Spotkanie 15

Temat: Proporcje. Wielkości wprost i odwrotnie proporcjonalne.

Plan zajęć

1. **Co to jest proporcja? Jak zapisujemy proporcję?**

Z czym kojarzy się nam słowo proporcja z proporcem. Wyobraźmy sobie, że prowadzone są wyprawy krzyżowe na czele których powiewają proporce. Armie te ścierają się ze sobą a ich proporce się krzyżują. (jeśli ułożymy proporcję to mnożymy na krzyż)

2. **Obliczanie prostych proporcji.**

Rozwiąż równania:

a) $\frac{3}{x} = \frac{5}{7}$ b) $\frac{6}{5} = \frac{1+t}{10}$

c) $\frac{8}{3{,}5} = \frac{4}{y}$ d) $\frac{2x-5}{3} = \frac{4}{5}$

3. **Wielkości wprost proporcjonalne.**

Jeśli wraz ze wzrostem jednej wielkości druga rośnie tyle samo razy to wielkości są wprost proporcjonalne.

Przykłady:

- ✓ ilość farby i powierzchnia, którą można pomalować tą farbą
- ✓ liczba zakupionych bułek i kwota, którą trzeba zapłacić
- ✓ długość boku kwadratu i obwód kwadratu
- ✓ liczba jednakowych butelek i objętość płynu jaki możemy w nich pomieścić
- ✓ odległość na mapie i odpowiadająca jej odległość w terenie
- ✓ czas podróży samochodem ze stałą prędkością i przebyta odległość

Zadanie: Które z wielkości są wprost proporcjonalne?

a) bok kwadratu i jego pole;
b) krawędź sześcianu i jego objętość
c) liczba osób kopiących dół i wielkość wykopu w ciągu godziny (zakładamy, że wszyscy kopią tak samo sprawnie)
d) prędkość średnia samochodu na ustalonej trasie i czas podróży
e) liczba ziarenek ryżu i ich łączna masa
f) kwota doładowania karty SIM i ilość minut rozmów.

Zadanie: Pan Szopiński kupił w hurtowni „Wszystko dla nóg” 350 par skarpetek i zapłacił 630 zł. Ile par takich skarpetek można by było kupić w tej hurtowni za 450 zł? Ile w tej hurtowni trzeba zapłacić za 450 par skarpetek?

Zadanie: Turysta szedł 3,5 godziny ze stałą prędkością. Gdyby w takim samym tempie szedł przez 5 godzin, to przeszedłby dystans dłuższy o 7,5 km. Jaki dystans pokonał turysta w ciągu 3,5 godziny?

Zadanie: Mała beczka o objętości 20 l waży 3 kg, a duża o objętości 50 l waży 5 kg. Mała beczka pełna lepiku waży 25 kg. Ile będzie ważyć duża beczka pełna lepiku?

4. **Wielkości odwrotnie proporcjonalne.**

Jeśli wraz ze wzrostem jednej wielkości druga maleje tyle samo razy to są to wielkości odwrotnie proporcjonalne.

Przykłady:

- ✓ pojemność jednego słoika miodu i liczba słoików, do których mamy rozlać daną ilość miodu
- ✓ liczba osób na przyjęciu i wielkość kawałka tortu, przypadająca na każdą z nich
- ✓ liczba jednakowych części, na które dzielimy sznurek i długość jednej części
- ✓ cena paliwa i ilość paliwa, którą można kupić za określoną kwotę

Zadanie: Które z wielkości są odwrotnie proporcjonalne?

a) długość dnia i nocy w ciągu doby
b) czas jazdy samochodem i ilość pozostałego paliwa w baku
c) prędkość samochodu i czas potrzebny na przejechanie określonego dystansu
d) ilość osób kopiących dół i czas wykonania zadania

Zadanie: Uzupełnij zdania:

a) Jeśli z prędkością 50 km/h mogę przejechać pewną trasę w czasie 8 minut, to z prędkością 40 km/h tę samą trasę mogę przejechać w czasie ..... minut.
b) Jeśli pewną trasę mogę przejechać w czasie 10 minut z prędkością 30 km/h, to po zwiększeniu prędkości do ..... km/h mogę przejechać tę trasę w ciągu 6 minut.
c) Dwadzieścioro jeden dzieci dostało po ..... baloniki. Gdyby dzieci było siedmioro, dostałyby po 12 baloników.
d) Trzech kuchcików obierało ziemniaki przez pół godziny. Gdyby było ich pięciu, praca trwałaby o ..... minut krócej.

