

Geometria obliczeniowa

zajęcia 8.

Bartosz Górski, Tomasz Kulczyński, Błażej Osiński

- **wyłącznie obliczenia**
- wszystko oparte na liczbach, współrzędnych, miarach
- programista i/lub użytkownik musi przełożyć geometrię na język komputerowych obliczeń a później zinterpretować wynik

Geometria dla informatyka

Geometria
obliczeniowa

Podstawy

Pole
powierzchni

Wypukła
otoczka

- wyłącznie obliczenia
- wszystko oparte na liczbach, współrzędnych, miarach
- programista i/lub użytkownik musi przełożyć geometrię na język komputerowych obliczeń a później zinterpretować wynik

Geometria dla informatyka

Geometria
obliczeniowa

Podstawy

Pole
powierzchni

Wypukła
otoczka

- wyłącznie obliczenia
- wszystko oparte na liczbach, współrzędnych, miarach
- programista i/lub użytkownik musi przełożyć geometrię na język komputerowych obliczeń a później zinterpretować wynik

Podstawowe pojęcia

Geometria
obliczeniowa

Podstawy

Pole
powierzchni

Wypukła
otoczka

- punkt
- prosta, półprosta, odcinek
- trójkąt, wielokąt
- okrąg, elipsa

Podstawowe pojęcia

Geometria
obliczeniowa

Podstawy

Pole
powierzchni

Wypukła
otoczka

- punkt
- prosta, półprosta, odcinek
- trójkąt, wielokąt
- okrąg, elipsa

Podstawowe pojęcia

Geometria
obliczeniowa

Podstawy

Pole
powierzchni

Wypukła
otoczka

- punkt
- prosta, półprosta, odcinek
- trójkąt, wielokąt
- okrąg, elipsa

Podstawowe pojęcia

Geometria
obliczeniowa

Podstawy

Pole
powierzchni

Wypukła
otoczka

- punkt
- prosta, półprosta, odcinek
- trójkąt, wielokąt
- okrąg, elipsa

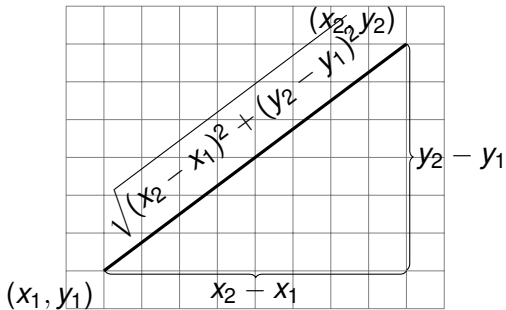
Odległość

Geometria
obliczeniowa

Podstawy

Pole
powierzchni

Wypukła
otoczka



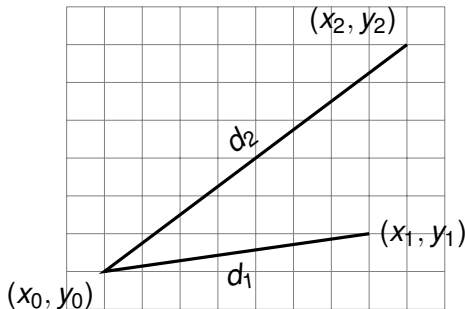
Iloczyn skalarny

Geometria
obliczeniowa

Podstawy

Pole
powierzchni

Wypukła
otoczka



$$\begin{aligned}(x_1 - x_0) \cdot (x_2 - x_0) + (y_1 - y_0) \cdot (y_2 - y_0) &= \\ &= d_1 \cdot d_2 \cdot \cos \alpha\end{aligned}$$

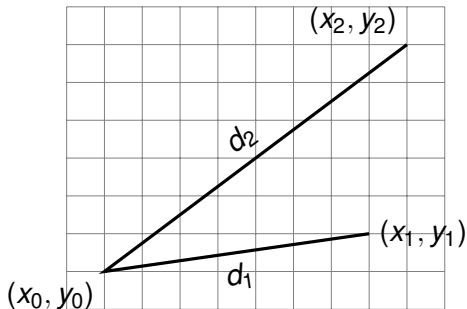
Iloczyn wektorowy

Geometria
obliczeniowa

Podstawy

Pole
powierzchni

Wypukła
otoczka



$$\begin{aligned}(x_1 - x_0) \cdot (y_2 - y_0) - (x_2 - x_0) \cdot (y_1 - y_0) &= \\ &= d_1 \cdot d_2 \cdot \sin \alpha\end{aligned}$$

