

Składanie drgań równoległych – dudnienia

Wstęp

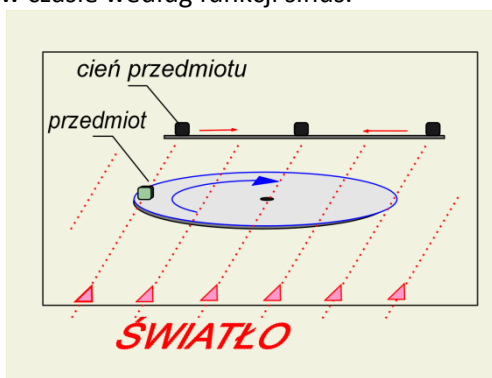
Z drganiami mechanicznymi mamy do czynienia na co dzień. Ciężarek zawieszony na sprężynie wykonuje drgania. Inne przykłady to ruch huśtawki, wahadła zegara, uginanie się wagonu kolejowego na szynach w czasie jazdy. Drgania te zmieniają się w czasie zgodnie z funkcją sinus lub kosinus, które nazywają się funkcjami harmonicznymi, dlatego drgania te nazywamy **drzaniami harmonicznymi**.

Ciało, którego położenie zmienia się w czasie t jak funkcja harmoniczna: sinus lub kosinus nazywamy **oscylatorem harmonicznym**. Przykładem drgań harmonicznymi jest ruch cienia oświetlonego z boku małego przedmiotu położonego na ruchomej tarczy adaptera (rys. 1), lub ruch rzutu punktu poruszającego ruchem jednostajnym po okręgu, na średnicę tego okręgu.

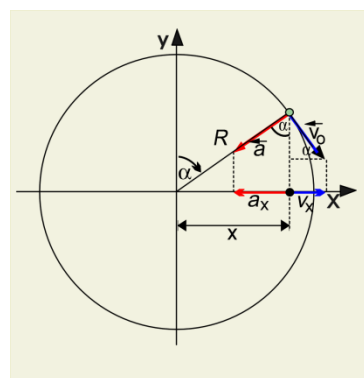
Na rys. 2 widać, że współrzędna x punktu poruszającego ruchem jednostajnym po okręgu zmienia się według wzoru $x = R \sin \alpha$ lub

$$x = R \sin \omega t \quad (1)$$

(gdyż α zmienia się w czasie według równania $\alpha = \omega t$, gdzie ω jest prędkością kątową). Widzimy więc, że położenie punktu drgającego (rzutu punktu poruszającego się po okręgu) zmienia się w czasie według funkcji sinus.



Rysunek 1. Ruch cienia przedmiotu znajdującego się na obracającej się tarczy adaptera jest ruchem drgającym harmonicznym



Rysunek 2. Ruch rzutu punktu, poruszającego się jednostajnie po okręgu, na oś x (lub na oś y) jest ruchem drgającym harmonicznym

Zdefiniujemy teraz odpowiednie wielkości charakteryzujące ruch drgający:

Amplituda A – jest to wartość bezwzględna maksymalnego wychylenia ciała drgającego od położenia zerowego $A = |x_{max}|$, (w tym przypadku $A = R$, gdzie R – promień okręgu, patrz rys. 2).

Okres T – jest to odcinek czasu, po upływie którego drganie się powtarza, czyli punkt drgający przechodzi przez to samo położenie i w tym samym kierunku.

Częstotliwość ν – jest to liczba pełnych drgań w jednostce czasu (np. w 1 s). Oczywiście

$$\nu = \frac{1}{T} \quad (2)$$

Częstość kołowa ω – jest to częstość mnożona przez 2π , czyli

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T} \quad (3)$$

Częstość kołowa mówi nam, ile pełnych drgań wykonuje oscylator w ciągu 2π sekund.

Te ostatnie trzy wielkości są równe liczbowo swoim odpowiednikom w ruchu po okręgu, gdzie występują takie same związki między nimi.

Wzór (1) będzie wzorem ogólnym na położenie w ruchu drgającym harmonicznym, gdy podstawimy $R = A$, więc

$$x = A \sin \omega t \quad (4)$$

(zmienna ωt , będąca argumentem sinusa nazywa się **fazą drgań**). Ze wzoru (4) wynika, że wychylenia ciała drgającego zmieniają się periodycznie w granicach $-A \leq x \leq A$.

Dudnienia – są to okresowe zmiany amplitudy drgania wypadkowego powstałego ze złożenia dwóch drgań o zbliżonych częstotliwościach. Dudnienia obserwuje się dla wszystkich rodzajów drgań.

Przykłady dudnień:

- dudniący dźwięk powstający ze złożenia dwóch dźwięków źle zestrojonych instrumentów muzycznych,
- dźwięk (drgania) powstający ze złożenia dźwięku odbieranego bezpośrednio i odbitego od poruszającej się powierzchni odbijającej (wskutek zjawiska Dopplera dźwięk odbity od ruchomej powierzchni jest odbierany jako dźwięk o zmienionej częstotliwości).

W przypadku dwóch drgań harmonicznycy o częstościach ω_1 , ω_2 i jednakowej amplitudzie, przebieg drgań można opisać funkcjami:

$$x_1 = A \sin \omega_1 t \quad (5)$$

$$x_2 = A \sin \omega_2 t \quad (6)$$

Przebieg powstały w wyniku dodania tych drgań:

$$x = x_1 + x_2 \quad (7)$$

z sumowania funkcji trygonometrycznych wynika:

$$x = A[\sin \omega_1 t + \sin \omega_2 t] = 2A \cos\left(\frac{\omega_1 t - \omega_2 t}{2}\right) \sin\left(\frac{\omega_1 t + \omega_2 t}{2}\right) \quad (8)$$

lub, po wprowadzeniu nowych oznaczeń:

$$x = 2A \cos(\omega_m t) \sin(\omega_w t) \quad (9)$$

gdzie:

$$\omega_m = \frac{\omega_1 t - \omega_2 t}{2} \quad (10)$$

$$\omega_w = \frac{\omega_1 t + \omega_2 t}{2} \quad (11)$$

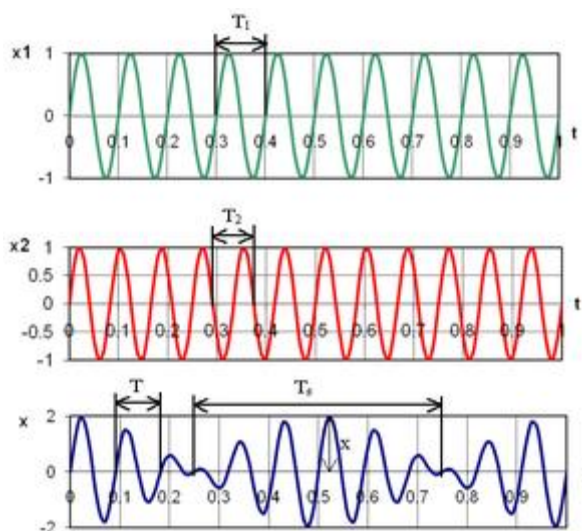
Powstałe w wyniku złożenia drganie można traktować jako drganie, którego częstość jest równa średniej arytmetycznej częstości drgań składowych, zaś amplituda zmienia się znacznie wolniej, co można ująć matematycznie:

$$x = B(t) \sin(\omega_w t) \quad (12)$$

gdzie:

$$B(t) = 2A \cos(\omega_m t) \quad (13)$$

Funkcja $B(t)$ przyjmuje na przemian wartości dodatnie i ujemne. Jej wartość bezwzględna $|B(t)|$ nosi nazwę **obwiedni**; jest to funkcja zmieniająca się z częstością $2\omega_m$, a zatem równą różnicy częstości składanych drgań (nie zaś połowie tej różnicy).



Rysunek 3. Przykładowy przebieg dudnienia (źródło: Wikipedia)

Efektym fizycznym opisanego sumowania drgań jest to, że zachowują one swój szybkooscylicyjny charakter (z częstotliwością ω_w), a przy tym ich obwiednia zmienia się powoli w czasie, co dla dźwięku oznacza słyszalną, pulsacyjną modulację głośności z częstotliwością $2\omega_m$.

Efekt dudnień jest wykorzystywany do:

- strojenia instrumentów muzycznych, ponieważ im dwie częstotliwości są sobie bliższe, tym dudnienie jest wyraźniejsze i znika dopiero przy idealnym dobraniu częstotliwości;
- zmiany częstotliwości odbieranych drgań w odbiornikach fal radiowych;
- określania częstotliwości drgań lub fal poprzez sumowanie fali odebranej i wzorcowej, stosowane np. w radarach dopplerowskich.

Jak działa model składania drgań równoległych w Excelu

W arkuszu wykres w zakresie komórek A1:O20 umieszczony został wykres przedstawiający złożenie dwóch drgań równoległych (rys. 4).

W komórkach wierszy 26-28 znajdują się parametry wejściowe do sterowania wykresem.