Zadanie: Samochód ciężarowy przywiózł na budowę zapas piasku, wykonując 12 kursów. Inny samochód, o ładowności o 2 tony większej, przewiózł taki sam zapas piasku, wykonując 3 kursy mniej. Jaką ładowność mają te samochody?

Zadanie:

Osiemnastu niziołków długi rów kopało,
Wtem jeden zakrzyknął: - Jest nas tu za mało!
Jeszcze 20 godzin w tym rowie spędzimy,
Wezwijmy jeszcze kilku, czas nieco skrócimy.
I tak właśnie zrobili, ciężko pracowali,
A po ośmiu godzinach ten rów wykopali.

Ilu niziołków pomogło swoim kolegom?

Zadanie: Pan Zenek, kierowca ciężarówki, jedzie zwykle od granicy do domu ze średnią prędkością 60 km/h. Zajmuje mu to 4 godziny i 15 minut. Dzisiaj chciałby skrócić czas przejazdu o pół godziny. Z jaką przeciętną prędkością powinien jechać?

Zadanie: Jurek jeździ do szkoły rowerem. Jazda zajmuje mu 25 minut. Obliczył, że gdyby zwiększył średnią prędkość o 3 km/h, to skróciłby czas jazdy do szkoły do 20 minut. Z jaką średnią prędkością poruszałby się wtedy Jurek?

CIEKAWOSTKA

Mógłbyś się huśtać ze słoniem! Wystarczy tylko, by punkt podparcia huśtawki znajdował się znacznie bliżej słonia niż ciebie.

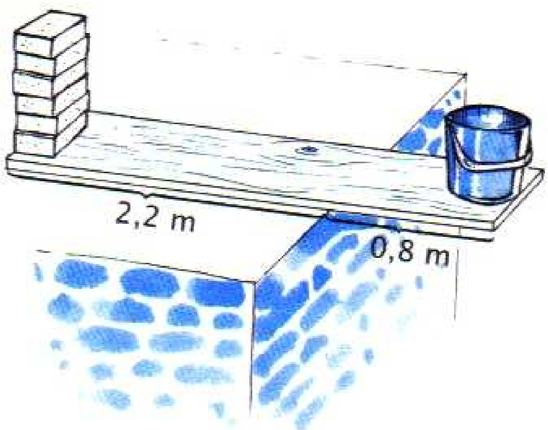
Regułę pozwalającą obliczyć, w którym miejscu należy ustawić punkt podparcia, odkrył grecki matematyk Archimedes (ok. 287-212 r. p.n.e.). Reguła ta, zwana zasadą dźwigni, głosi, że jeśli na huśtawce (dźwigni) umieścimy dwa przedmioty tak, że są one w równowadze, to ciężary tych przedmiotów są odwrotnie proporcjonalne do ich odległości od punktu podparcia.

Zasadę dźwigni można opisać równaniem:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{d_2}{d_1}$$

Po jej odkryciu Archimedes miał powiedzieć: *Dajcie mi punkt podparcia, a poruszę Ziemię.*

Zadanie: Popatrz na rysunek. Wiadro waży 8 kg, a jedna cegła 2 kg. O ile centymetrów można jeszcze wysunąć deskę, by wiadro nie przeważyło cegieł.



Rozwiąż równania:

a) $\frac{3}{x} = \frac{5}{7}$

b) $\frac{6}{5} = \frac{1+t}{10}$

c) $\frac{8}{3{,}5} = \frac{4}{y}$

d) $\frac{2x-5}{3} = \frac{4}{5}$

Zadanie: Które z wielkości są wprost proporcjonalne?

g) bok kwadratu i jego pole;

h) krawędź sześcianu i jego objętość

i) liczba osób kopiących dół i wielkość wykopu w ciągu godziny (zakładamy, że wszyscy kopią tak samo sprawnie)

j) prędkość średnia samochodu na ustalonej trasie i czas podróży

k) liczba ziarenek ryżu i ich łączna masa

l) kwota doładowania karty SIM i ilość minut rozmów.

