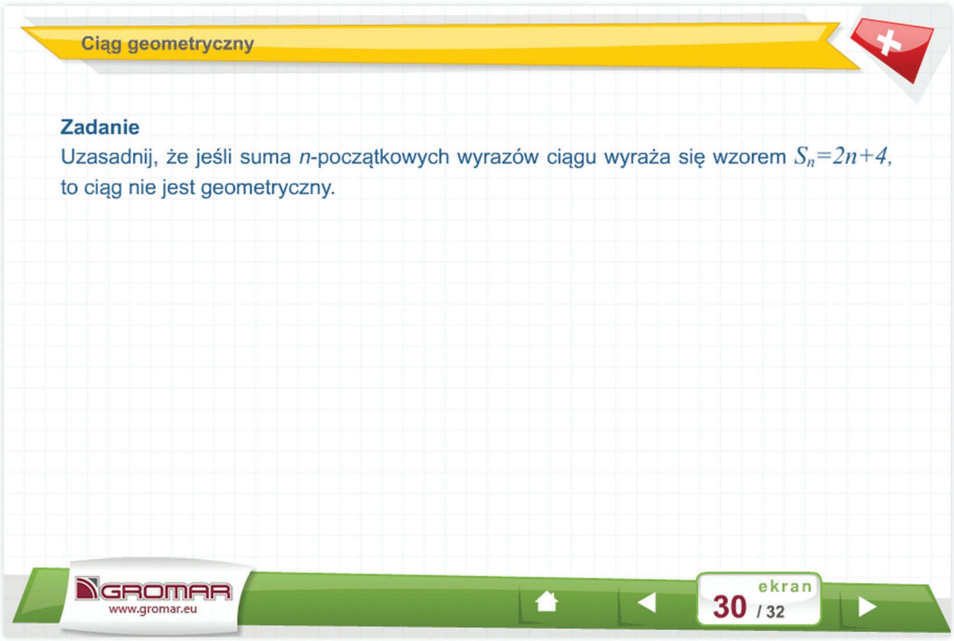
11. Wymienia własności ciągu geometrycznego.



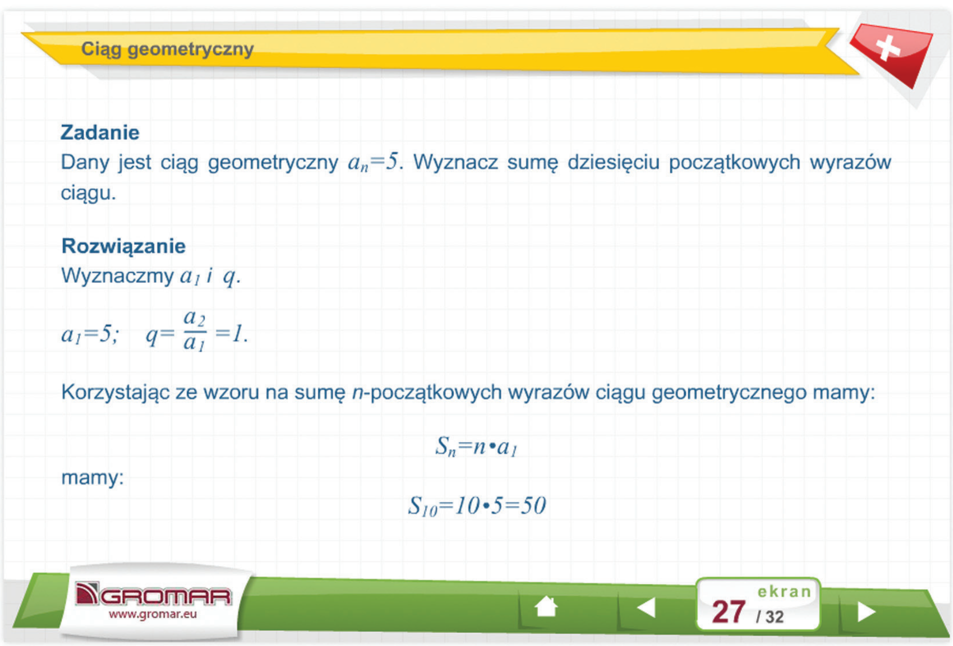
12. Stosuje własności ciągu geometrycznego.



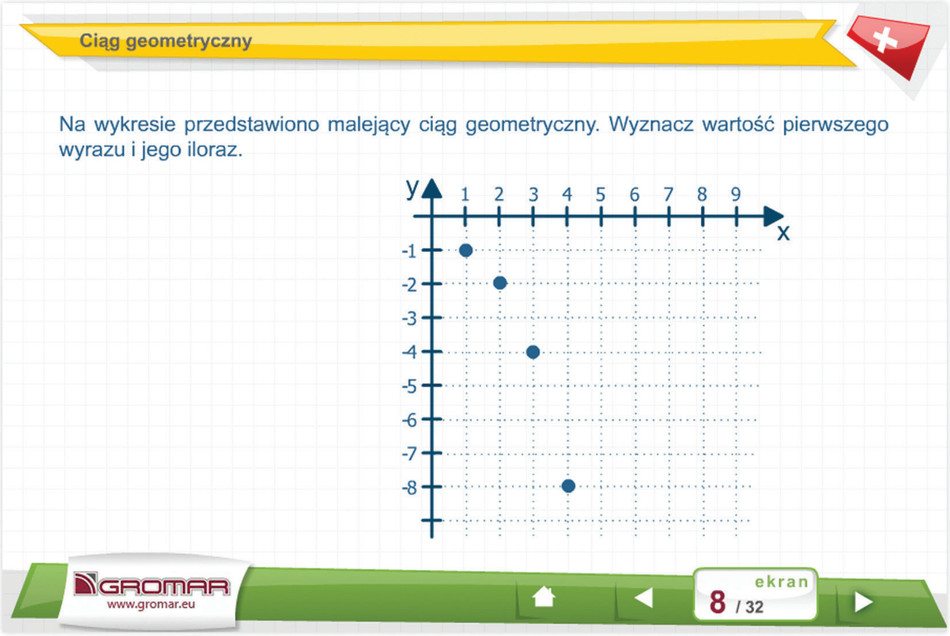
13. Wyznacza sumę ciągu geometrycznego.



14. Znajduje wzór ciągu geometrycznego na podstawie różnych informacji.

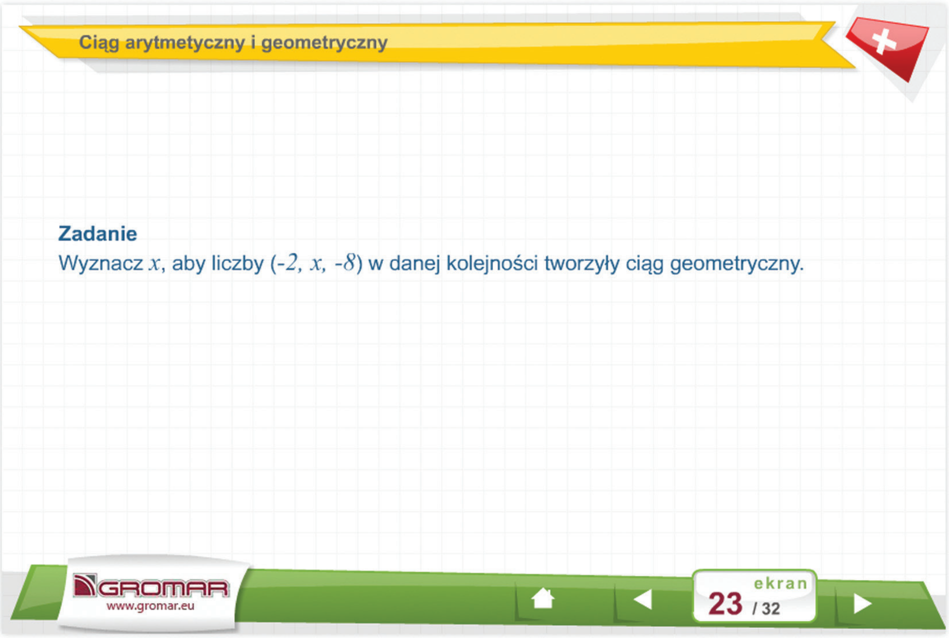


15. Buduje model matematyczny z wykorzystaniem ciągu geometrycznego.

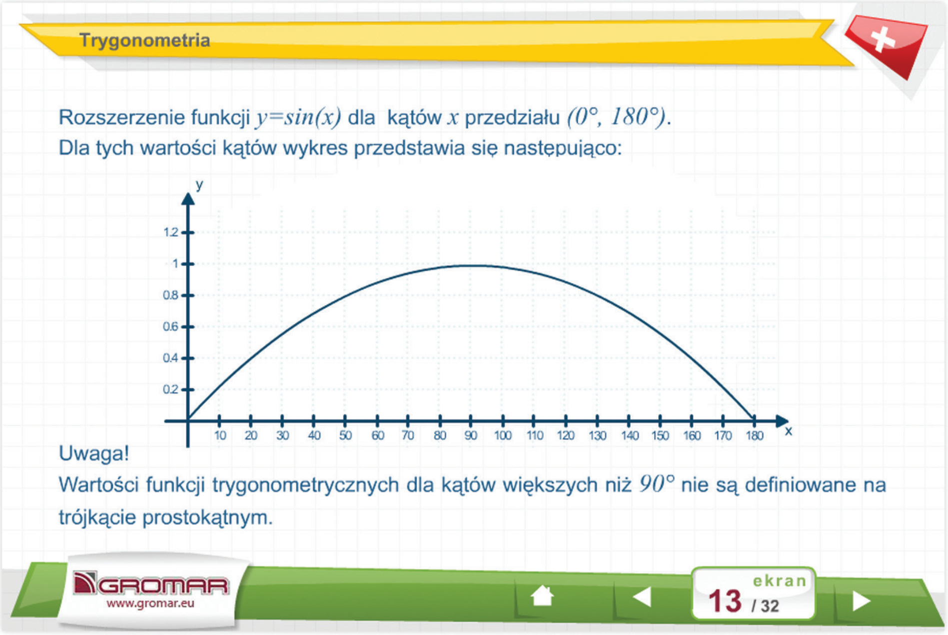


4.6 Trygonometria

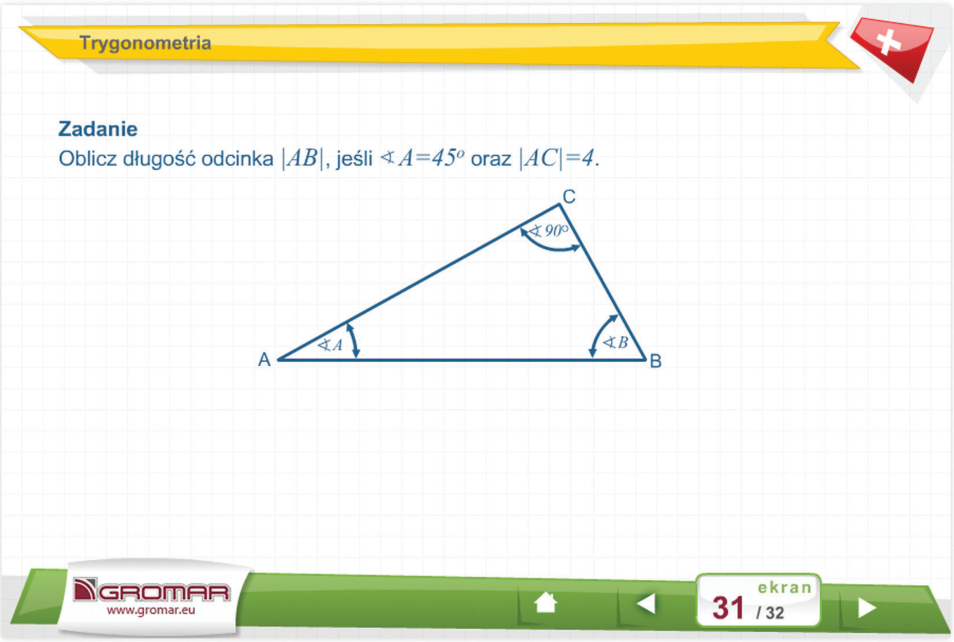
1. Przedstawia definicję funkcji trygonometrycznych: sinus, cosinus i tangens kątów o miarach od 0° do180°.



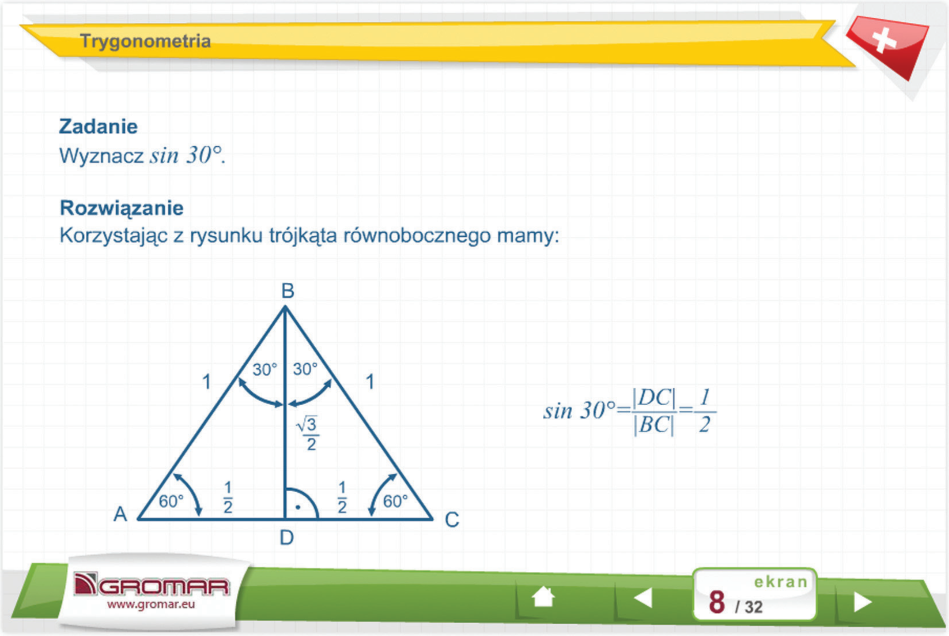
2. Wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla trójkąta prostokątnego.



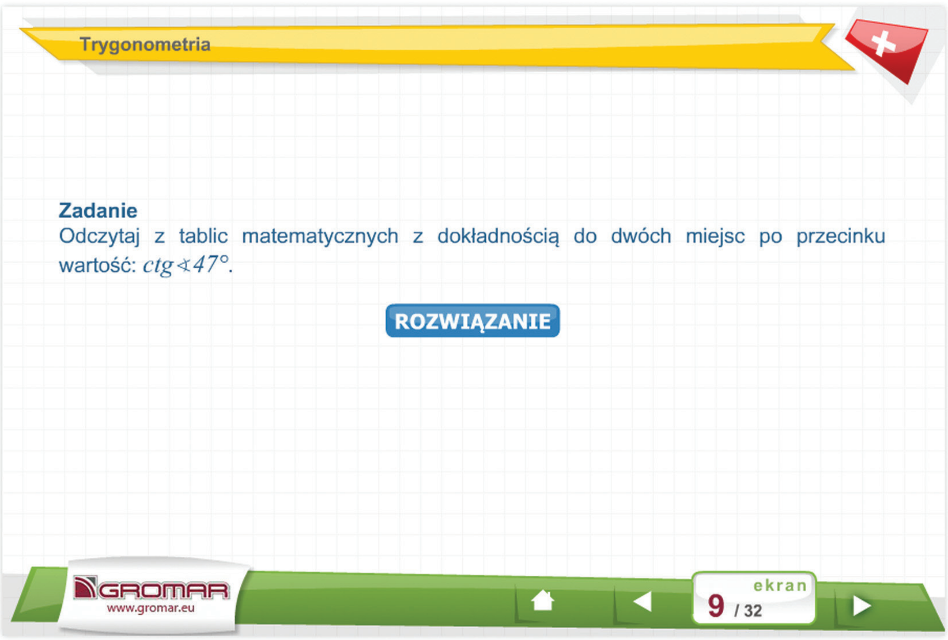
3. Oblicza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów: 30°, 45°, 60° wykorzystując własności trójkąta równobocznego i kwadratu.



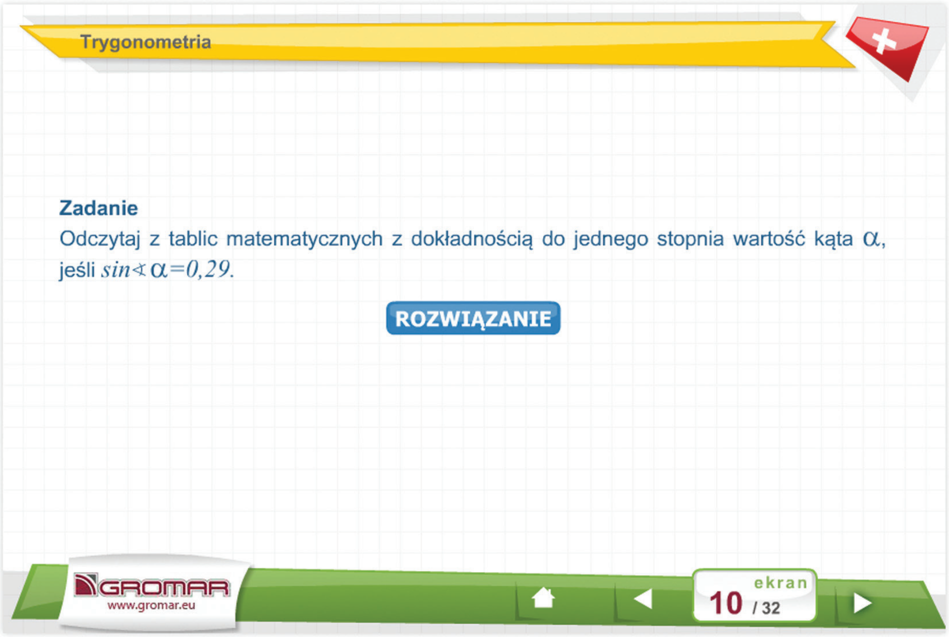
4. Odczytuje wartości funkcji trygonometrycznych na podstawie Tablic matematycznych lub kalkulatora.



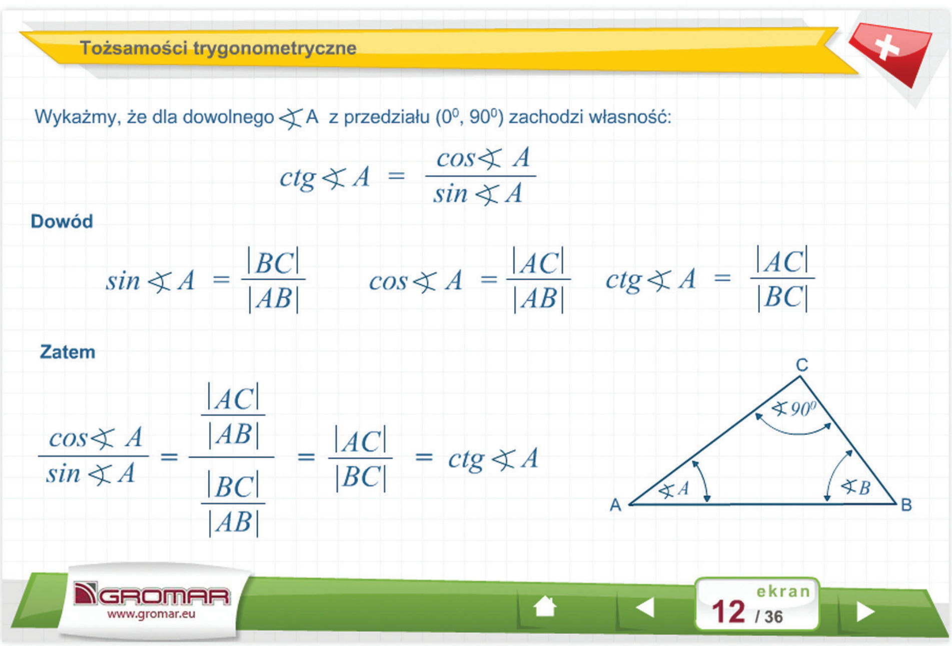
5. Odczytuje miarę kąta na podstawie wartości funkcji trygonometrycznych z użyciem Tablic matematycznych lub kalkulatora.



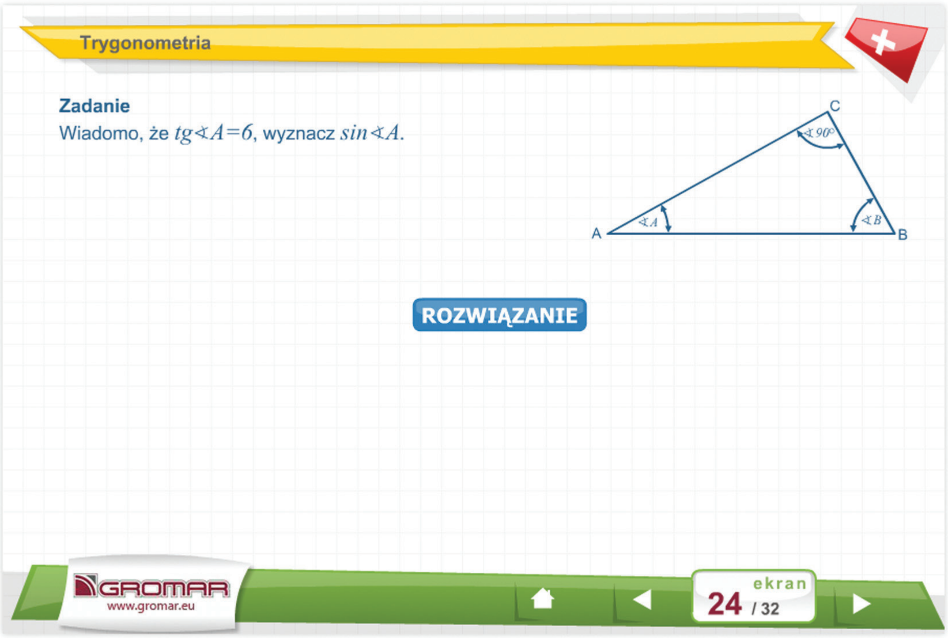
6. Wymienia zależności między funkcjami trygonometrycznymi.



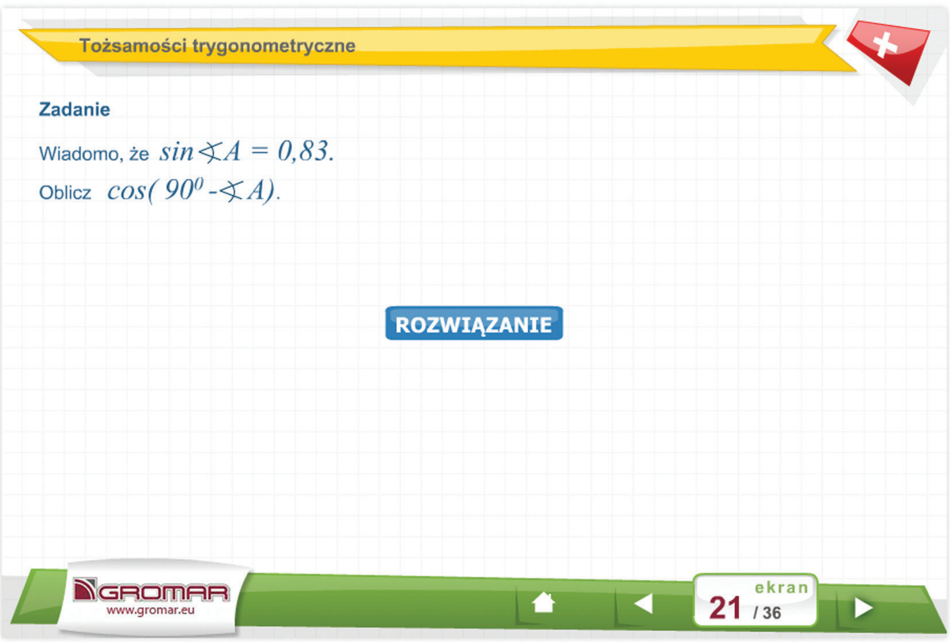
7. Stosuje zależności między funkcjami trygonometrycznymi.