W komórce B26 znajduje się parametr A (patrz wstęp teoretyczny, wartości parametru A będziemy zmieniać w zakresie od 0 do 1 cm za pomocą paska przewijania),

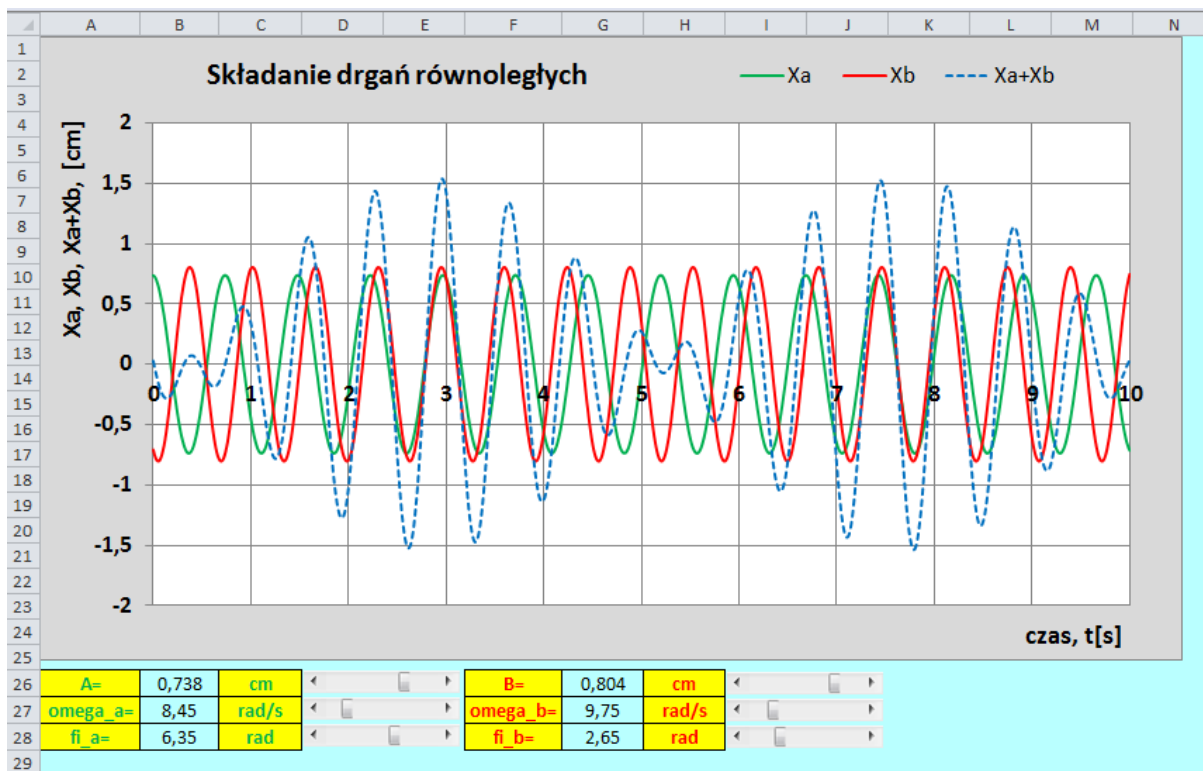
w B27 – parametr ω_a (wartości z przedziału zamkniętego (0;50) rad/s otrzymujemy za pomocą paska przewijania),

B28 – ϕ_a (ϕ_a może przyjmować wartości z przedziału od 0 do 10 rad, do regulacji tego parametru również zastosujemy pasek przewijania),

G26 znajduje się parametr B (wartości parametru B będziemy mogli zmieniać w zakresie od 0 do 1 cm),

G27 – parametr ω_b (wartości z przedziału zamkniętego (0;50) rad/s),

G28 – ϕ_b (ϕ_b może przyjmować wartości z przedziału od 0 do 10 rad).



Rysunek 4. Wykres – model w Excelu

Zmieniaj parametry w komórkach B26:B28 oraz G26:G28 za pomocą pasków przewijania i obserwuj jak zmienia się obraz na wykresie.

Wykonanie

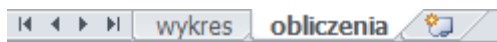
Do wykonania wykresu przedstawiającego dudnienie (złożenie dwóch drgań równoległych) potrzebny będzie pusty plik Excela. Zapisz go na dysku swojego komputera pod nazwą *Składanie_drgań_równoległych_symulacja.xlsx* ze standardowym rozszerzeniem .xlsx.

Nazwa pliku:

Zapisz jako typ:

Rysunek 5. W polu *Zapisz jako typ* wybierz „Skoroszyt programu Excel”

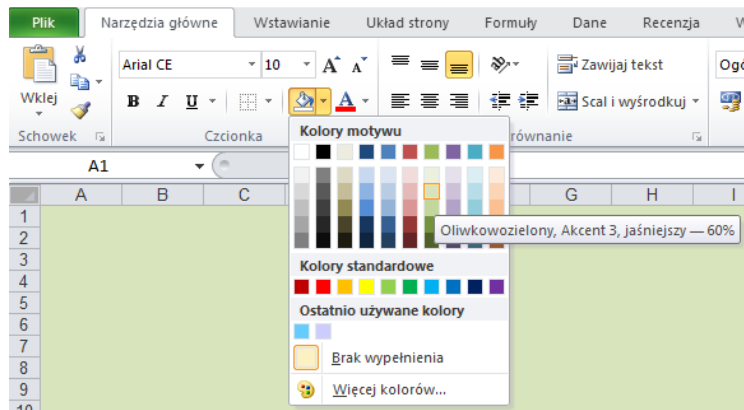
W pliku *Składanie_drgań_równoległych_symulacja.xlsx* zmień nazwę pierwszego arkusza na *wykres*, drugiemu nadaj nazwę *obliczenia*. Pozostałe arkusze możesz usunąć – nie będą nam potrzebne.



Rysunek 6. Nazwy arkuszy w pliku *Składanie_drgań_równoległych_symulacja*

Tworzenie symulacji ruchu cząstki rozpoczniemy od przygotowania danych w arkuszu *wykres*. Wykonaj w nim następujące czynności:

1. Zaznacz cały arkusz (na przykład używając kombinacji klawiszy Ctrl+A) i za pomocą ikony *Kolor wypełnienia* znajdującego się na wstążce na karcie *Narzędzia główne*, w grupie *Czcionka*, zmień kolor tła komórek na dowolny (ale jasny!) odcień koloru niebieskiego, fioletowego lub zielonego (rys. 7) – wybierz ten, który lubisz najbardziej.



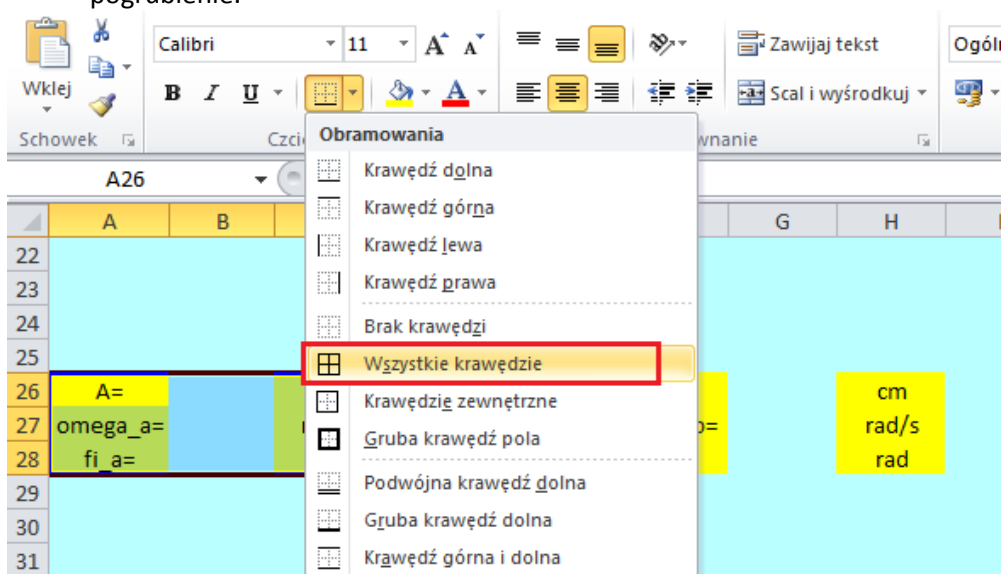
Rysunek 7. Zmiana tła komórek w arkuszu wykres

- Spójrz na rys. 4 zaprezentowany powyżej. Komórki z żółtym tłem w arkuszu wykres nie zawierają żadnych obliczeń. Znajdują się w nich wyłącznie etykiety tekstowe, czyli opisy różnych parametrów niezbędnych do wykonania symulacji, albo jednostki. Zajmiemy się teraz wprowadzeniem ich do arkusza: do komórki A26 wpisz tekst „A=”, do komórki A27 – „omega_a=” itd. W ten sposób wprowadź do arkusza wszystkie etykiety. Tło komórek zawierających etykiety sformatuj na żółto (rys. 8).

	A	B	C	D	E	F	G	H
25								
26	A=		cm			B=		cm
27	omega_a=		rad/s			omega_b=		rad/s
28	fi_a=		rad			fi_b=		rad
29								

Rysunek 8. Wygląd arkusza wykres po wykonaniu pkt. 1 i 2 instrukcji

- Zaznacz zakres A26:C28 i włącz obramowanie posługując się ikonką *Wszystkie krawędzie* na karcie *Narzędzia główne* (rys. 9). Włącz wyśrodkowanie tekstu za pomocą ikonki . Postępując podobnie, obramuj i wyśrodkuj komórki z zakresu F26:H28. W komórkach B26:B28 oraz G26:G28 na razie nie ma wartości, ale mimo to włączmy im format *Liczbowy* (karta *Narzędzia główne*, grupa *Liczba*) oraz pogrubienie.



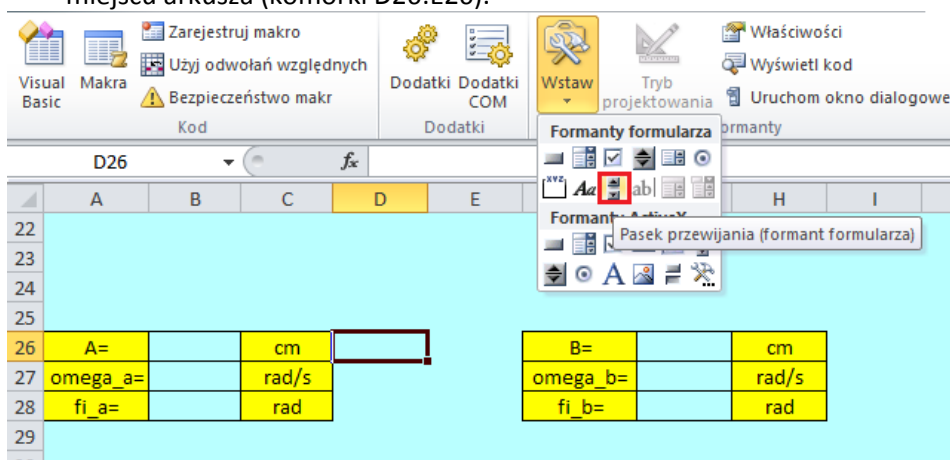
Rysunek 9. Obramowanie tabeli z zakresu A26:C28

4. Po wykonaniu powyższych czynności na ekranie powinieneś mieć to, co pokazujemy na rys. 10.

	A	B	C	D	E	F	G	H
25								
26	A=		cm			B=		cm
27	omega_a=		rad/s			omega_b=		rad/s
28	fi_a=		rad			fi_b=		rad
29								