Równanie prostej

Geometria
obliczeniowa

Podstawy

Pole
powierzchni

Wypukła
otoczka

Jest kilka charakteryzacji prostych:

- $A \cdot x + B \cdot y + C = 0$
- $y = a \cdot x + b$
- $(x_0 + t \cdot x_d, y_0 + t \cdot y_d)$
- dwa różne punkty leżące na niej

Równanie prostej

Geometria
obliczeniowa

Podstawy

Pole
powierzchni

Wypukła
otoczka

Jest kilka charakteryzacji prostych:

- $A \cdot x + B \cdot y + C = 0$
- $y = a \cdot x + b$
- $(x_0 + t \cdot x_d, y_0 + t \cdot y_d)$
- dwa różne punkty leżące na niej

Równanie prostej

Geometria
obliczeniowa

Podstawy

Pole
powierzchni

Wypukła
otoczka

Jest kilka charakteryzacji prostych:

- $A \cdot x + B \cdot y + C = 0$
- $y = a \cdot x + b$
- $(x_0 + t \cdot x_d, y_0 + t \cdot y_d)$
- dwa różne punkty leżące na niej

Równanie prostej

Geometria
obliczeniowa

Podstawy

Pole
powierzchni

Wypukła
otoczka

Jest kilka charakteryzacji prostych:

- $A \cdot x + B \cdot y + C = 0$
- $y = a \cdot x + b$
- $(x_0 + t \cdot x_d, y_0 + t \cdot y_d)$
- dwa różne punkty leżące na niej

Trójkąt

Geometria
obliczeniowa

Podstawy

Pole
powierzchni

Wypukła
otoczka

Iloczyn wektorowy jest dokładnie tym czego chcemy!

Wielokąt

Geometria
obliczeniowa

Podstawy

Pole
powierzchni

Wypukła
otoczka

Pomysł

dzielić na trójkąty

Wielokąt

Geometria
obliczeniowa

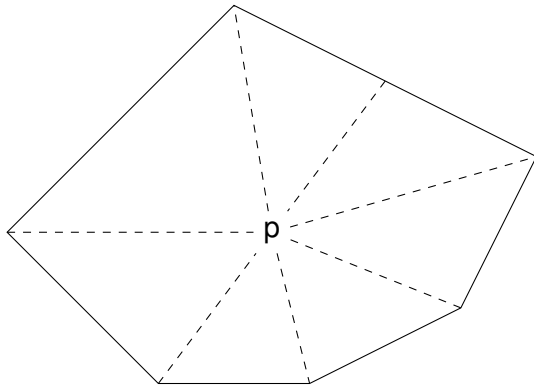
Podstawy

Pole
powierzchni

Wypukła
otoczka

Pomysł

dzielić na trójkąty



Wielokąt

Geometria
obliczeniowa

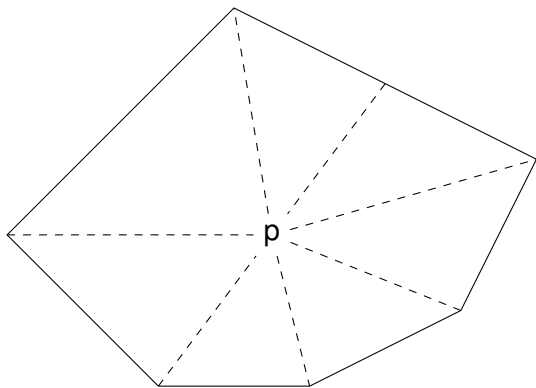
Pomysł

dzielić na trójkąty

Podstawy

Pole
powierzchni

Wypukła
otoczka



Obojętnie, gdzie leży punkt p !

Opis problemu

Geometria
obliczeniowa

Podstawy

Pole
powierzchni

Wypukła
otoczka

- punkty na płaszczyźnie
- sznurek wokół gwoździ

Opis problemu

Geometria
obliczeniowa

Podstawy

Pole
powierzchni

Wypukła
otoczka

- punkty na płaszczyźnie
- sznurek wokół gwoździ

Rozwiązanie brutalne

Geometria
obliczeniowa

Podstawy

Pole
powierzchni

Wypukła
otoczka

Rozwiązanie brutalne

Geometria
obliczeniowa

Podstawy

Pole
powierzchni

Wypukła
otoczka

Dla każdego odcinka, sprawdzamy czy wszystkie pozostałe punkty leżą po tej samej stronie. $O(n^3)$.