8. Na podstawie znanej jednej wartości funkcji trygonometrycznej wyznacza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych.

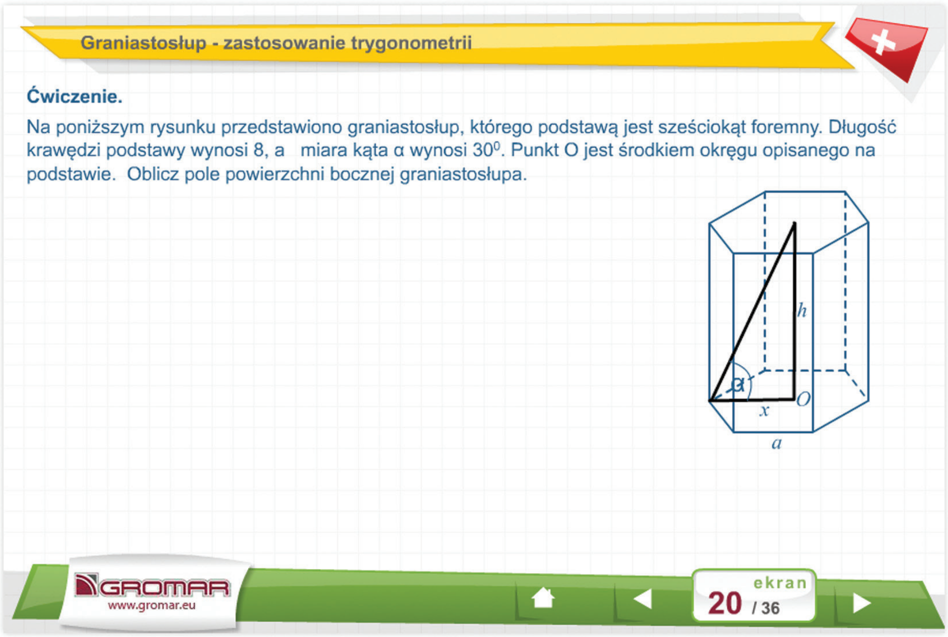


9. W modelach matematycznych wykorzystuje funkcje trygonometryczne.

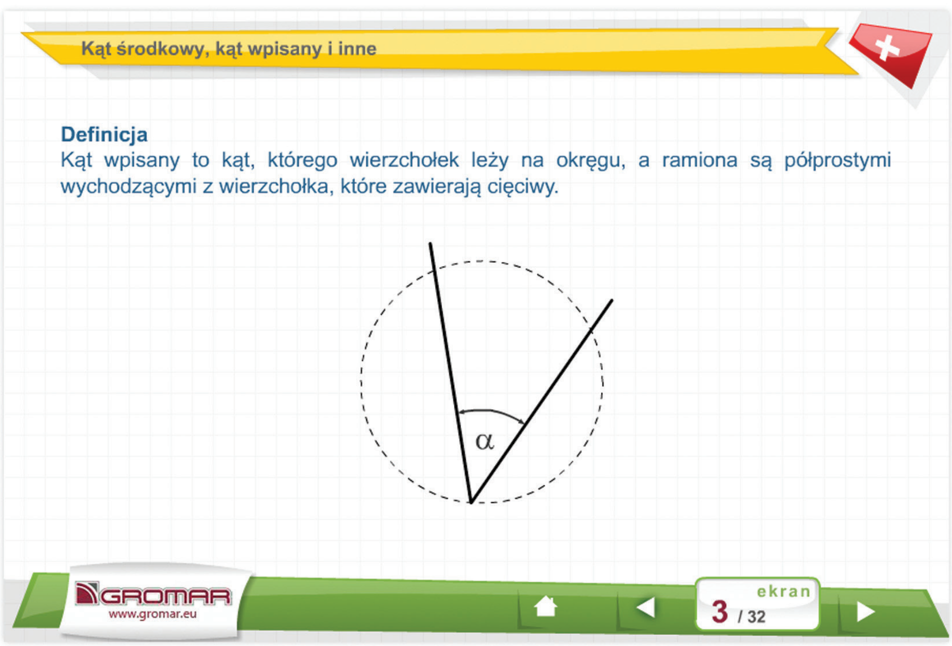


4.7 Planimetria

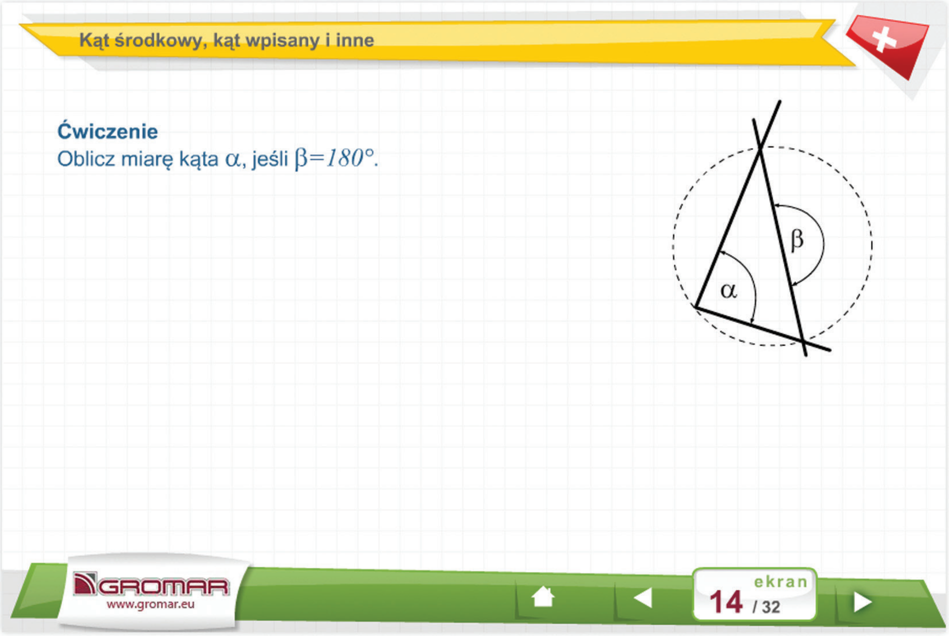
1. Definiuje kąt środkowy i wpisany.



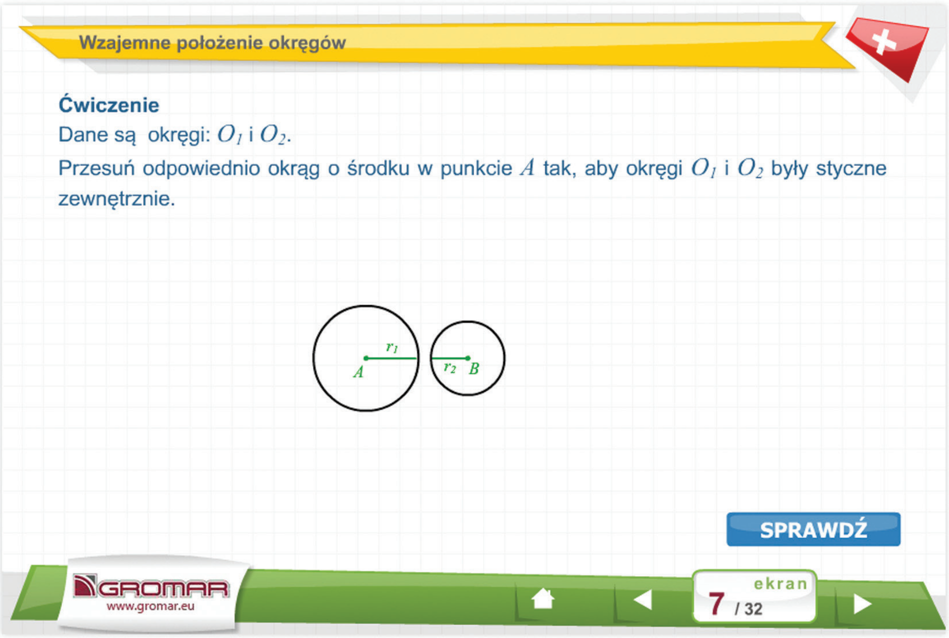
2. Stosuje zależność dla kąta środkowego i wpisanego.



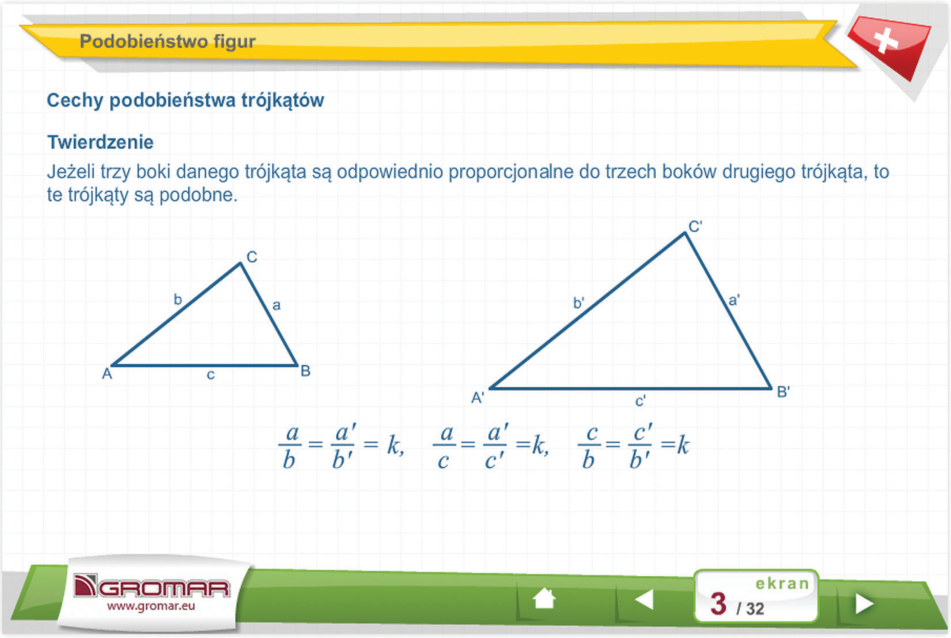
3. Rozpoznaje okręgi styczne wewnętrznie i zewnętrznie.



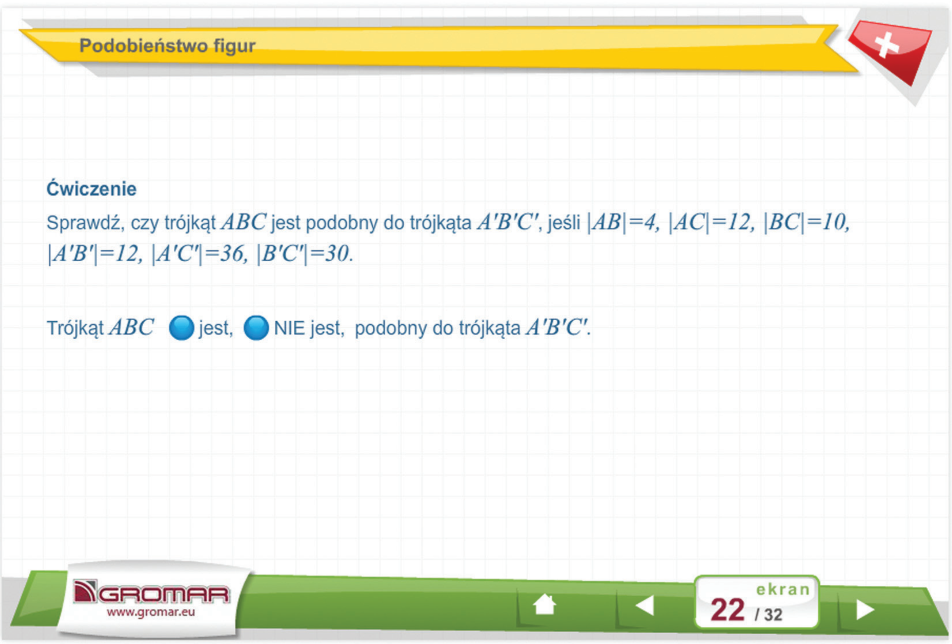
4. Definiuje podobieństwo trójkątów.



5. Stosuje podobieństwo trójkątów w sytuacjach praktycznych.

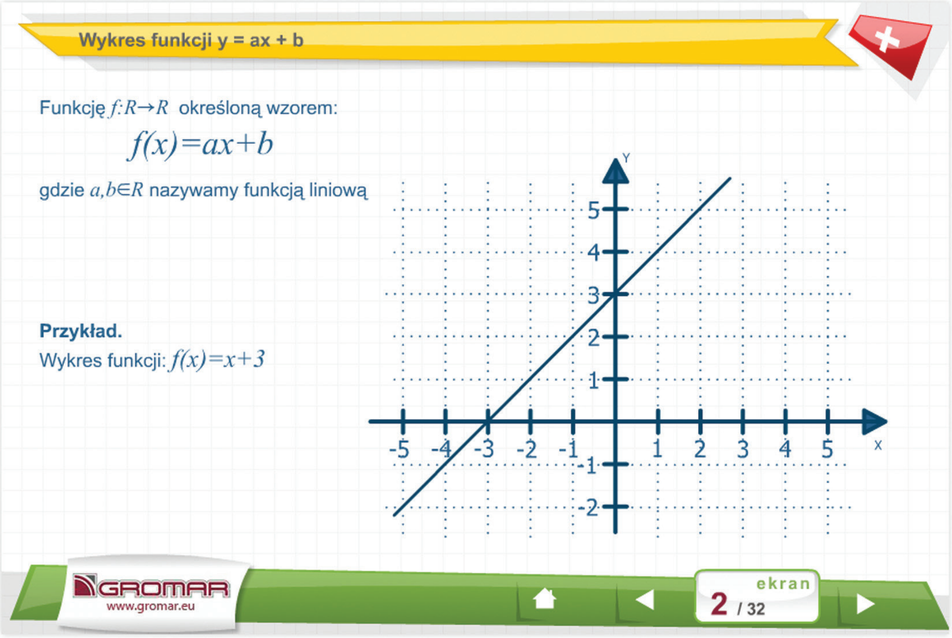


6. Stosuje funkcje trygonometryczne w obliczeniach geometrycznych.

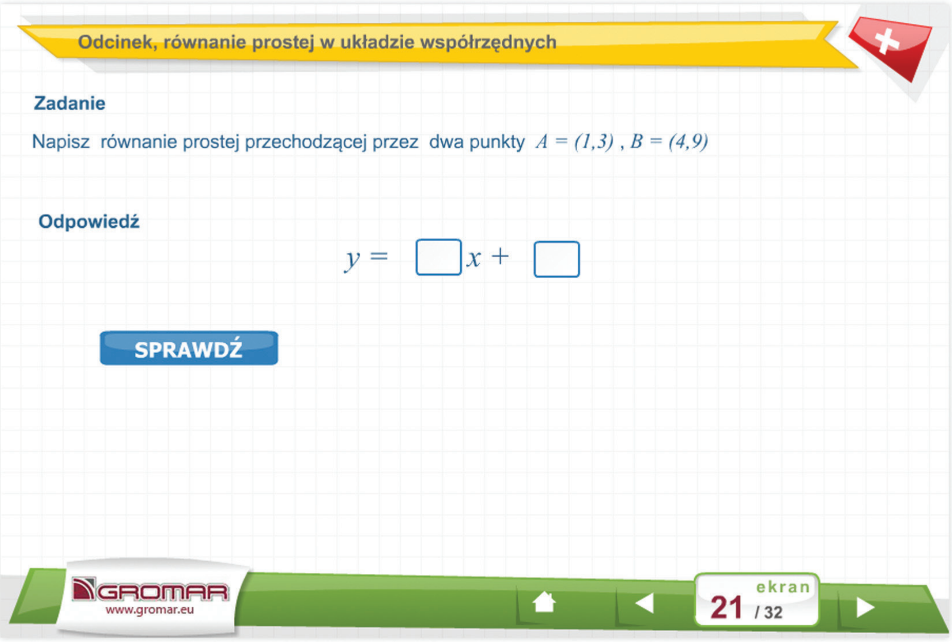


4.8 Geometria na płaszczyźnie kartezjańskiej

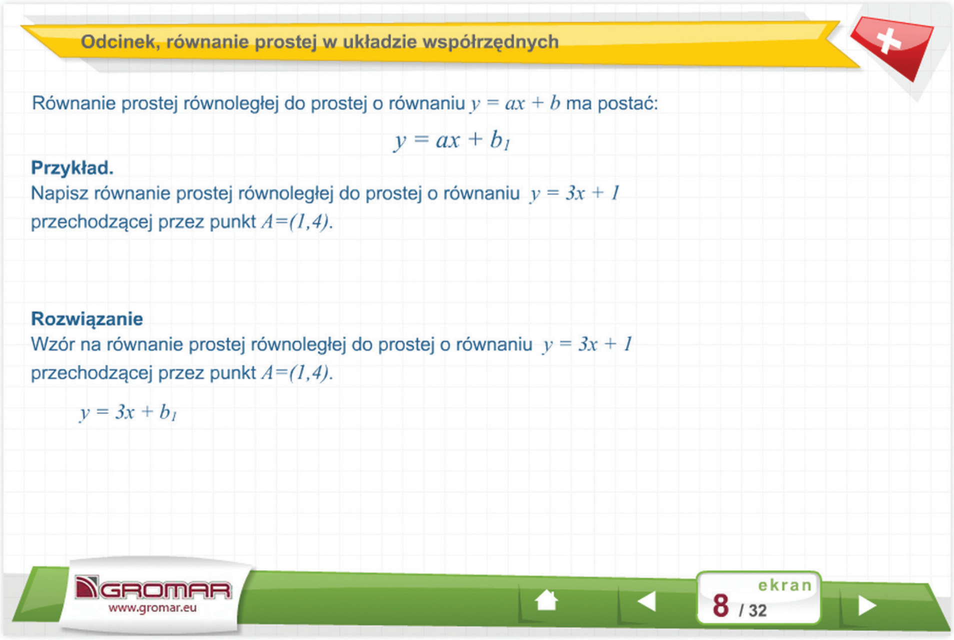
1. Definiuje równanie prostej w postaci ogólnej.



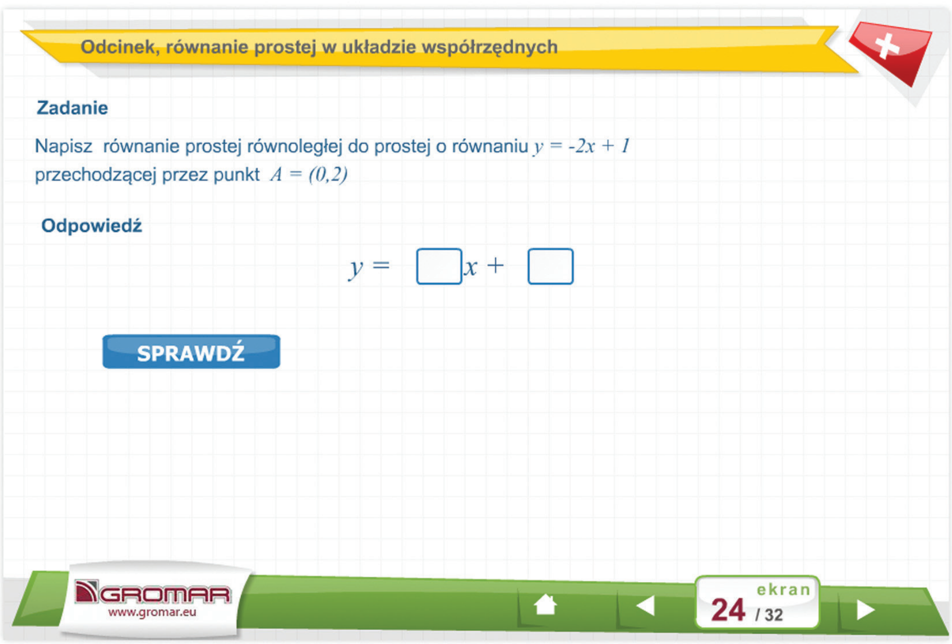
2. Wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty.



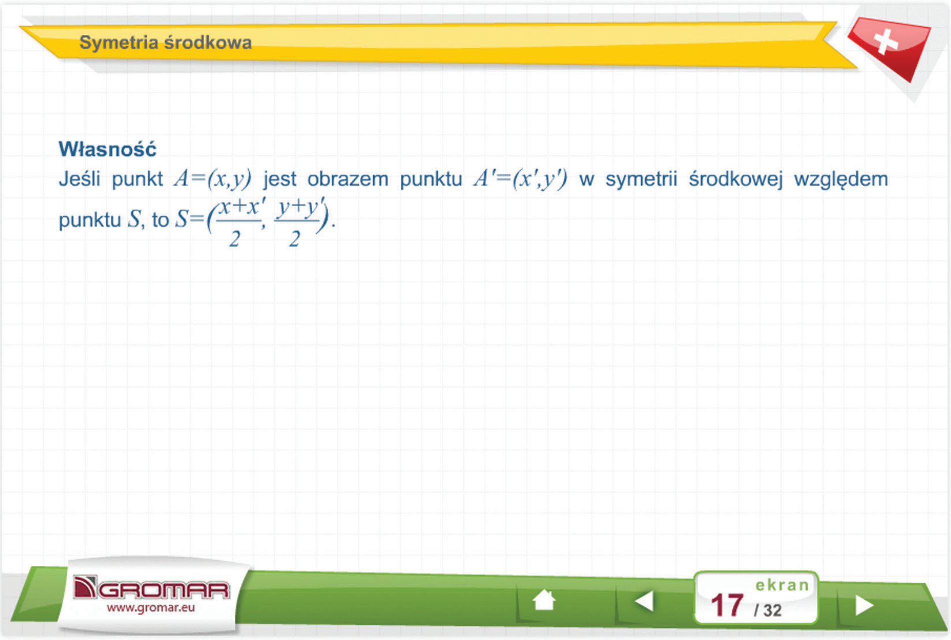
3. Rozpoznaje proste równoległe i prostopadłe.



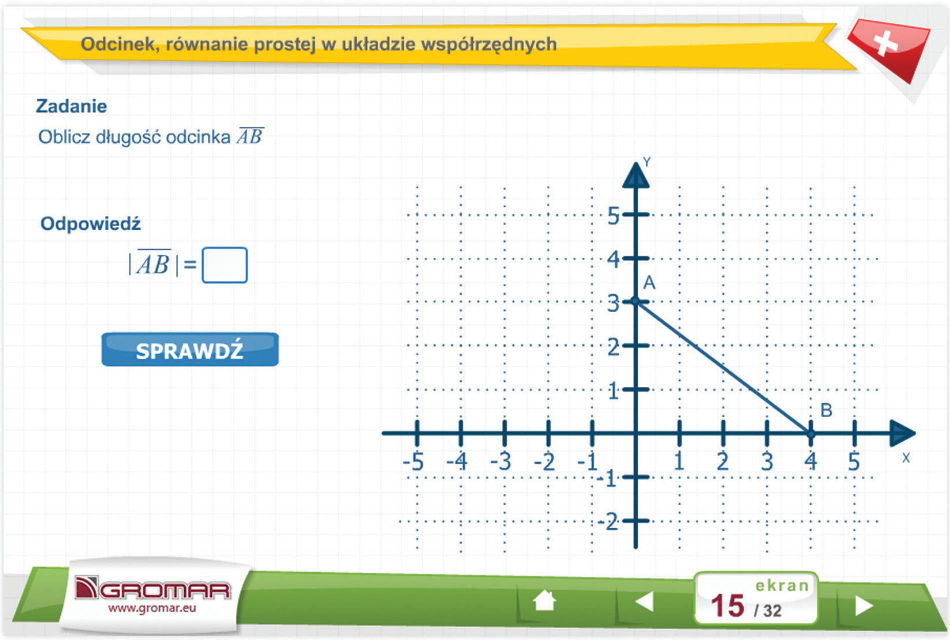
4. Wyznacza wzór prostej równoległej i prostopadłej.