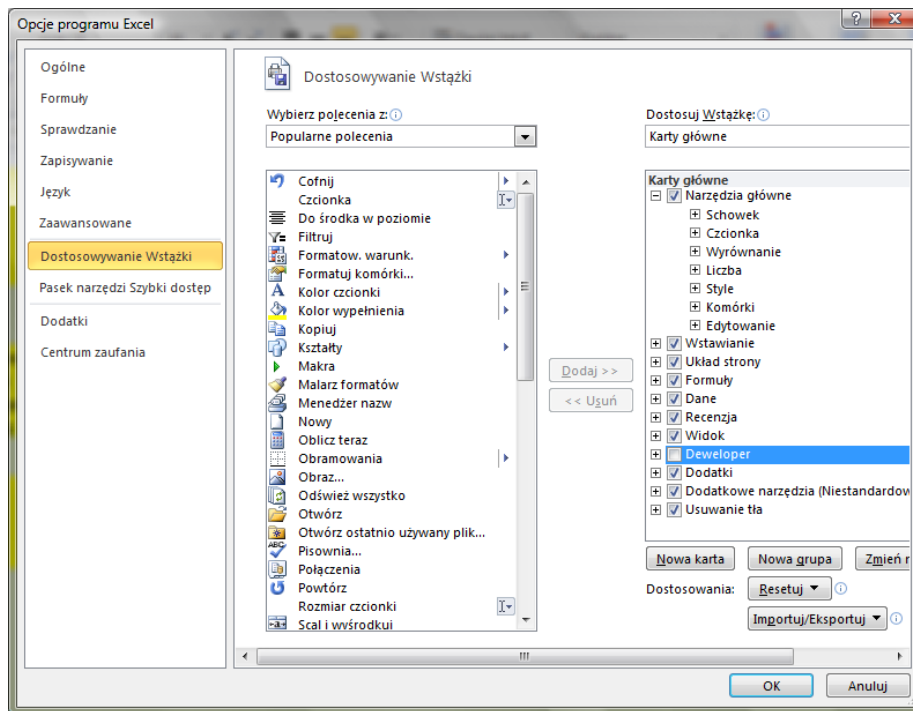
Rysunek 10. Wygląd arkusza po wpisaniu i sformatowaniu etykiet w arkuszu wykres

5. Spójrz jeszcze raz na rys. 4. – obok każdej z tabelek znajdują się paski przewijania do sterowania parametrami. Aby wstawić je do arkusza na karcie *Deweloper* (jeśli nie widzisz jej na swojej wstążce, w następnym punkcie opiszemy jak ją wyświetlić), w grupie *Formanty* znajdź polecenie *Wstaw* i z wewnętrznej listy wybierz formant *Pasek przewijania (formant formularza)* (rys. 11). „Narysuj” pasek w odpowiednim miejscu arkusza (komórki D26:E26).



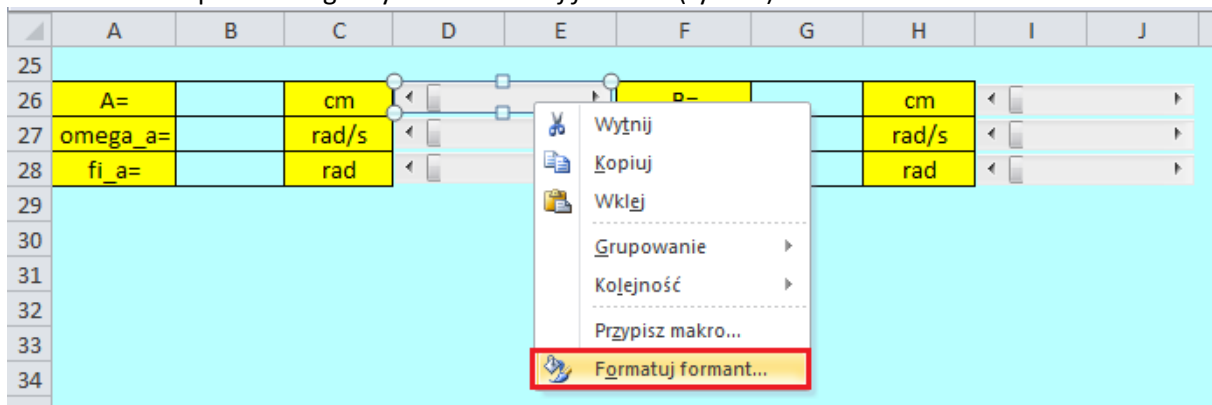
Rysunek 11. Wstawianie paska przewijania

6. **Uwaga:** jeżeli na wstążce nie ma karty *Deweloper*, włącz ją w następujący sposób: wybierz polecenie *Plik*, a następnie *Opcje*. W oknie *Opcje programu Excel* kliknij *Dostosowywanie wstążki*. Po prawej stronie okna znajdziesz spis wszystkich kart wstążki. Włącz wyświetlanie karty *Deweloper* (rys. 12). Od tej pory będzie ona na stałe widoczna na Twojej wstążce.



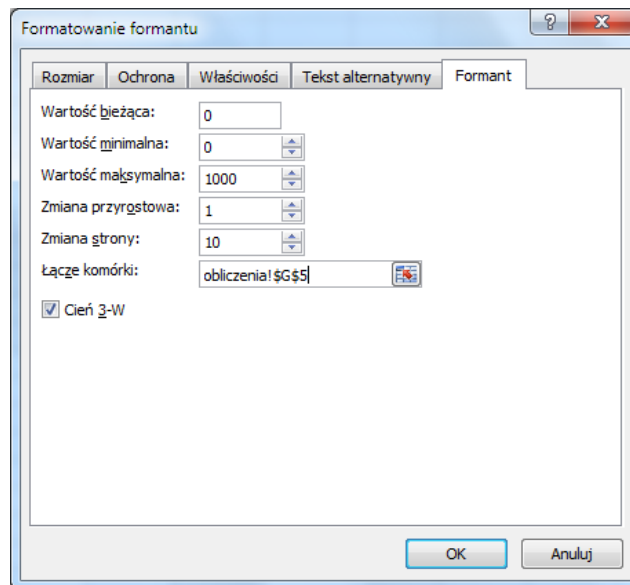
Rysunek 12. Włączanie karty *Developer*

7. W podobny sposób „narysuj” pozostałe paski przewijania (komórki D27:E27, D28:E28, I26:J26, I27:J27, I28:J28). Paski na razie nie działają. „Aktywowaniem” ich zajmiemy się w następnych punktach.
8. Kliknij prawym klawiszem myszki na pasku przewijania z komórek D26:E26 i z menu podręcznego wybierz *Formatuj formant* (rys. 12).



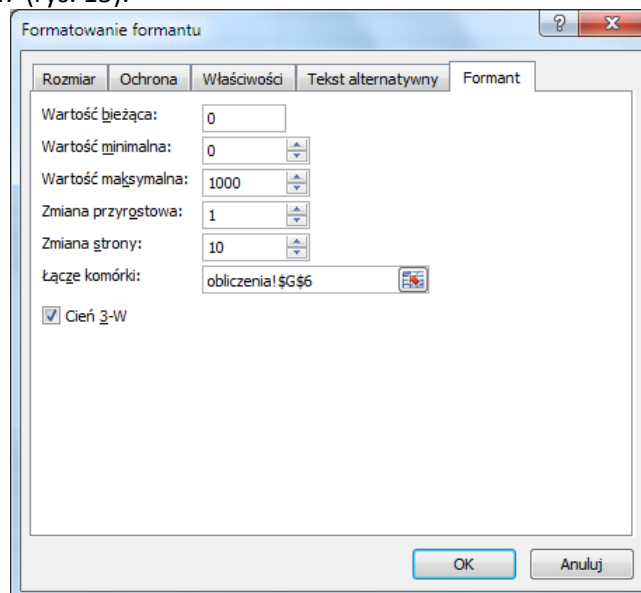
Rysunek 13. Wybór właściwości paska przewijania z komórek D26:E26

9. W oknie *Formatowanie formantu* na karcie *Formant* wprowadź wartości w trzech polach: *Wartość maksymalna* (wartość maksymalna, jaką można będzie wybrać) ustaw 1000, *Wartość minimalna* (wartość minimalna) wpisz 0, *Łącze komórki* (tzn. komórka połączona, czyli taka, w której będzie się wyświetlała wartość wybrana na pasku – uwaga! u nas będzie to komórka G5, ale z arkusza *obliczenia*) – jak na rys. 14.



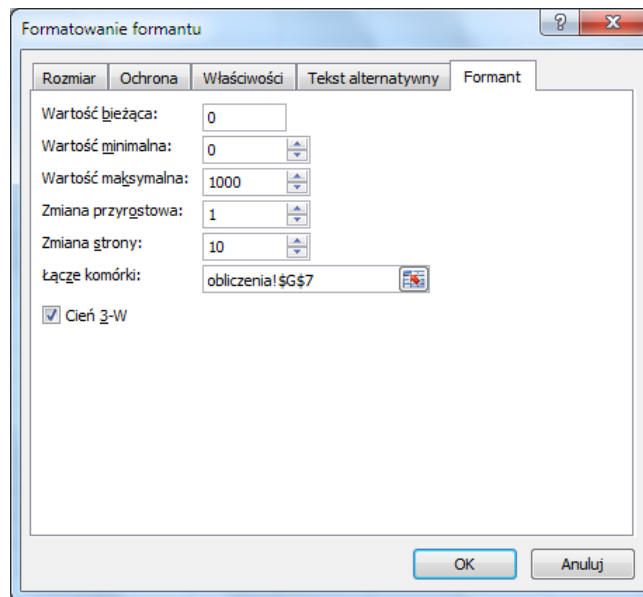
Rysunek 14. Ustawienia kluczowych wartości w oknie właściwości paska przewijania z komórek D26:E26