Rozwiązanie optymalne

Geometria
obliczeniowa

Podstawy

Pole
powierzchni

Wypukła
otoczka

Otoczka dolna i górna

dzielimy problem na dwoje

Rozwiązanie optymalne

Geometria
obliczeniowa

Podstawy

Pole
powierzchni

Wypukła
otoczka

Otoczka dolna i górna

dzielimy problem na dwoje

Sortowanie punktów od lewej do prawej.

Rozwiązanie optymalne

Geometria
obliczeniowa

Podstawy

Pole
powierzchni

Wypukła
otoczka

Otoczka dolna i górna

dzielimy problem na dwoje

Sortowanie punktów od lewej do prawej.

Trzeba skorzystać z iloczynu wektorowego!

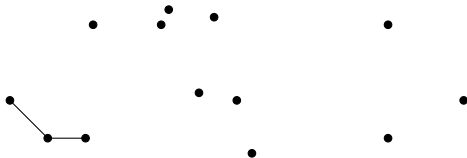
Jak to działa?

Geometria
obliczeniowa

Podstawy

Pole
powierzchni

Wypukła
otoczka



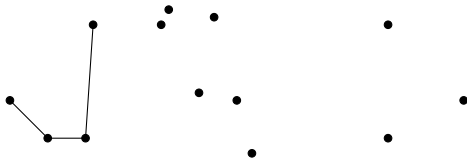
Jak to działa?

Geometria
obliczeniowa

Podstawy

Pole
powierzchni

Wypukła
otoczka



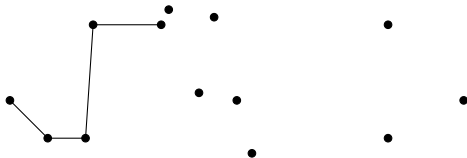
Jak to działa?

Geometria
obliczeniowa

Podstawy

Pole
powierzchni

Wypukła
otoczka



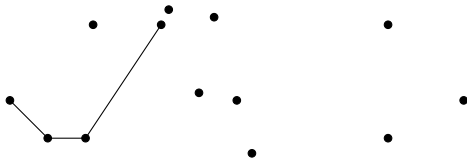
Jak to działa?

Geometria
obliczeniowa

Podstawy

Pole
powierzchni

Wypukła
otoczka



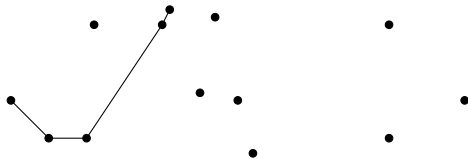
Jak to działa?

Geometria
obliczeniowa

Podstawy

Pole
powierzchni

Wypukła
otoczka



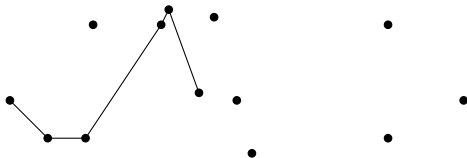
Jak to działa?

Geometria
obliczeniowa

Podstawy

Pole
powierzchni

Wypukła
otoczka



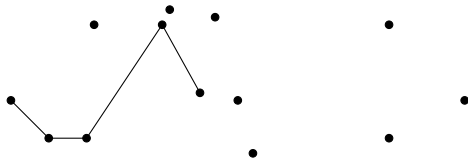
Jak to działa?

Geometria
obliczeniowa

Podstawy

Pole
powierzchni

Wypukła
otoczka



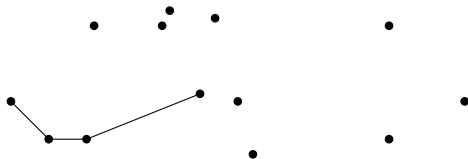
Jak to działa?

Geometria
obliczeniowa

Podstawy

Pole
powierzchni

Wypukła
otoczka



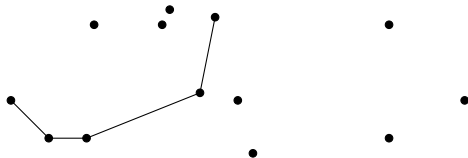
Jak to działa?

Geometria
obliczeniowa

Podstawy

Pole
powierzchni

Wypukła
otoczka



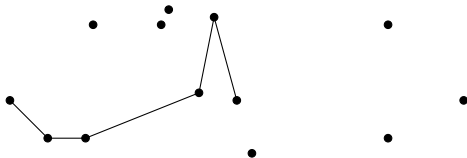
Jak to działa?