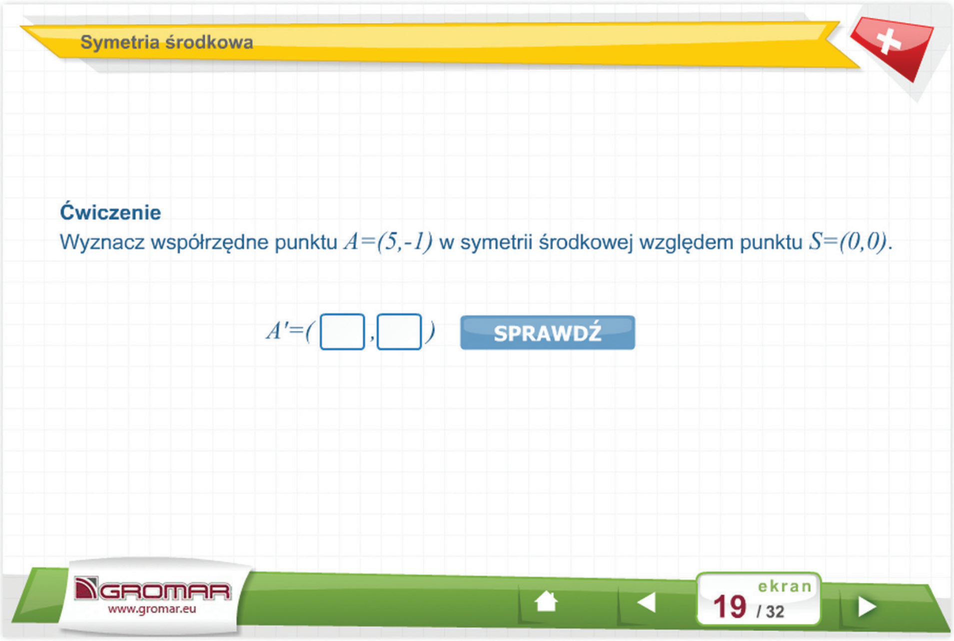
5. Zapisuje wzory (np. z użyciem tablic matematycznych) na współrzędne środka odcinka i odległość dwóch punktów.



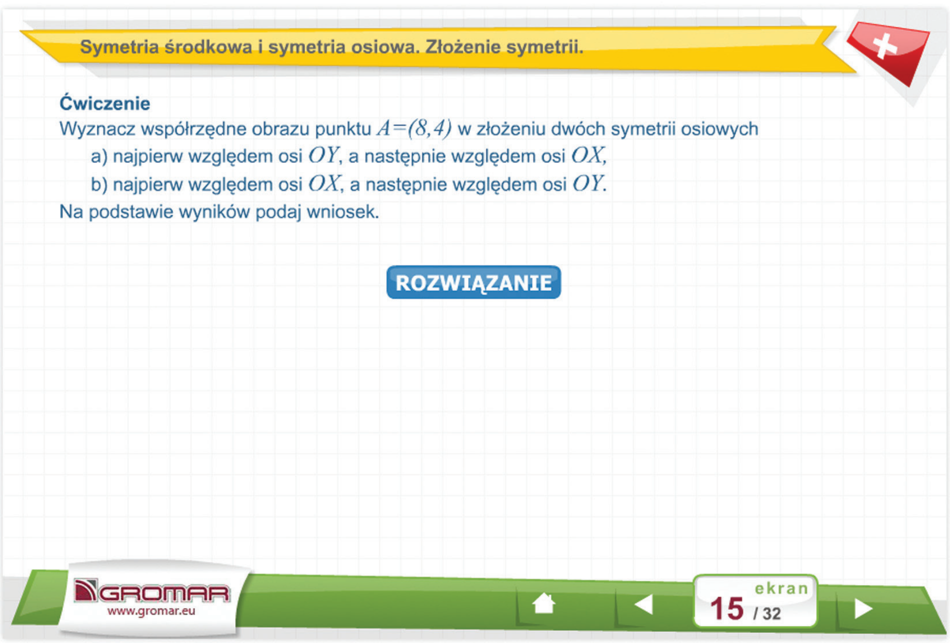
6. Wyznacza współrzędne środka odcinka i odległość dwóch punktów.



7. Wyznacza współrzędne punktów w symetrii osiowej, symetrii środkowej.

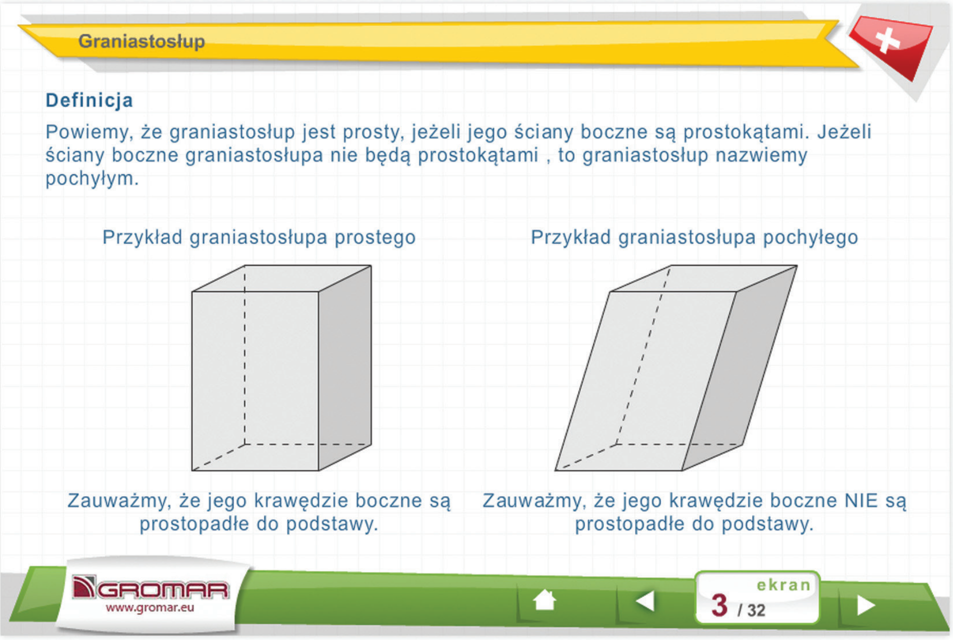


8. Wyznacza równanie prostej będącą osią symetrii.

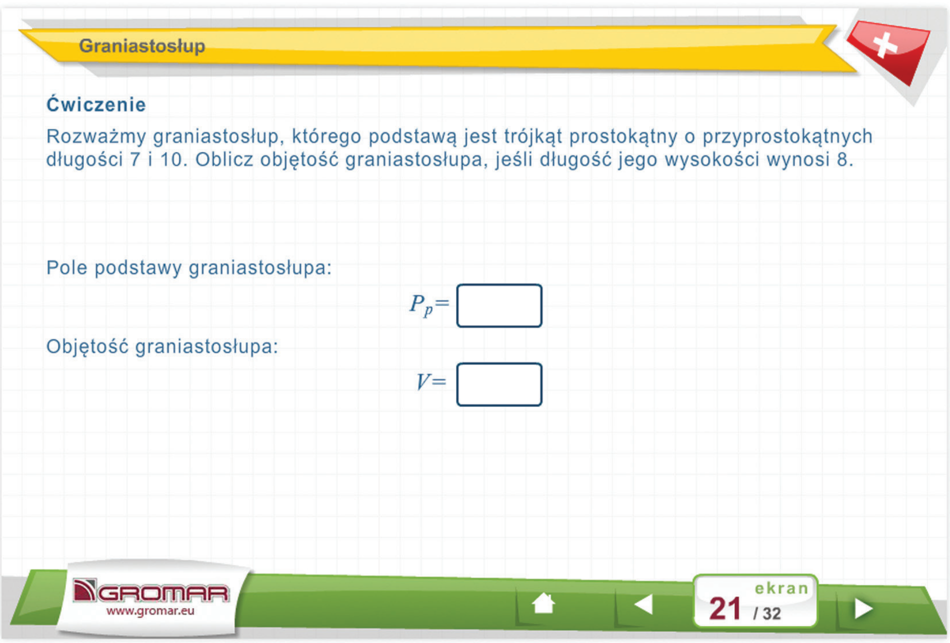


4.9 Stereometria

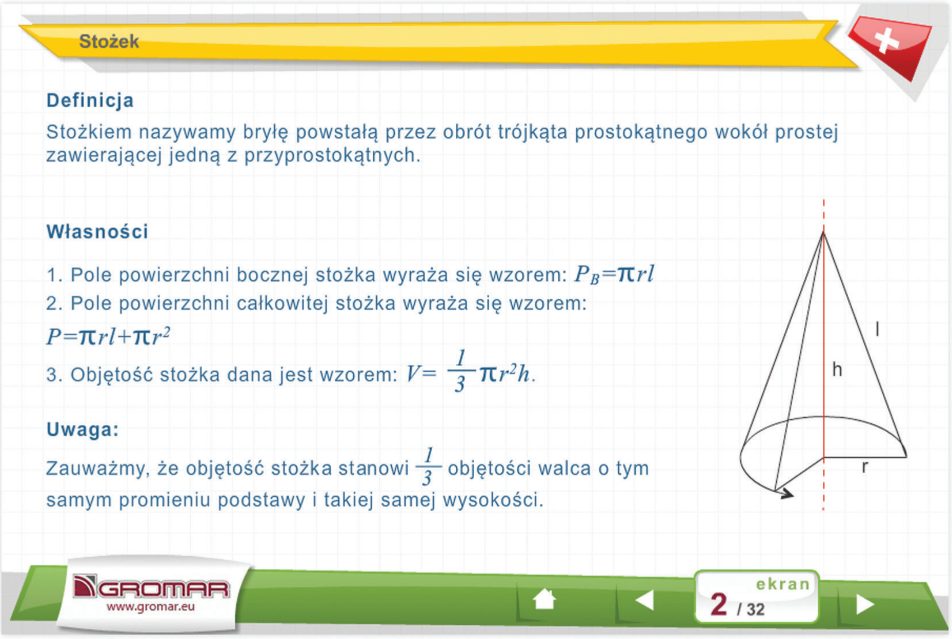
1. Rozpoznaje graniastosłupy, ostrosłupy.



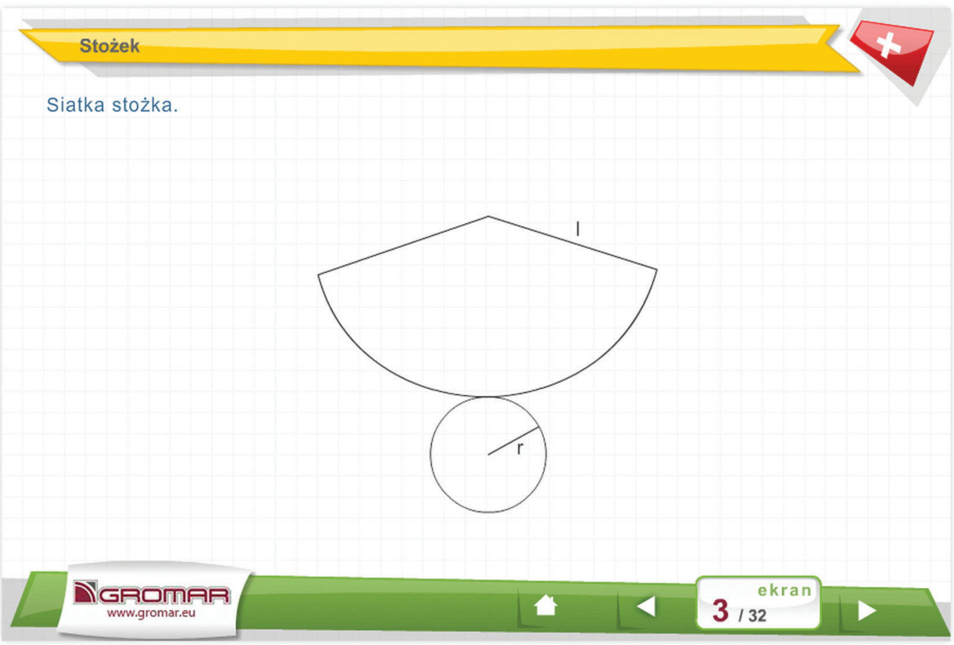
2. Wyznacza pola i objętości graniastosłupów, ostrosłupów.



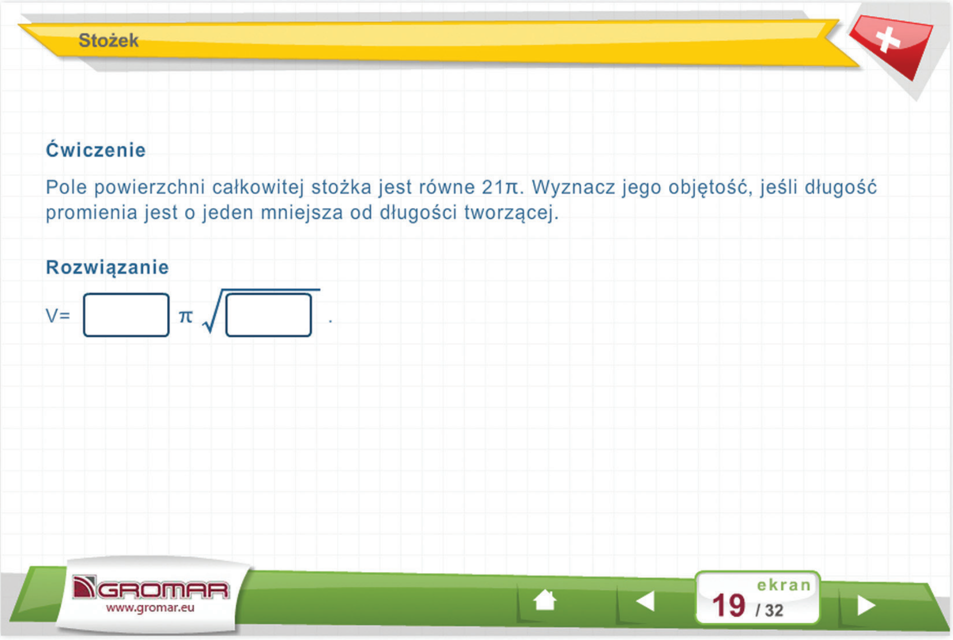
3. Rozpoznaje walec, stożek.



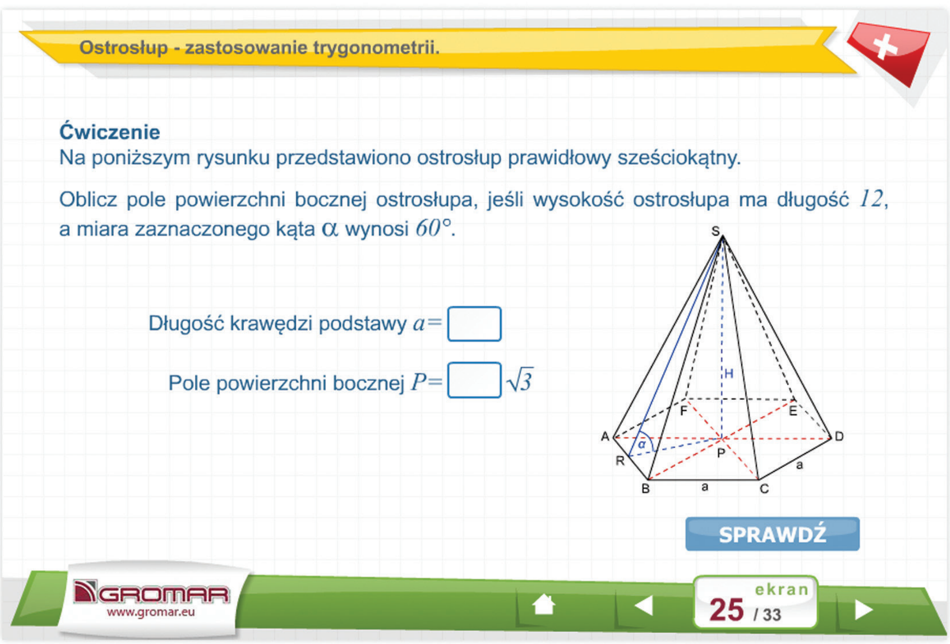
4. Rysuje siatki walca, stożka.



5. Wyznacza pola i objętości walca, stożka.

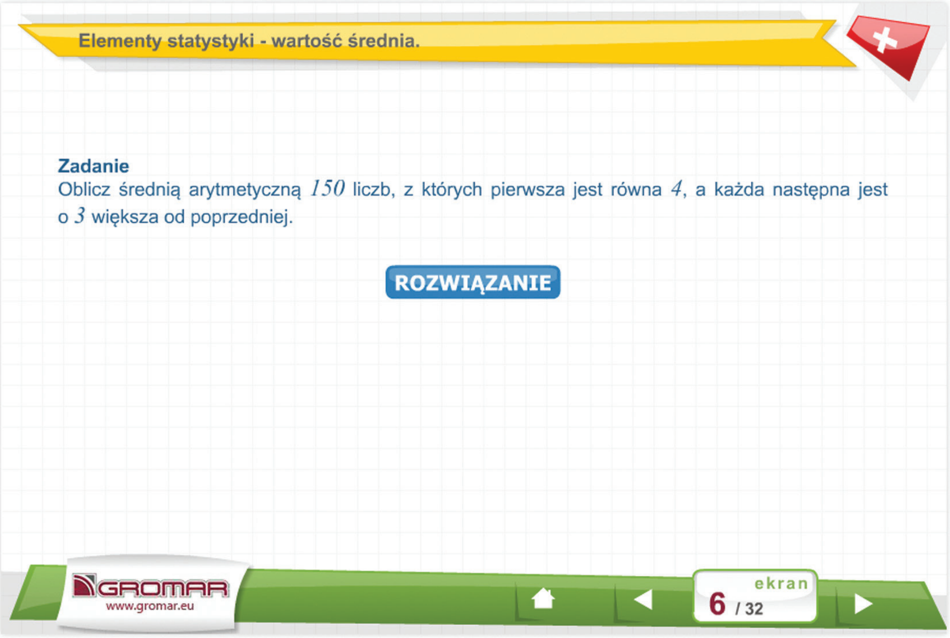


6. Dostrzega kąty między płaszczyznami i odcinkami w przestrzeni.

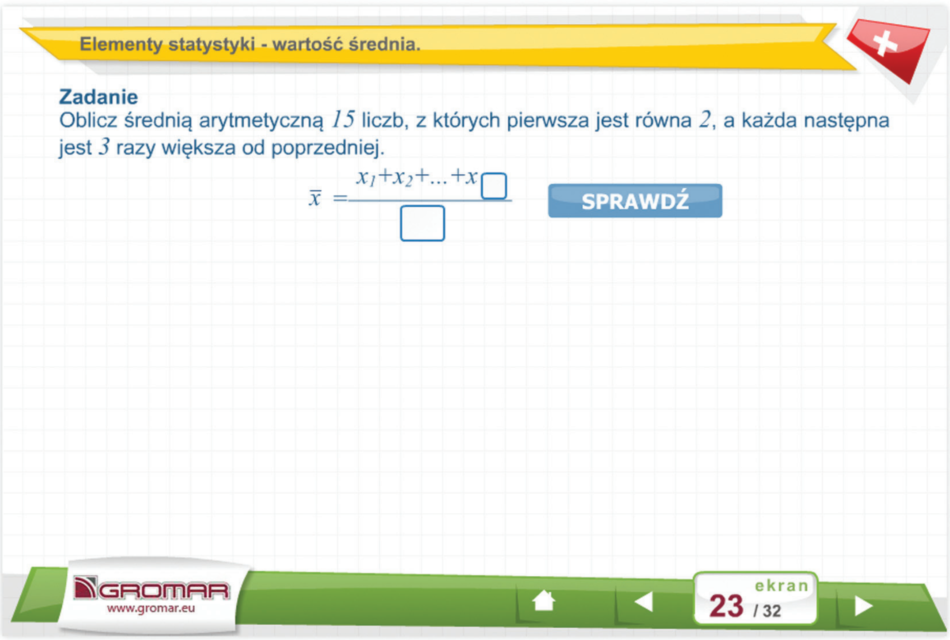


4.10 Elementy statystyki opisowej. Teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka

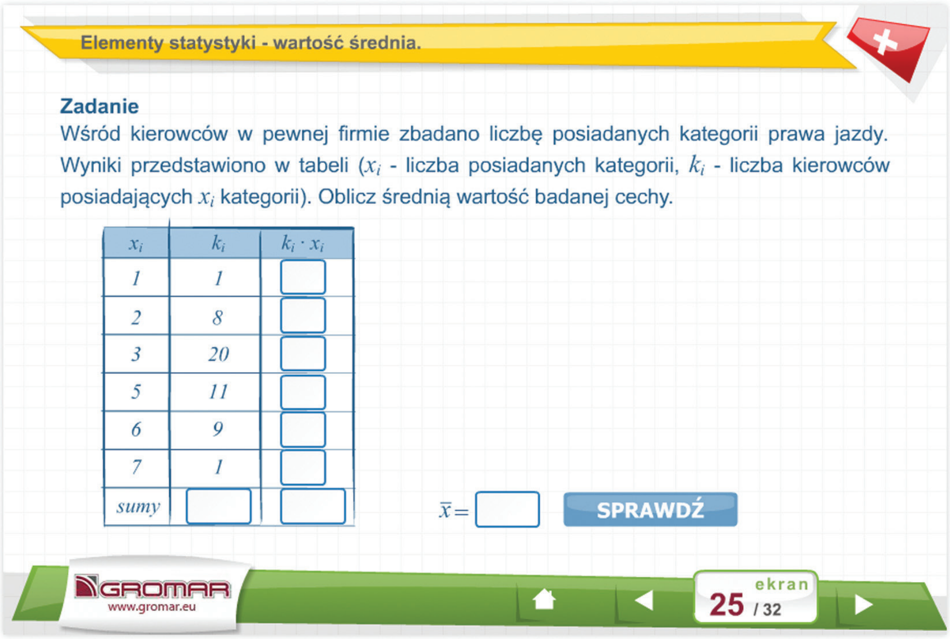
1. Oblicza średnią, średnią ważoną, odchylenie standardowe.