10. Postępując analogicznie, ustaw wartości w oknach właściwości paska z komórek D27:E27 (rys. 15).



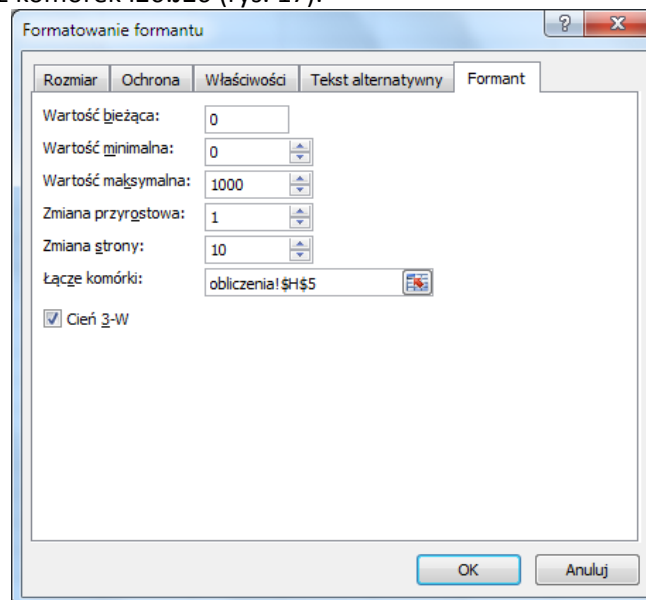
Rysunek 15. Ustawienia kluczowych wartości w oknie właściwości paska przewijania z komórek D27:E27

11. Następnie ustaw właściwości paska z komórek D28:E28 (rys. 16).



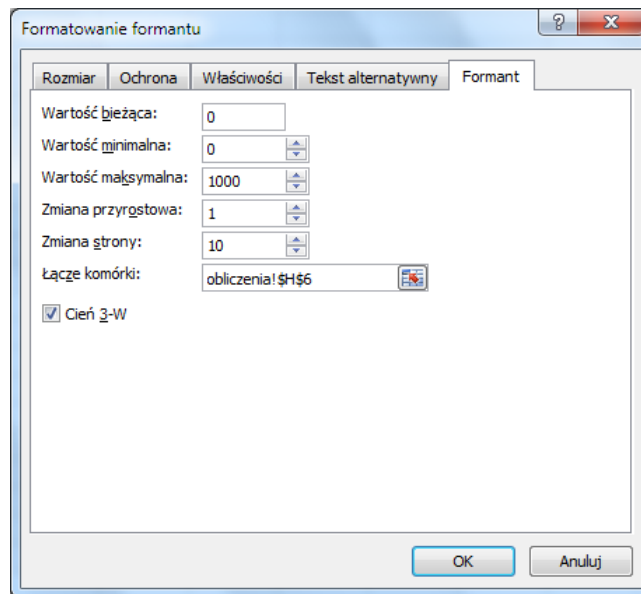
Rysunek 16. Ustawienia kluczowych wartości w oknie właściwości paska przewijania z komórek D28:E28

12. Pasek z komórek I26:J26 (rys. 17):



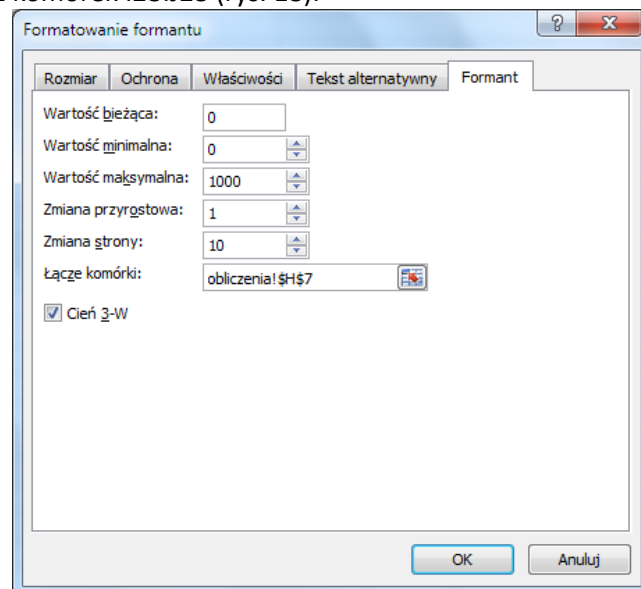
Rysunek 17. Ustawienia kluczowych wartości w oknie właściwości paska przewijania z komórek I26:J26

13. Pasek z komórek I27:J27 (rys. 18):



Rysunek 18. Ustawienia kluczowych wartości w oknie właściwości paska przewijania z komórek I27:J27

14. Pasek z komórek I28:J28 (rys. 18):



Rysunek 19. Ustawienia kluczowych wartości w oknie właściwości paska przewijania z komórek I28:J28

15. W arkuszu *wykres* odkliknij zaznaczenie pasków (kliknij w tym celu w dowolnym miejscu arkusza; uwaga: jeśli będziesz chciał zaznaczyć pasek przewijania – kliknij na nim prawym klawiszem myszki) i sprawdź działanie pasków przewijania (powinny zmieniać się wartości w komórkach G5:H7 arkusza *obliczenia*).
16. Pora, by przygotować do pracy arkusz *obliczenia*. Do komórki B2 wpisz „Składanie drgań równoległych”. Zmień wielkość czcionki na 14 pt., kolor tekstu na ciemny granat, włącz podkreślenie.
17. Do komórki B4 wpisz „Wartości liczbowe”, do komórek B5:E5 wprowadź etykiety widoczne na rys. 20. Etykiety wyśrodkuj, włącz pogrubienie. Do komórki B6 wpisz „0”, B7 „0,01”, następnie zaznacz obie te komórki, najedź na mały kwadracik w prawym dolnym rogu zaznaczonego obszaru, żeby uzyskać mały czarny krzyżyk (jak na rys. 20) i przeciągnij w dół, wypełniając liczbami komórki aż do B1006 (ostatnią uzyskaną wartością będzie 10).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2		<u>Składanie drgań równoległych</u>							
3		Wartości liczbowe							
4		czas, t[s]	Xa, [cm]	Xb, [cm]	Xa+Xb, [cm]		2	3	
5		0					10	35	
6		0,01					17	4	
7		0,02							
8									
9									
10									

Rysunek 20. Wypełnienie liczbami komórek w kolumnie B arkusza *obliczenia*

18. Wypełnij komórki B5:E5 szarym tłem. Zaznacz i obramuj cały zakres B5:E1006. Sformatuj tło komórek G5:H7 na pomarańczowo. Kolor czcionki w kolumnie C (zakres komórek C5:C1006) zmień na zielony, w kolumnie D – na czerwony, E – ciemnoniebieski. Po wykonaniu wszystkich opisanych wyżej czynności arkusz *obliczenia* powinien prezentować się jak na rys. 21.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2		<u>Składanie drgań równoległych</u>							
3		Wartości liczbowe							
4		czas, t[s]	Xa, [cm]	Xb, [cm]	Xa+Xb, [cm]		2	3	
5		0					10	35	
6		0,01					17	4	
7		0,02							
8		0,03							
9		0,04							
10		0,05							
11		0,06							
12		0,07							
13		0,08							
14		0,09							
15		0,1							
16		0,11							
17		0,12							
18									

Rysunek 21. Wygląd arkusza *obliczenia*

19. Kolejnym krokiem tworzenia symulacji powinno być wprowadzenie formuł do arkuszy. Najpierw jednak, dla wygody, niektórym komórkom nadamy *nazwy*.
Uwaga: Odwołanie do komórki za pomocą nadanej jej własnoręcznie *nazwy* jest alternatywą do odwołania się do niej za pomocą adresu. Będziesz mieć wybór – możesz w formułach odwoływać się do komórki za pomocą jej adresu lub za pomocą *nazwy*.
20. Na początek w arkuszu *obliczenia* nadamy komórce G5 nazwę „_a”.
 Uaktywnij komórkę G5 (kliknij na niej). Zwróć uwagę, że adres aktywnej komórki pojawił się w tzw. *Polu nazwy* (pole otoczone czerwoną obwódką na rysunku 22). Kliknij w *Polu nazwy* i wpisz nazwę, którą chcesz nadać komórce, na przykład „_a”. Na koniec naciśnij **Enter**. Teraz, po uaktywnieniu komórki G5 w *Polu nazwy* będzie wyświetlać się jej nazwa, a nie adres.

		f _x 2					
	A	B	C	D	E	F	G
1							
2	Składanie drgań równoległych						
3							
4	Wartości liczbowe						
5	czas, t[s]	X _a , [cm]	X _b , [cm]	X _a +X _b , [cm]			
6	0					2	3
7	0,01					10	35
8	0,02					17	4
9	0,03						
10	0,04						
11	0,05						

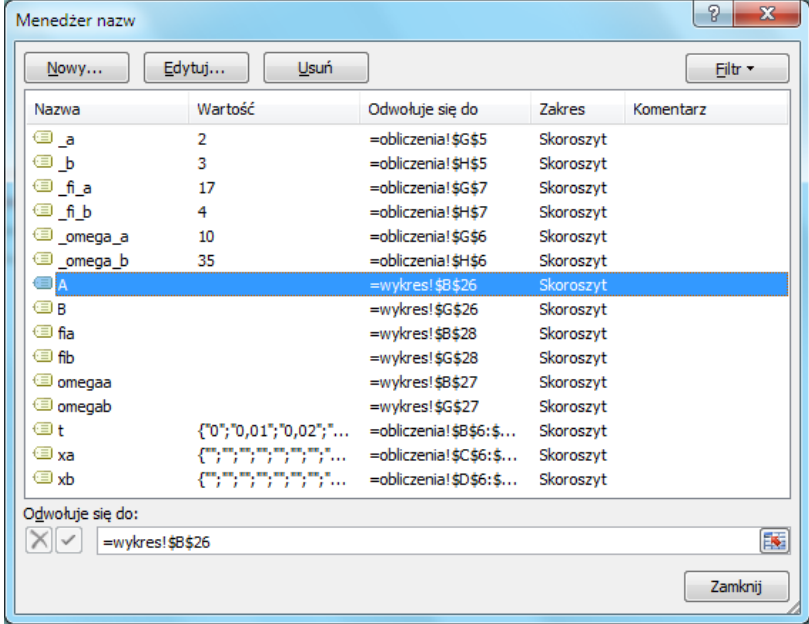
Rysunek 22. Lokalizacja Pola nazwy, za pomocą którego nadajemy nazwy komórkom

21. Zaznacz komórkę G6 i, postępując w sposób opisany w poprzednim punkcie, nadaj jej nazwę „_omega_a”.

Uwaga: jeśli w przyszłości zechcesz nadać komórce nazwę wielocłonową, nie używaj spacji! Zamiast niej możesz użyć znaku podkreślenia, np. *kąt_alfa*, lub wpisać nazwę w taki sposób: *KątAlfa* – bez odstępów, ale zachowując czytelność nazwy.