Geometria
obliczeniowa

Podstawy

Pole
powierzchni

Wypukła
otoczka



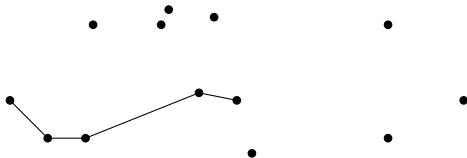
Jak to działa?

Geometria
obliczeniowa

Podstawy

Pole
powierzchni

Wypukła
otoczka



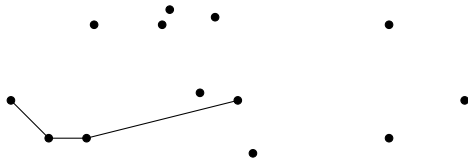
Jak to działa?

Geometria
obliczeniowa

Podstawy

Pole
powierzchni

Wypukła
otoczka



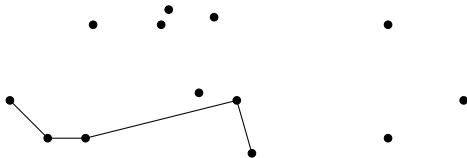
Jak to działa?

Geometria
obliczeniowa

Podstawy

Pole
powierzchni

Wypukła
otoczka



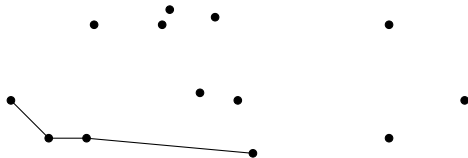
Jak to działa?

Geometria
obliczeniowa

Podstawy

Pole
powierzchni

Wypukła
otoczka



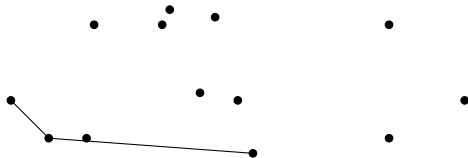
Jak to działa?

Geometria
obliczeniowa

Podstawy

Pole
powierzchni

Wypukła
otoczka



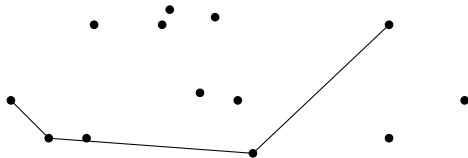
Jak to działa?

Geometria
obliczeniowa

Podstawy

Pole
powierzchni

Wypukła
otoczka



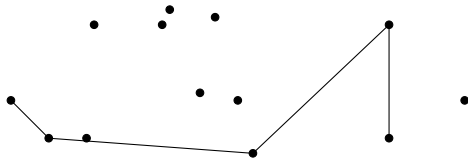
Jak to działa?

Geometria
obliczeniowa

Podstawy

Pole
powierzchni

Wypukła
otoczka



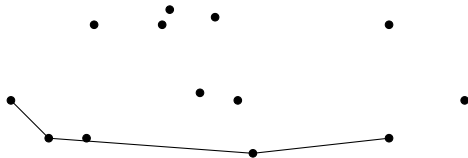
Jak to działa?

Geometria
obliczeniowa

Podstawy

Pole
powierzchni

Wypukła
otoczka



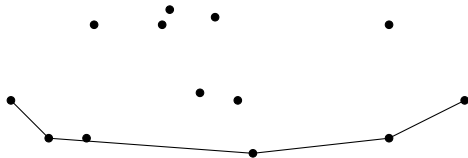
Jak to działa?

Geometria
obliczeniowa

Podstawy

Pole
powierzchni

Wypukła
otoczka



Podsumowanie

Geometria
obliczeniowa

Podstawy

Pole
powierzchni

Wypukła
otoczka

- druga połówka – analogicznie
- poprawność
- złożoność – $O(n \log n)$
- przydatność ogólnej idei tego algorytmu

Podsumowanie

Geometria
obliczeniowa

Podstawy

Pole
powierzchni

Wypukła
otoczka

- druga połówka – analogicznie
- poprawność
- złożoność – $O(n \log n)$
- przydatność ogólnej idei tego algorytmu

Podsumowanie

Geometria
obliczeniowa

Podstawy

Pole
powierzchni

Wypukła
otoczka

- druga połówka – analogicznie
- poprawność
- złożoność – $O(n \log n)$
- przydatność ogólnej idei tego algorytmu

Podsumowanie

Geometria
obliczeniowa

Podstawy

Pole
powierzchni

Wypukła
otoczka

- druga połówka – analogicznie
- poprawność
- złożoność – $O(n \log n)$
- przydatność ogólnej idei tego algorytmu