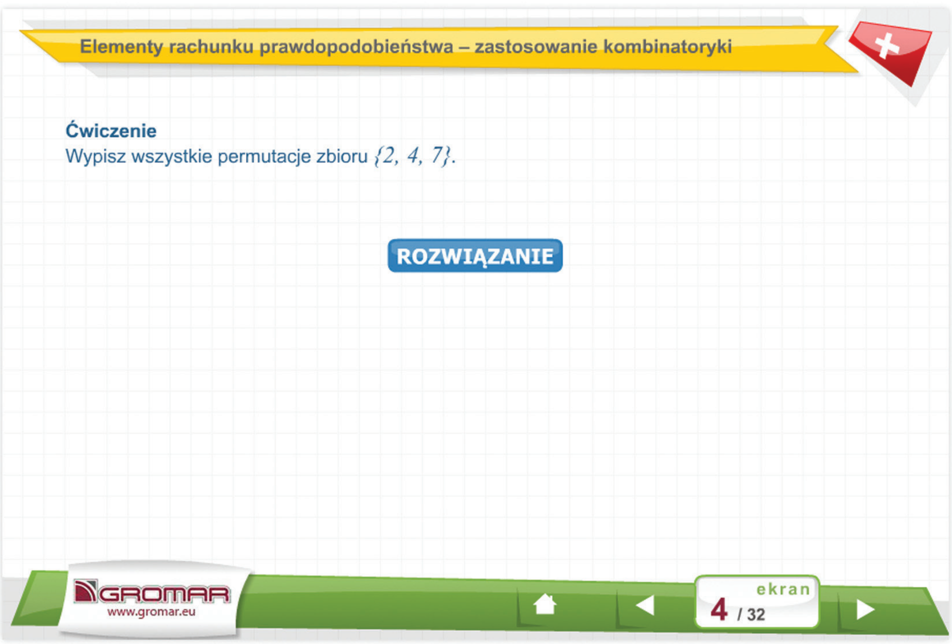
2. Interpretuje średnią ważoną, odchylenie standardowe.



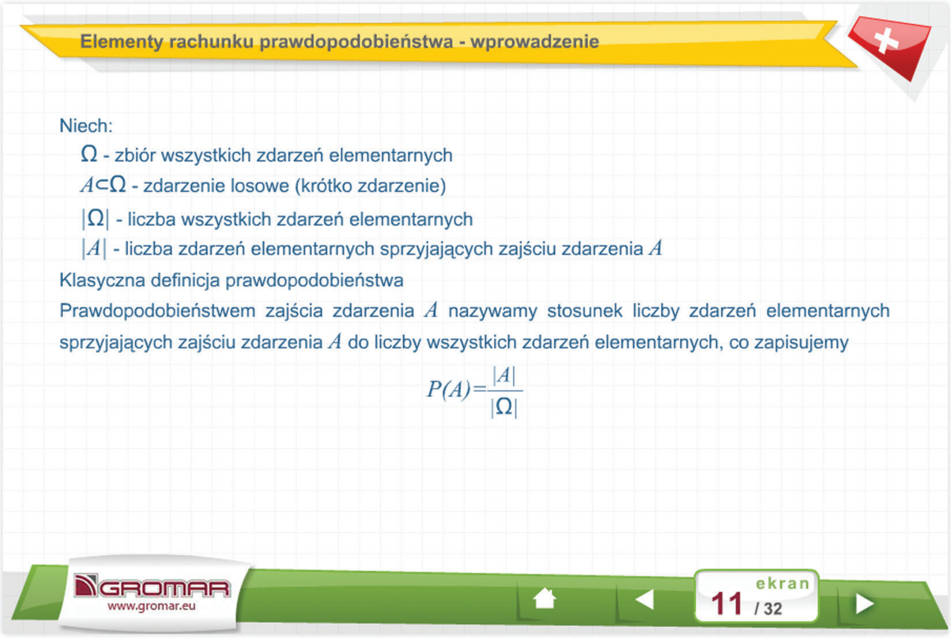
3. Opisuje sytuacje z użyciem średniej, średniej ważonej, odchylenia standardowego.



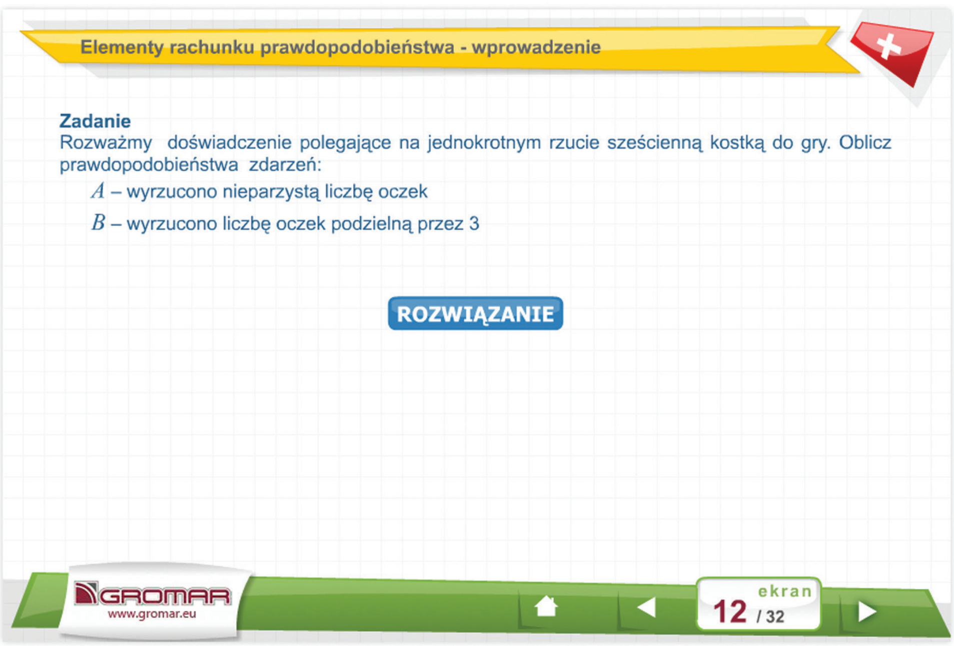
4. Zlicza ilość obiektów w prostych sytuacjach kombinatorycznych.



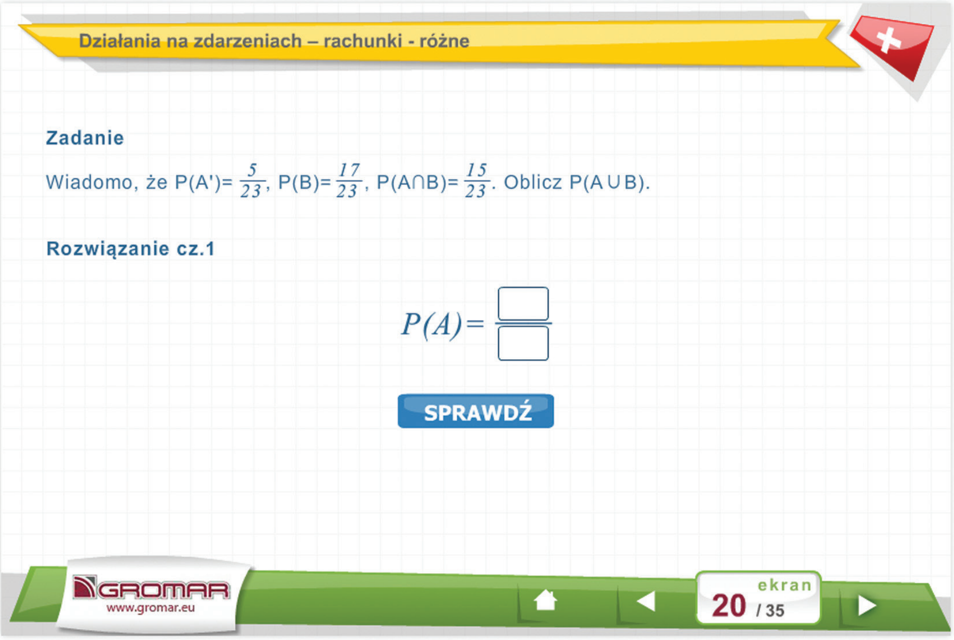
5. Przedstawia klasyczną definicję prawdopodobieństwa.



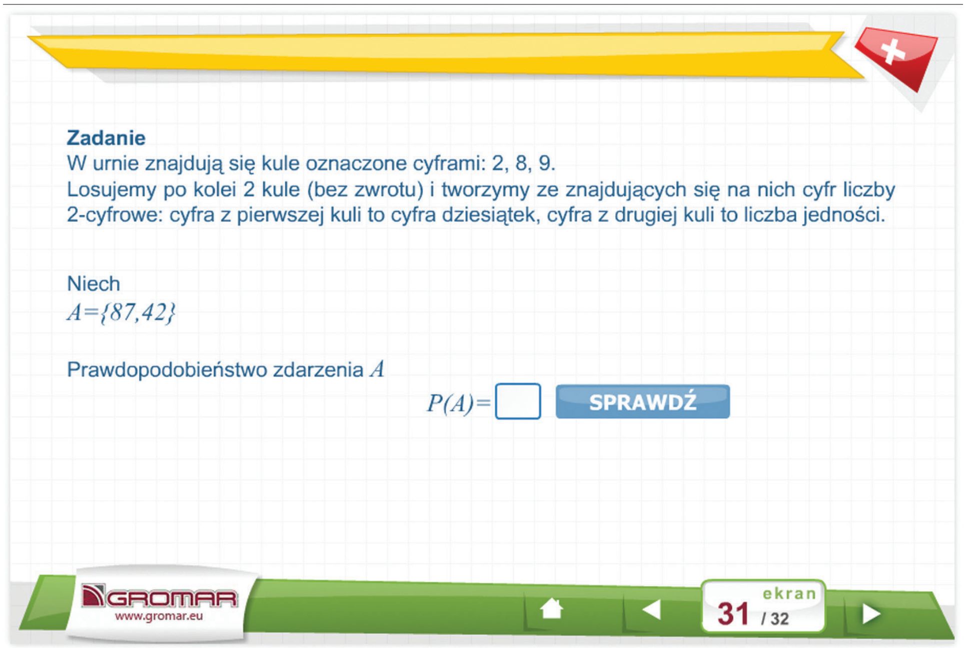
6. Stosuje klasyczną definicję prawdopodobieństwa.



7. Porównuje prawdopodobieństwa.



8. Opisuje sytuacje z użyciem rachunku prawdopodobieństwa.



BADANIE ILOŚCIOWE I JAKOŚCIOWE

5.1 Metodologia i wyniki

W szkołach uczestniczących w projekcie w proces nauczania matematyki wspomaganego wytworzonymi materiałami dydaktycznymi zamieszczonymi na platformie e-learningowej zostały włączone testy diagnostyczne. Ich celem był pomiar przyrostu wiedzy uczniów. Schemat postępowania był następujący:

1. Test diagnostyczny - przed przystąpieniem do realizacji danej tematyki.
2. Proces uczenia – zajęcia prowadzone z wykorzystaniem wytworzonych materiałów e-learningowych.
3. Ponowny test diagnostyczny (ten sam, co przed zajęciami).

W fazie testowania, grupa projektowa wykazała średni wzrost wiedzy ok. 46% (uzyskując średnio 27% punktów w badaniu pre-testem oraz średnio 50% punktów w badaniu post testem). Grupa kontrolna, która nie brała udziału w projekcie uzyskała średnio 28% punktów, wypełniając analogiczny test co grupa projektowa. W fazie testowania uzyskano średni wzrost wiedzy Uczestników/Uczestniczek projektu o 64% (próba 1170 Uczniów/Uczennic).

Nauczyciele biorący udział w projekcie pozytywnie ocenili swe zadowolenie z wykorzystania platformy on-line. Na pytanie „Proszę zaznaczyć na skali na ile jest Pan/Pani zadowolona z udziału w projekcie?" 93% uczestników badania oceniło swe zadowolenie na 5 lub więcej punktów na skali 7 stopniowej (gdzie 1 oznacza bardzo niski stopień zadowolenia, 4 – ani niski, ani wysoki stopień zadowolenia, 7 – bardzo wysoki stopień zadowolenia). Na pytanie „Czy uważa Pan/Pani, iż udostępnione narzędzie/narzędzia wpływają na poprawę efektywności nauczania matematyki w Pana/Pani szkole?" 34 osoby (na 55 badanych) udzieliły odpowiedzi „Raczej Tak" a 19 osób „Zdecydowanie TAK". Jak widać aż 96% Nauczycieli wypowiedziało się pozytywnie na temat przydatności opracowanego narzędzia, w trakcie nauczania matematyki. Zakres merytoryczny treści on-line został pozytywnie oceniony przez 87% respondentów, 9% nie miało zdania a 4% przyznały ocenę 3 na skali 7 stopniowej. Podobnie oceniona została szata graficzna platformy, która została pozytywnie oceniona przez 85% badanych. 87% Nauczycieli pozytywnie oceniło użyteczność narzędzia w trakcie lekcji, a 95% stwierdziło, iż obsługa platformy nie sprawia im większych trudności. Użyteczność narzędzi dodatkowych zamieszczonych na platformie (wirtualna tablica, testy, ankiety, chat, zadania, materiały), została pozytywnie oceniona przez 85% badanych, 13% nie umiało się jednoznacznie wypowiedzieć na ten temat a 2% przyznało ocenę 3 na skali 7 stopniowej. Również wysoko oceniona została użyteczność webinariów (spotkań on-line) ze specjalistami z uczelni wyższych, w procesie nauczania matematyki. 89% Nauczycieli oceniło ją na 5 lub więcej punktów na skali 7 stopniowej, 9% nie miało zdania, a dla 2 % użyteczność była poniżej oczekiwań (ocena 3). Wsparcie Help-desk pozytywnie oceniło prawie 70% badanych, a 87% respondentów stwierdziło, iż organizacja olimpiady matematycznej była bardzo dobrym motywatorem dla Uczniów/Uczennic.

5.2 Testy

W kolejnych podrozdziałach zamieszczamy przykładowe zadania, które stanowiły podstawę diagnozy w zakresie tematyki: „Procenty", „Logarytmy, funkcja wykładnicza", „Układy równań, równania liniowe", „Przekształcenia wykresów", „Kombinatoryka", „Prawdopodobieństwo", „Stereometria".

5.2.1 Test 1
Procenty

ZADANIE 1
Oblicz 32% z liczby 80.

ZADANIE 2
Ile procent liczby 12 stanowi 64.

ZADANIE 3
Cenę komputera obniżono o 10% a następnie podwyższono o 10%. O ile procent różni się cena obecna od początkowej?

Zadanie 1 - 2pkt., Zadanie 2 - 2pkt., Zadanie 3 - 3pkt.

5.2.2 Test 2
Logarytmy, funkcja wykładnicza

ZADANIE 1

Narysuj wykres funkcji $f(x)=2^x-2$ i zapisz trzy jego własności.

ZADANIE 2

Rozwiąż równanie: $(^1/_3)^{(x-2)}=\sqrt{3}$

ZADANIE 3

Oblicz: $\log_2 8+\log_{(1/3)} 27+1$

Zadanie 1 - 2pkt., Zadanie 2 - 2pkt., Zadanie 3 - 3pkt

5.2.3 Test 3
Układy równań, równania liniowe

ZADANIE 1

Rozwiąż układ metodą graficzną: $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x - y = -1 \end{cases}$

ZADANIE 2

Napisz równanie prostej

a) Równoległej
b) Prostopadłej

do prostej o równaniu y=2x+1 przechodzącej przez punkt A=(0,3).

ZADANIE 3

Przedyskutuj rozwiązanie układ: $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x + ay = 2 \end{cases}$

Zadanie 1- 2pkt., Zadanie 2 - 2pkt., Zadanie 3 - 3pkt

5.2.4 Test 4
Przekształcenia wykresów

ZADANIE 1

Dana jest funkcja f(x)=2x-1. Narysuj wykres funkcji g(x)=f(x)+1.

ZADANIE 2

Dana jest funkcja f(x)=-x-1. Napisz wzór funkcji g(x)=f(x-2).

ZADANIE 3

Dana jest funkcja f(x)=x^2-1. Napisz wzór funkcji g(x)=f(x-1)+2.

Zadanie 1 - 2pkt., Zadanie 2 - 2pkt., Zadanie 3 - 3pkt

5.2.5 Test 5
Kombinatoryka

ZADANIE 1

W urnie znajdują się cztery różne cyfry (bez zera). Ile można z nich utworzyć różnych trzycyfrowych liczb:

a) jeśli cyfry się powtarzają

b) jeśli cyfry się nie powtarzają

ZADANIE 2

Rzucamy dwiema sześciennymi kostkami do gry. Ile jest możliwości, takich aby suma oczek na dwóch kostkach była większa niż 9.

ZADANIE 3

Jest pięciu zawodników. Każdy gra z każdym jeden raz. Ile meczy zostanie rozegranych?

Zadanie 1: a)1 pkt., b) 1 pkt.; Zadanie 2 - 2 pkt.; Zadanie 3 - 2 pkt.

5.2.6 Test 6
Prawdopodobieństwo

ZADANIE 1

W urnie znajduje się siedem kul czarnych i pięć białych. Jakie jest prawdopodobieństwo wylosowania kuli czarnej?

ZADANIE 2

W urnie znajdują się dwie kule czarne i trzy białe. Losujemy jednocześnie dwie kule. Jakie jest prawdopodobieństwo wylosowania kul o jednakowych kolorach?

ZADANIE 3

Rzucamy trzema sześciennymi kostkami do gry. Jakie jest prawdopodobieństwo, że iloczyn wyrzuconych oczek jest podzielny przez 9?

Zadanie 1 - 2 pkt., Zadanie 2 - 2 pkt., Zadanie 3 - 2 pkt.

5.2.7 Test 7
Stereometria

ZADANIE 1

Suma wszystkich krawędzi prostopadłościanu jest równa 88. Długość jest dwa razy większa od szerokości, a wysokość jest trzy razy mniejsza od długości. Oblicz pole i objętość prostopadłościanu.

ZADANIE 2

Wysokość walca zwiększyła się dwukrotnie, a promień zmniejszył się dwukrotnie.
Jak zmieni się objętość walca?

ZADANIE 3

Dany jest prostopadłościan o wymiarach: 3,4, 10. Oblicz sinus kąta nachylenia przekątnej prostopadłościanu do płaszczyzny podstawy. (Podstawa to prostokąt o wymiarach 3 na 4).

Zadanie 1 - 2 pkt., Zadanie 2 - 2 pkt., Zadanie 3 - 2 pkt.

WYKŁADY PROWADZONE DLA UCZNIÓW

DR KRZYSZTOF LISIECKI

6.1 Procent składany i jego konsekwencje

W trakcie wykładu przypomniane zostały podstawowe wiadomości dotyczące procentów, a także podane podstawowe pojęcia z zakresu finansów i bankowości takie jak stopa procentowa, okres odsetkowy, procent prosty i procent składany, kapitalizacja. Stosując te pojęcia uczniowie rozwiązywali następujące zadania.

ZADANIE 1

Lokujemy w banku 100 złotych przy stopie procentowej p = 5 i oprocentowaniu według procentu składanego. Obliczcie jaką kwotę otrzymamy:

a) po 3 latach,
b) po 10 latach?

Ile lat musimy oszczędzać w tym banku, aby nasz kapitał był nie mniejszy niż 150 złotych?

ZADANIE 2

Obliczymy ile da 100 złotych zainwestowane na 1 rok w przypadku zastosowania procentu składanego przy kapitalizacji:

a) rocznej,
b) półrocznej,
c) kwartalnej,

jeżeli roczna stopa procentowa wynosi p=5.

ZADANIE 3

Obliczymy ile da 100 złotych zainwestowane na 10 lat w przypadku zastosowania procentu składanego przy kapitalizacji:

a) rocznej,
b) półrocznej,
c) kwartalnej,

jeżeli roczna stopa procentowa wynosi p=5

Uczniowie poznali też pojęcie kapitalizacji ciągłej i na tej podstawie definicję oraz zastosowania liczby e.

6.2 Stożek, powierzchnia stożkowa, krzywe stożkowe

W trakcie wykładu przypomniane zostało pojęcie stożka, jak powstaje stożek. Przypomniano także podstawowe wzory związane z obliczaniem pola i objętości. Pokazane i przeanalizowane zostały różne przekroje stożka. Podano pojęcie powierzchni stożkowej, sposób jej tworzenia. Uczniowie wskazywali i analizowali różne przekroje powierzchni stożkowej. Poznali elipsę, parabolę i hiperbolę, a także ich własności. Uczniowie zapoznali się też z analitycznym opisem tych krzywych stożkowych. Szkicowali też w układzie współrzędnych wybrane stożkowe znając ich równania.

Jako zastosowanie, podane zostały też prawa Keplera, w których kluczową rolę odgrywa elipsa.

6.3 Grafy i ich wybrane zastosowania cz. 1 i cz. 2

W trakcie wykładu omówiono początki historii teorii grafów, podane zostały podstawowe pojęcia z nimi związane. Uczniowie podawali przykłady problemów, które można rozpatrywać używając grafów. Rysowali niektóre z tych grafów. I odwrotnie, mając dany graf próbowali wymyślać modelowy problem, który może taki graf reprezentować.

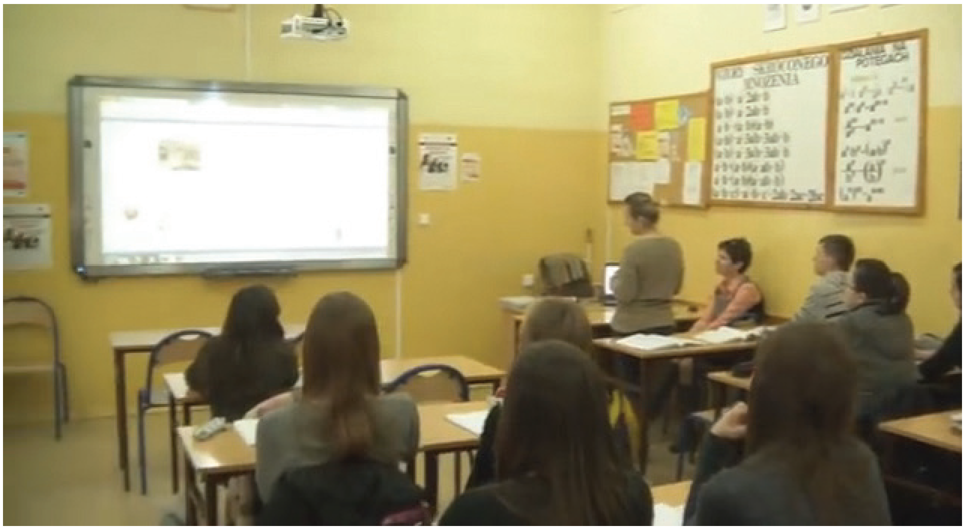
Następnie uczniowie zapoznani zostali z pojęciem macierzy kwadratowej i macierzy sąsiedztwa grafu. Rozwiązywali zadania polegające na napisaniu macierzy sąsiedztwa danego grafu oraz rysowali graf mając daną jego macierz sąsiedztwa. W trakcie dyskusji ustalono, że macierz sąsiedztwa jest bardzo wygodnym, szczególnie dla grafów dużego wymiaru, opisem. Wygodna jest wówczas komputerowa „obróbka" takiego grafu. Uczniowie zostali też zapoznani z najważniejszymi problemami praktycznymi, w których stosuje się teorie grafów, takimi jak znajdowanie drogi/cyklu Eulera, znajdowanie drogi/cyklu Hamiltona, znajdowanie najkrótszej drogi łączącej dane dwa wierzchołki.