22. W podobny sposób nadaj nazwy pozostałym komórkom, i tak, komórkę G7 nazwij „_fi_a”, H5 „_b”, H6 „_omega_b”, H7 „_fi_b”. Zaznacz zakres komórek B6:B1006 i nadaj im nazwę „t”, zakresowi C6:C1006 nadaj nazwę „xa”, D6:D1006 „xb”. Dodatkowo, nadamy nazwy komórkom (na razie pustym) w arkuszu *wykres*: komórkę B26 nazwij „A”, B27 „omegaa”, B28 „fia”, G26 „B”, G27 „omegab”, G28 „fib”.

Uwaga: jeśli pomylisz się definiując nazwy, na wstążce na karcie *Formuły* w grupie *Nazwy zdefiniowane* znajdziesz ikonę *Menedżer nazw*. Kliknięcie na niej otwiera okno z listą wszystkich nazw zdefiniowanych w bieżącym skoroszytcie. Możesz w nim – „w razie czego” – usunąć błędnie zdefiniowane nazwy, skorygować ich odwołanie itp.



Rysunek 23. Okno Menedżera nazw z listą zdefiniowanych nazw, ich bieżące wartości (u Ciebie na tym etapie wykonywania ćwiczenia większość wartości będzie równa zero), odwołania do komórek itp.

23. Najwyższa pora zająć się obliczeniami! W arkuszu *wykres* znajdą się - odpowiednio przeskalowane - wartości z komórek G5:H7 arkusza *obliczenia*. Wprowadź do komórki B27 formułę, jak na rys. 24. Spójrz na swój *Pasek formuły* i sprawdź czy formuła, którą wpisałeś, jest prawidłowa. Przypomnijmy, w komórce B27 będzie się wyświetlała wartość z komórki G5 arkusza *obliczenia*, ale tak przeskalowana, byśmy

za pomocą paska przewijania mogli uzyskać zakres wartości od 0 do 1 (zmiana o 0,001). Do komórek z arkusza *obliczenia* odwołamy się za pomocą nazw.

Uwaga: musieliśmy zastosować takie przeskalowanie, aby uzyskać ułamkowe zmiany wartości parametrów, gdyż formant *Pasek przewijania* obsługuje wyłącznie wartości całkowite! Zabieg przeskalowania odnosi się również do komórek B27, B28, G26, G27 i G28.

	A	B	C	D	E	F
25						
26	A=	=_a/1000	cm		B=	
27	omega_a=		rad/s		omega_b=	
28	fi_a=		rad		fi_b=	
29						

Rysunek 24. Formuła w komórce B26

24. Postępując analogicznie, do komórki B27 wprowadź formułę jak na rys. 25.

$$f_x = 50 * _omega_a / 1000$$

Rysunek 25. Formuła w komórce B27

25. Do komórki B28 wpisz:

$$f_x = 10 * _fi_a / 1000$$

Rysunek 26. Formuła w komórce B28

26. Do komórki G26 wpisz:

$$f_x = _b / 1000$$

Rysunek 27. Formuła w komórce G26

27. Do komórki G27 wpisz natomiast:

$$f_x = 50 * _omega_b / 1000$$

Rysunek 28. Formuła w komórce G27

28. Do komórki G28 wpisz natomiast:

$$f_x = 10 * _fi_b / 1000$$

Rysunek 29. Formuła w komórce G28

29. W komórce C6 arkusza *obliczenia* wyliczymy wartości parametru x_a [cm]. COS() jest funkcją arkuszową obliczającą kosinus zadanego kąta. Skopiuj formułę w dół, aż do komórki C1006.

$$f_x = A * \text{COS}(_omega_a * t + _fi_a)$$

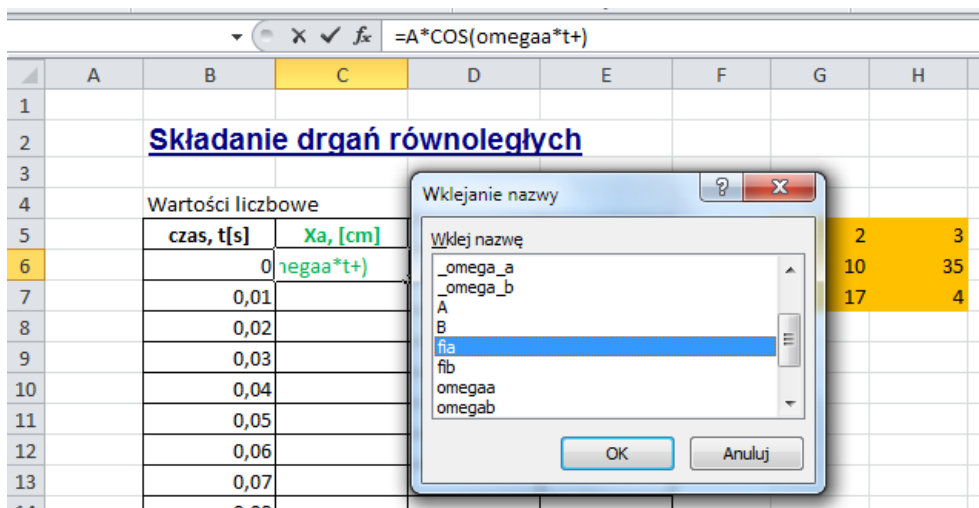
Rysunek 30. Formuła w komórce C6 arkusza obliczenia

30. W komórce D6 arkusza *obliczenia* wyliczymy wartości parametru x_b [cm]. Skopiuj formułę w dół, aż do komórki D1006.

$$f_x = B * \text{COS}(_omega_b * t + _fi_b)$$

Rysunek 31. Formuła w komórce D6 arkusza obliczenia

31. Tworząc formułę, możesz adresy komórek (lub *nazwy*) wpisywać ręcznie lub klikać na odpowiednich komórkach – wówczas ich adresy (*nazwy*) w formule pojawią się automatycznie. W przypadku *nazw* możesz alternatywnie skorzystać z okna *Wklejanie nazwy*, które zawiera spis wszystkich *nazw* występujących w skoroszycie. Okno *Wklejanie nazwy* wywołasz naciskając klawisz funkcyjny **F3**.



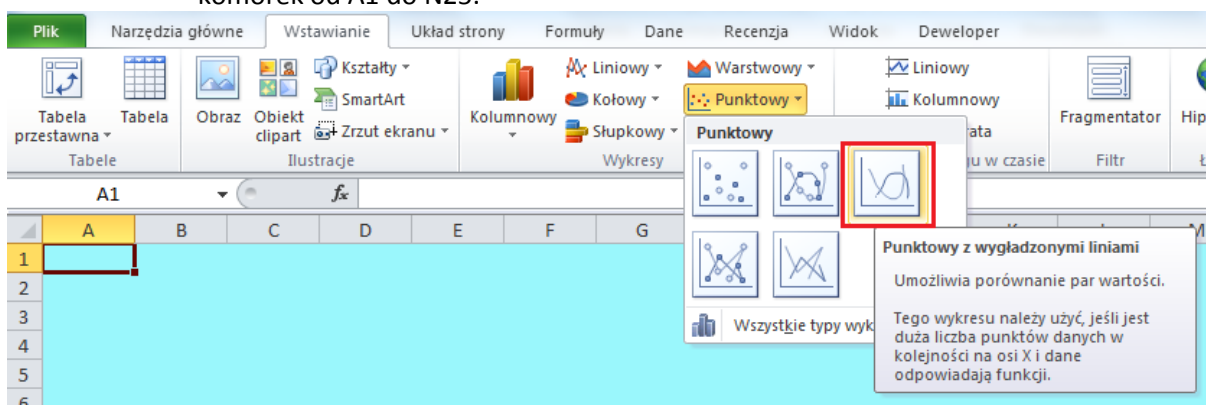
Rysunek 32. Tworzenie formuły z użyciem okna *Wklejanie nazwy*

32. Kontynuując wprowadzanie niezbędnych formuł, do komórki E6 arkusza *obliczenia* wprowadź formułę jak na rys. 33. Argumenty wpisz „z ręki” lub wstaw posługując się oknem *Wklejanie nazwy*. Skopiuj formułę w dół, aż do komórki E1006.

$$f_x = xa + xb$$

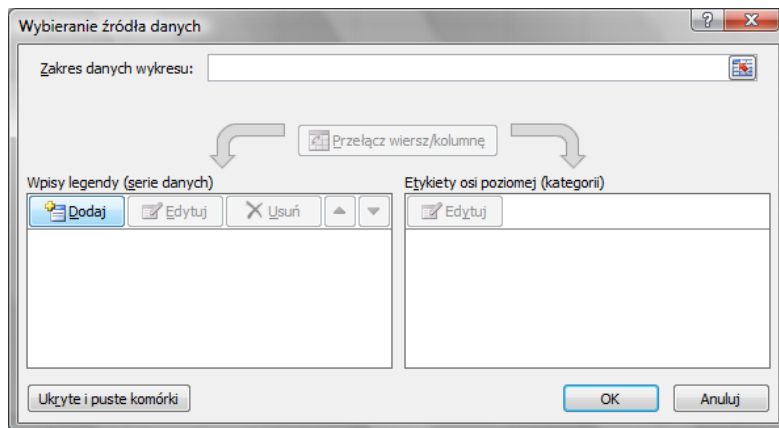
Rysunek 33. Formuła w komórce E6

33. Przejdź na arkusz *wykres*. Zaznacz zakres komórek A26:A28 i zmień kolor czcionki na zielony, ten sam kolor nadaj czcionkom etykiet z komórek C26:C27. Zmień kolor czcionki w komórkach F26:F28 i H26:H28 na czerwony.
34. Mając wykonane wszystkie obliczenia zajmiemy się przygotowaniem wykresu. Zaznacz komórkę A1 arkusza *wykres*.
35. Przejdź na kartę *Wstawianie*. W grupie *Wykresy* wybierz typ *Punktowy*, a następnie podtyp *Punktowy z wygładzonymi liniami* (rys. 34). W arkuszu powinien pojawić się obszar wykresu, na razie pusty. Przesuń go i powiększ tak, aby zajmował zakres komórek od A1 do N25.