Zadanie: Pan Szopiński kupił w hurtowni „Wszystko dla nóg” 350 par skarpetek i zapłacił 630 zł. Ile par takich skarpetek można by było kupić w tej hurtowni za 450 zł? Ile w tej hurtowni trzeba zapłacić za 450 par skarpetek?

Zadanie: Turysta szedł 3,5 godziny ze stałą prędkością. Gdyby w takim samym tempie szedł przez 5 godzin, to przeszedłby dystans dłuższy o 7,5 km. Jaki dystans pokonał turysta w ciągu 3,5 godziny?

Zadanie: Mała beczka o objętości 20 l waży 3 kg, a duża o objętości 50 l waży 5 kg. Mała beczka pełna lepiku waży 25 kg. Ile będzie ważyć duża beczka pełna lepiku?

Zadanie: Które z wielkości są odwrotnie proporcjonalne?

e) długość dnia i nocy w ciągu doby
f) czas jazdy samochodem i ilość pozostałego paliwa w baku
g) prędkość samochodu i czas potrzebny na przejechanie określonego dystansu
h) ilość osób kopiących dół i czas wykonania zadania

Zadanie: Uzupełnij zdania:

e) Jeśli z prędkością 50 km/h mogę przejechać pewną trasę w czasie 8 minut, to z prędkością 40 km/h tę samą trasę mogę przejechać w czasie ..... minut.

f) Jeśli pewną trasę mogę przejechać w czasie 10 minut z prędkością 30 km/h, to po zwiększeniu prędkości do ..... km/h mogę przejechać tę trasę w ciągu 6 minut.

g) Dwadzieścioro jeden dzieci dostało po ..... baloniki. Gdyby dzieci było siedmioro, dostałyby po 12 baloników.

h) Trzech kuchcików obierało ziemniaki przez pół godziny. Gdyby było ich pięciu, praca trwałaby o ..... minut krócej.

Zadanie: Samochód ciężarowy przywiózł na budowę zapas piasku, wykonując 12 kursów. Inny samochód, o ładowności o 2 tony większej, przewiózł taki sam zapas piasku, wykonując 3 kursy mniej. Jaką ładowność mają te samochody?

Zadanie:

Osiemnastu niziołków długi rów kopało,
Wtem jeden zakrzyknął: - Jest nas tu za mało!
Jeszcze 20 godzin w tym rowie spędzimy,
Wezwijmy jeszcze kilku, czas nieco skrócimy.
I tak właśnie zrobili, ciężko pracowali,
A po ośmiu godzinach ten rów wykopali.

Ilu niziołków pomogło swoim kolegom?

Zadanie: Pan Zenek, kierowca ciężarówki, jedzie zwykle od granicy do domu ze średnią prędkością 60 km/h. Zajmuje mu to 4 godziny i 15 minut. Dzisiaj chciałby skrócić czas przejazdu o pół godziny. Z jaką przeciętną prędkością powinien jechać?

Zadanie: Jurek jeździ do szkoły rowerem. Jazda zajmuje mu 25 minut. Obliczył, że gdyby zwiększył średnią prędkość o 3 km/h, to skróciłby czas jazdy do szkoły do 20 minut. Z jaką średnią prędkością poruszałby się wtedy Jurek?

CIEKAWOSTKA

Mógłbyś się huśtać ze słoniem! Wystarczy tylko, by punkt podparcia huśtawki znajdował się znacznie bliżej słonia niż ciebie.

Regułę pozwalającą obliczyć, w którym miejscu należy ustawić punkt podparcia, odkrył grecki matematyk Archimedes (ok. 287–212 r. p.n.e.). Reguła ta, zwana zasadą dźwigni, głosi, że jeśli na huśtawce (dźwigni) umieścimy dwa przedmioty tak, że są one w równowadze, to ciężary tych przedmiotów są odwrotnie proporcjonalne do ich odległości od punktu podparcia.

Zasadę dźwigni można opisać równaniem:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{d_2}{d_1}$$

Po jej odkryciu Archimedes miał powiedzieć: *Dajcie mi punkt podparcia, a poruszę Ziemię.*

Zadanie: Popatrz na rysunek. Wiadro waży 8 kg, a jedna cegła 2 kg. O ile centymetrów można jeszcze wysunąć deskę, by wiadro nie przeważyło cegieł.