PUBLIKACJE

7.1 E-lekcja z matematyki – dr Monika Potyrała

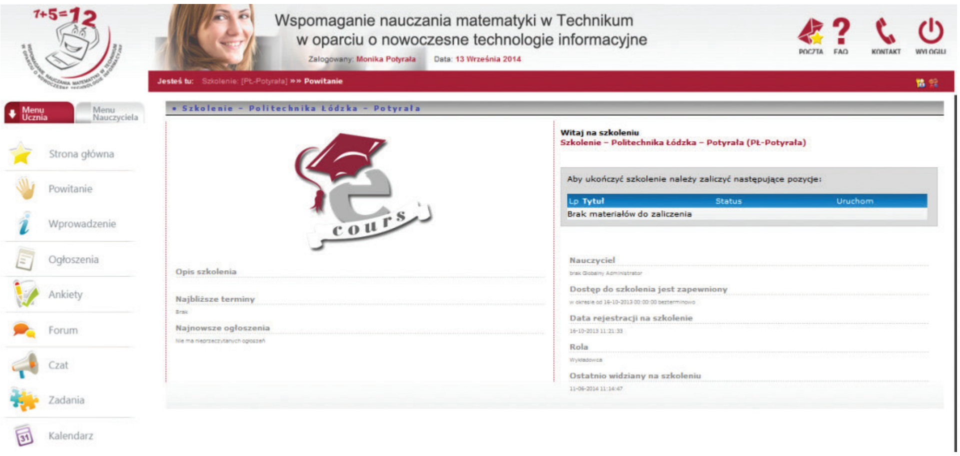
7.1.1 Wstęp

Zajęcia przez Internet to nowość zarówno dla uczniów jak i dla prowadzących. Z pewnością stanowią urozmaicenie typowych lekcji, ale są również wyzwaniem dla nauczycieli. Wykładowca jest daleko, a uczniów trzeba zmobilizować do działania, rysunek 1.



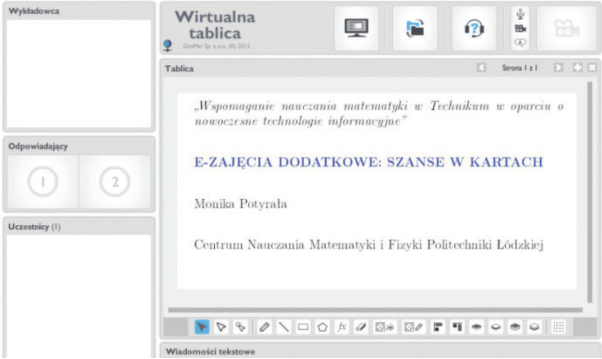
Rysunek 1. E-lekcja

Podstawą do przeprowadzenia e-lekcji jest dostęp do odpowiedniej platformy e-learningowej, rysunek 2.



Rysunek 2. Okno szkolenia

Po zalogowaniu się i przejściu do okna transmisji wykładowca widzi przyłączonych uczestników i może rozpocząć transmisję oraz umożliwić uczniom odpowiedź ustną, pisanie wiadomości jak i korzystanie z tablicy wirtualnej, rysunek 3.



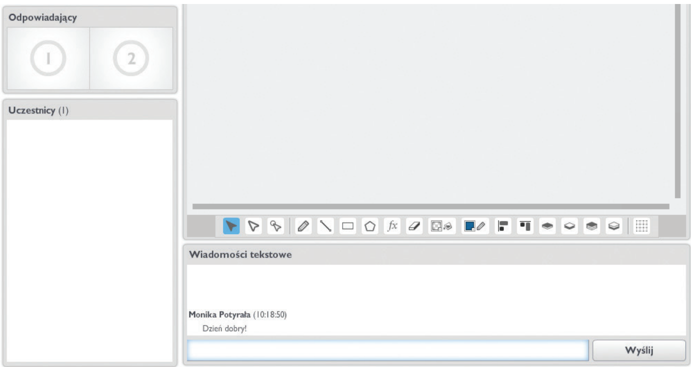
Rysunek 3. Okno transmisji video

Aby przeprowadzić lekcję przez Internet niezbędne jest dobre łącze internetowe.

Idealną sytuacją jest, kiedy obie strony: uczniowie i prowadzący widzą się i słyszą w czasie bliskim rzeczywistemu. Wtedy pytania nauczyciela szybko docierają do uczniów i możliwa jest płynna reakcja wykładowcy na odpowiedzi uczniów. Lekcja ma tempo, a uczniowie „nie odpływają", bo np. przez chwilę nic nie słyszą.

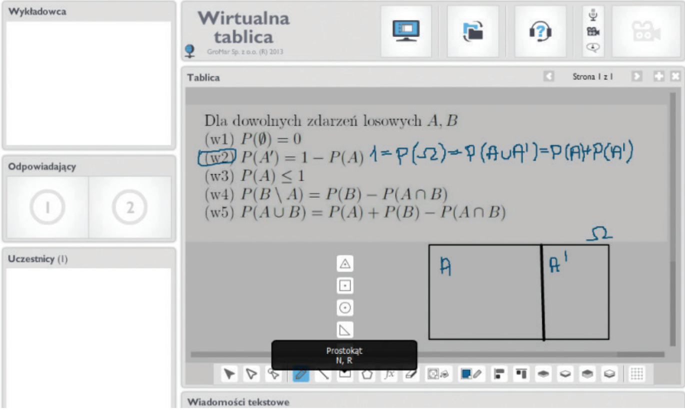
Zdarza się jednak tak, że łącze nie jest wystarczająco dobrej jakości i aby nie powodować opóźnień lepiej np. nie włączać kamery. Wtedy pozostaje nadal do dyspozycji tablica wirtualna i jej narzędzia oraz komentarz słowny.

Najbardziej dokuczliwym problemem jest brak słyszalności, bądź dźwięk przerywany. Jeśli nauczyciel nie słyszy uczniów – może po prostu prowadzić wykład, ale wtedy spada aktywność uczniów. Jeśli to jednak uczniowie nie słyszą, jedyną faktyczną pomocą może być komentarz nauczyciela obecnego w klasie (oczywiście jeśli formuła zajęć taką obecność zapewnia). Wykładowca ma jeszcze możliwość porozumiewania się z grupą poprzez wiadomości tekstowe. Ja jednak używałam tej formy wyłącznie w celu ustalenia czy i na ile dobrze mnie słychać. Ewentualnie uzgadniałam co zrobić aby poprawić sytuację, rysunek 4.



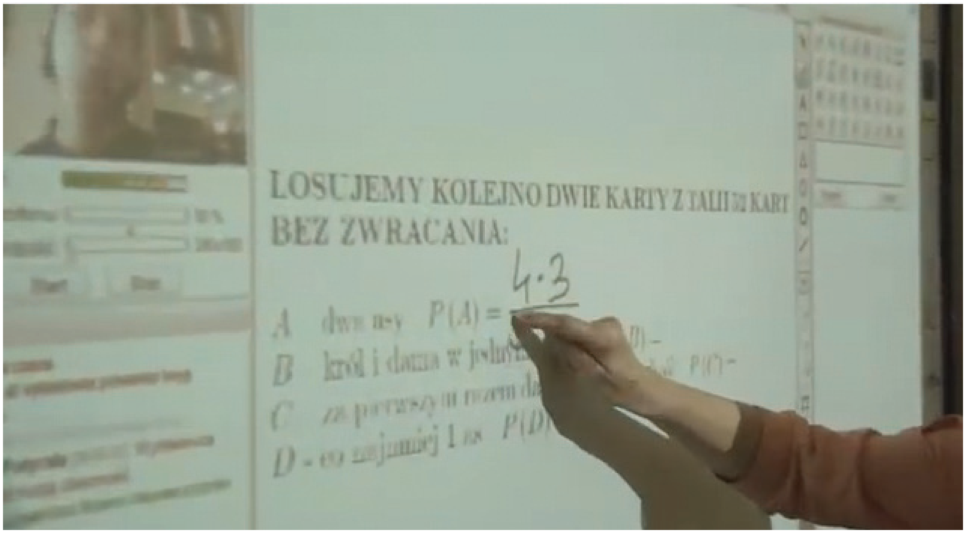
Rysunek 4. Okno wiadomości tekstowych

Istotnym elementem jest funkcjonalność tablicy wirtualnej: narzędzia edytorskie, częste odświeżanie, możliwość udostępnienia plików oraz pulpitu, rysunek 5.



Rysunek 5. Wykorzystanie narzędzi wirtualnej tablicy

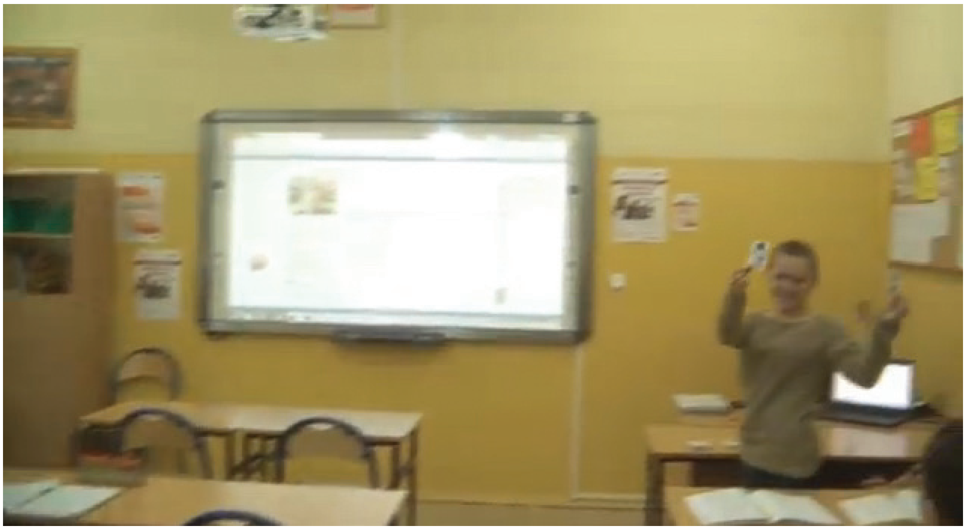
Ogromnym udogodnieniem dla uczniów jest tablica interaktywna. Wtedy mogą nie tylko oglądać co przedstawia wykładowca, ale również zapisywać swoje odpowiedzi, tak by od razu były widoczne dla prowadzącego. Dobre działanie tych wszystkich elementów również zależy od jakości łącza, rysunek 6.



Rysunek 6. Tablica interaktywna

7.1.2 Przykładowa e-lekcja

E-lekcja, którą chcę opisać dotyczyła rachunku prawdopodobieństwa. Jednym z głównych moich celów była możliwie wysoka aktywizacja uczniów. Stanowi to nie lada wyzwanie, zwłaszcza, że kontakt jest tylko wirtualny. Dlatego też na wszystkich zajęciach prosiłam o wybór mojego asystenta. Jego zadaniem było przedstawianie ustalonych przez grupę odpowiedzi oraz wykonywanie opisanych przeze mnie doświadczeń np. losowanie kart. Kiedy udało się omawiane zdarzenie zrealizować asystent miał prawo wyboru swojego następcy, rysunek 7.



Rysunek 7. Praca asystentki

Konspekt budowałam tak, aby najpierw intuicyjnie za pomocą przykładów wprowadzić uczniów w zagadnienie, a potem dokonać podsumowania teoretycznego. Celem moim było jedynie zasygnalizowanie bądź przypomnienie wybranych kwestii z rachunku prawdopodobieństwa. Oczywiście nie mogło zabraknąć elementów zabawy.

Przygotowałam odpowiednie plansze (rysunek 8) na których można było wpisywać prawdopodobieństwa omawianych zdarzeń.

DOŚWIADCZENIE: LOSUJEMY JEDNĄ KARTĘ Z TALII 52 KART:

A - as pik $P(A) =$
B - as $P(B) =$
C - kier $P(C) =$
D - karta czerwona $P(D) =$
E - czerwony pik $P(E) =$

Rysunek 8. Opis omawianych zdarzeń

Przygotowałam sobie również plansze do omówienia elementów teorii, rysunek 9.

Ω - przestrzeń zdarzeń elementarnych

$A, B, \ldots$ - zdarzenia losowe (dowolne podzbiory przestrzeni zdarzeń elementarnych Ω)

Definicja klasyczna prawdopodobieństwa (Pierre-Simon de Laplace, 1812)
Jeżeli przestrzeń składa się z $\bar{\bar{\Omega}}$ $\left(\bar{\bar{\Omega}} < \infty\right)$ jednakowo możliwych zdarzeń elementarnych i zdarzenie A składa się z $\bar{\bar{A}}$ zdarzeń elementarnych, to liczbę

$$P(A) = \frac{\bar{\bar{A}}}{\bar{\bar{\Omega}}}$$

nazywamy **prawdopodobieństwem zajścia zdarzenia A.**

Rysunek 9. Elementy teorii

Omawiane zagadnienia stawały się coraz bardziej złożone i wspólnie ustalaliśmy oraz zapisywaliśmy odpowiedzi, rysunek 10.

LOSUJEMY KOLEJNO DWIE KARTY Z TALII 52 KART BEZ ZWRACANIA:

A – dwa asy $P(A) =$
B – król i dama w jednym kolorze $P(B) =$
C – za pierwszym razem dama, za drugim król $P(C) =$
D - co najmniej 1 as $P(D) =$

Rysunek 10. Kolejne zagadnienia

Na koniec nawiązaliśmy do… pokera, rysunek 11.

LOSUJEMY PIĘĆ KART Z TALII 52 KART:
A – A,K,Q,J,10 w jednym kolorze
$P(A) =$

B – 5 kart po kolei w jednym kolorze
$P(B) =$

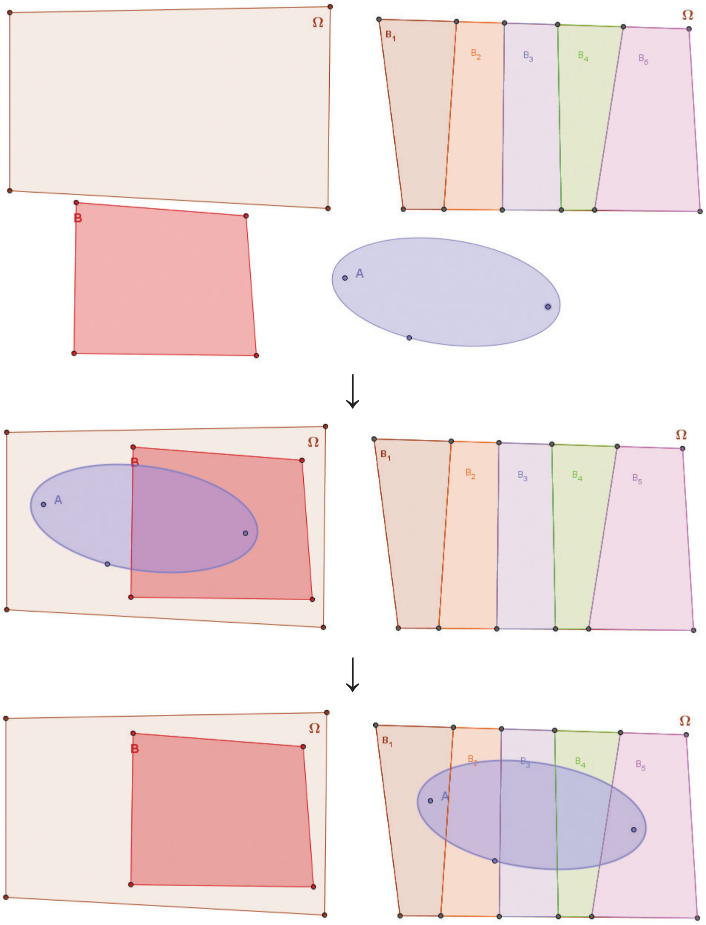
C – cztery karty o tej samej wartości
$P(C) =$

D – trójka i para
$P(D) =$

E – pięć kart w jednym kolorze
$P(E) =$

Rysunek 11. Najmniej prawdopodobne („najcenniejsze") zdarzenia w pokerze.

W celu urozmaicenia lekcji wykorzystałam możliwość udostępnienia pulpitu przedstawiając wcześniej przygotowane aplety, rysunek 12.



Rysunek 12. Wykorzystanie apletów

7.1.3 Podsumowanie

W moim odczuciu e-lekcje stanowią znakomite uzupełnienie tradycyjnych lekcji. Jest to nowa forma pozwalająca na wykorzystanie materiałów multimedialnych, dająca tym samym możliwość niekonwencjonalnego przedstawiania zagadnień.

Prowadzenie e-zajęć było dla mnie bardzo ciekawym doświadczeniem i jednocześnie przyjemnością. Dziękuję nauczycielom i uczniom za współpracę.

7.1.4 Literatura/materiały

https://www.youtube.com/watch?v=KljyLklQqbw - Film Videokonferencja w ZSP 2 w Tomaszowie Mazowieckim przygotowany przez uczniów klasy II TE.

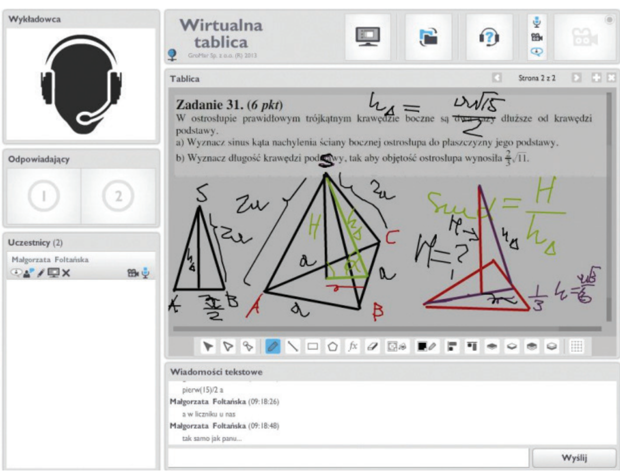
7.2 Analiza porównawcza lekcji internetowej i lekcji tradycyjnej – dr Krzysztof Kisiel

7.2.1 Wstęp

We współczesnym świecie trudno, zwłaszcza młodemu pokoleniu, wyobrazić sobie życie bez telefonów komórkowych, komputerów, tabletów, programów komputerowych itp. Młodzież zdecydowanie częściej korzysta z nowoczesnych technologii informacyjnych. Nie dziwi więc fakt, że technologie informatyczne wkraczają także do edukacji. Nie jest też tajemnicą, że coraz większym zainteresowaniem cieszy się zdalne nauczanie. Wpływ ma na to między innymi rozwój technologii informacyjnych, szybszy tryb życia oraz stała potrzeba podnoszenia kwalifikacji. W ramach zdalnego nauczania na PŁ realizowany był projekt „E-matura" i „E-pogotowie matematyczne". Projekty te były adresowane do młodzieży ze szkół ponadgimnazjalnych [1]. W artykule chcemy pokazać, że wirtualne metody nauczania są cennym uzupełnieniem tradycyjnych metod edukacyjnych. Oczywiście nie da się całkowicie wyeliminować nauczania tradycyjnego z naszej edukacji bo w procesie nauczania - uczenia się ważna jest też bezpośrednia wymiana informacji uczeń-nauczyciel. Jedna i druga metoda nauczania ma swoje wady i zalety oraz zwolenników i przeciwników. W niniejszym opracowaniu skoncentrujemy się na lekcjach internetowych, które były prowadzone w ramach projektu finansowanego ze środków unijnych w ramach Europejskiego Funduszu Rozwoju, który miał na celu wyrównanie szans edukacyjnych uczniów mieszkających w różnych regionach kraju. Uzasadnimy przewagę lekcji internetowych nad lekcjami tradycyjnymi.

7.2.2 Wspólne cechy tradycyjnego i zdalnego nauczania[1]

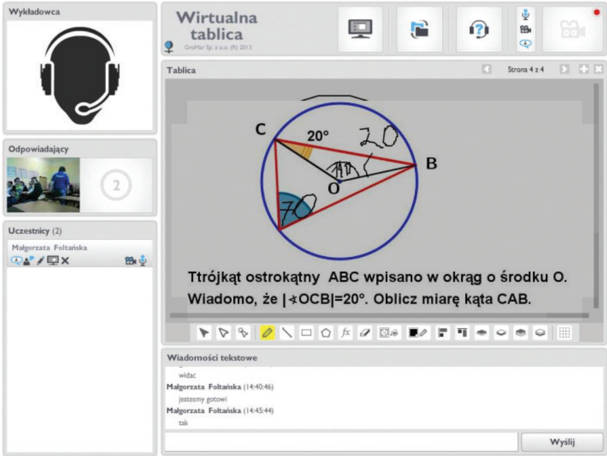
1. W trakcie jednego jak i drugiego nauczania uczniowie widzą nauczyciela. W czasie lekcji internetowej odbywa się to dzięki kamerze internetowej.



Rysunek 1. Proces rozwiązywania zadnia stereometrycznego. Opracowanie własne.

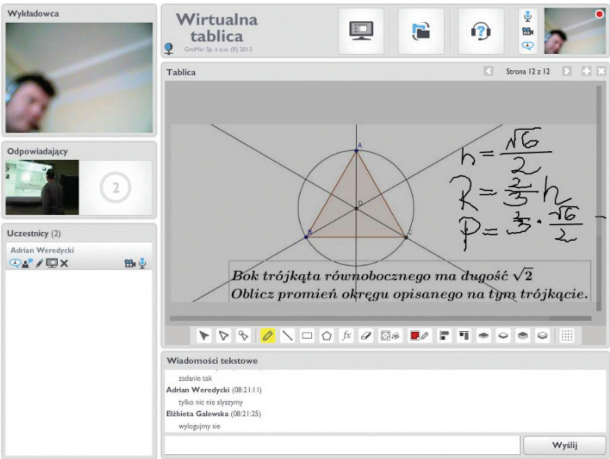
2. Uczniowie słyszą nauczyciela - o ile oczywiście posiadają mikrofon i słuchawki. Ten dodatkowy i niedrogi sprzęt (ok. 20 zł) umożliwia sprawniejszą i szybszą komunikację między uczniem a nauczycielem.

3. Uczniowie widzą zapisy wzorów na ekranie (matematyka, fizyka) lub obrazy (np.: układ nerwowy człowieka) dokładnie tak jak na tablicy szkolnej.



Rysunek 2. Prezentacja typowego zadania planimetrycznego. Opracowanie własne.

4. Uczniowie tak jak i nauczyciel mogą pisać na ekranie - przy użyciu myszki, dokładnie tak jak ma to miejsce na szkolnej tablicy tyle, że bez użycia kredy.

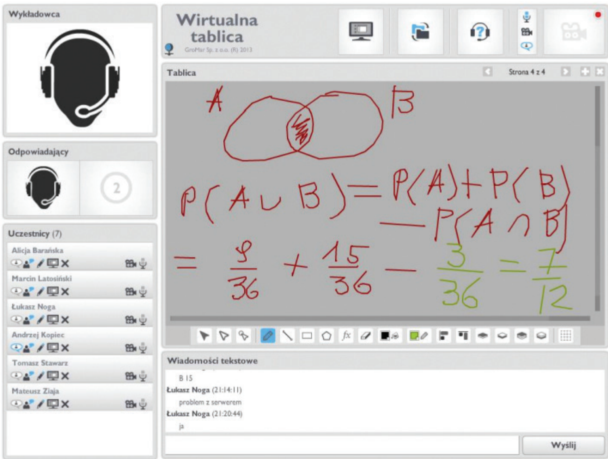


Rysunek 3. Rozwiązywanie zadania dotyczącego okręgu opisanego na trójkącie równobocznym. Opracowanie własne.

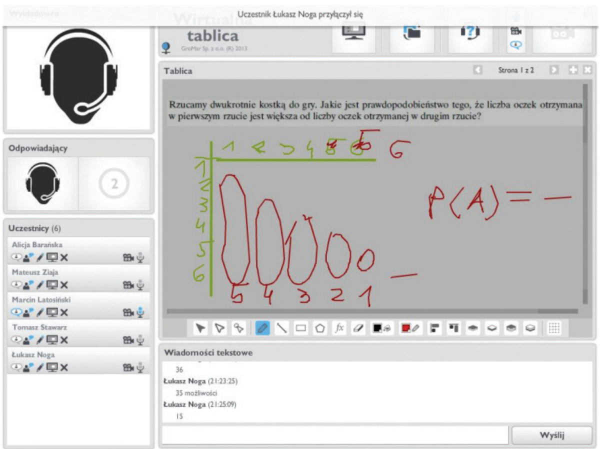
5. Uczniowie mogą zabierać głos naciskając odpowiedni przycisk (w czasie tradycyjnej lekcji dzieje się to przez podniesienie ręki) zaś nauczyciel daje prawo głosu zaznaczając odpowiednie pole na liście uczniów, która to lista jest widoczna po prawej stronie.