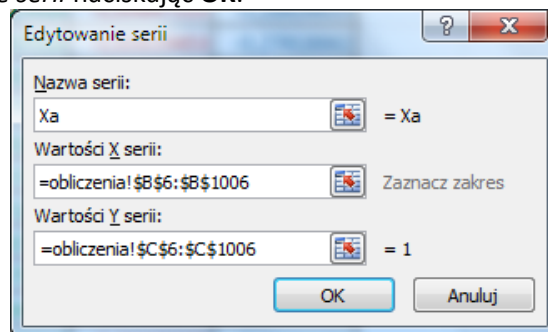
Rysunek 34. Wybór wykresu, typ *Punktowy*

36. Zwróć uwagę czy obszar wykresu jest aktywny. Jeśli tak, przejdź na kartę *Projektowanie* (znajdącą się na końcu wstążki, w grupie *Narzędzia wykresów*) i z grupy poleceń *Dane* wybierz *Zaznacz dane*. Na ekranie pojawi się okno *Wybieranie źródła danych* (spójrz na rys. 35). Kliknij na przycisku *Dodaj*.



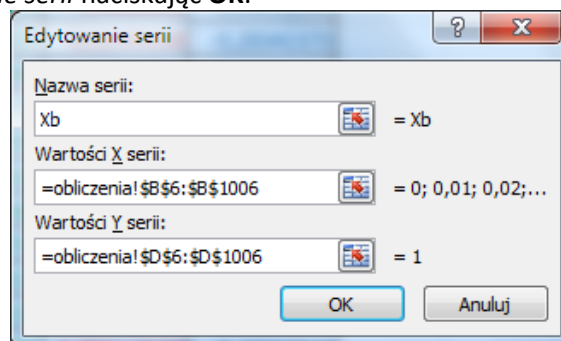
Rysunek 35. Dodawanie serii danych do wykresu

37. W oknie *Edytowanie serii* (rys. 36) w pole *Nazwa serii* wpisz „Xa”. Ustaw kursor w polu *Wartości X serii*, przejdź na arkusz *obliczenia* i zaznacz zakres komórek od B6 do B1006. Następnie przestaw kursor do pola *Wartości Y serii*, przejdź na arkusz *obliczenia* i zaznacz zakres komórek od C6 do C1006. Potwierdź ustawienia w oknie *Edytowanie serii* naciskając **OK**.



Rysunek 36. Definiowanie serii danych Xa

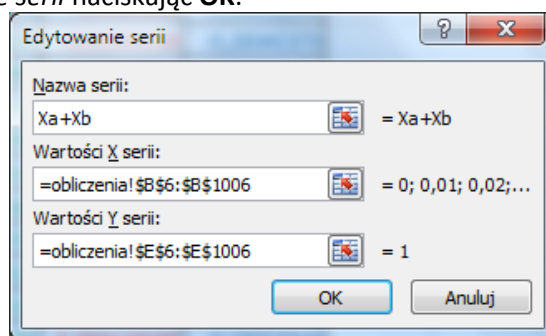
38. W oknie *Wybieranie źródła danych* ponownie kliknij na przycisku *Dodaj*. W oknie *Edytowanie serii* (rys. 37) w pole *Nazwa serii* wpisz „Xb”. Ustaw kursor w polu *Wartości X serii*, przejdź na arkusz *obliczenia* i zaznacz zakres komórek od B6 do B1006. Następnie przestaw kursor do pola *Wartości Y serii*, przejdź na arkusz *obliczenia* i zaznacz zakres komórek od D6 do D1006. Potwierdź ustawienia w oknie *Edytowanie serii* naciskając **OK**.



Rysunek 37. Definiowanie serii danych Xb

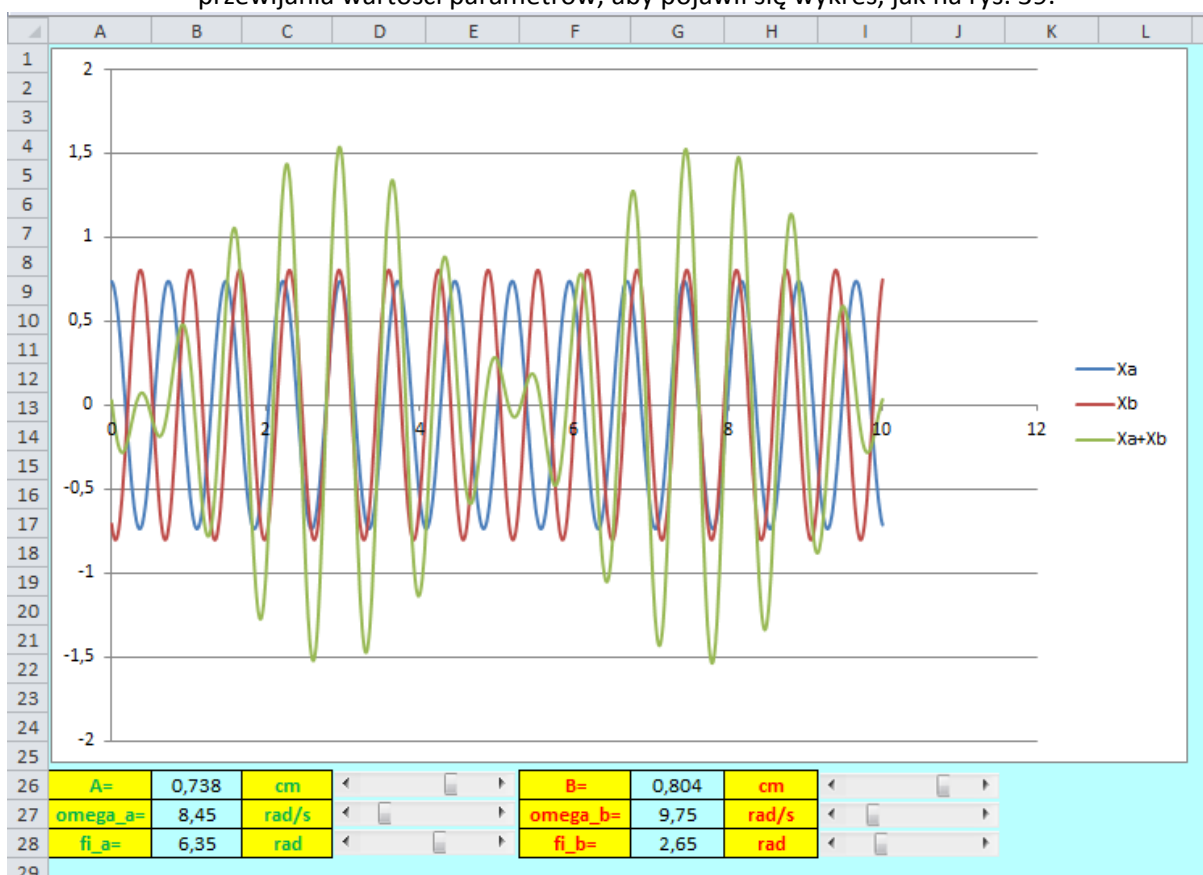
39. W oknie *Wybieranie źródła danych* kliknij jeszcze raz na przycisku *Dodaj*. W oknie *Edytowanie serii* (rys. 38) w pole *Nazwa serii* wpisz „Xa+Xb”. Ustaw kursor w polu *Wartości X serii*, przejdź na arkusz *obliczenia* i zaznacz zakres komórek od B6 do B1006. Następnie przestaw kursor do pola *Wartości Y serii*, przejdź na arkusz

obliczenia i zaznacz zakres komórek od E6 do E1006. Potwierdź ustawienia w oknie *Edytowanie serii* naciskając **OK**.



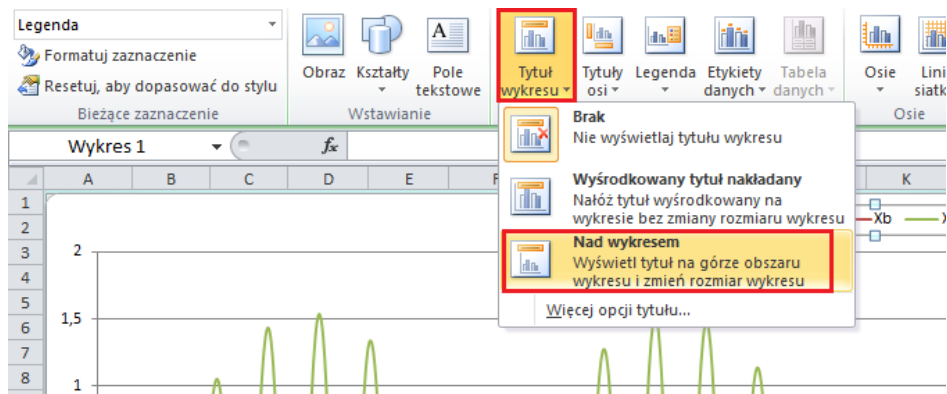
Rysunek 38. Definiowanie serii danych Xa+Xb

40. Po zatwierdzeniu wpisów w oknie *Wybieranie serii danych* zmień paskami przewijania wartości parametrów, aby pojawił się wykres, jak na rys. 39.