[1]Na rys. 1, rys. 2, rys. 3, rys. 4, rys. 5, rys.6 prezentujemy wybrane zadnia rozwiązywane na platformie e-learningowej.

6. Przebieg rozmowy między danym uczniem a nauczycielem słyszą także inni uczniowie czyli dokładnie tak jak w klasie.



Rysunek 4. Wyznaczanie prawdopodobieństwa sumy zdarzeń losowych. Opracowanie własne.



Rysunek 5. Zadanie z rachunku prawdopodobieństwa i szybka metoda jego rozwiązania . Opracowanie własne.

7. Nauczyciel może udzielić indywidualnych konsultacji uczniowi, wówczas inni uczniowie tej rozmowy nie słyszą. Na lekcji tradycyjnej nauczyciel również podchodzi do ucznia i tłumaczy mu zadanie. W tym czasie inni uczniowie rozwiązują problem. Ci sami uczniowie mogą pracować samodzielnie nad zadaniem zapisanym na ekranie zamiast na tablicy.

8. Lekcja wirtualna rozpoczyna się od sprawdzenia obecności czyli tak samo jak ta tradycyjna. W przypadku nieobecności wykładowca dzwoni do ucznia celem wyjaśnienia nieobecności.

9. Jeśli zajęcia z przyczyn losowych nie dojdą do skutku (np.: niewłaściwe działanie serwera), zostaną one przesunięte na inny termin tak by uczniowie nie byli w żaden sposób poszkodowani.

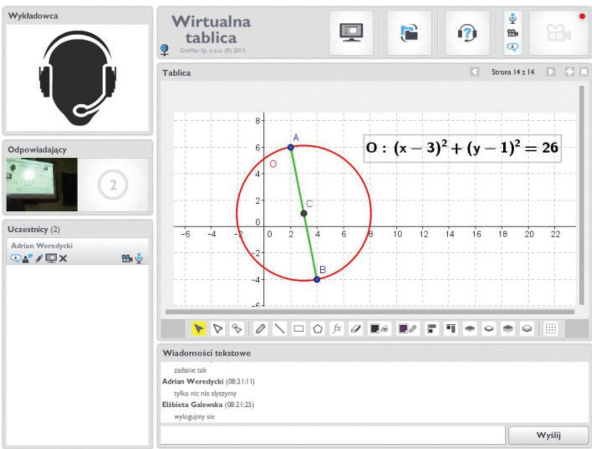
10. Jeśli uczeń ma awarię komputera lub są inne przyczyny jego nieobecności koordynator projektu nie może za to odpowiadać. Ale cała lekcja będzie nagrana i uczeń będzie o każdej porze miał do niej wgląd.

11. Narzędzia platformy. Platforma e-learningowa wyposażona jest w liczne narzędzia, które ułatwiają przeprowadzenie lekcji nie tylko z matematyki:

    - Umożliwia rysowanie figur geometrycznych (odcinek, trójkąt, okrąg, gumkę co zastępuje tradycyjny cyrkiel, linijkę i gąbkę)

    - Umożliwia otwarcie plików, których zawartość widzą uczniowie na ekranie (obwód elektryczny, obraz bitwy pod Cedynią, mapa hipsometryczna, tablica Układu Okresowego Pierwiastków itp.)

W trybie wirtualnym treści lekcji mogą być nawet lepiej zaprezentowane niż na lekcji tradycyjnej. Można włączyć animację, pokazać np.: rytm pracy serca na załączonym filmie lub pokazać inne ruchome obrazy. Reasumując: przeprowadzając lekcje internetowe wykorzystujemy bardziej nowoczesne metody nauczania niż w trakcie tradycyjnej lekcji.



Rysunek 6. Rozwiązywanie zadania z geometrii analitycznej. Opracowanie własne.

W Internecie pojawia się wiele materiałów edukacyjnych, pojawiają się nawet gotowe lekcje matematyki, gdzie widać jak nauczyciel rozwiązuje zadanie przy tablicy. Jednak jest to tylko metoda podająca, nie ma tu żadnej wymiany myśli między uczniem a nauczycielem. Regularne kursy internetowe motywują uczniów do nauki. Uczniowie mogą wówczas zapytać o dany problem, sprawdzić wspólnie pracę domową itp.

Schemat lekcji wirtualnej. Lekcja internetowa przebiega wg następujących etapów:

- sprawdzenie listy obecności
- sprawdzenie pracy domowej

- półgodzinne wprowadzenie w nową tematykę
- rozwiązywanie problemów z danego bloku tematycznego, uczniowie tydzień przed lekcją otrzymują plik z materiałami edukacyjnymi
- praca domowa

Cały proces nauczania przebiega w trybie rzeczywistym.

- W ciągu całego procesu nauczania uczniowie będą uczestniczyć także w kilku tradycyjnych lekcjach z tym samym wirtualnym nauczycielem.

- Celem kursów internetowych jest wyrównanie szans edukacyjnych młodzieży z poza wielkich aglomeracji, gdzie dostęp do edukacji czasami jest bardzo utrudniony i kosztowniejszy. W wielu wysoko rozwiniętych krajach np.: w USA, Australii gdzie odległości między ośrodkami edukacyjnymi są ogromne e-learning stał się niezwykle popularną i skuteczną formą nauczania.

Zalety zdalnego nauczania. Nauczanie na odległość staje się na świecie coraz bardziej popularniejsze. Przemawia za tym kilka faktów:

- oszczędność czasu (nie tracę czasu na dojazd)
- oszczędność finansowa (nie tracę pieniędzy na dojazd i ewentualne opłaty, korepetycje!)
- warunki atmosferyczne nie stanowią przeszkody
- wygoda i przyjemność (nie ruszam się z domu).
- wypoczynek (dojazd na zajęcia tradycyjne + zajęcia + powrót powodują ogromne zmęczenie)

Literatura

1. Kisiel K., Galewska E., Kucner J., Szumigaj K.: " Wspomaganie nauczania matematyki w szkole ponadgimnazjalnej w oparciu o nowoczesne technologie informacyjne w kontekście e-matury", rozdział w monografii: System informatyczny zdalnego egzaminowania-strategia, logika systemu, architektura, ewaluacja, Politechnika Łódzka, 2013

7.3 Rozwiązywanie zadań maturalnych z uzdolnionymi uczniami przy użyciu platformy e-learningowej – dr Krzysztof Kisiel, dr Joanna Kucner, dr Elżbieta Galewska

7.3.1 Wstęp

Dzisiaj już nikogo nie trzeba przekonywać do tego, że stosowanie technologii informacyjnych w procesie nauczania i uczenia się jest koniecznością. Korzystanie bowiem między innymi z nauczania na odległość pozwala i pomaga uczniom, w coraz większym stopniu, uzupełniać wiedzę zdobywaną w szkole. Szkoła co prawda stara się wychodzić naprzeciw oczekiwaniom uczniów, jednak ograniczenia czasowe wynikające z siatki godzinowej przypadającej na realizację danego przedmiotu często nie są wystarczające do pełnego przygotowania ucznia np. do matury. Aby jednak należycie przygotować uczniów do egzaminu maturalnego oprócz obowiązkowych lekcji oraz dodatkowych zajęć uzupełniających takich jak np. fakultety należy proces edukacyjny poszerzyć o nauczanie na odległość. Tym bardziej, że ówczesna młodzież, w celu rozwiązywania konkretnych zadań i problemów, korzysta już w dużym stopniu z różnorakich technologii informacyjnych. Idea nauczania na odległość jest niezwykle atrakcyjną metodą nauczania. Pozwala ona na przeprowadzenie wideokonferencji w godzinach pozaszkolnych i we własnym domu, co niewątpliwie zwiększa wydajność pracy ucznia. W artykule skoncentrujemy się na nauczaniu matematyki w szkole ponadgimnazjalnej oraz zaprezentujemy metody pracy z uzdolnioną młodzieżą. Z każdej szkoły biorącej udział w projekcie wybrana została jedna, konkretna klasa. Z kolei, z tej jednej, konkretnej klasy nauczyciel wybrał pięciu najzdolniejszych uczniów, z którymi razem w godzinach pozalekcyjnych łączy się z platformą e – learningową, w ramach wideokonferencji. Na każdej takiej zdalnej lekcji prezentowany jest cykl zadań maturalnych, najczęściej o podwyższonym stopniu trudności. Poszczególne zadania są prezentowane na panelu platformy. Uczniowie mogą pisać specjalnym pisakiem fragmenty swoich rozwiązań. Każdy z uczniów może być w każdej chwili wywołany przez nauczyciela, co umożliwiają odpowiednie narzędzia w jakie platforma została wyposażona.

Taka forma nauczania jawi się przed uczniem bardzo często jako niezwykłe doświadczenie edukacyjne, przez co staje się atrakcyjniejszą od tradycyjnej lekcji. Z pewnością zaletą jest tutaj zmniejszenie dystansu między uczniem a nauczycielem oraz mała liczność grupy. Uczniowie mogą też zgłaszać nauczycielowi zadania, które sprawiają im trudności, a które to zadania są rozwiązywane później wspólnymi siłami. Bardzo często wywiązuje się ciekawa i twórcza dyskusja. Podkreślmy, iż zadaniem nauczyciela nie jest podanie od razu pełnego rozwiązania. Jest to proces w wyniki, którego uczniowie sami dochodzą do poprawnego rozwiązania. Rola nauczyciela ogranicza się tu do roli moderatora spotkania, udzielającego tylko odpowiednich wskazówek. Taki model edukacyjny ma sens, czyni ucznia odkrywcą rozwiązania a to niewątpliwie podwyższa jego samoocenę. Pomysł lekcji internetowych wychodzi naprzeciw oczekiwaniom uczniów jak i rodziców. Cały projekt jest finansowany ze środków unijnych w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego i ma na celu wyrównanie szans edukacyjnych uczniów, którzy nie mogą korzystać z tzw. korepetycji. Bardzo istotnym czynnikiem jest też odległość. Jeśli weźmiemy pod uwagę liczne miejscowości położone na rubieżach naszego kraju, to istota problemu staje się jaśniejsza. Niestety w tych regionach z uwagi na zdecydowanie większą pauperyzację społeczeństwa dostęp do edukacji jest znacznie utrudniony. Wpływ na to mają także odległości oraz słaba infrastruktura. Stąd nauczanie na odległość jest potężnym narzędziem wyrównującym szanse edukacyjne młodzieży uczącej się w różnych zakątkach naszego kraju.

O tym jak skuteczne jest nauczanie na odległość mieliśmy okazję przekonać się prowadząc zajęcia na platformie e – learningowej w ramach projektu E-pogotowie matematyczne, w którym to przygotowywaliśmy uczniów do matury z matematyki. O tym, że projekt ten zakończył się sukcesem niech świadczy niniejszy cytat:

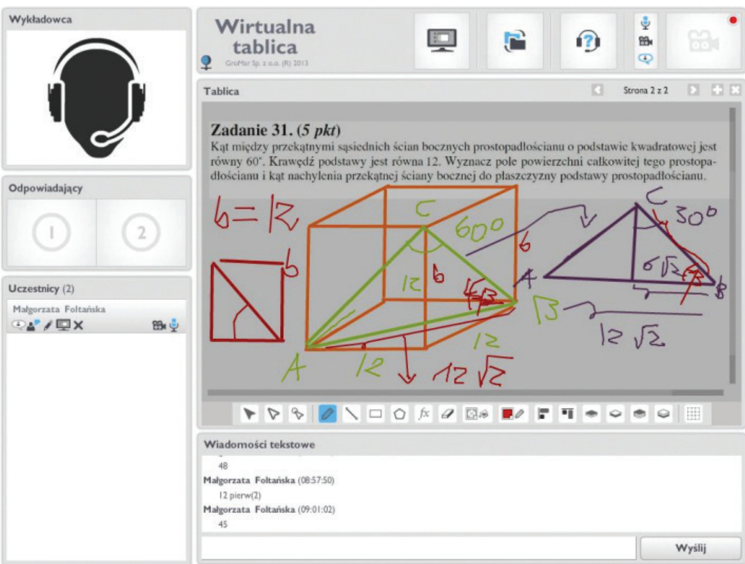
One can find a number of websites offering payable services for solution tasks of mathematics. Students take advantage of this questionable form of assistance even more frequently. They receive ready-made solutions without understanding them. The former Polish Minister of Education prof. Zbigniew Marciniak had an idea of introducing 'state tutoring' that ought to solve the problem of private lessons in primary schools for the class range IV-VI. State tutoring includes obligatory classes of two main subjects: Polish and Maths. In other words, the government wanted to equalize the chances of education and attenuate the common problem of private tuition. Unfortunately, many parents send their children for private lessons, since they are not certain whether school provides their children with appropriate education or not. It results from the fact that school fails to live up to their increasingly high expectations. The problem of private tuition is also increasing in secondary and high schools, with regard to mathematics and foreign languages in particular. Being employees of Technical University of Lodz, we have been familiar with this problem since 2009. From that time we have been working on the project Mathematical Emergency E-services , which is entirely financed by the EU funds. The goal of the project is to provide a real-time, immediate assistance in the field of mathematics for students of secondary schools. Every week from Sunday to Thursday, from 5 PM to 10 PM four teachers provide assistance using a special computer system. The student, who has a problem with the solution of his homework in mathematics or does not understand some issues, may connect to the teacher using the Internet. The student will not get the ready solution, he must actively take part in the discussion with the teacher. In the are of Lodz 30 schools are covered by this program, from which more than 1000 students can get the assistance. The project will come to an end in September, 2011. Every day teachers are faced with many problems which their students come across. In this chapter we will present some of them. They are authentic conversations provided in real time. Thanks to the sound on the platform, the conversations are not fully quoted but saved as a comment.

7.3.2 Rozwiązywanie zadań maturalnych z zastosowaniem platformy

Oprócz zajęć z nauczycielem uczniowie mają także zajęcia z wykładowcami z Politechniki Łódzkiej. Zajęcia te,z uwagi na pewne doświadczenie w ich przeprowadzaniu, chcielibyśmy szczegółowo opisać. Na lekcjach tego typu prezentujemy zadania maturalne o ustalonym stopniu trudności. Na panelu umieszczamy w trakcie wideokonferencji odpowiednie ilustracje do zadania wykonane np. w programie GeoGebra. Jest to niezwykle przydatne narzędzie, zwłaszcza w zadaniach planimetrycznych bądź stereometrycznych. Uczniowie widzą rzetelnie wykonany rysunek np. ostrosłupa lub prostopadłościanu co w znacznym stopniu ułatwia im rozwiązanie zadania. Wykładowca pełni w tym przypadku rolę moderatora spotkania e -learningowego, w trakcie którego jest także obecny nauczyciel kontrolujący proces nauczania. Uczniowie biorą czynny udział w dyskusji nad danym zadaniem. Wykładowca dzięki narzędziom platformy, zaznaczając odpowiednie opcje, może wywołać każdego ucznia z osobna, może dać mu pozwolenie na wypowiedź, na pisanie na panelu. Najbardziej aktywni uczniowie, na koniec lekcji, są wyróżnieni przez nauczyciela oceną.

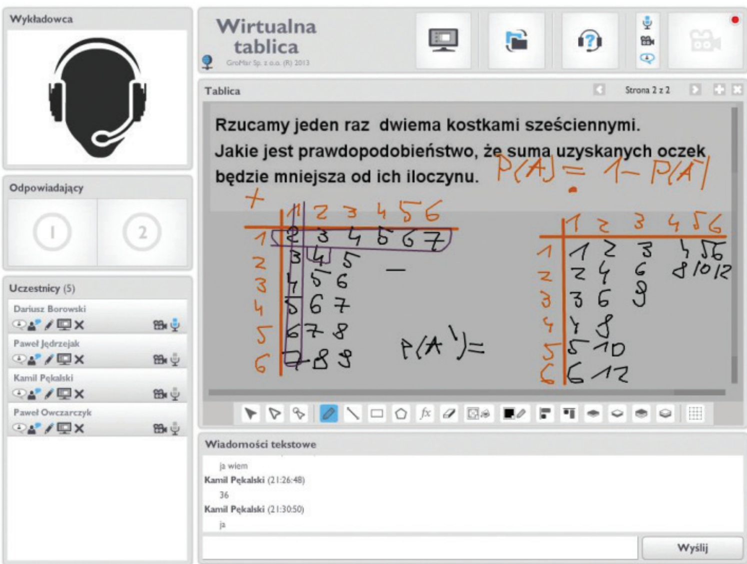
Oprócz zalet takiego nauczania należy wspomnieć także o pewnych wadach pracy na platformie, są to niestety różne problemy natury technicznej. Zdarza się, że w trakcie wideokonferencji uczniowie „znikają" z platformy i muszą się logować ponownie a to bardzo komplikuje proces edukacyjny. Jednym z powodów takiego stanu rzeczy może być: przeciążenie serwerów, słabe łącze internetowe ale również korzystanie z WF. Na szczęście problemy te pojawiają się dość sporadycznie.

Przedstawimy kilka modelowych zadań maturalnych jakie rozwiązywaliśmy z grupą pięciu uzdolnionych uczniów, nie ograniczając się tylko do jednej szkoły:



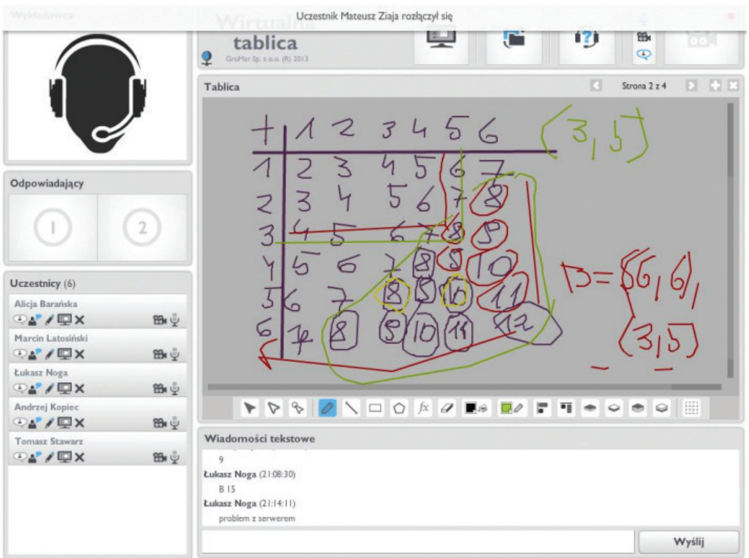
Rysunek 1. Rozwiązywanie zadania maturalnego z zastosowaniem platformy e -learningowej. Opracowanie własne.

Na rys. 1 prezentujemy fragment lekcji internetowej z grupą wybranych uczniów i z klasą. Wykładowca zamieszcza odpowiedni rysunek dzięki narzędziom platformy takim jak pisak elektroniczny z możliwością doboru kolorów z dostępnej palety itp. Ponieważ klasa dysponuje w szkole tablicą interaktywną, to w cały proces rozwiązywania zadnia można zaangażować uczniów, którzy poszczególne kroki rozwiązania zadania zapisują na tej tablicy. Wykładowca udziela stosownych wskazówek, podaje uwagi w trakcie rozwiązywania zadania ale nie podaje pełnego rozwiązania. Zadaniem wykładowcy i nauczyciela w klasie jest odpowiednio zmotywować uczniów do twórczej pracy. Wówczas proces edukacyjny przebiega optymalnie. Uczniowie podczas tak zwanej „burzy mózgów" podają różne pomysły na rozwiązanie zadania. Następnie wykładowca po drugiej stronie platformy weryfikuje poprawność zastosowanej metody. Uczniowie w tym przypadku są autorami rozwiązania. Na rys. 1 możemy zauważyć jak jeden z uczniów oblicza pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu oraz kąt nachylenia przekątnej ściany bocznej do płaszczyzny podstawy tego prostopadłościanu. Jest to etap finalny zadania. Zanim to nastąpi uczniowie w grupach dyskutują nad zadaniem i w trakcie takiej współpracy jedna z grup podaje prawidłowy wynik, który jest ogłoszony przez lidera takiej grupy. Jeszcze raz podkreślmy, że to nie wykładowca po drugiej stronie platformy i nie nauczyciel w klasie rozwiązują zadanie ale to właśnie uczniowie kreują proces rozwiązania zadania. Rola wykładowcy i nauczyciela ogranicza się do udzielania wskazówek tylko wtedy, gdy uczniowie napotykają na pewne trudności lub kierunek ich działań nie jest poprawny. Taki proces edukacyjny możemy nazwać procesem kreatywnego myślenia. Ponadto wprowadzony jest system nagród w postaci oceny dla najbardziej aktywnych uczestników spotkania.



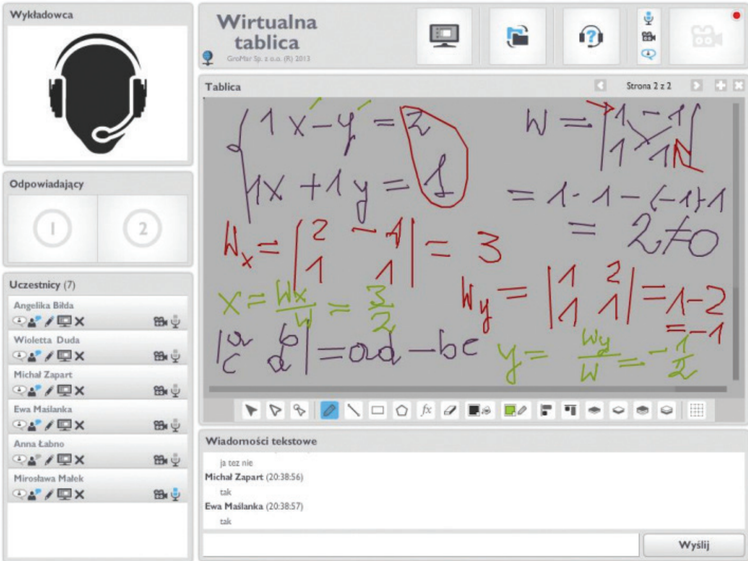
Rysunek 2. Rozwiązywanie zadania maturalnego z rachunku prawdopodobieństwa z zastosowaniem platformy e -learningowej. Opracowanie własne.

Na rys. 2 możemy zaobserwować lekcje dla grupy pięciu uzdolnionych uczniów. Uczestnicy wideokonferencji są widoczni po lewej stronie panelu. Należy podkreślić, iż spotkania z grupą pięciu najzdolniejszych uczniów w danej klasie odbywają się w godzinach popołudniowych. Uczniowie łączą się z platformą ze swoich domowych komputerów. Wykładowca każdego z nich może wywołać do odpowiedzi lub poprosić o napisanie rozwiązania na tablicy zamieszczonej na platformie. Bardzo ważna jest ciągła kontrola pracy uczniów. To powoduje, że każdy z nich stara się aktywnie a nie biernie uczestniczyć w spotkaniu. Każdy z uczniów stara się rozwiązać samodzielnie zadanie przed ekranem swojego komputera. Na tablicy obserwujemy jak uczniowie obliczają odpowiednie prawdopodobieństwa poszczególnych zdarzeń losowych. Nie jest to dla nich sprawa trywialna, gdyż muszą wpaść na pomysł jak sprytnie i szybko zadanie to rozwiązać. W tym celu muszą uzupełnić dwie tabelki. Okazuje się, że zadanie nie było aż tak skomplikowane jak wydawało się to uczniom na początku. Na uwagę zasługuje fakt, że uczniowie często komunikują się nie tylko fonicznie ale podają wiadomości na czacie np. dotyczące wyniku zadania. Niejednokrotnie problemy techniczne sprawiają, że nagle dźwięk zanika i czat jest jedyną możliwą formą komunikacji.