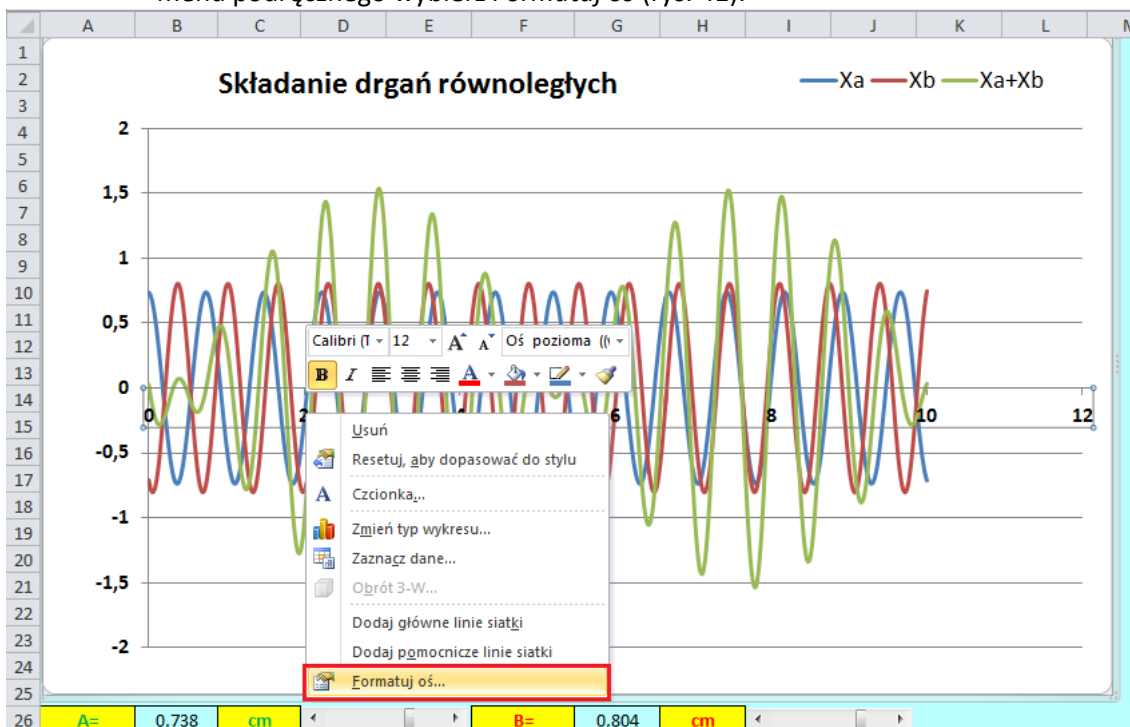
Rysunek 39. Wygląd arkusza wykres z wykresem

41. Przejdź na kartę *Układ* (znajdącą się w grupie *Narzędzia wykresów* na końcu wstążki; grupa narzędzi wykresów będzie widoczna pod warunkiem, że będzie aktywny wykres) i w sekcji *Etykiety* wybierz ikonę *Legenda*, a następnie, z wewnętrznej listy, *Pokaż legendę u góry*. Legenda znajdzie się w górnej części okna, na środku, nad wykresem. Złap ją i przeciągnij w prawo. Powiększ czcionkę do rozmiaru 14 pt.
42. Na środku, nad wykresem, umieścimy *Tytuł wykresu*. Przejdź na kartę *Układ*, znajdź ikonę *Tytuł wykresu* i z wewnętrznej listy wybierz *Nad wykresem* (rys. 40). Wpisz „Składanie drgań równoległych”, zatwierdź **Enterem**.



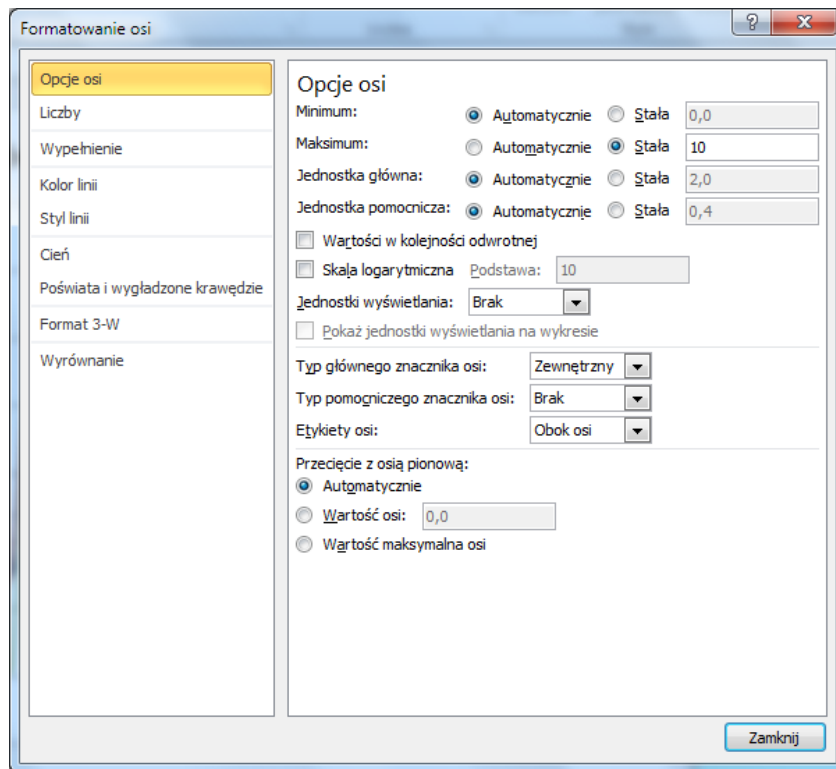
Rysunek 40. Dodawanie Tytułu wykresu

43. Kliknij na jednej z wartości osi pionowej (powinna zaznaczyć się cała oś). Przejdź na kartę *Narzędzia główne* i w grupie *Czcionka* włącz pogrubienie (ikona z literą **B**). Możesz również zmienić rozmiar czcionki na większy (np. 14), żeby opisy osi były bardziej czytelne. Tak samo sformatuj czcionkę osi poziomej.
44. Kliknij na jednej z wartości osi poziomej, ale tym razem prawym klawiszem myszki, i z menu podręcznego wybierz *Formatuj oś* (rys. 41).



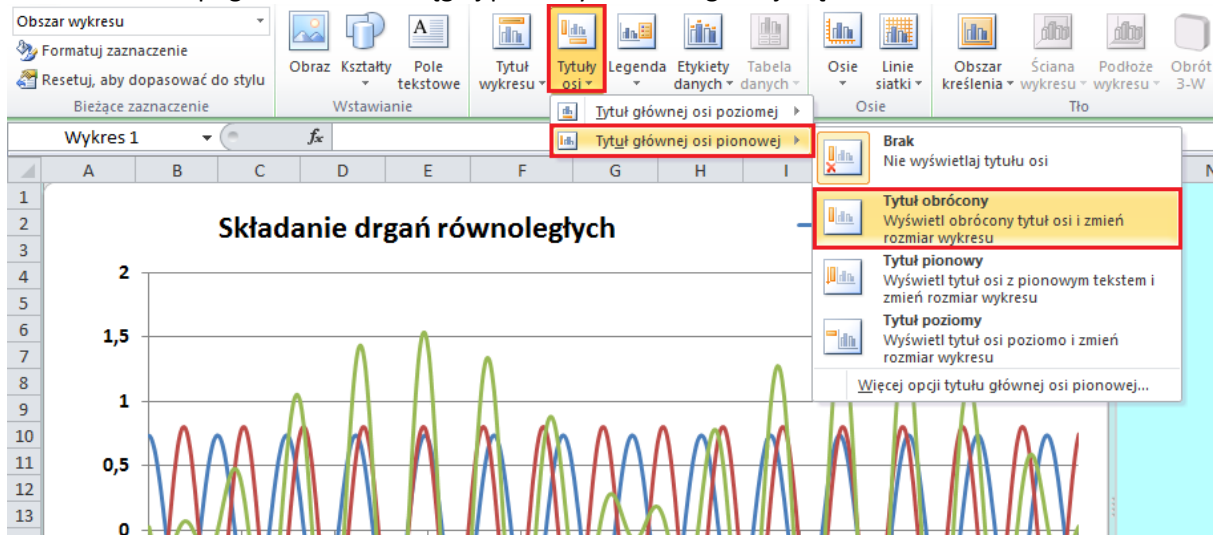
Rysunek 41. Menu podręczne osi poziomej

45. Po lewej stronie okna *Formatowanie osi* wybierz kartę *Opcje osi*. Na karcie *Opcje osi*, w prawej części okna, ustaw kategorię *Maksimum*, nadając jej stałą wartość 10, (rys. 42). Na koniec kliknij na przycisku **Zamknij**.



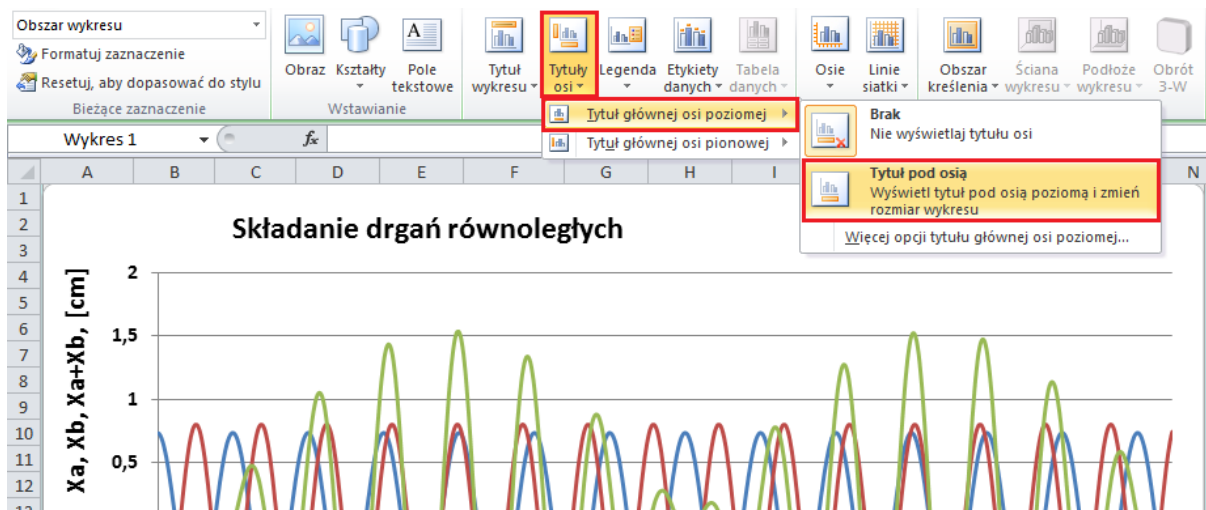
Rysunek 42. Opcje osi poziomej – ustawianie wartości maksymalnej

46. Kliknij ponownie na osi poziomej (lub na jednej z wartości osi) i z menu podręcznego wybierz *Dodaj główne linie siatki*.
47. Przejdź na kartę *Układ* i w sekcji *Etykiety* wybierz *Tytuły osi*, a następnie *Tytuł głównej osi pionowej* i z wewnętrznej listy *Tytuł obrócony* (rys. 43). Wpisz tekst „ X_a , X_b , X_a+X_b , [cm]” i naciśnij **Enter**. Powiększ czcionkę do rozmiaru 16 pt. Włącz pogrubienie. Przeciągnij pole z tytułem do górnej części osi.