Rysunek 3. Rozwiązywanie zadania maturalnego z rachunku prawdopodobieństwa z zastosowaniem platformy e -learningowej. Opracowanie własne.

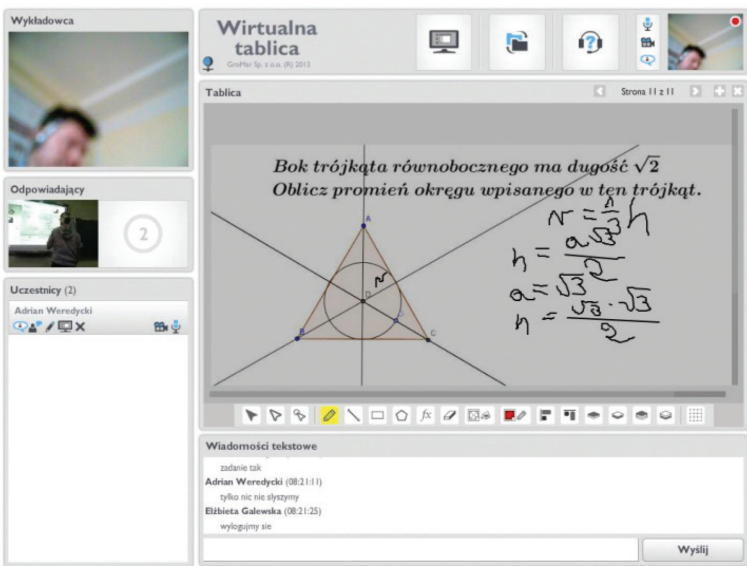
Tym razem na rys. 3 zamieszczone jest zadanie z rachunku prawdopodobieństwa. Najpierw uczniowie poprawnie zapisują moc przestrzeni zdarzeń elementarnych a następnie jeden z uczniów oblicza odpowiednie prawdopodobieństwo. Także i tu widzimy komunikacje na czacie dotyczącą wyników, których poprawność potwierdza wykładowca. Należy zwrócić uwagę, że często po obu stronach rezygnujemy z transmisji wideo, która przeciąża serwer (widzimy na slajdzie stosowny komunikat uczennicy). Lepiej zrezygnować z tego narzędzia, bo i tak w całym procesie najistotniejsza jest fonia. Jeśli komputery w danej szkole lub komputery poszczególnych uczniów są podłączone do Internetu o zbyt słabej przepustowości, to transmisja video w tym przypadku może powodować szereg nieprzyjemnych sytuacji jak np. „wyrzucanie" uczestnika z platformy.



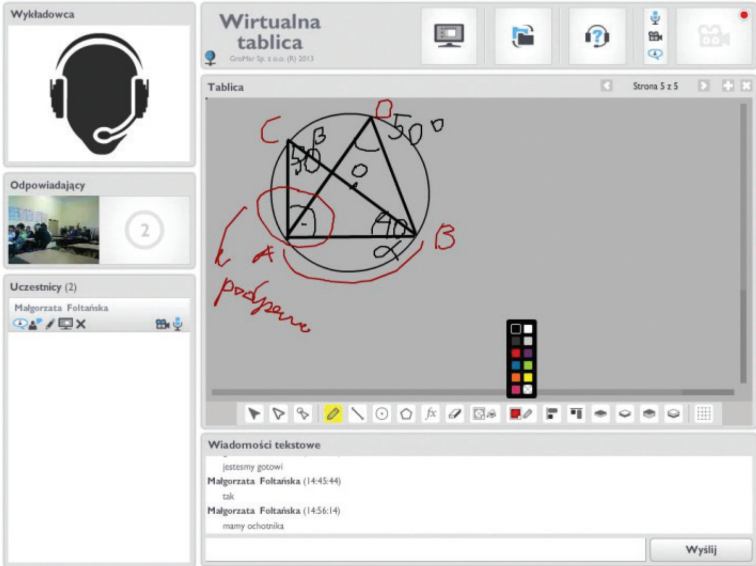
Rysunek 4. Rozwiązywanie układu równań liniowych metodą wyznacznikową z zastosowaniem platformy e -learningowej. Opracowanie własne.

Na rys. 4 widzimy kolejne zadanie, które mimo swej prostoty sprawiło uczniom pewne problemy. Dlatego w takich sytuacjach, zanim uczniowie zaczną rozwiązywać zadania, warto im przedstawić wcześniej cykl prezentacji wprowadzających ich w dany zakres wiedzy.

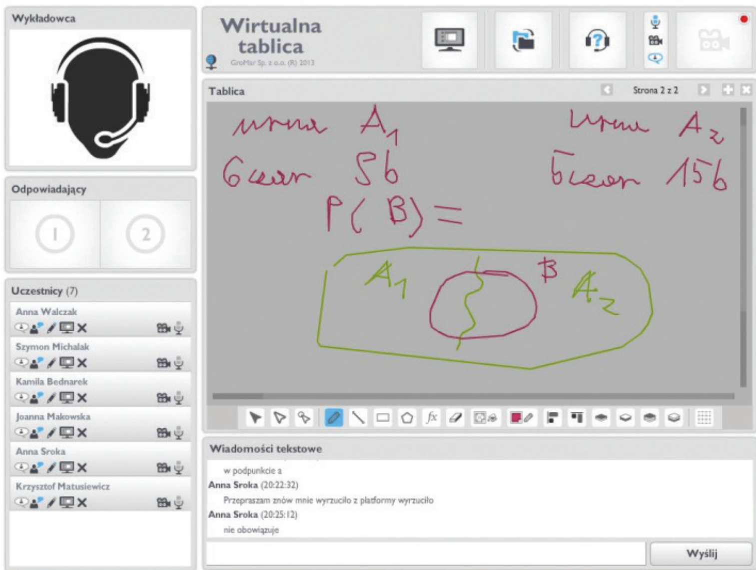
Poniżej zaprezentujemy kilka zadań jakie rozwiązano z użyciem platformy e-learningowej.



Rysunek 5. Obliczanie promienia okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny. Opracowanie własne.

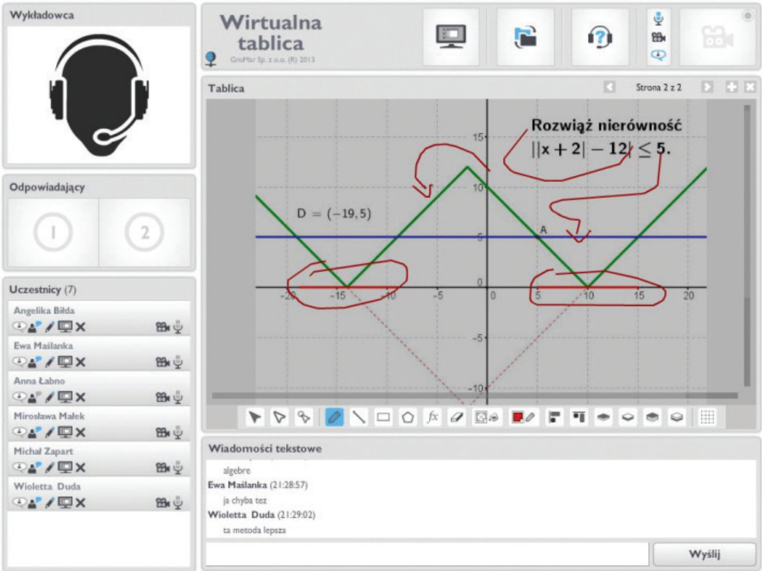


Rysunek 6. Przykładowe zadanie planimetryczne. Opracowanie własne.



Rysunek 7. Przykładowe zadanie na obliczanie prawdopodobieństwa całkowitego. Opracowanie własne.

Na rys. 7 możemy zaobserwować proces rozwiązywania zadania z rachunku prawdopodobieństwa. Uczniowie wpadają na ciekawy pomysł wyznaczenia odpowiedniego prawdopodobieństwa przy wykorzystaniu wzoru na prawdopodobieństwo całkowite.



Rysunek 8. Rozwiązywanie zadania maturalnego z zastosowaniem platformy e -learningowej. Opracowanie własne.

Kolejne zadanie prezentowane na rys. 8 dotyczy nierówności z modułem. Dzięki tablicy interaktywnej uczniowie jak i wykładowca obserwują kolejne etapy jego rozwiązywania. Okazuje się, że skomplikowaną nierówność modułową można znacznie szybciej rozwiązać metodą graficzną.

7.3.3 Wnioski

Koncepcja uzupełniania wiedzy matematycznej poprzez platformę e - learningową wychodzi naprzeciw oczekiwaniom wszystkich uczniów a zwłaszcza tych najzdolniejszych. Często zdarza się, że uczeń trafia na trudne i problematyczne zadanie, którego nie potrafi samodzielnie rozwiązać. Jeśli nie ma pomocy, to najczęściej zniechęca się do jego rozwiązania. Alternatywą mogą być wtedy spotkania na platformie e –learningowej, gdzie można nie tylko przedyskutować konkretne zadania, ale także można zapytać o sposób jego rozwiązania. Uczniowie bardzo chętnie korzystają z tej nowoczesnej formy nauczania i aktywnie uczestniczą w panelu dyskusyjnym. Nie tylko komunikują się z wykładowcą ale także wymieniają się między sobą cennymi uwagami. Czas spotkań na platformie jest dość elastyczny i dostosowany do wszystkich uczestników spotkania a mała liczność grupy daje wykładowcy więcej czasu na omówienie pewnych zagadnień indywidualnie z każdym uczestnikiem kursu. Poza tym uczeń nie traci czasu na dojazdy na kurs pozalekcyjny a nauczanie tego typu może przebiegać nawet w przypadku ekstremalnych warunków pogodowych. Tak więc za tym modelem przemawiają nie tylko względy czasowe, geograficzne ale i ekonomiczne. Należy przypuszczać, iż ten model nauczania będący uzupełnieniem tradycyjnego modelu, będzie zyskiwał coraz bardziej na popularności.

7.4 THE METHOD OF FLIPPED CLASSROOM - CASE STUDY- Grzegorz KUSZTELAK, Dorota KRAWCZYK-STAŃDO, Jacek STAŃDO

Abstract: Within the project of „Supporting teaching mathematics at the Technical School based on modern information technology", which is carried out in cooperation between Gromar Company and Lodz University of Technology, we have produced training materials in Mathematics. In this article we will present the possibility of how to use the training in the flipped method. We will also present the case study of the training module „Quadratic inequalities".

Keywords: flipped classroom, e-learning, teaching of mathematics.

1. INTRODUCTION

The idea of a flipped classroom assumes that the students learn individually assisted by multimedia materials given by the teacher before the proper classes. During the classes the students get the answers to all the questions from the teacher. If it is possible, it is important for the student to keep asynchronous contact with the teacher during his individual work. (see example „Mathematical Emergency E-services Project"), [1-3].

During classes the students learn mainly by asking questions, analyzing a variety of examples as well as posing hypotheses and building other strategies of solutions.
Certainly the success of the teaching process with the use of the flipped classroom method depends on how much the students get involved. The method will never prove to be successful if the students will be little interested in a given topic.
In the next paragraph we will suggest how to use the created training materials in teaching practice within the flipped classroom method.

2. QUADRATIC INEQUALITIES – CASE STUDY

Before they begin, it is important for the teacher to answer himself the question:
– Are you prepared?
– Have there ever been any models like this in teaching process?
– How students prepare themselves individually for the „Quadratic inequalities" Module?

- The student gets acquainted with the definition of quadratic inequality (fig. 1)

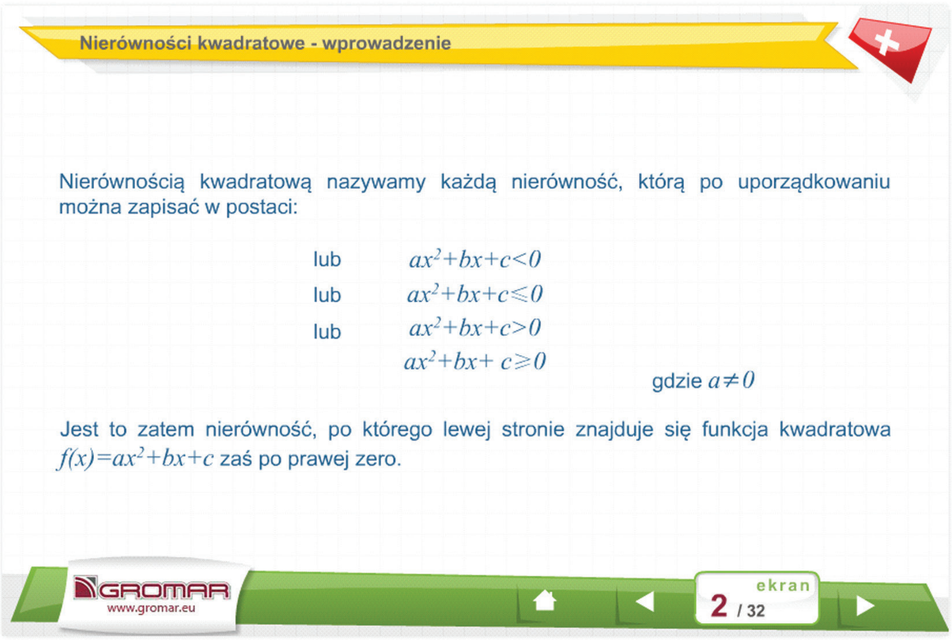


Figure 1 - The definition of quadratic inequality

- The system checks if the student has understood the content of the definition.

The student gets a few inequalities in turn and has to answer the question if they are quadratic inequalities (fig. 2).

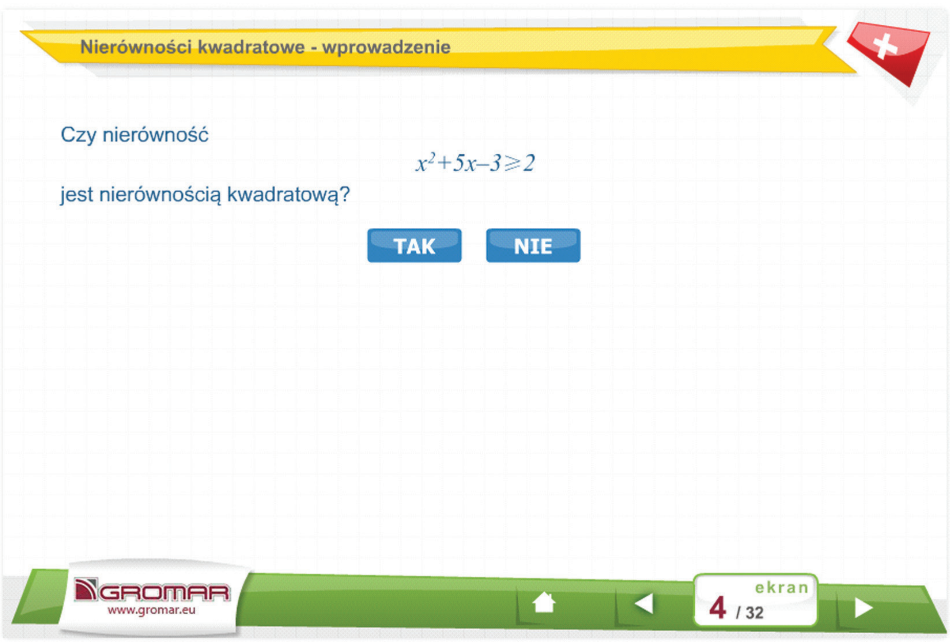


Figure 2 - Verification of definition understanding

- The student gets a full justification why the inequality is or is not quadratic.

There appears a justification in the case of the right as well as the wrong answer. It gives an opportunity to establish the understanding of the definition (fig. 3).

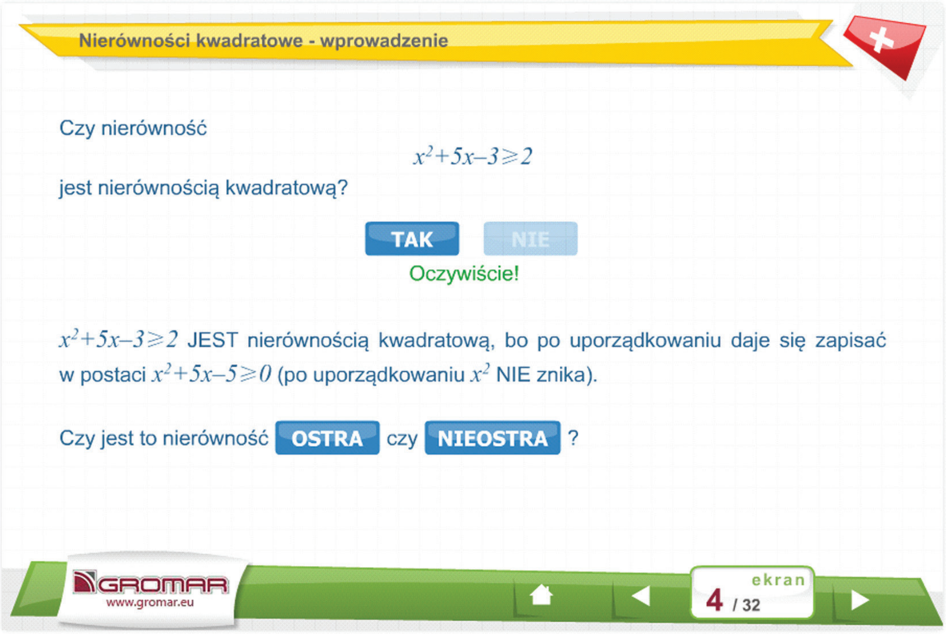


Figure 3 - Justification of fulfillment / lack of fulfilled conditions of the definition

- The student gets acquainted with the method of solving the quadratic inequality by examples.

They consider two examples of inequality with an intuitive solution and geometric interpretation (figs. 4, 5).

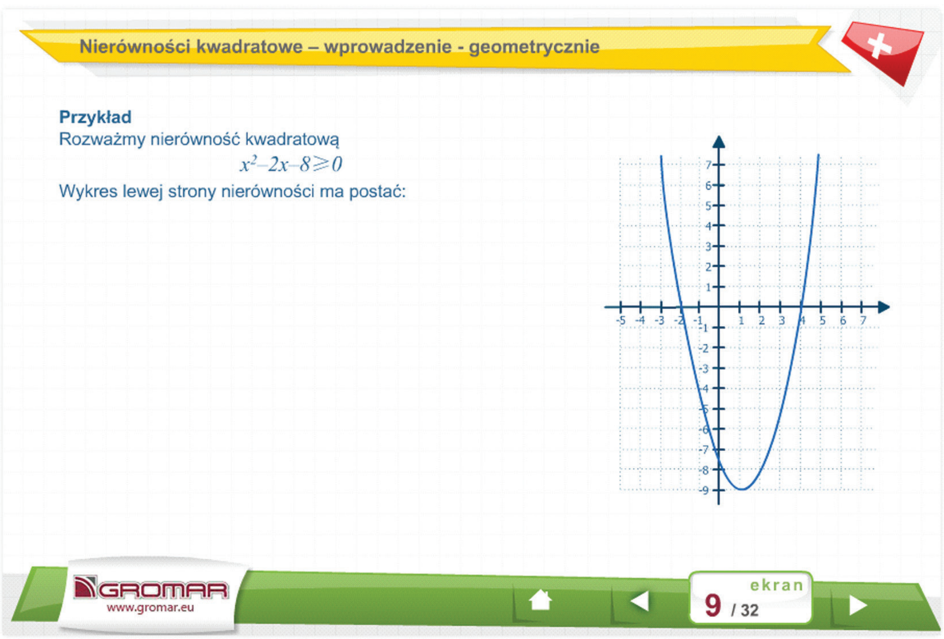


Figure 4 - Quadratic inequality - example - part 1

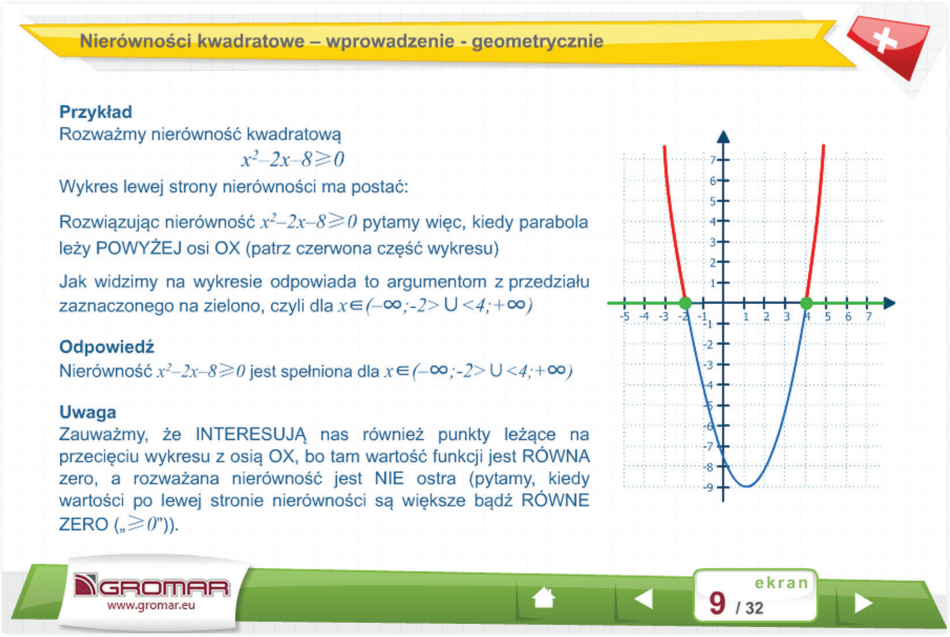


Figure 5 - Quadratic inequality - example - part 2

- Taking the examples into consideration, the student is given an algorithm of solving quadratic inequalities. It results from generalized observations made by the student while analyzing the previously presented examples. The algorithm is created, so to say, in front of the student's eyes (figs. 6, 7).