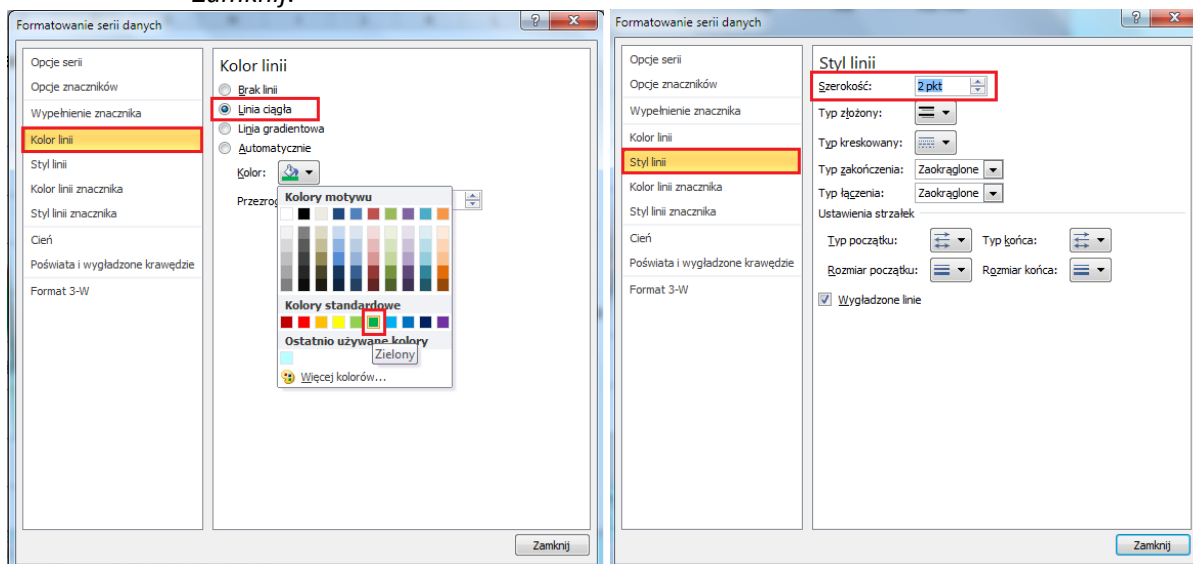
Rysunek 43. Dodanie tytułu osi pionowej

48. Ponownie wybierz polecenie *Tytuły osi*, a następnie *Tytuł głównej osi poziomej* i – z wewnętrznej listy – *Tytuł pod osią* (rys. 44). Wpisz tekst „czas, t[s]” i naciśnij **Enter**. Sformatuj tak samo, jak tytuł osi pionowej. Przeciągnij tytuł w prawą stronę. Umieść go powyżej osi.



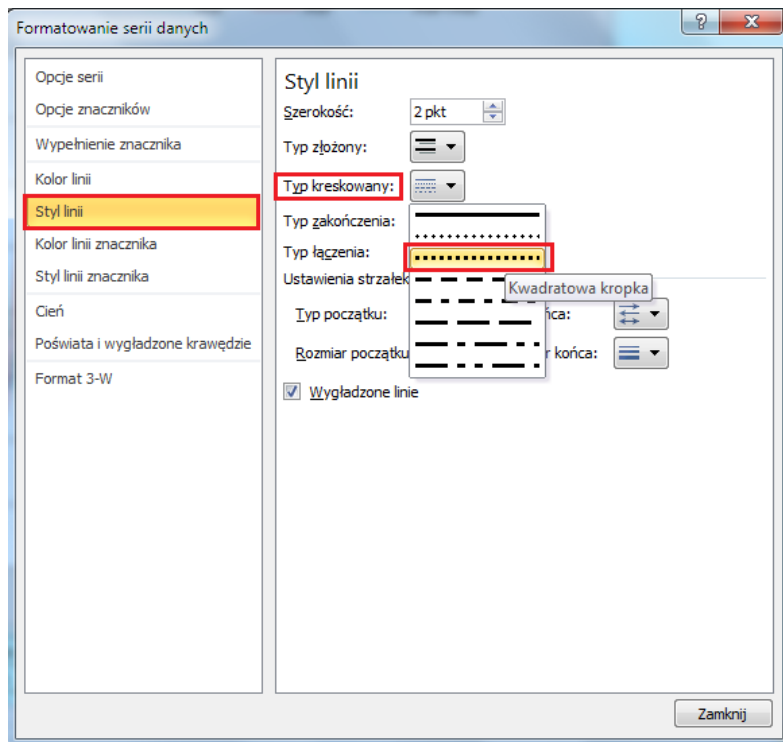
Rysunek 44. Dodanie tytułu osi poziomej

49. Kliknij prawym przyciskiem myszki na wykresie serii Xa. Z menu podręcznego wybierz *Formatuj serię danych*. W oknie *Formatowanie serii danych* zmień kolor linii na zielony. Przejdź na kartę *Styl linii* i zmień *Szerokość* na 2pkt. Zatwierdź przyciskiem *Zamknij*.



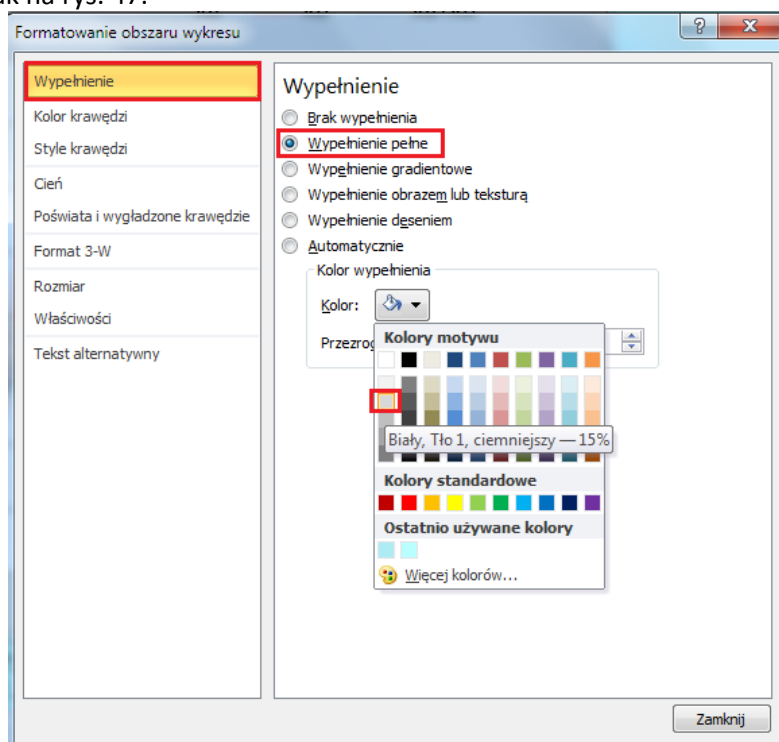
Rysunek 45. Zmiana koloru i szerokości linii na wykresie

50. W podobny sposób zmień kolor wykresu serii Xb na czerwony, a serii wynikowej ($Xa+Xb$) na niebieski. W obu przypadkach zmień też *Szerokość* linii na 2 pkt. W przypadku wykresu wypadkowego ($Xa+Xb$) i zmień też linię ciągłą na kreskowaną (rys. 46).



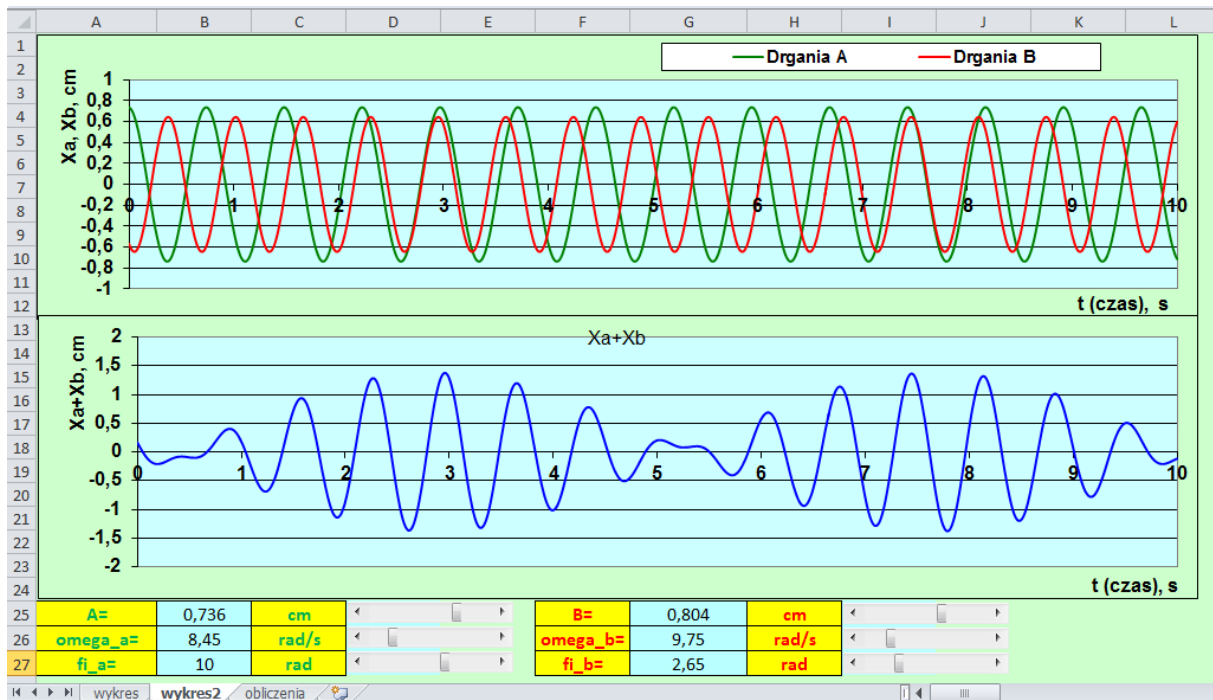
Rysunek 46. Zmiana stylu wynikowej serii danych

51. Kliknij na pustym miejscu, poza wykresem i z menu podręcznego wybierz *Formatuj obszar wykresu*. W oknie Formatowanie obszaru wykresu zmień kolor wypełnienia, jak na rys. 47.



Rysunek 47. Zmiana koloru wypełnienia wykresu

52. Wykres składający się z trzech serii danych jest trochę nieczytelny. Przygotuj arkusz (nazwij go np. *wykres2*) i wstaw w nim dwa wykresy: pierwszy z dwoma seriami danych X_a i X_b , i poniżej drugi, na którym przedstawisz wypadkową serię danych ($X_a + X_b$) – patrz rys. 48.



Rysunek 48. Arkusz wykres2

----- KONIEC -----