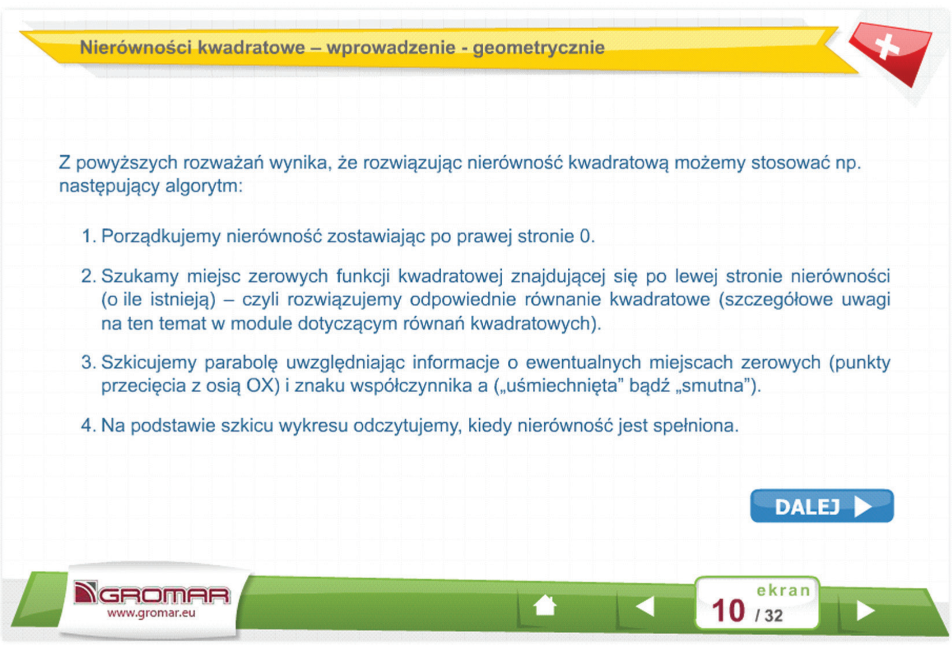


Figure 6 - Algorithm of solving quadratic inequalities – part 1

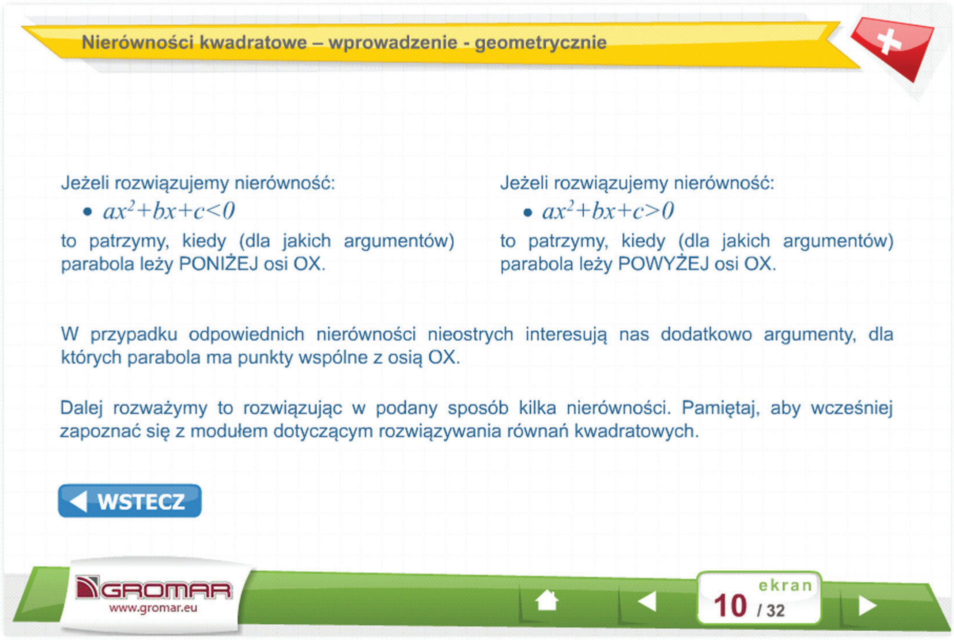


Figure 7 - Algorithm of solving quadratic inequalities – part 2

- The student moves on to analyzing the solutions of subsequent quadratic inequalities based on the given algorithm.

The student can use a few tasks with complete solutions strictly according to the previously created algorithm. The tasks are ordered by level of difficulty: from the easiest to the most difficult ones. The particular elements of the solutions appear subsequently for the student to give him a chance of individual analysis (fig. 8).

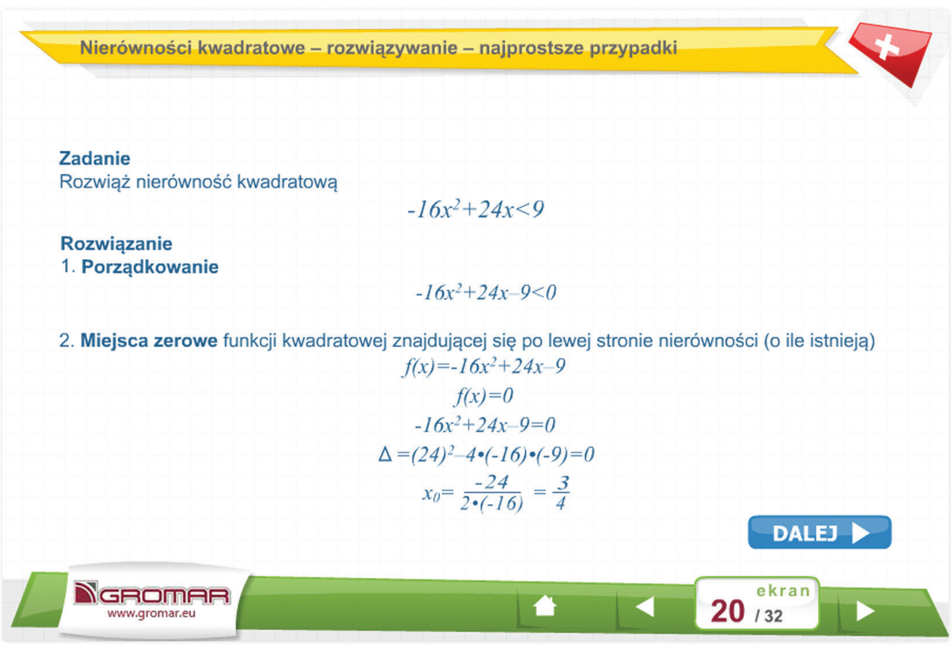


Figure 8 - Quadratic inequality - task with a solution - part 1

The geometric interpretation is a very important element of solving a quadratic inequality (fig. 9).

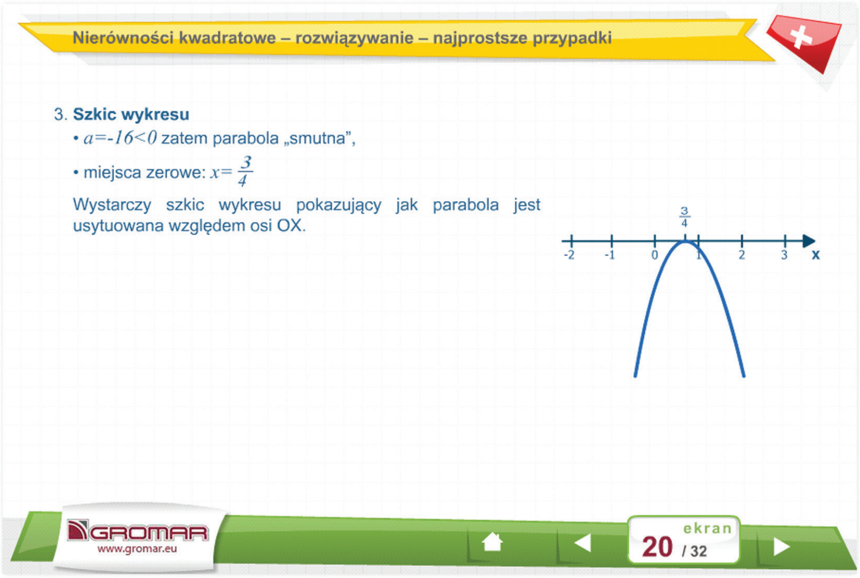


Figure 9 - Quadratic inequality - task with a solution - part 2

The student reads the solution of the task on the basis of the geometric interpretation. We boil the answer to the question „When is the inequality fulfilled?" down to the answer to the question „ When the graph of the function is on the left of the inequality and lies respectively above or below OX axis (the straight line described by the right-hand side of the inequality)". The relevant part of the graph is highlighted in red. The appropriate set of arguments - the solution of the inequality - is drawn in green (fig. 10).

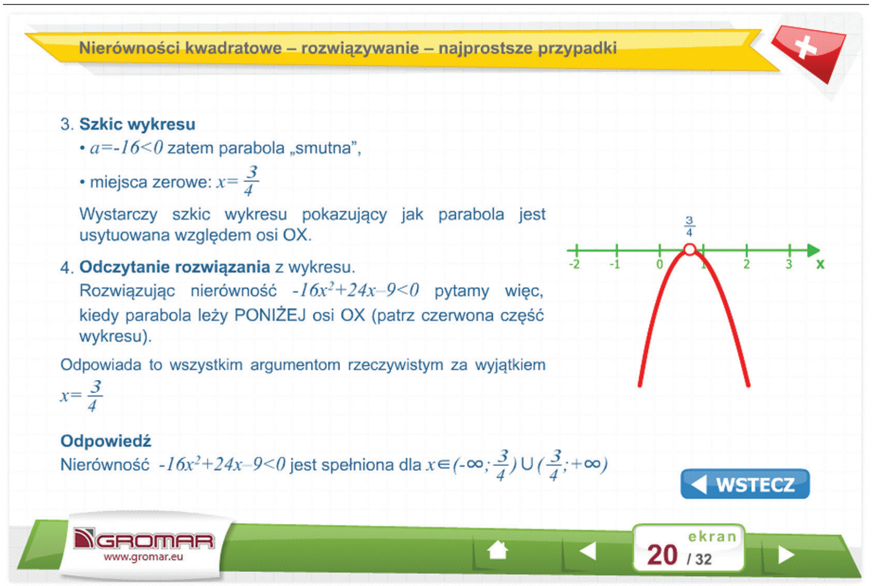


Figure 10 - Quadratic inequality - task with a solution - part 3

- The student moves on to the final stage: the system checks if the realized material has been mastered.

The verification of the knowledge and skills does not only boil down to marking the given answer. First, the student must determine how many zeros the function, which is located on the left of the ordered quadratic inequality has (fig. 11).

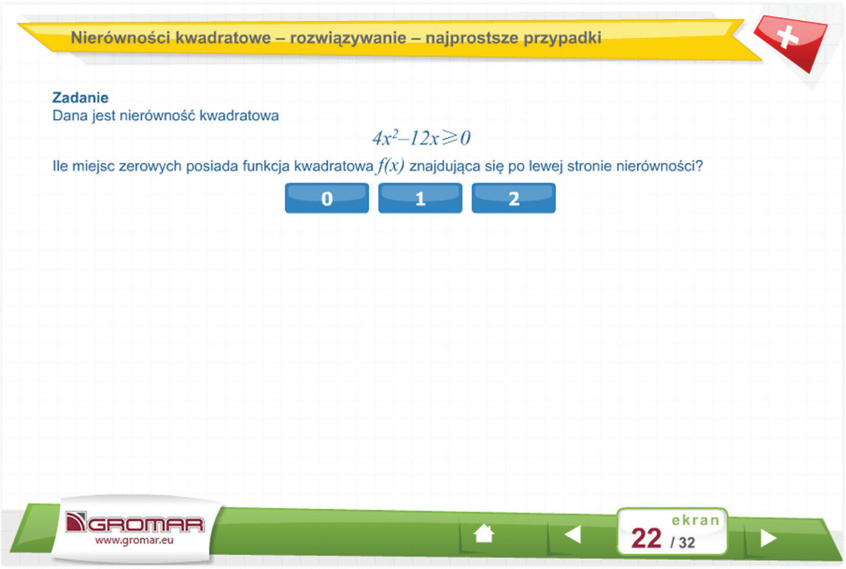


Figure 11 – Quadratic inequality – task for individual work part 1

Next, the student must give what zeros the function on the left of the inequality has (provided they have found any) (fig.12).

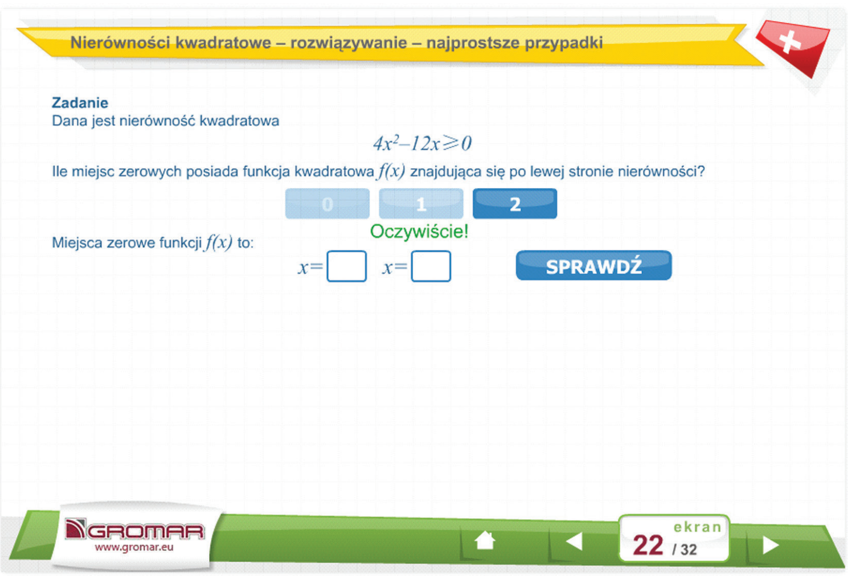


Figure 12 - Quadratic inequality – task for individual work part 2

It is important to recognize the shape of the parabola, being the graph of the quadratic function in point.

In the end, the student must choose the right answer. The system suggests four options:
– the whole set of real numbers;
– the range, whose limits are the previously found zeros;
– the sum of ranges whose proper limits are appropriate zeros;
– empty set.

The correctness of each given answer - especially solving the inequality - is verified by the system (fig. 13).

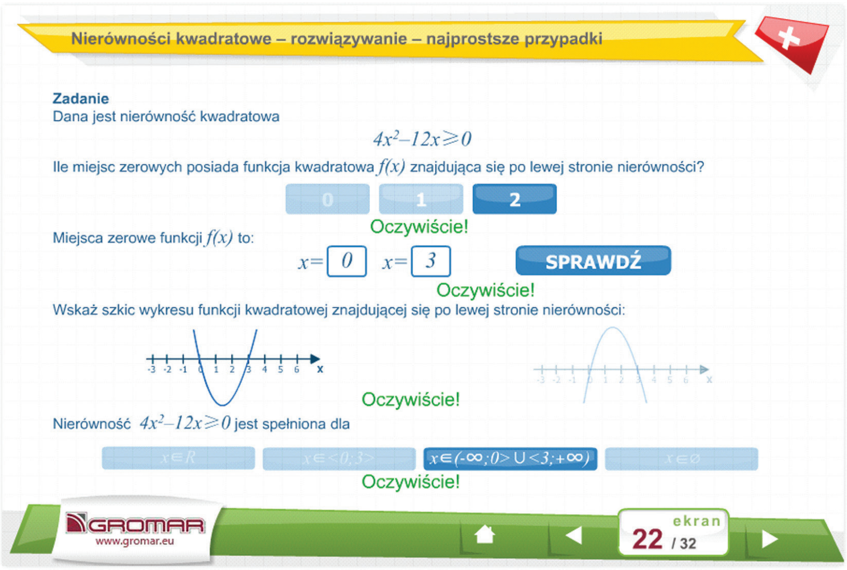


Figure 13 - quadratic inequality – task for individual work – part 3

The system of reporting on the platform allows for tracking the students activities and, particularly, monitoring their activities when they are solving evaluation tasks. The tasks for individual work which are included in the evaluation part of the module and, therefore, can be successfully used as homework.

3. CONCLUSIONS

The omnipresent revolution of ICT has tremendously affected education. Computers and the Internet are widely available, which results in rapid development of new methods and forms of teaching. E-learning, which means computer-aided distance learning, is gaining more and more popularity. The e-learning platform made by Gromar is a typical tool for distance learning. It has many functions: to manage the participants of the trainings, run the chats, forum, provide didactic materials, carry out surveys etc. The material prepared for learning Mathematics put on this platform enables the students to use modern learning methods such as flipped classroom and many others.

4. BIBLIOGRAPHY

1. Krawczyk-Stańdo Dorota, Stańdo Jacek, Supporting didactic processes with Mathematical E-emergency Services, Poland, Education Nr 2, (110), (2010).

2. Stańdo Jacek, Kisiel Krzysztof, (2011), How Can ICT Effectively Support Educational Processes? Mathematical Emergency E-Services – Case, H. Cherifi, J.M. Zain, and E. El-Qawasmeh (Eds.): DICTAP 2011, Part II, Communications in Computer and Information Science Volume 167, pp. 473–482, Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

3. Krawczyk-Stańdo Dorota, Grzegorz Kusztelak, Stańdo Jacek, Nowe funkcjonalności platformy stosowanej w projekcie „e-pogotowie matematyczne" w kontekście e-matury, Metody i narzędzia ewaluacji wyników zdalnego testowania wiedzy, Łódź 2013,Wydawnictwo PŁ, ISBN: 978-83-937551-7-2.

ZAKOŃCZENIE

Informatyczna rewolucja, której od kilkunastu lat jesteśmy świadkami, nie omija także edukacji. Powszechna dostępność komputerów oraz Internetu spowodowała błyskawiczny rozwój nowych metod nauczania. E-learning, czyli komputerowo wspomagane zdalne nauczanie, zdobywa coraz większą popularność. Platforma e-learningowa LearnWay firmy Gromar jest typowym narzędziem do zdalnej edukacji. Zawiera wiele funkcjonalności do zarządzania uczestnikami szkoleń, prowadzenia czatów, forum dyskusyjnego, udostępniania materiałów dydaktycznych, przeprowadzania ankiet itd. Przygotowany materiał do nauczania matematyki osadzony na tej platformie umożliwia stosowanie nowoczesnych metod nauczania, takich jak odwrócona klasa i wiele innych.

LITERATURA

1. Krawczyk-Stańdo Dorota, Stańdo Jacek, Supporting didactic processes with Mathematical E-emergency Services, Poland, Education Nr 2, (110), (2010).

2. Stańdo Jacek, Kisiel Krzysztof, (2011), How Can ICT Effectively Support Educational Processes? Mathematical Emergency E-Services – Case, H. Cherifi, J.M. Zain, and E. El-Qawasmeh (Eds.): DICTAP 2011, Part II, Communications in Computer and Information Science Volume 167, pp. 473–482, Springer-Verlag Berlin Heidelberg

3. Krawczyk-Stańdo Dorota, Grzegorz Kusztelak, Stańdo Jacek, Nowe funkcjonalności platformy stosowanej w projekcie „e-pogotowie matematyczne" w kontekście e-matury, Metody i narzędzia ewaluacji wyników zdalnego testowania wiedzy, Łódź 2013,Wydawnictwo PŁ, ISBN: 978-83-937551-7-2

INFORMACJE O AUTORACH

DR KRZYSZTOF KISIEL

Pracownik dydaktyczny Centrum Nauczania Matematyki i Fizyki Politechniki Łódzkiej. Stopień doktora nauk matematycznych uzyskał z zakresu teorii optymalizacji. Obszarem zainteresowań dr Krzysztofa Kisiela są metody numeryczne, analiza niegładka a przede wszystkim szeroko pojęty e-learning wspomagający edukację na wszystkich poziomach nauczania.

DR INŻ. IWONA STANIEC

Doktor nauk o zarządzaniu. Od 2000 roku jest adiunktem w Katedrze Zarządzania Wydziału Organizacji i Zarządzania Politechniki Łódzkiej. Jest autorem i współautorem wielu publikacji dotyczących jakości kształcenia oraz propagujących wykorzystanie metod statystycznych m.in. Sposób na pieniądz, Sytuacja ekonomiczna organizacyjna i kadrowa dużych organizacji gospodarczych w aglomeracji łódzkiej, Zarządzanie ryzykiem operacyjnym. Jej pasją jest poznawanie nowych miejsc, krajów i kultur, zgodnie ze słowami św. Augustyna „Świat jest wielką księgą. Kto nie podróżuje, czyta tylko pierwszą stronę".

DR INŻ. KRZYSZTOF LISIECKI

Studiował matematykę na Wydziale Fizyki Technicznej i Matematyki Stosowanej Politechniki Łódzkiej, następnie doktoryzował się w zakresie geometrii różniczkowej w Instytucie Matematyki Uniwersytetu Łódzkiego pod kierunkiem prof. dra hab. Jana Kubarskiego. Jest autorem podręczników akademickich z zakresu algebry i analizy matematycznej oraz współautorem multimedialnych kursów matematyki dyskretnej i rachunku prawdopodobieństwa z elementami statystyki matematycznej. Obecnie jest starszym wykładowcą w Centrum Nauczania Matematyki i Fizyki Politechniki Łódzkiej.

DR MONIKA POTYRAŁA

Jest autorką publikacji naukowych oraz wielu materiałów dydaktycznych dostępnych w wersji elektronicznej. Uczestniczyła m.in. w projekcie „E-pogotowie matematyczne", bierze aktywny udział w pracach e-learningowych Centrum Nauczania Matematyki i Fizyki PŁ. W 2010 roku ukończyła szkolenie coachingowe ICC.

MAREK MAŁOLEPSZY

Jest doktorem nauk matematycznych, pracownikiem Centrum Nauczania Matematyki i Fizyki Politechniki Łódzkiej. Wykorzystaniem technologii informatycznych w kształceniu interesuje się zarówno od strony teoretycznej jak i praktycznej. Ukończył liczne kursy i szkolenia dla osób przygotowujących i prowadzących zajęcia w formułach e-learning oraz blended learning, m.in. kurs zorganizowany przez Washington State University (USA). Jest autorem oraz recenzentem artykułów naukowych z zakresu wykorzystania technologii informatycznych w kształceniu, a także autorem kursów realizowanych w formułach e-learning oraz blended learning.

MGR RENATA KUSZTELAK

Absolwentka kierunku Matematyka Uniwersytetu Łódzkiego oraz kierunku Informatyka dla nauczycieli Politechniki Łódzkiej. Nauczyciel dyplomowany z wieloletnim stażem. Czynny egzaminator egzaminów zewnętrznych w Okręgowej Komisji Egzaminacyjnej w Łodzi.

DR ELŻBIETA GALEWSKA

Od 2010 r. nauczyciel akademicki w Centrum Nauczania Matematyki i Fizyki Politechniki Łódzkiej. W latach 1995-2010 pracowała na Uniwersytecie Łódzkim. Uczy studentów matematyki, bierze udział w szkoleniach zawodowych oraz projektach o charakterze dydaktycznym. Publikuje wyniki swojej pracy naukowej i dydaktycznej.

DR JACEK STAŃDO

Starszy wykładowca Centrum Nauczania Matematyki i Fizyki Politechniki Łódzkiej. Doktor nauk matematycznych w zakresie metod numerycznych, posiadający dwa fakultety: z matematyki i informatyki. Pełni między innymi funkcje: Wiceprzewodniczącego kapituły ds. profesorów oświaty przy Ministrze Edukacji Narodowej, Wiceprzewodniczącego Łódzkiej Akademii Geogebry, Redaktora Naczelnego Międzynarodowego Czasopisma z zastosowań multimediów w edukacji, członka redakcji naukowej w 6 innych czasopismach międzynarodowych. Od 15 lat jest rzeczoznawcą podręczników szkolnych przy Ministerstwie Edukacji Narodowej. Recenzował ponad 120 podręczników z zakresu matematyki i informatyki. Od 15 lat Egzaminator i przewodniczący zespołu egzaminatorów przy Okręgowej Komisji Egzaminacyjnej w Łodzi. Autor kilkudziesięciu publikacji naukowych, autor zbiorów zadań, podręczników szkolnych. Pomysłodawca pierwszej w Polsce i na skale Europy e-matury z matematyki, koordynator merytoryczny w projekcie E-pogotowie matematyczne i rządowym projekcie E-podręczniki do kształcenia ogólnego w zakresie matematyki i informatyki.

DR DOROTA KRAWCZYK-STAŃDO

Wykładowca Centrum Nauczania Matematyki i Fizyki Politechniki Łódzkiej. Doktor nauk matematycznych w zakresie metod numerycznych, posiadająca dwa fakultety: z matematyki i informatyki. Pełni funkcję przewodniczącej zespołu egzaminatorów przy Okręgowej Komisji Egzaminacyjnej w Łodzi. Autorka kilkunastu publikacji naukowych i dydaktycznych. Zastępca koordynatora merytorycznego w projekcie E-pogotowie matematyczne, odpowiedzialna za multimedia w rządowym projekcie E-podręczniki do kształcenia ogólnego w zakresie matematyki. General Chair Łódzkiej Akademii Geogebry.